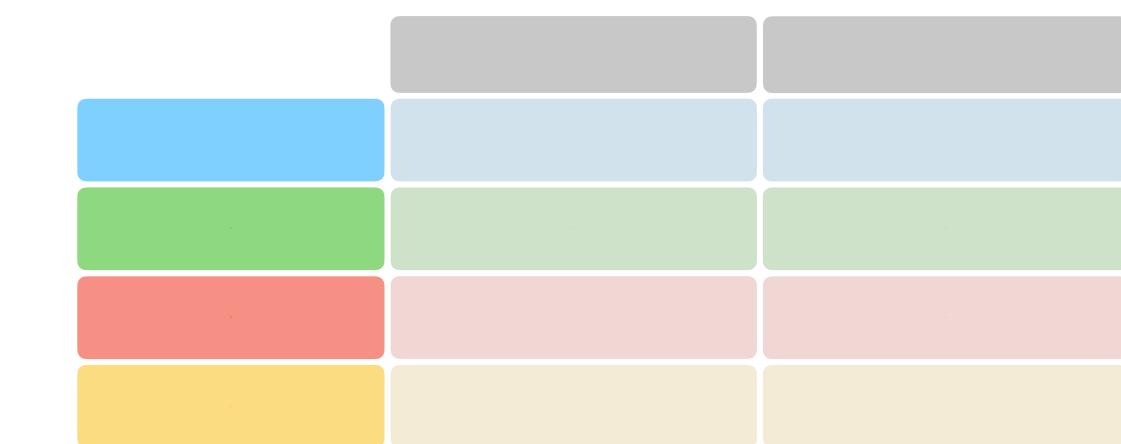


# Stoffdidaktik Mathematik

## Vier-Ebenen-Ansatz

- Sie kennen typische Fragestellungen, um sich einer stoffdidaktischen Analyse systematisch zu nähern.
- Sie erkennen den Vier-Ebenen-Ansatz als eine Möglichkeit, eine stoffdidaktische Analyse strukturiert vorzunehmen.
- Sie können den Vier-Ebenen-Ansatz anhand eines Beispiels nachvollziehen.
- Sie sind sich der Komplexität einer stoffdidaktischen Analyse bewusst.



# Vier-Ebenen-Ansatz

**Spezifizieren**

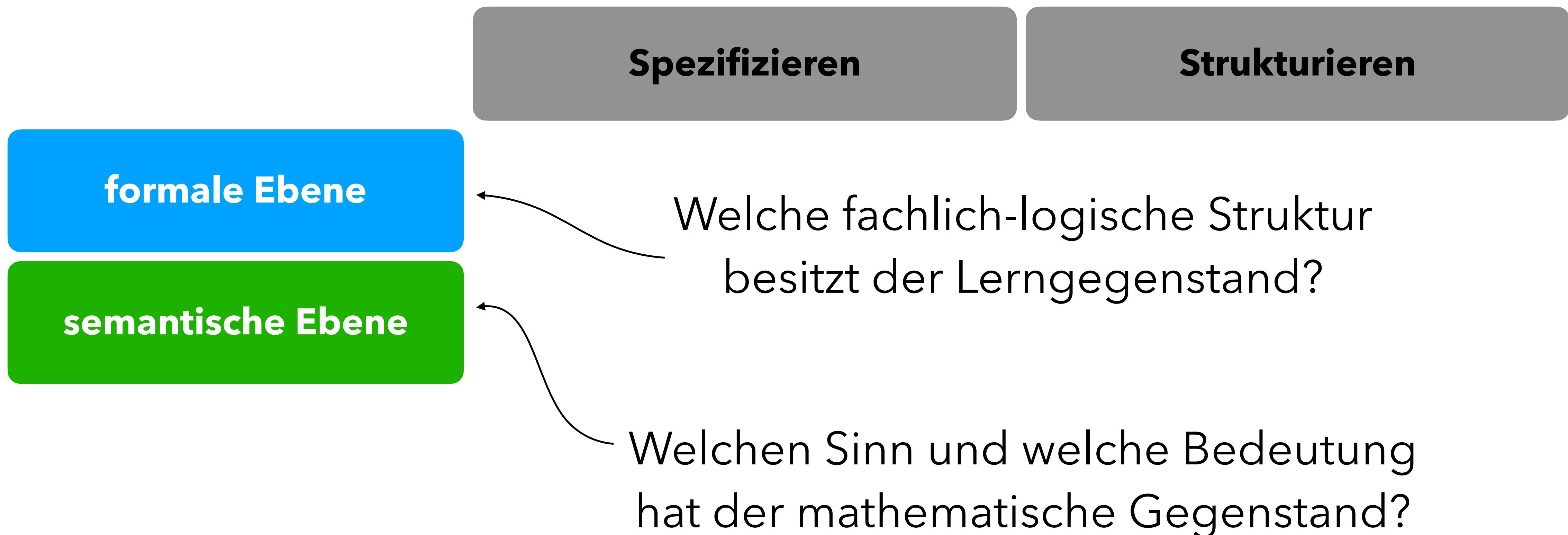
**Strukturieren**

Was genau sollen Schülerinnen und Schüler bezüglich eines bestimmten mathematischen Themas lernen?

Wie stehen die Stoffelemente miteinander in Verbindung und wie können sie im Lernpfad strukturiert werden?

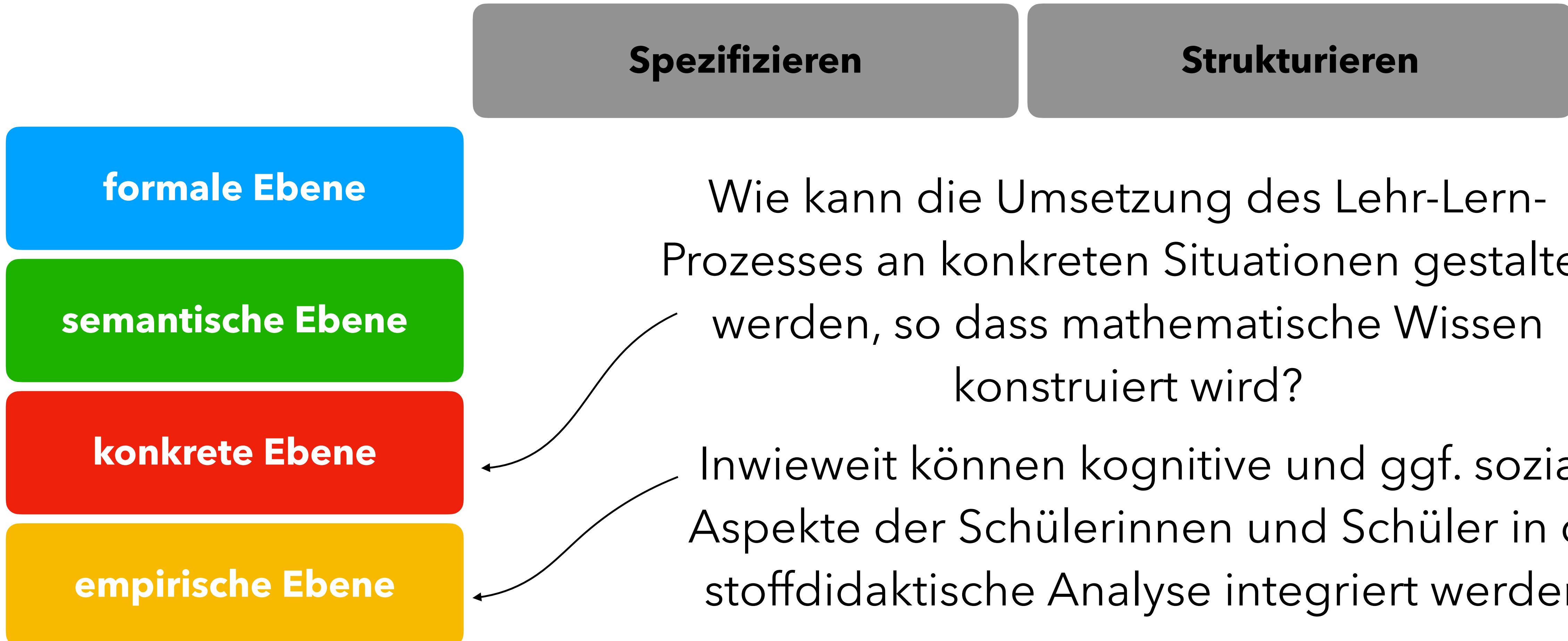
nach Hußmann & Prediger, 2016

# Vier-Ebenen-Ansatz



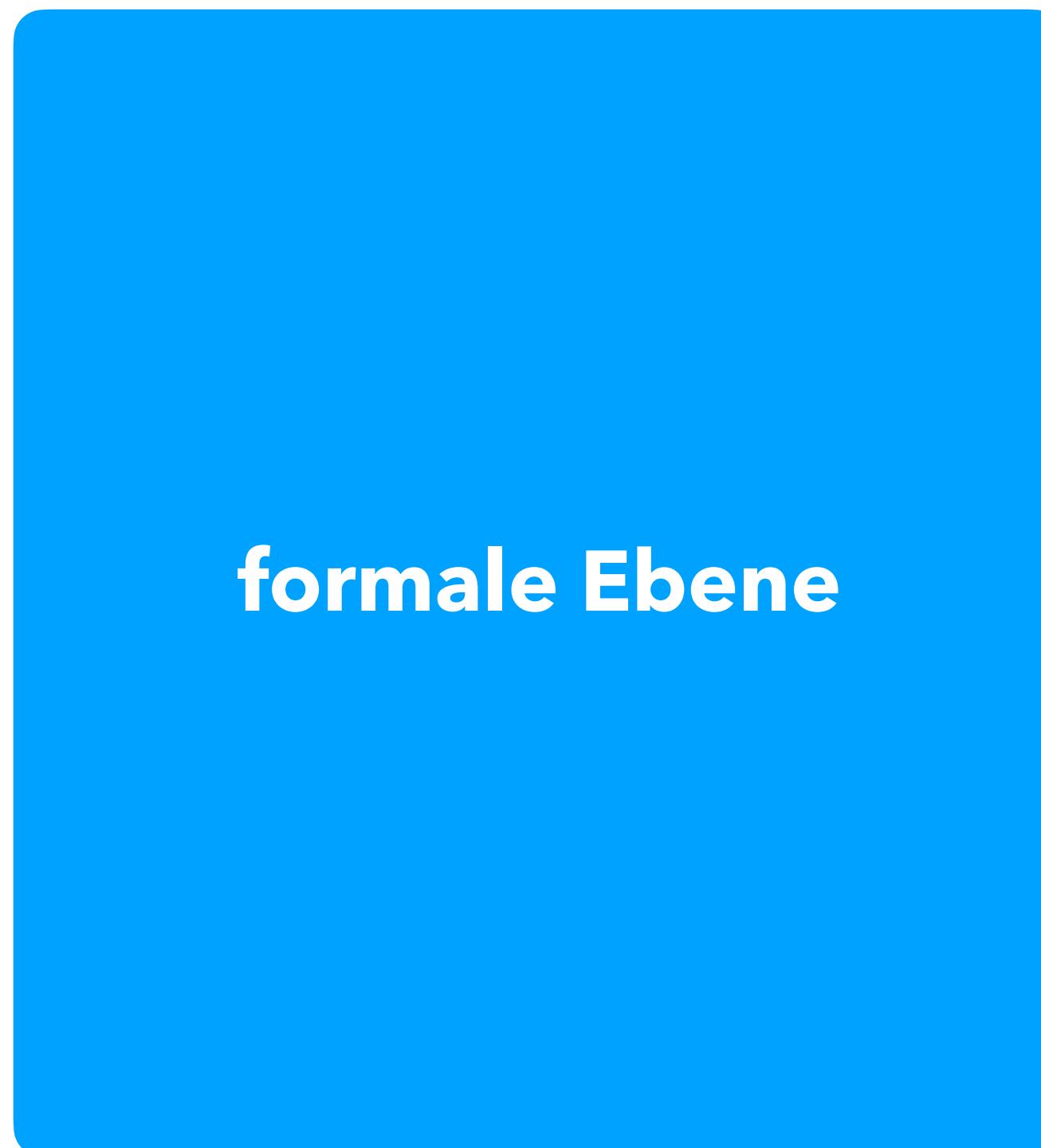
nach Hußmann & Prediger, 2016

# Vier-Ebenen-Ansatz



nach Hußmann & Prediger, 2016

# Vier-Ebenen-Ansatz

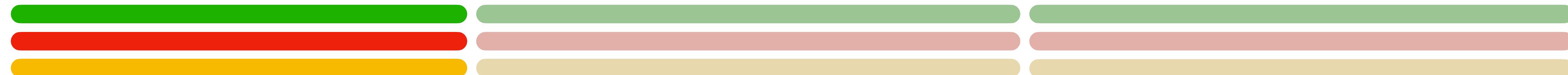


## Spezifizieren

- **Welche Begriffe und Sätze** sollen erarbeitet werden?
- **Welche Verfahren** sollen erarbeitet werden und **wie** werden sie **formal begründet**?

## Strukturieren

- Wie lassen sich die Begriffe, Sätze, Begründungen und Verfahren **logisch strukturieren**?
- Welche **Verbindungen** zwischen den Fachinhalten sind entscheidend, welche weniger bedeutsam?
- Wie kann das **Netzwerk** aus Begriffen, Sätzen, Begründungen und Verfahren entwickelt werden?



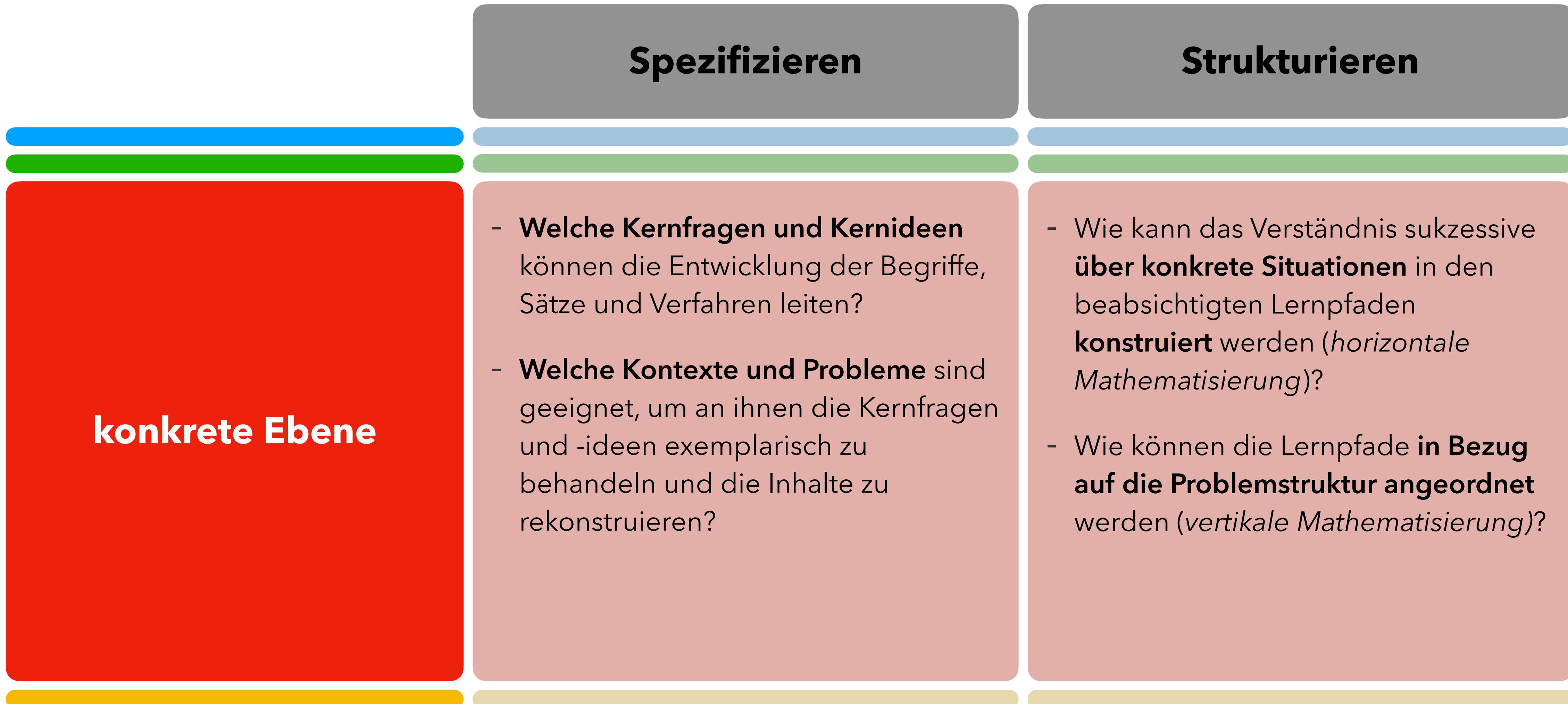
nach Hußmann & Prediger, 2016

# Vier-Ebenen-Ansatz



nach Hußmann & Prediger, 2016

# Vier-Ebenen-Ansatz



nach Hußmann & Prediger, 2016

# Vier-Ebenen-Ansatz



nach Hußmann & Prediger, 2016

# Zentrale Themen



Fundamentale Ideen

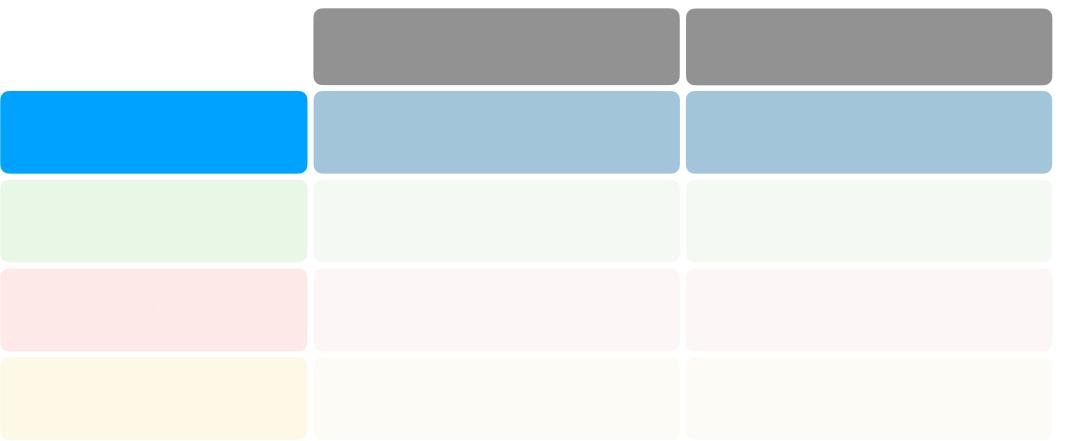
Grundvorstellungen

Kernideen, Kernfrage, Kontexte

Lernen mit Aufgaben  
und Arbeitsmitteln

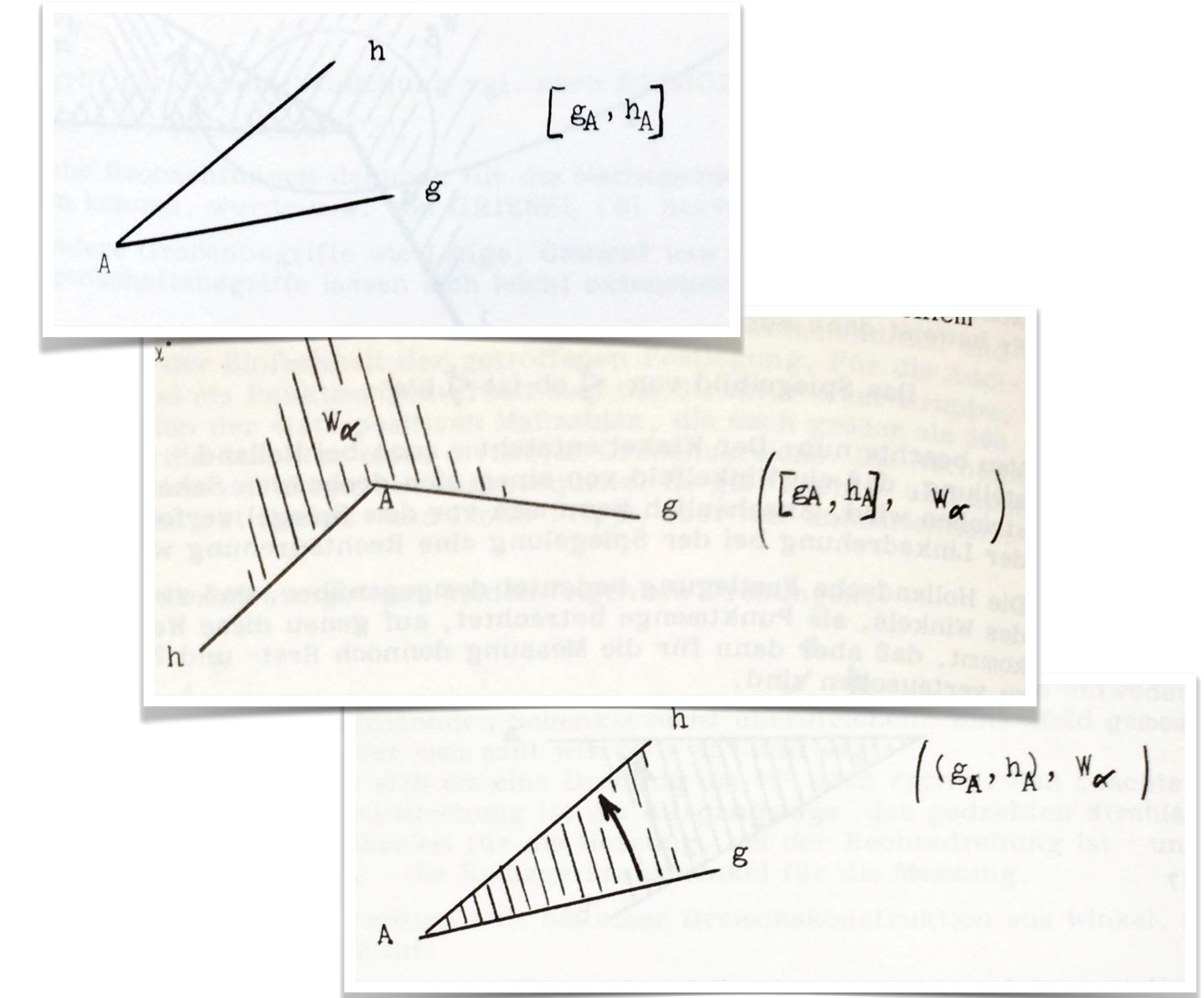
inhaltsbezogene  
Kompetenzen (Leitideen)

# Beispiel: Winkel



Goniometrischer	Elementar-geometrischer	Analytisch-geometrischer	Stereometrischer
<i>Winkelbegriff: Winkel eines</i>			
geordneten	ungeordneten	geordneten	ungeordneten
Halbgeraden	Halbgeraden	Geraden in	Geraden
orientierter	unorientierter	orientierter	unorientierter
<i>Ebene, bestimmt</i>			
mod $2\pi$	zwischen $0^\circ$ und $180^\circ$	mod $\pi$	zwischen $0^\circ$ und $90^\circ$

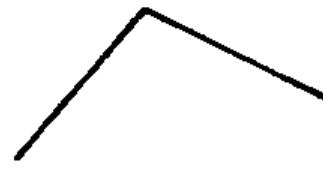
Freudenthal, 1973, S. 441



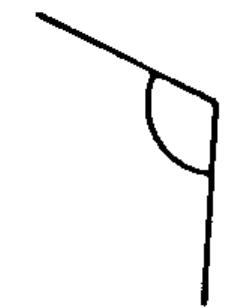
Strehl, 1983, S. 143 f.

# Beispiel: Winkel

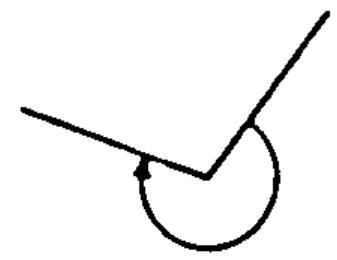
a) Winkel als "geknickte Gerade". (Abb.)



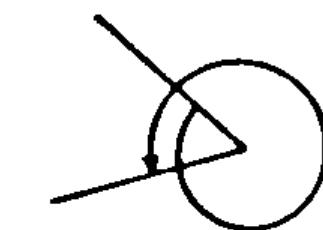
b) Winkel als Ebenenteil, der von zwei geraden Linien mit gemeinsamem Anfangspunkt begrenzt wird. Anstelle eines Bogens kann der Ebenenteil auch durch eine Schraffur angedeutet werden. (Abb.)



c) Winkel als Ebenenteil, dessen "Entstehungsgeschichte" durch die Drehung eines Schenkels beschrieben werden kann. (Abb.)



d) Winkel als "Umlaufwinkel". Der Winkel kann als beliebige Drehung um eine Achse gesehen werden. (Abb.)



Kurz:  
"Winkel ohne (Kreis-)Bogen".

Kurz:  
"Winkel mit (Kreis-)Bogen" oder "Winkelfeld".

Kurz:  
"Winkel mit Kreisbogenpfeil" oder "orientiertes Winkelfeld".

Kurz:  
"Winkel mit Umdrehungspfeil".

Knick, Feld, Richtungsänderung und Umdrehung

Wesentlich für die Unterscheidung der Aspekte ist die Relevanz und Bedeutung einzelner Winkelbestandteile.

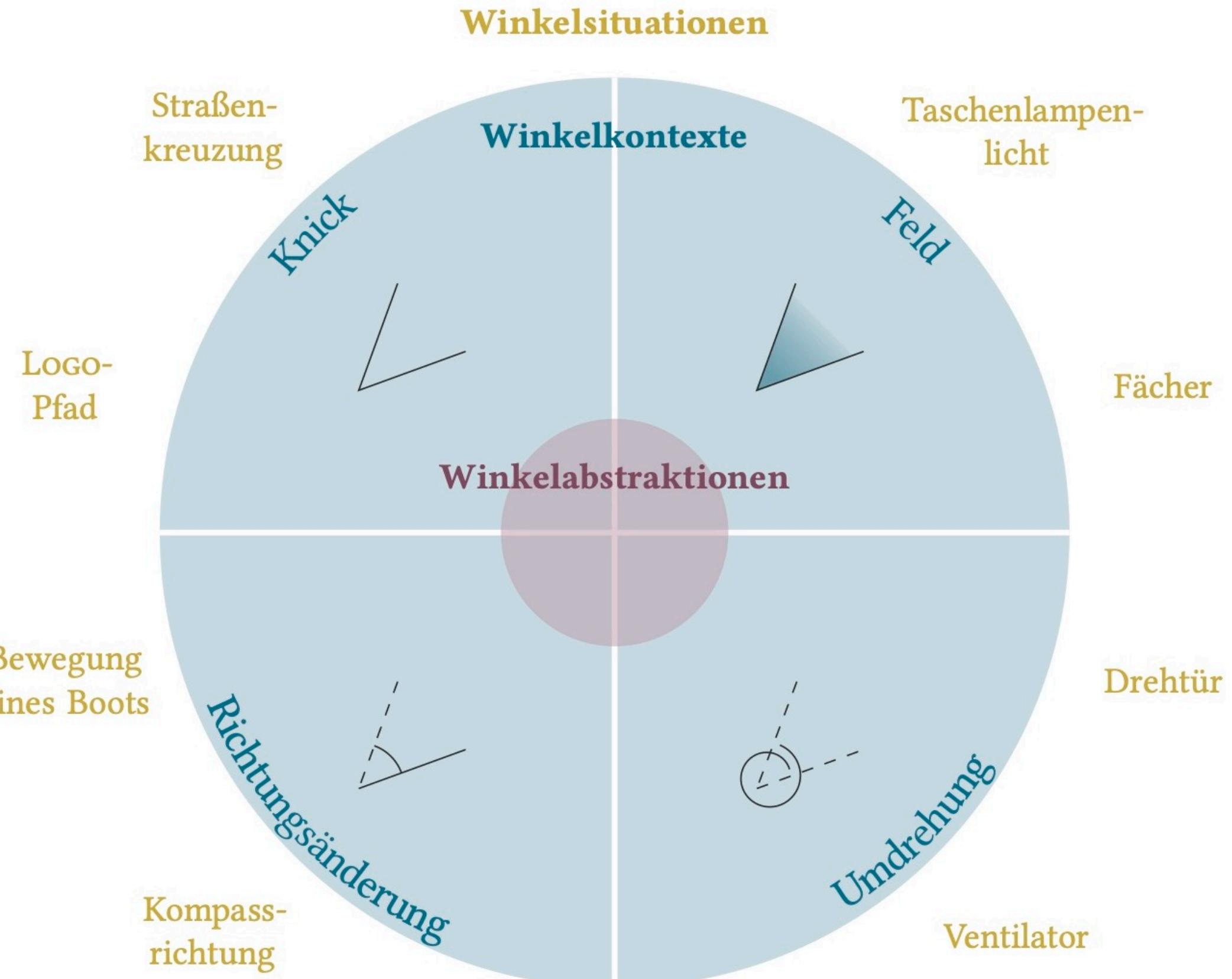
Beim Knick als Abweichung von einer Geraden ist der Scheitelpunkt die Knickstelle, und die Schenkel beschreiben die jeweiligen geradlinigen Teilstücke.

Beim Feld ist der zwischen den Schenkeln befindliche Bereich der Ebene von Bedeutung, der Scheitelpunkt kann dann als »Quelle« des Feldes mit den Schenkeln als Begrenzung angesehen werden.

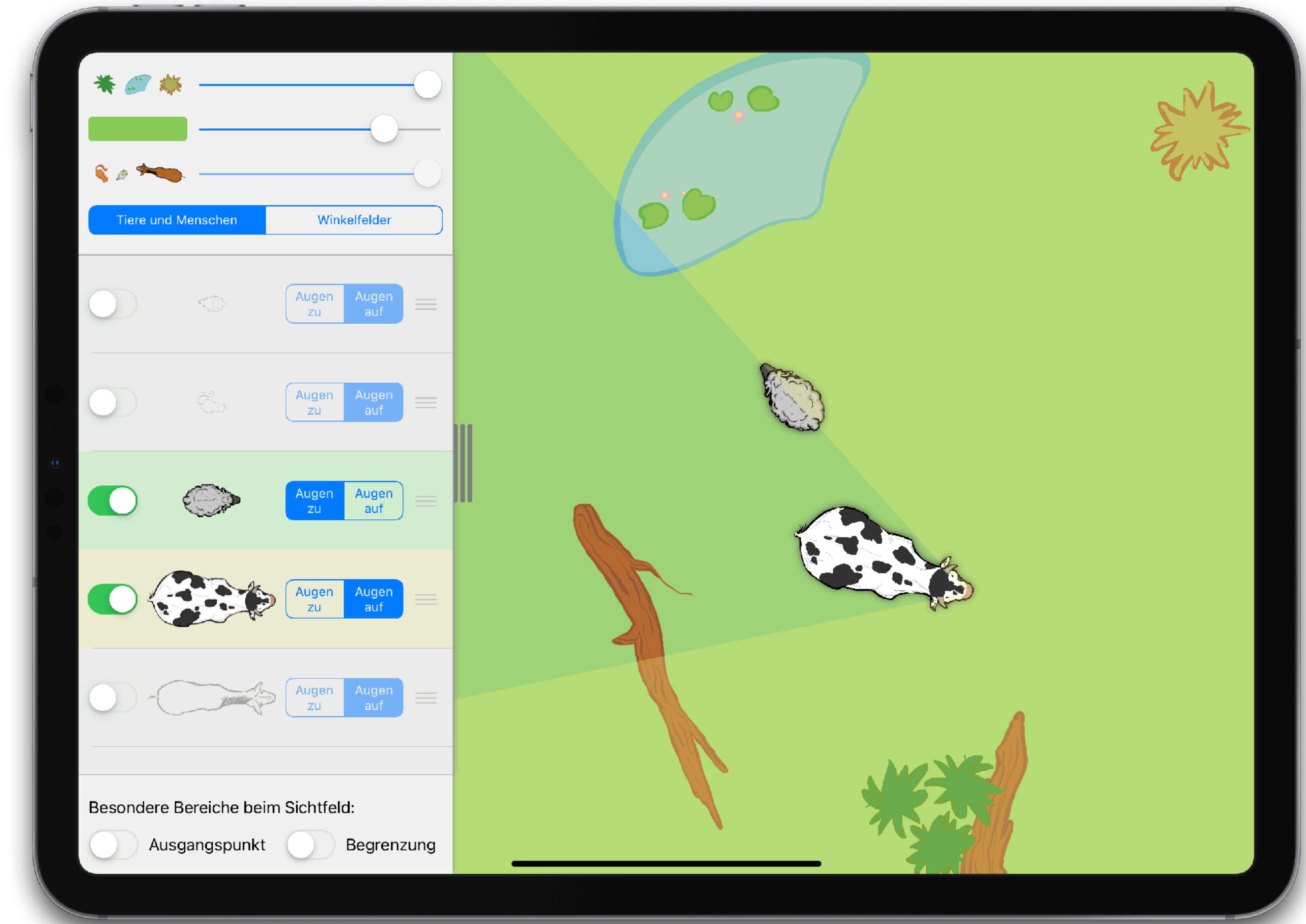
Bei einer Richtungsänderung kann der Scheitelpunkt als »Standpunkt« aufgefasst werden und die Schenkel beschreiben jeweils eine »Blickrichtung«.

Bei der Umdrehung ist der Scheitelpunkt das Drehzentrum, während die Schenkel als geometrische Objekte – also Strahlen – gar nicht eine so hohe Bedeutung erfahren. Vielmehr dienen sie als »Hilfsmittel«, den Anfangs- und Endzustand miteinander vergleichen zu können – interpretierbar als »Greifer« zur Durchführung der Drehung.

# Beispiel: Winkel



Etzold, 2021, S. 70

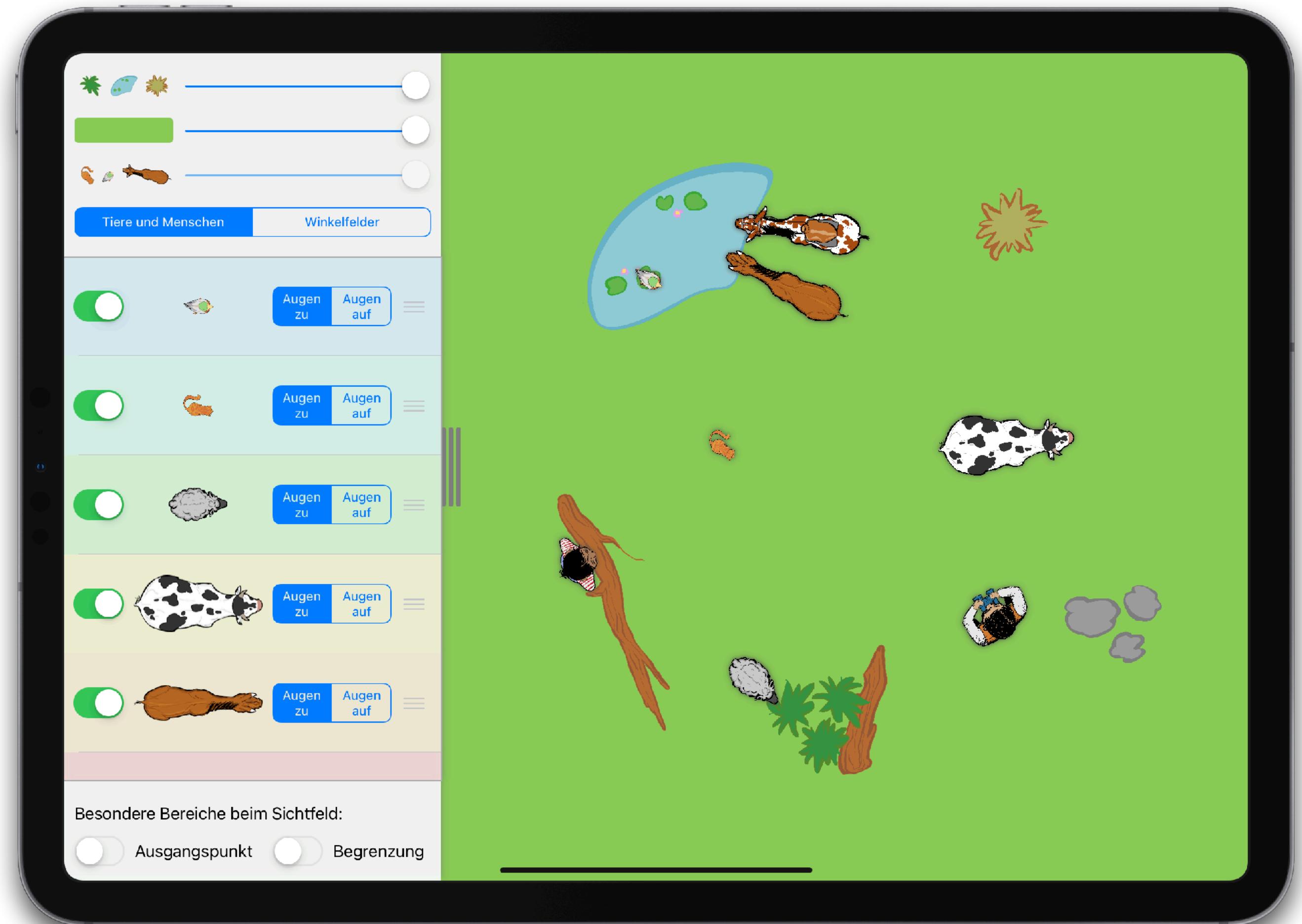
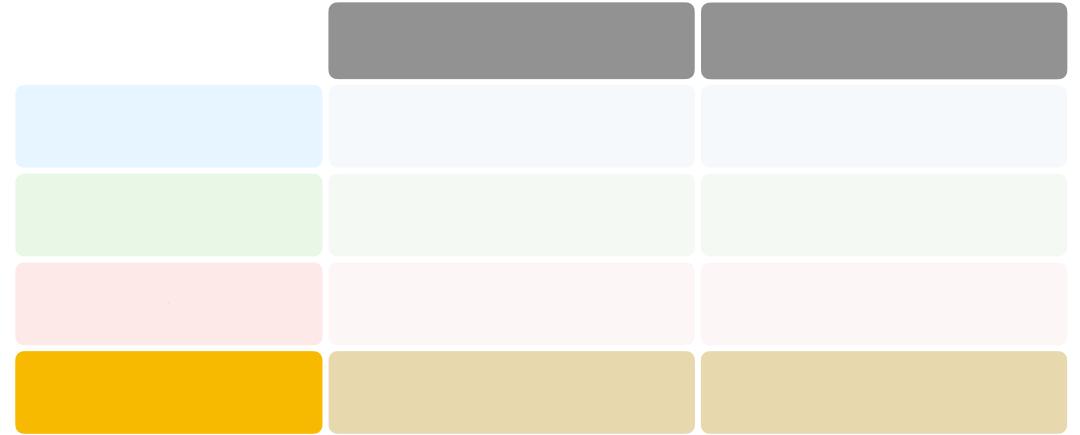


# Beispiel: Winkel



Foto: Christian Dohrmann

# Beispiel: Winkel



»Das Pferd soll auf dem Steinpflaster stehen, die Frau soll auf dem Pferd sitzen/stehen. Das Pferd guckt in Richtung der grünen Büsche, die Frau hat die Augen zu. Gleichzeitig versteckt sich die Katze unter der Kuh.«

Etzold, 2021, S. 152

# Literatur

- Etzold, H. (2019a). *Winkel-Farm* (Version 2) [App]. <https://apps.apple.com/de/app/winkel-farm/id1369585218>
- Etzold, H. (2019b). *Winkel-Farm – Leitfaden für Lehrerinnen und Lehrer* (Version 2). Zenodo. <https://doi.org/10.5281/zenodo.4747700>
- Etzold, H. (2021). *Neue Zugänge zum Winkelbegriff* [Dissertation, Universität Potsdam]. <https://doi.org/10.25932/publishup-50418>
- Freudenthal, H. (1973). Mathematik als pädagogische Aufgabe (Bd. 2). Klett.
- Hußmann, S., & Prediger, S. (2016). Specifying and Structuring Mathematical Topics: A Four-Level Approach for Combining Formal, Semantic, Concrete, and Empirical Levels Exemplified for Exponential Growth. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37(S1), 33-67. <https://doi.org/10.1007/s13138-016-0102-8>
- Krainer, K. (1989). Lebendige Geometrie. Überlegungen zu einem integrativen Verständnis von Geometrieunterricht anhand des Winkelbegriffs [Dissertation]. Alpen-Adria-Universität Klagenfurt.
- Mitchelmore, M. (1990). Psychologische und mathematische Schwierigkeiten beim Lernen des Winkelbegriffs. *mathematica didactica*, 13, 19-37.
- Mitchelmore, M., & White, P. (1998). Development of Angle Concepts: A Framework for Research. *Mathematics Education Research Journal*, 10(3), 4-27.
- Strehl, R. (1983). Anschauliche Vorstellung und mathematische Theorie beim Winkelbegriff. *mathematica didactica*, 6, 129-146.