

Diseño e implementación de TADs lineales

Marco Antonio Gómez es el autor principal de este tema

Facultad de Informática - UCM

6 de marzo de 2014

Estructuras de datos lineales

- Estructuras básicas
 - Vector de elementos.
 - Listas enlazadas.
- Las implementaciones de los TADs lineales pueden hacer uso de una u otra estructura de datos;
- La elección de una u otra podrá influir en la complejidad de sus operaciones.

Vectores de elementos.

Definición de tipos: Se utilizan normalmente tres atributos:

- Puntero al array almacenado en memoria dinámica.
- Tamaño de ese array (o lo que es lo mismo, número de elementos que podría almacenar como máximo).
- Número de elementos ocupados actualmente. Los índices ocupados casi siempre se *condensan* al principio del array.

private:

```
    /** Tamaño inicial del vector dinámico. */  
static const int TAM_INICIAL = 10;  
    /** Puntero al array que contiene los datos. */  
    T *_v;  
    /** Tamanyo del vector _v. */  
    unsigned int _tam;  
    /** Numero de elementos reales guardados. */  
    unsigned int _numElems;  
};
```

Vectores de elementos.

Si se utilizan *vectores dinámicos*; cuando el vector se llena se puede construir un nuevo *array* más grande, y copiar los elementos.

```
/** Duplica el tamaño del vector. */  
void amplia() {  
    T *viejo = _v;  
    _tam *= 2;  
    _v = new T[_tam];  
    for (unsigned int i = 0; i < _numElems; ++i)  
        _v[i] = viejo[i];  
    delete []viejo;  
}
```

Al duplicar el tamaño del vector, el coste amortizado de la operación de añadir un elemento es constante.

Listas enlazadas

- Cada elemento es almacenado en un espacio de memoria independiente (un *nodo*) y la colección completa se mantiene utilizando punteros.
- Alternativas:
 - Listas enlazadas simples (o listas simplemente enlazadas): cada nodo mantiene un puntero al siguiente elemento.
 - Listas doblemente enlazadas: cada nodo mantiene dos punteros: el puntero al nodo siguiente y al nodo anterior.
- Todas las implementaciones tendrán la definición de la clase `Nodo` que almacena el elemento y los punteros al nodo siguiente y al nodo anterior (sólo en listas doblemente enlazadas).
- Este curso implementaremos la clase `Nodo` como una clase interna del TAD que estemos definiendo.

Lista enlazada simple.

```
template <class T>
...
private:
    class Nodo {
    public:
        Nodo() : _sig(NULL) {}
        Nodo(const T &elem) :
            _elem(elem), _sig(NULL) {}
        Nodo(const T &elem, Nodo *sig) :
            _elem(elem), _sig(sig) {}

        T _elem;
        Nodo *_sig;
    };
};
```

Operaciones con listas enlazadas simples.

```
class xxxx {  
    class Nodo {.....}  
    Nodo * _ini;  
    ....  
    public: ....  
};
```

Añadir un nodo por el comienzo de una lista.

```
void xxxx::AnadePrincipio(const T &e) {  
    Nodo *nuevo = new Nodo(e, _ini);  
    _ini = nuevo;  
}
```

Operaciones con listas enlazadas simples.

Eliminar el nodo del comienzo de la lista.

```
void xxxx::elimPrincipio() {  
    if (_ini == NULL) throw ListaVacía;  
    Nodo *aux = _ini;;  
    _ini = _ini->sig;  
    delete aux;  
}
```

La destrucción requiere ir recorriendo uno a uno todos los nodos de la lista.

```
void xxxx::libera(Nodo* prim) {  
    while (prim != NULL) {  
        Nodo *aux = prim;  
        prim = prim->_sig;  
        delete aux;  
    }  
}
```

Operaciones con listas enlazadas simples.

Añadir un nodo a continuación de un cierto elemento dado. Si el elemento no existe el nodo no se añade.

```
void xxxx::Anade(const T &e, const T &v ) {
    Nodo * aux = _ini;
    while (aux != NULL && aux->_elem != v)
        aux = aux->_sig;
    if (aux != NULL) {
        Nodo *nuevo = new Nodo(e, aux->_sig);
        aux->_sig = nuevo;
    }
}
```

Operaciones con listas enlazadas simples.

Eliminar un elemento. Si el elemento no existe la lista no se modifica.

```
void xxxx::Elimina(const T &e) {
    if (_ini != NULL) {
        if (_ini->elem == e) {
            Nodo* rem = _ini;
            _ini = _ini->sig;
            delete rem; }
        else {
            Nodo * aux = _ini;
            while (aux->sig != NULL && aux->_sig->elem != e)
                aux = aux->_sig;
            if (aux->_sig != NULL) {
                Nodo *rem = aux->_sig;
                aux->_sig = aux->_sig->_sig;
                delete rem;
            }
        }
    }
}
```

Lista enlazada doble.

```
class Nodo {  
public:  
    Nodo() : _sig(NULL), _ant(NULL) {}  
    Nodo(const T &elem) :  
        _elem(elem), _sig(NULL), _ant(NULL) {}  
    Nodo(Nodo *ant, const T &elem, Nodo *sig) :  
        _elem(elem), _sig(sig), _ant(ant) {}  
    T _elem;  
    Nodo *_sig;  
    Nodo *_ant;  
};
```

Operaciones con listas enlazadas dobles.

Añadir un nodo a continuación de un cierto elemento dado. Si el elemento no existe el nodo no se añade.

```
void yyyy::Anade(const T &e, const T & v ) {  
    Nodo * aux = _ini;  
    while (aux != NULL && aux ->_elem != v)  
        aux = aux->_sig;  
    if (aux != NULL) {  
        Nodo *nuevo = new Nodo(aux,e,aux->_sig);  
        aux->_sig->_ant = nuevo;  
        aux->_sig  = nuevo;  
    }  
}
```

Operaciones con listas enlazadas dobles.

Eliminar un elemento. Si el elemento no existe la lista no se modifica.

```
void yyyy::Elimina(const T &e) {  
    Nodo * aux = _ini;  
    while (aux != NULL && aux ->_elem != e)  
        aux = aux->_sig;  
    if (aux != NULL) {  
        Nodo *rem = aux;  
        if (aux->_sig != NULL)  
            aux->_sig->_ant = aux->ant;  
        if (aux->_ant != NULL)  
            aux->_ant->_sig = aux->_sig;  
        else _ini = _ini->_sig;  
        delete rem;  
    }  
}
```

En el mundo real...

- La librería de C++ tiene implementadas dos estructuras de datos llamadas *contenedores* (`std::vector` y `std::list`).
- Las implementaciones de los TADs se parametrizan con el tipo de contenedor que se quiera.
- En esta asignatura no nos preocuparemos de la reutilización utilizando las estructuras descritas en los apuntes (inaceptable en el mundo real).
- La principal pega de los vectores dinámicos es el consumo de memoria: los vectores crecen indefinidamente, nunca decrecen.
- En la librería de C++ existe otro tipo de contenedor (`std::deque`) que no sufre este problema.

- Una pila (stack) representa una colección de valores donde sólo es posible acceder al último elemento añadido.
- Operaciones:
 - Crear una pila vacía.
 - Apilar un nuevo elemento en una pila `apila (push)`.
 - Desapilar el último elemento (parcial) `desapila(pop)`.
 - Acceder al último elemento añadido (parcial) `cima(top)`.
 - Averiguar si una pila tiene elementos `esVacia(isempty)`.
- Las pilas tienen muchas utilidades, como por ejemplo “dar la vuelta” a una secuencia de datos.

Implementación de pilas con vectores dinámicos

- **Tipo representante:** puntero al vector (`_v`), número de elementos almacenados (`_numElems`) y el tamaño máximo del vector (`_tam`). Cima de la pila: `_v[_numElems-1]`.
- **Invariante de la representación**
 $0 \leq p_numElems \leq p_tam$
 $\forall i : 0 \leq i < p_numElems \ p_v[i]$ cumple el invariante de la representación del tipo de sus elementos.
- **Relación de equivalencia** Dos pilas son iguales si el número de elementos almacenados coincide y sus valores respectivos, uno a uno, también.

```
// Tratamiento de excepciones
class ExcepcionTAD {
public:
    ExcepcionTAD() {}
    ExcepcionTAD(const std::string &msg) : _msg(msg) {}
    const std::string msg() const { return _msg; }
    friend std::ostream &operator<<
        (std::ostream &out, const ExcepcionTAD &e){
        out << e._msg; return out; }
protected:
    std::string _msg;
};

// Excepción generada por algunos métodos de Pila. */
class EPilaVacía : public ExcepcionTAD {
public:
    EPilaVacía() {};
    EPilaVacía(const std::string &msg) :
        ExcepcionTAD(msg) {}
};
```

```
template <class T>
class Pila {
public:
    Pila() : _v(new T[TAM_INICIAL]), _tam(TAM_INICIAL),
            _numElems(0) { }

    ~Pila() { delete [] _v; }

    // Apila un elemento. Operación generadora.
    // @param elem Elemento a apilar.
    void apila(const T &elem) {
        if (_numElems == _tam) amplia();
        _v[_numElems] = elem;
        _numElems++;
    }
}
```

```
// Desapila un elemento. Modificadora parcial ,  
// falla si la pila está vacía .  
void desapila() {  
    if (esVacia()) throw EPilaVacia();  
    --_numElems;  
}  
  
// Devuelve el elemento en la cima de la pila .  
// observadora parcial , falla si la pila está vacía .  
const T &cima() const {  
    if (esVacia()) throw EPilaVacia();  
    return _v[_numElems - 1];  
}
```

```
// Devuelve true si la pila no tiene ningún elemento.  
bool esVacia() const {  
    return _numElems == 0;  
}  
  
private:  
    T *_v;  
    // Tamanyo del vector _v.  
    unsigned int _tam;  
    // Numero de elementos reales guardados.  
    unsigned int _numElems;  
};
```

Implementación con listas enlazadas

- **Tipo representante:** Un puntero al nodo que contiene la cima (`_cima`). Si la pila está vacía, el puntero valdrá `NULL`.
- Dado que lo único que hacemos con la lista es insertar y borrar el primer elemento las listas enlazadas simples son suficiente.
- **Invariante de la representación:** debe garantizar
 - que la secuencia de nodos termina en `NULL` (eso garantiza que no hay ciclos) y
 - que todos los nodos deben estar correctamente ubicados y almacenar un elemento del tipo base válido:
- **Relación de equivalencia:** dos objetos pila serán iguales si su lista enlazada contiene el mismo número de elementos y sus valores uno a uno coinciden (están en el mismo orden):

```
template <class T>
class PilaLE {
public:
    PilaLE() : _cima(NULL) {}

    // Constructor copia
    PilaLE(const PilaLE<T> &other) : _cima(NULL) {
        copia(other); }

    ~PilaLE() { libera(_cima); _cima = NULL; }

    void apila(const T &elem) {
        _cima = new Nodo(elem, _cima); }

    void desapila() {
        if (esVacia()) throw EPilaVacia;
        Nodo *aBorrar = _cima;
        _cima = _cima->_sig;
        delete aBorrar;
    }
}
```

```
const T &cima() const {  
    if (esVacia()) throw EPilaVacia;  
    return _cima->_elem;  
}  
  
void esVacia() const {  
    return _cima == NULL;  
}  
  
// Operador de asignacion  
PilaLE<T> &operator=(const PilaLE<T> &other) {  
    if (this != &other) {  
        libera(_cima);  
        copia(other);  
    }  
    return *this;  
}
```

```
// Operador de comparacion.  
bool operator==(const PilaLE<T> &rhs) const {  
    Nodo *cima1 = _cima;  
    Nodo *cima2 = rhs._cima;  
    while ((cima1 != NULL) && (cima2 != NULL) &&  
        cima1->_elem == cima2->_elem) {  
        cima1 = cima1->_sig;  
        cima2 = cima2->_sig;  
    }  
    return (cima1 == NULL) && (cima2 == NULL);  
}
```

private:

```
class Nodo {.....}  
Nodo *_cima;  
void libera(Nodo* prim) {...}  
void copia(const PilaLE &other) {  
    if (other.esVacia()) {_cima = NULL;}  
    else {  
        Nodo *act = other._cima;  
        Nodo *ant;  
        _cima = new Nodo(act->_elem);  
        ant = _cima;  
        while (act->_sig != NULL) {  
            act = act->_sig;  
            ant->_sig = new Nodo(act->_elem);  
            ant = ant->_sig;  
        }  
    }  
};
```

- La complejidad de las operaciones de ambas implementaciones es similar:

Operación	Vectores	Listas enlazadas
Pila	$O(1)$	$O(1)$
apila	$O(1)$	$O(1)$
desapila	$O(1)$	$O(1)$
cima	$O(1)$	$O(1)$
esVacía	$O(1)$	$O(1)$

- Las colas (queue) son TADs lineales que permiten introducir elementos por un extremo (el *final* de la cola) y las consultas y eliminaciones por el otro (el *inicio* de la cola).
- Se las conoce como estructuras FIFO (*first in, first out*), el primer elemento que entra es el primero que saldrá.
- Operaciones:
 - ColaVacía: genera una cola vacía.
 - PonDetras: añade un nuevo elemento a la cola (enqueue)
 - quitaPrim: modificadora parcial que elimina el primer elemento de la cola. Falla si la cola está vacía (dequeue).
 - primero: observadora parcial que devuelve el primer elemento de la cola (el más antiguo). Falla si la cola está vacía.
 - esVacía: observadora, permite averiguar si la cola tiene elementos.

Implementación de colas con un vector

Tipo representante:

- Vector dinámico, el primer elemento de la cola está siempre en la posición 0 del vector.
- Inconveniente: el coste de la operación `quitaPrim` está en $\mathcal{O}(n)$, ya que se deben desplazar todos los elementos válidos una posición a la izquierda.
- Solución: Colas circulares.

Implementación de colas con una lista enlazada

- **Tipo representante:**
 - una lista enlazada simple en la que el primer nodo contiene el elemento que hay en la cabecera de la cola,
 - un puntero al primer nodo y
 - otro puntero al último nodo.
 - La cola vacía se representa con los dos punteros a NULL.
- **Invariante de la representación:** similar al de las pilas.
- **Relación de equivalencia:** similar a las pilas.

```
/** Excepción generada por algunos métodos. */  
class EColaVacia {};  
  
template <class T>  
class Cola {  
private:  
    class Nodo {...}  
    // Puntero al primer y último elemento  
    Nodo *_prim, *_ult;  
public:  
    /** Constructor; operacion ColaVacia */  
    Cola() : _prim(NULL), _ult(NULL) {}  
  
    /** Destructor; elimina la lista enlazada. */  
    ~Cola() {  
        libera(_prim);  
        _prim = _ult = NULL;  
    }  
}
```

```
// Añade un elemento en la parte trasera de la cola.  
// @param elem Elemento a añadir.  
void ponDetras(const T &e) {  
    Nodo *nuevo = new Nodo(e);  
    _ult->_sig = nuevo;  
    _ult = nuevo;  
    if (_prim == NULL) _prim = nuevo;  
}  
  
// Devuelve el primer elemento de la cola. Operación  
// observadora parcial, falla si la cola está vacía.  
const T &primero() const {  
    if (esVacia()) throw EColaVacia();  
    return _prim->_elem;  
}
```

```
// Elimina el primer elemento de la cola.
// Operación modificadora parcial, que falla si
// la cola está vacía.
void quitaPrim() {
    if (esVacia()) throw EColaVacia();
    Nodo *aBorrar = _prim;
    _prim = _prim->_sig;
    delete aBorrar;
    if (_prim == NULL) _ult = NULL;
}

// Devuelve true si la cola no tiene ningún elemento.
bool esVacia() const {
    return _prim == NULL;
}

};
```

- Para evitar el caso especial de la cola vacía en la implementación de las funciones se puede utilizar un *nodo fantasma* o *cabecera* que no guarda ningún elemento.
- La complejidad de las operaciones no varía, pero su programación es más sencilla.
- La misma técnica la utilizaremos posteriormente para las colas dobles.

- La complejidad de las operaciones es distinta dependiendo de la estructura utilizada:

Operación	Vectores	Vectores circulares	Listas enlazadas
Cola	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$
ponDetras	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$
primero	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$
quitaPrim	$\mathcal{O}(n)$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$
esVacía	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(1)$

- Las colas dobles son una generalización de las colas que permiten operar en los dos extremos. Las operaciones serán:
 - DColaVacia: genera una cola doble vacía.
 - PonDetras: añade un nuevo elemento al final.
 - ponDelante: añade un nuevo elemento al principio.
 - quitaPrim: modificadora parcial que elimina el primer elemento de la cola. Falla si la cola está vacía.
 - primero: observadora parcial que devuelve el primer elemento de la cola (el más antiguo). Falla si la cola está vacía.
 - quitaUlt: modificadora parcial que elimina el último elemento de la cola. Falla si la cola está vacía.
 - ultimo: observadora parcial que devuelve el último elemento de la cola. Falla si la cola está vacía.
 - esVacia: observadora, permite saber si la cola tiene elementos.

- Tipo representante:
 - Lista circular doblemente enlazada con nodo cabecera.
 - Un puntero al nodo cabecera.
 - La cola vacía esta representada por un nodo cabecera que no contiene ningún elemento y cuyos punteros anterior y siguiente apuntan a él mismo.
 - La implementación hará que *el siguiente* al nodo fantasma sea el primero de la cola (la cabecera), mientras que el *anterior* será el último.
- Relación de equivalencia dos objetos son iguales si las listas enlazadas contienen el mismo numero de elementos y sus valores uno a uno coinciden, empezando en el nodo cabecera y exceptuando este.

- Invariante de la representación:

- El conjunto de nodos alcanzables desde el nodo cabecera por un lado y por otro debe ser el mismo.
- Dado que la lista es circular, el nodo cabecera debe aparecer en el conjunto de nodos alcanzables a partir de él.
- Todos esos nodos deben estar ubicados y tener los enlaces al nodo anterior y al nodo siguiente correctos (lo que implica que si vamos al nodo anterior de n y luego pasamos a su siguiente deberíamos volver a n y al contrario).
- Por último, todos los nodos (excepto el nodo cabecera) deben contener elementos válidos del tipo base.

```
// Excepción generada por algunos métodos.  
class EDColaVacia {};
```

```
template <class T>  
class DCola {  
private:  
    class Nodo {...}  
    // Puntero al nodo fantasma  
    Nodo *_fantasma;  
    ...  
public:  
    // Constructor  
    DCola() {  
        _fantasma = new Nodo();  
        _fantasma->_sig = _fantasma;  
        _fantasma->_ant = _fantasma;  
    }  
}
```

```
// Destructor; elimina la lista.
~DCola() {
// Quitamos la circularidad para evitar bucle infinito..
    _fantasma->_ant->_sig = NULL;
    _fantasma->_ant = NULL;
    libera(_fantasma);
    _fantasma = NULL;
}

//Añade un elemento por la parte de atrás de la cola.
void ponDetras(const T &e) {
    Nodo* nuevo = new Nodo(_fantasma->_ant, e, _fantasma);
    _fantasma->_ant->_sig = nuevo;
    _fantasma->_ant = nuevo;
}
```

```
// Devuelve el primer elemento de la cola;
// Observadora parcial
const T &primero() const {
    if (esVacía()) throw EDColaVacía();
    return _fantasma->_sig->_elem;
}

// Elimina el primer elemento de la doble cola.
// Operación modificadora parcial,
void quitaPrim() {
    if (esVacía()) throw EDColaVacía();
    Nodo* aux = _fantasma->_sig;
    _fantasma->_sig = _fantasma->_sig->_sig;
    aux->_sig->_ant = _fantasma;
    delete aux;
}
```

```
// Añade un elemento delante de una doble cola.  
void ponDelante(const T &e) {  
    Nodo* nuevo = new Nodo(_fantasma, e, _fantasma->_sig);  
    _fantasma->_sig->_ant = nuevo;  
    _fantasma->_sig = nuevo;  
}  
  
// Devuelve el último elemento de la doble cola. Es  
// un error preguntar por el último si está vacía.  
const T &ultimo() const {  
    if (esVacia()) throw EDColaVacía();  
    return _fantasma->_ant->_elem;  
}
```

```
// Elimina el último elemento de la doble cola. Es
//un error quitar el último de una doble cola vacía.
void quitaUlt() {
    if (esVacia()) throw EDColaVacia();
    Nodo* aux = _fantasma->_ant;
    aux->_ant->_sig = _fantasma;
    _fantasma->_ant = aux->_ant;
    delete aux;
}

// Operación observadora para saber si una doble cola
// tiene o no elementos.
bool esVacia() const {
    return _fantasma->_sig == _fantasma;
}
```

- La complejidad de las operaciones en esta implementación es:

Operación	Listas enlazadas
DCola	$O(1)$
ponDetras	$O(1)$
primero	$O(1)$
quitaPrim	$O(1)$
ponDelante	$O(1)$
ultimo	$O(1)$
quitaUlt	$O(1)$
esVacia	$O(1)$

PARTE I

- Las listas son los TADs lineales más generales posibles.
- Permiten la consulta y modificación de los dos extremos (como las colas dobles) pero también acceder a cualquier punto intermedio.
- Operaciones:
 - `ListaVacía`. Generadora. Construye la lista vacía.
 - `Cons`. Generadora. Añade un elemento en la cabeza de la lista (“parte izquierda” en las posibles figuras).
 - `ponDr`. Modificadora. Añade un elemento en la cola de la lista (“parte derecha”).
 - `primero`. Observadora parcial. Devuelve el primer elemento.
 - `resto`. Modificadora parcial. Quita el primer elemento.
 - `ultimo`. Observadora parcial. Devuelve el último elemento.
 - `inicio`. Modificadora parcial. Elimina el último elemento.
 - `esVacía`. Observadora.
 - `numElems`. Observadora.
 - `elem`. Observadora. Devuelve el elemento i -ésimo de la lista ($0..numElems-1$).

- Notación: x e y representan *un elemento* de la lista, xs o ys representan listas:

$\text{ListaVacía} \equiv []$

$\text{Cons}(x, \text{ListaVacía}) \equiv [x]$

$\text{Cons}(x, xs) \equiv [x | xs]$

$\text{ponDr}(xs, x) \equiv [xs \# x]$

$\text{concatena}(xs, ys)^1 \equiv xs ++ ys$

- Las listas pueden implementarse utilizando vectores o listas enlazadas.
- Con listas enlazadas se penaliza la operación *elem* ($\mathcal{O}(n)$), pero se consigue una complejidad constante para el resto de operaciones.

- **Tipo representante:** lista doblemente enlazada (sin nodo cabecera y no circular) y dos punteros, uno al primer nodo y otro al último.

Para poder comprobar la precondition de la operación `elem` (que el índice pasado está en el intervalo válido dependiente del número de elementos añadidos), guardamos también un atributo `numElem` que mantenemos actualizado.

- **Función de abstracción y la relación de equivalencia** son similares a las vistas para las colas dobles

Implementación

```
/* Excepciones generadas por algunos métodos. */  
class EListaVacía {};  
class EAccesoInvalido {};  
  
template <class T>  
class Lista {  
private:  
    class Nodo {...}  
    Nodo *_prim, *_ult; // primer y último elemento  
    unsigned int _numElems; // Número de nodos  
public:  
    Lista() : _prim(NULL), _ult(NULL), _numElems(0) {}  
    ~Lista() { // destructor. elimina la lista  
        libera(_prim);  
        _prim = NULL; _ult = NULL;  
    }  
};
```

```
// Añade un nuevo elemento en la cabeza de la lista.  
// @param elem Elemento que se añade
```

```
void Cons(const T &elem) {  
    _numElems++;  
    Nodo * nuevo = new Nodo(NULL,e,_prim);  
    if (_prim != NULL) no vacía _prim->_ant = nuevo;  
    _prim = nuevo;  
    if (_ult == NULL) vacía _ult = _prim;  
}
```

```
// Añade un elemento al final de la lista.
```

```
void ponDr(const T &elem) {  
    _numElems++;  
    Nodo * nuevo = new Nodo(_ult,e,NULL);  
    if (_ult != NULL) no vacía _ult->_sig = nuevo;  
    _ult = nuevo;  
    if (_prim == NULL) vacía _prim = _ult;  
}
```

```
// Devuelve el valor almacenado en la cabecera
const T &primero() const {
    if (esVacia()) throw EListaVacia();
    return _prim->_elem;
}

// Devuelve el valor almacenado en la última posición
const T &ultimo() const {
    if (esVacia()) throw EListaVacia();
    return _ult->_elem;
}
```

```
// Elimina el primer elemento de la lista.
void resto() {
    if (esVacia()) throw EListaVacia();
    Nodo *aBorrar = _prim;
    _prim = _prim->_sig;
    if (_prim == NULL) _ult = NULL;
    else _prim->_ant = NULL;
    --_numElems;
    delete aBorrar;
}
```

```
// Elimina el último elemento de la lista.
void inicio() {
    if (esVacia()) throw EListaVacia();
    Nodo *aBorrar = _ult;
    _ult = _ult->_ant;
    if (_ult == NULL) _prim = NULL;
    else _ult->_sig = NULL;
    --_numElems;
    delete aBorrar;
}
```

```
// devuelve si la lista es vacia
bool esVacia() const {
    return _prim == NULL;
}

// Devuelve el número de elementos de la lista.
unsigned int numElems() const {
    return _numElems;
}

// Devuelve el elemento i-ésimo de la lista
const T &elem(unsigned int idx) const {
    if (idx >= _numElems) throw EAccesoInvalido();
    Nodo *aux = _prim;
    for (int i = 0; i < idx; ++i)
        aux = aux->_sig;
    return aux->_elem;
}
```

- La complejidad de las operaciones en esta implementación es:

Operación	Listas enlazadas
lista	$O(1)$
cons	$O(1)$
primero	$O(1)$
resto	$O(1)$
ponDr	$O(1)$
ultimo	$O(1)$
inicio	$O(1)$
elem	$O(n)$
esVacía	$O(1)$

- Problema de las listas anteriores. Un bucle que escribe uno a uno todos los elementos tiene coste cuadrático.

```
Lista<int> l;  
for (int i = 0; i < l.numElems; ++i)  
    std::cout << l.elem(i) << endl;
```

- Solución: utilizar un *iterador*.

- Un *iterador* es un objeto de una clase que:
 - Representa un punto intermedio en el recorrido de una colección de datos (una lista en este caso).
 - Tiene un método `elem()` que devuelve el elemento por el que va el recorrido (y tendrá el tipo base utilizado en la colección). La operación será *parcial* si el recorrido ya ha terminado.
 - Tiene un método `avanza()` que hace que el iterador pase al siguiente elemento del recorrido.
 - Tiene implementada la operación de comparación, de forma que se puede saber si dos iteradores son iguales. Dos iteradores son iguales si: representan el mismo punto en el recorrido de una lista concreta o los dos representan el final del recorrido.

- Se extiende el TAD lista con dos operaciones:
 - `principio()`: devuelve un iterador inicializado al primer elemento del recorrido.
 - `final()`: devuelve un iterador apuntando *fuera* del recorrido, es decir un iterador cuya operación `elem()` *falla*.
- La forma de recorrer una lista es:

```
Lista<int> l;  
Lista<int>::Iterador it = l.principio();  
while (it != l.final()) {  
    cout << it.elem() << endl;  
    it.avanza();  
}
```

Implementación de un iterador básico

- Se define una clase interna `Iterador` que tiene como atributo un puntero al nodo actual en el recorrido.
- La forma de especificar que el recorrido ya ha terminado es ponerlo a `NULL`.

```
template <class T>
class Lista {
public:
    class Iterador {
    public:
        void avanza() {
            if (_act == NULL) throw EAccesoInvalido();
            _act = _act->_sig;
        }
    };
};
```

```
const T &elem() const {
    if (_act == NULL) throw EAccesoInvalido();
    return _act->_elem;
}

bool operator==(const Iterador &other) const {
    return _act == other._act;
}

bool operator!=(const Iterador &other) const {
    return !(this->operator==(other));
}

protected:
// Para que pueda construir objetos del tipo iterador
friend class Lista;
Iterador() : _act(NULL) {}
Iterador(Nodo *act) : _act(act) {}
// Puntero al nodo actual del recorrido
Nodo *_act;
};
```

```
Iterador principio() const {  
    return Iterador(_prim);  
}  
  
Iterador final() const {  
    return Iterador(NULL);  
}  
  
...  
};
```

Iteradores para modificar elementos

- El iterador puede utilizarse para cambiar elementos. En este caso no declararemos la operación `principio` como `const`, ya que la lista puede resultar alterada, aunque no sea en la función.
- La nueva clase `IteradorMutable` es una copia de la clase `Iterador` con un método nuevo

```
class IteradorMutable {  
public: ...  
    void pon(const T &elem) {  
        if (_act == NULL) throw AccesoInvalido();  
        _act->_elem = elem;  
    }  
};
```

- Para utilizar este nuevo iterador se deben declarar las operaciones `principioMutable` y `finalMutable` en el TAD de las listas.

Usando iteradores para insertar elementos

- El TAD lista puede extenderse para permitir insertar elementos en medio de la lista.
- La operación recibe un iterador mutable situado en el punto de la lista donde se desea insertar un elemento. El elemento lo añadiremos *a la izquierda* del punto marcado.
- Eso significa que, si insertamos un elemento a partir de un iterador colocado al principio del recorrido, el nuevo elemento añadido pasará a ser el primero de la lista y el iterador apunta al segundo.
- Si el iterador está en `finalMutable()`, el elemento insertado será el nuevo último elemento de la lista, y el iterador sigue apuntando a `finalMutable()`, es decir, por el hecho de insertar, la posición del iterador no cambia.

- Ejemplo, función que duplica todos los elementos de la lista, de forma que si el contenido inicial era por ejemplo [1, 3, 4] al final será [1, 1, 3, 3, 4, 4]:

```
void repiteElementos(Lista<int> &lista) {  
    Lista<int>::IteradorMutable it =  
        lista.principioMutable();  
    while (it != lista.finalMutable()) {  
        lista.inserta(it.elem(), it);  
        it.avanza();  
    }  
  
}
```

- La implementación de la operación inserta recibe el elemento a insertar y el iterador que marca el lugar de la inserción.

```
void insertar(const T &elem, const IteradorMutable &it)
// Caso especial: ¿añadir al principio?
if (_prim == it._act) {
    Cons(elem);
} else
// Caso especial: ¿añadir al final?
if (it._act == NULL) {
    ponDr(elem);
}
else { // Caso normal
    Nodo* nuevo = new Nodo(it._act->_ant,elem,it._act);
    it._act->_ant = nuevo;
    it._act = nuevo;
}
}
```

Usando iteradores para eliminar elementos

- Operación que elimina un elemento interno de la lista. Recibe un iterador situado en el punto de la lista que se desea borrar.
- Se devuelve un nuevo iterador que puede utilizarse para continuar el recorrido.
- Por ejemplo, eliminar todos los elementos pares de una lista de enteros:

```
void quitaPares(Lista<int> &lista) {  
    Lista<int>::IteradorMutable it =  
        lista.principioMutable();  
    while (it != lista.finalMutable()) {  
        if (it.elem() \% 2 == 0)  
            it = lista.borra(it);  
        else    it.avanza();  
    }  
}
```

Implementación de la función que borra un elemento.

```
IteradorMutable borra(const IteradorMutable &it) {  
    if (it._act == NULL) throw AccesoInvalido();  
    if (it._act == _prim) { // caso especial  
        resto();  
        return IteradorMutable(_prim);  
    } else if (it._act == _ult) { // caso especial  
        inicio();  
        return IteradorMutable(NULL);  
    } else { // caso general  
        // El elemento a borrar es interno a la lista.  
        --_numElems;  
        Nodo *sig = it._act->_sig;  
        sig->_ant = it._act._ant;  
        it._act._ant._sig = sig->_sig;  
        delete it._act;  
        return IteradorMutable(sig);  
    }  
}
```

Peligros de los iteradores

- El uso de iteradores conlleva un riesgo debido a la existencia de *efectos laterales* en las operaciones, ya que un iterador abre la puerta a acceder a los elementos de la lista *desde fuera* de la propia lista.
- Cambios que ocurran en la lista pueden afectar al resultado de las operaciones del iterador.
- Por ejemplo el código siguiente generará fallará:

```
Lista<int> lista;  
lista.Cons(3);  
Lista<int>::Iterador it = lista.principio();  
lista.resto(); // Quitamos el primer elemento  
cout << it.elem() << endl; // Accedemos a él... CRASH
```

En el mundo real...

- Los iteradores, son muy utilizados (en distintas modalidades) en los lenguajes mayoritarios, como C++, Java o C#.
- La ventaja de los iteradores es que permiten abstraer el TAD que se recorre y se pueden tener algoritmos genéricos que funcionan bien independientemente de la colección utilizada.
- Por ejemplo un algoritmo que sume todos los elementos dentro de un intervalo de una colección será algo así:

```
template <class T>
int sumaTodos(T it, T fin) {
    int ret = 0;
    while (it != fin) {
        ret += it.elem();
        it.avanza();
    }
    return ret;
}
```

- El tipo T debe instanciarse con un iterador, que tenga los métodos `elem` y `avanza`.

- En la librería de C++, los métodos `elem` y `avanza` se referencian con el operador `*` para acceder al elemento y `++` para el incremento. La función anterior se convierte en:

```
template <class Iterador>
int sumaTodos(Iterador it, Iterador fin) {
    int ret = 0;
    while (ini != fin) {
        ret += *it;
        ++it;
    }
    return ret;
}
```

- Se puede abstraer *la dirección* del recorrido: el método `avanza` podría avanzar *hacia atrás* en la colección.

Para terminar...Ejemplo

- El agente 0069 ha inventado un nuevo método de codificación de mensajes secretos. El mensaje original X se codifica en dos etapas:
 - 1 X se transforma en X' reemplazando cada sucesión de caracteres consecutivos que no sean vocales por su imagen especular.
 - 2 X' se transforma en la sucesión de caracteres X'' obtenida al ir tomando sucesivamente: el primer carácter de X' , luego el último, luego el segundo, luego el penúltimo, etc.
- Ejemplo: para $X = \text{"Bond, James Bond"} ,$ resultan:
 $X' = \text{"BoJ ,dnameB sodn"}$
y
 $X'' = \text{"BnodJo s, dBneam"}$

```
Lista<char> codifica(Lista<char> &mensaje) {  
    // Primera fase; metemos el resultado en una doble cola  
    DCola<char> resFase1; Pila<char> aInvertir;  
    Lista<char>::Iterador it = mensaje.principio();  
  
    while (it != mensaje.final()) {  
        char c = it.elem();    it.avanza();  
        // No vocal, metemos el caracter en la pila  
        if (!esVocal(c)) aInvertir.apila(c);  
        else { // vocal: damos la vuelta a las cons.  
            while (!aInvertir.esVacia()) {  
                resFase1.ponDetras(aInvertir.cima());  
                aInvertir.desapila();  
            }  
            // Y ahora la vocal  
            resFase1.ponDetras(c);  
        }  
    }  
}
```

```
// Volcamos las posibles consonantes que queden
// por invertir
while (!aInvertir.esVacia()) {
    resFase1.ponDetras(aInvertir.cima());
    aInvertir.desapila();
}
// Segunda fase de la codificación: seleccionar
// el primero/último de forma alternativa.
Lista<char> ret; // Mensaje devuelto
while (!resFase1.esVacia()) {
    ret.ponDr(resFase1.primer());
    resFase1.quitaPrim();
    if (!resFase1.esVacia()) {
        ret.ponDr(resFase1.ultimo());
        resFase1.quitaUlt();
    }
}

return ret;
}
```