

# Stoffdidaktik Mathematik

## Begriffsbildung

- Sie kennen Kriterien für das Verständnis von Begriffen.
- Sie kennen Wege der Begriffseinführung und wählen diese zielgerichtet aus – auch abhängig von der didaktischen Funktion des jeweiligen Begriffs.
- Sie können geeignete Beispiele und Gegenbeispiele auswählen und anordnen, um Begriffsbildungsprozesse zu unterstützen.

# Was? Wie?

## Stoffdidaktik als Spezifizieren & Strukturieren von Lerngegenständen

formale Ebene

semantische Ebene

konkrete Ebene

empirische Ebene

Fundamentale Ideen

Begriffsbildung

Gestaltung von  
Aufgaben u. Lernumgebungen

Grundvorstellungen

nach Hußmann & Prediger, 2016

# Begriffsbildung

Man spricht allgemein von einem »Begriff«, wenn eine Anzahl von Objekten oder Ereignissen aufgrund gewisser übereinstimmender Merkmale mit einem gemeinsamen Namen belegt wird.

Zech, 1998, S. 256

*Idee des  
Quaders*



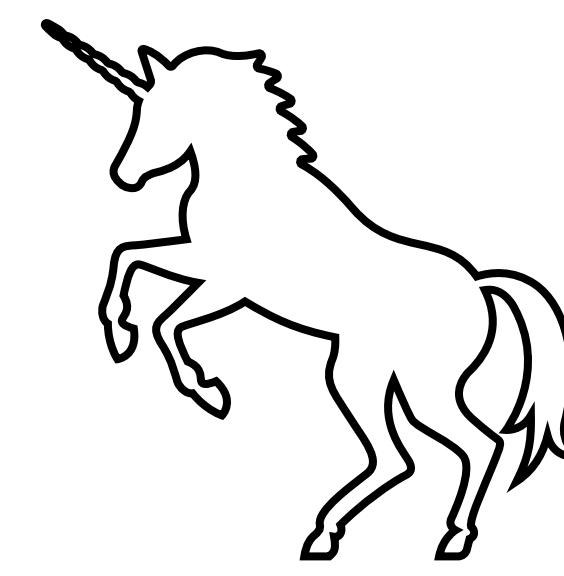
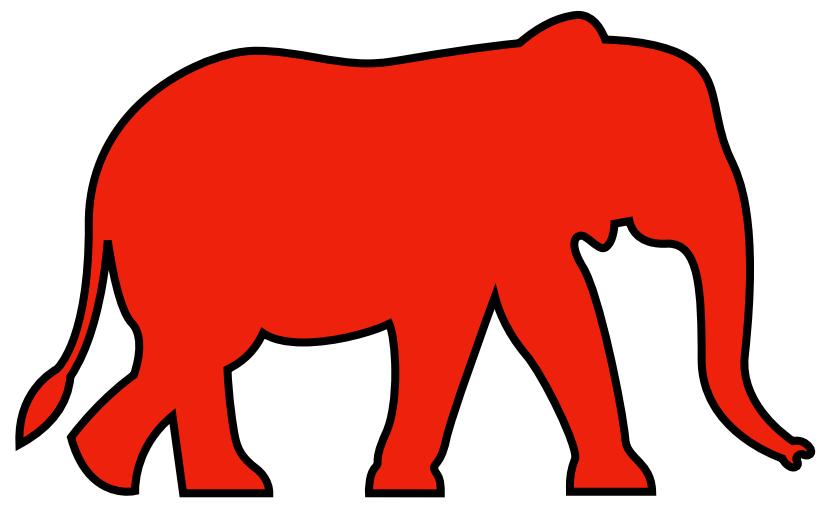
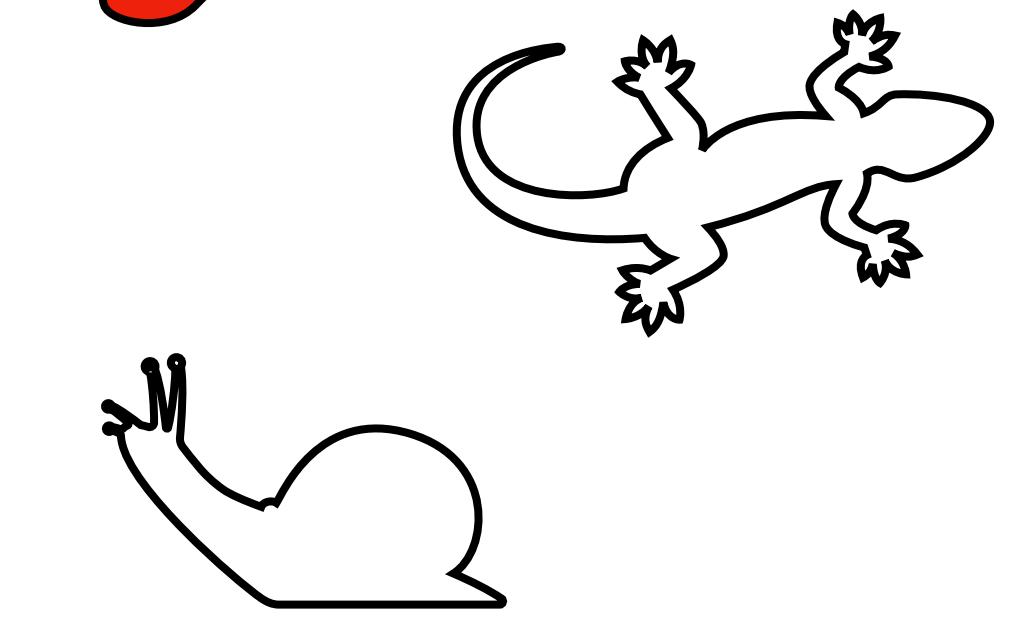
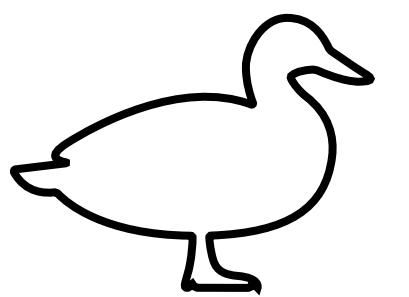
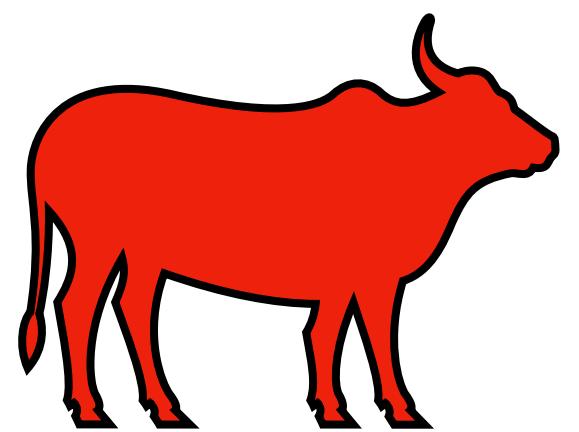
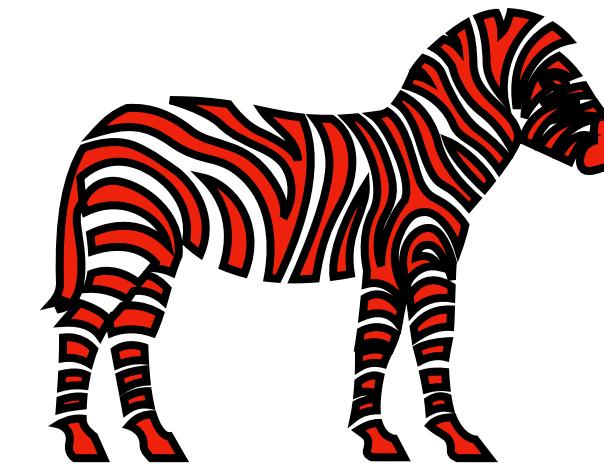
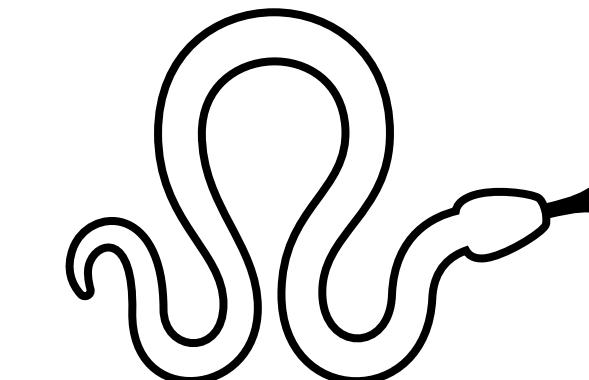
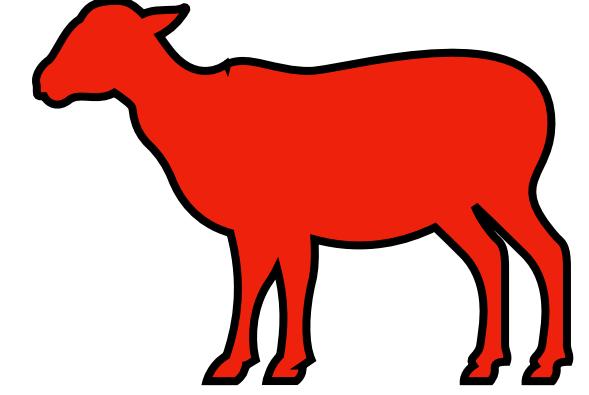
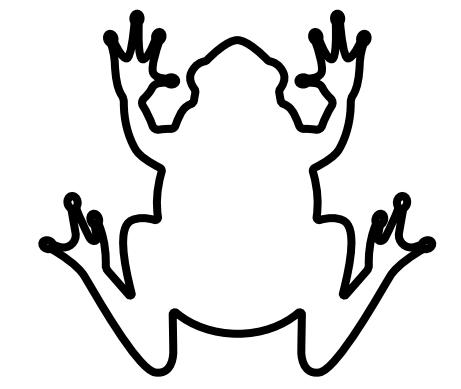
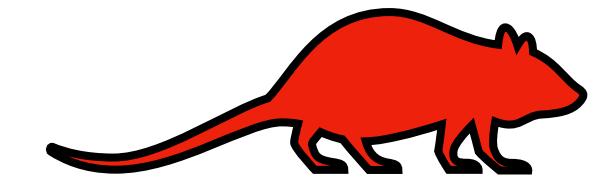
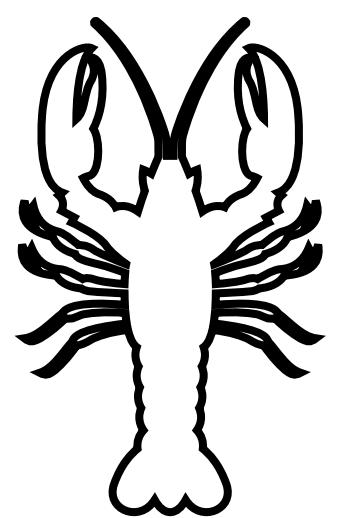
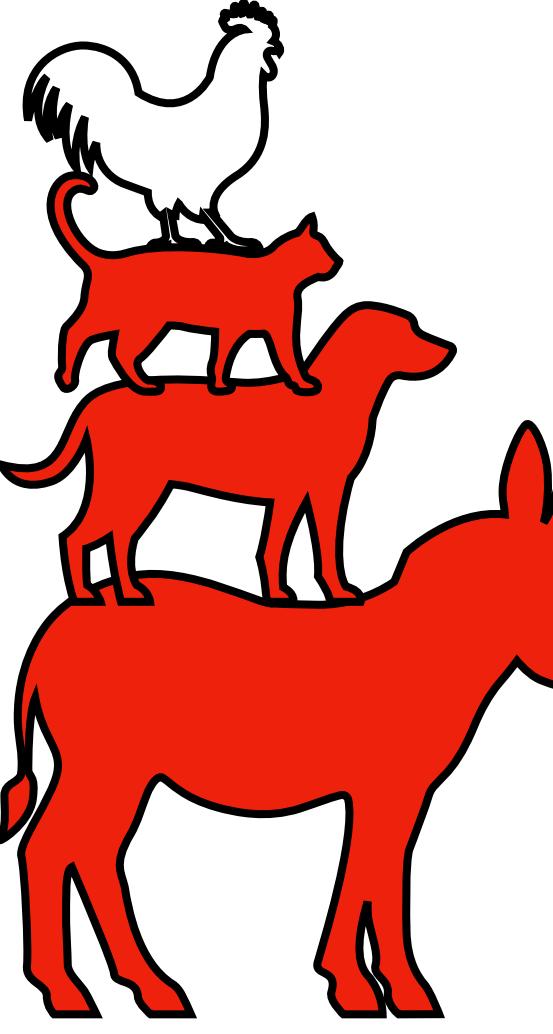
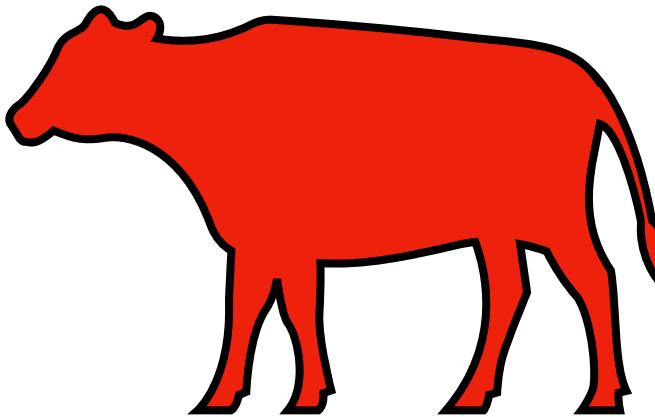
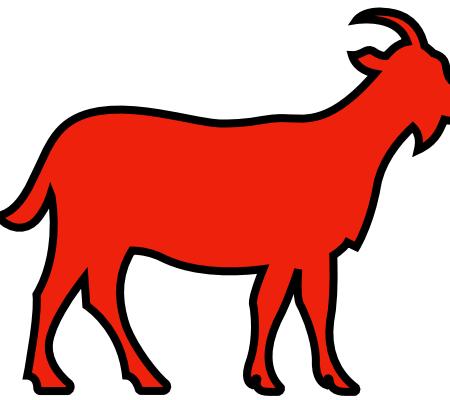
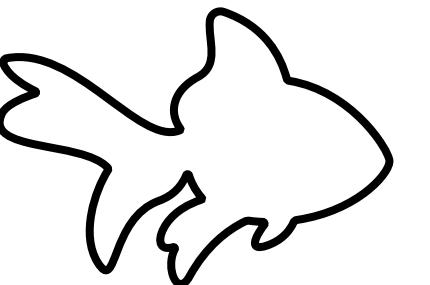
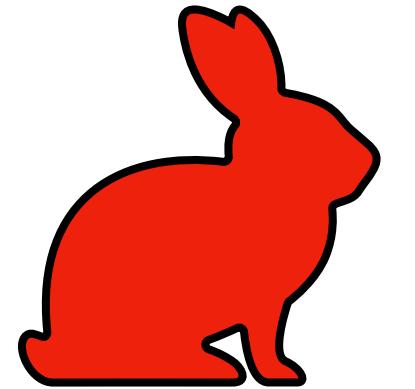
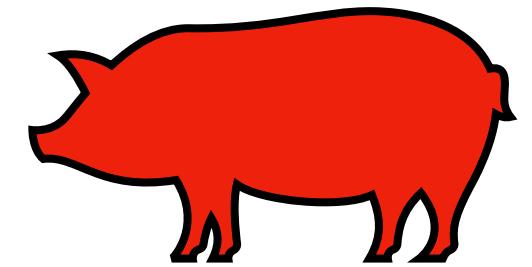
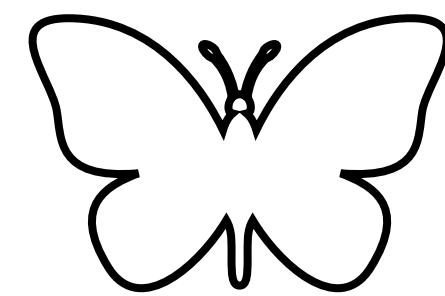
»Bezeichnetes«

Objekt

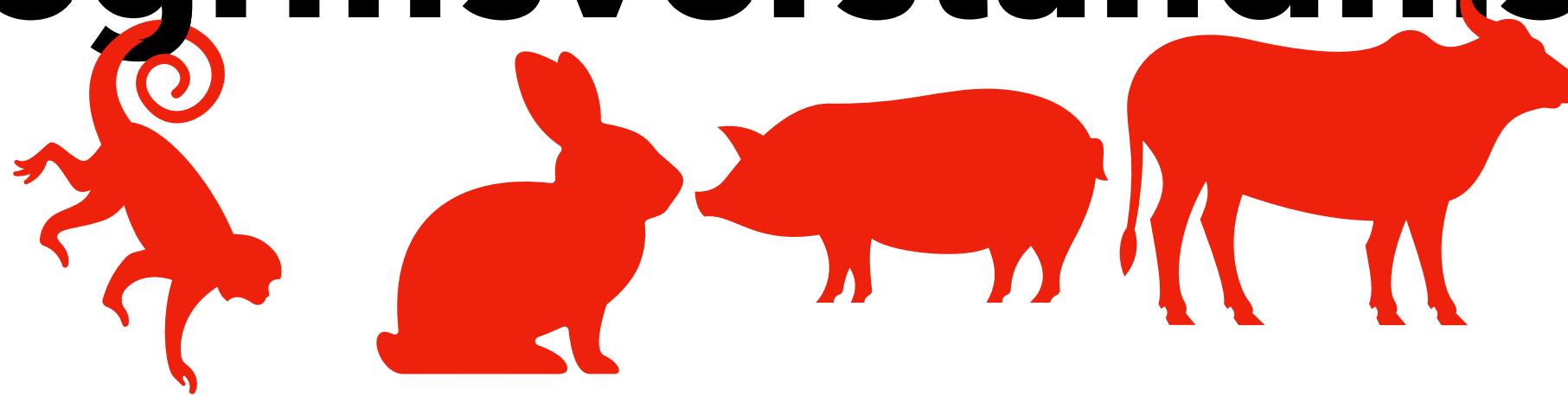
Quader

»Bezeichner«

# Begriffsverständnis



# Begriffsverständnis

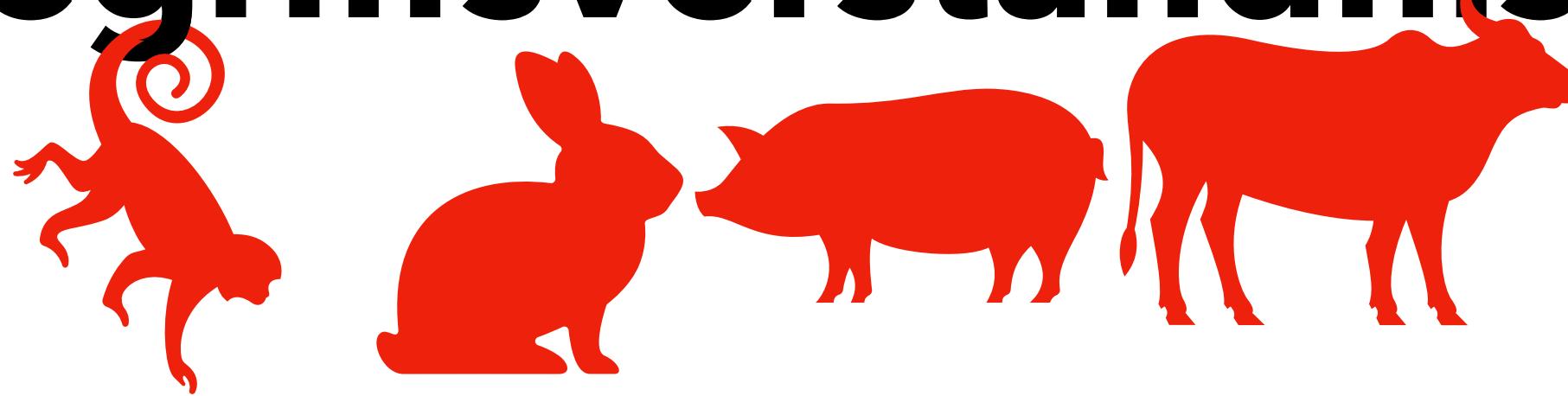


## Begriffsinhalt

Kenntnisse, Vorstellungen über sowie Fähigkeiten im Umgang mit Merkmalen oder Eigenschaften eines Begriffs und deren Beziehungen zueinander

Weigand, 2015, S. 264

# Begriffsverständnis



## Begriffsumfang

Überblick über die Gesamtheit aller Objekte, die unter einem Begriff zusammengefasst werden

Weigand, 2015, S. 264

# Begriffsverständnis

## Begriffsnetz

Beziehungen des Begriffs zu anderen Begriffen

Weigand, 2015, S. 264

# Begriffsverständnis

## **Bezeichner**

Name

## **Bezeichnetes**

Idee

## **Objekt**

## **Begriffsinhalt**

Was zeichnet den Begriff aus?

## **Begriffsumfang**

Welche Objekte gehören dazu?

## **Begriffsnetz**

Welche Zusammenhänge bestehen zu anderen Begriffen?

# Begriffsverständnis

## Didaktische Funktion von Begriffen

### Leitbegriff

strukturiert den  
kompletten Lehrgang

### Schlüsselbegriff

strukturiert die  
Unterrichtssequenz

### Standardbegriff

steht im Zentrum einzelner  
Unterrichtseinheit, dient zum  
Aufbau eines Begriffsnetzes

### Arbeitsbegriff

dient der Beschreibung  
bedeutenderer Begriffe,  
verbessert Ausdrucksfähigkeit

Vollrath, o.J., S. 2

# Begriffsverständnis

## Stufen des Begriffsverständnisses

**Intuitives** Begriffsverständnis (Begriff als Phänomen)

**Inhaltliches** Begriffsverständnis (Begriff als Träger von Eigenschaften)

**Integriertes** Begriffsverständnis (Begriff als Teil eines Begriffsnetzes)

**Formales** Begriffsverständnis (Begriff als formales Objekt)

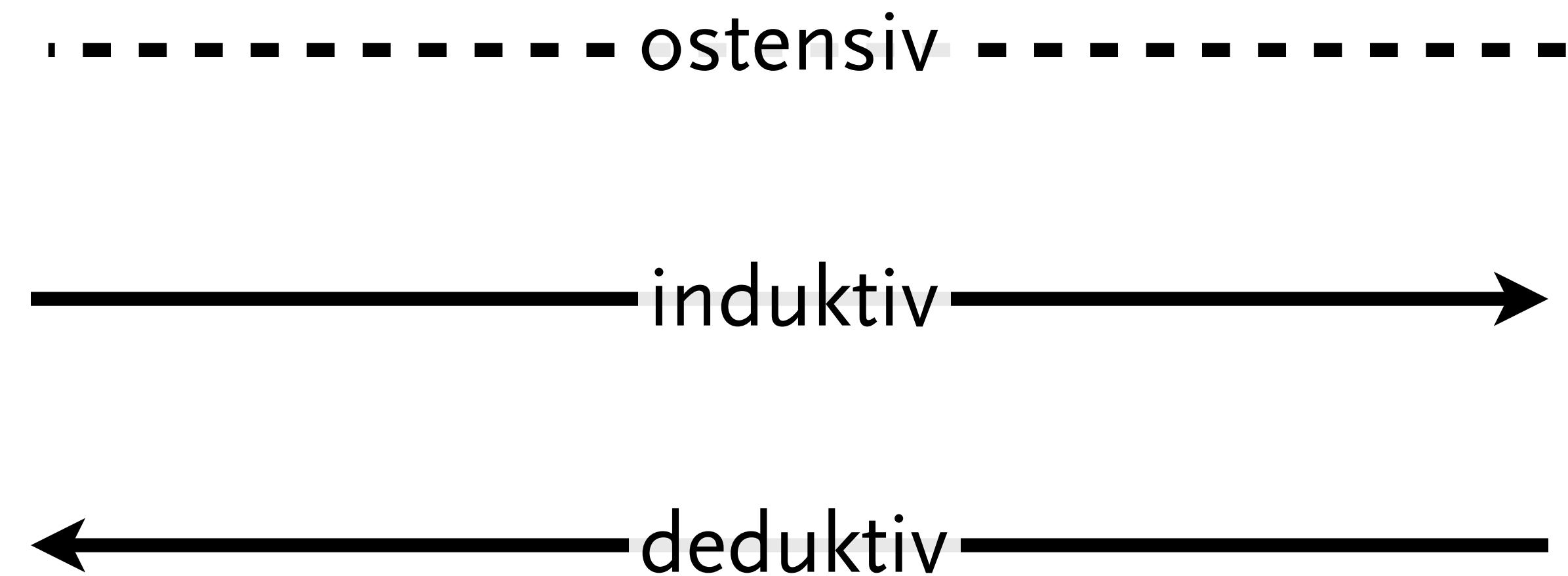
**Strukturelles** Begriffsverständnis (Begriff als strukturierbares Objekt)

Vektor

Lechner, o.J., S. 10

# Wege zum Begriff

Beispiele /  
Gegenbeispiele



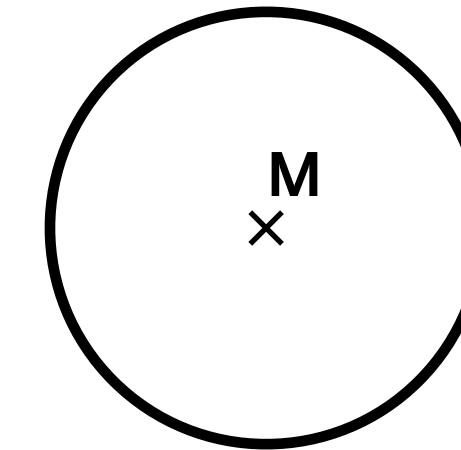
Begriffsfest-  
legung und  
-benennung



## Beispiele / Gegen- beispiele

# -----ostensiv-----

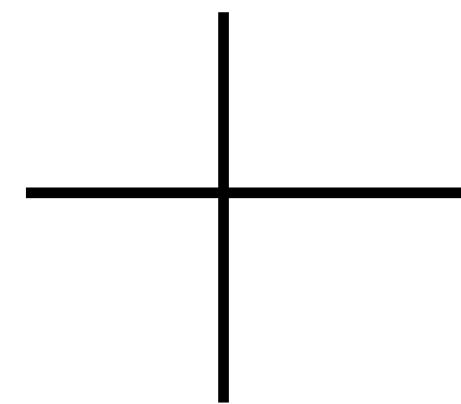
nur Hinweis auf Repräsentanten



Lernen als Erfassen der Gestalt als einprägsames  
Ganzes

Wahrgenommene Gestalt muss Wesentlichem des  
Begriffs entsprechen!

Gestalteindruck ist häufig abhängig von Lage.



Begriffs-  
fest-  
legung  
und -be-  
nennung

# induktiv

## von Beispielen zur Definition

Beispiele  
/ Gegen-  
beispiele

Objekte darbeiten  
(beobachten, beschreiben, Zweckanalyse)

Entdecken von gemeinsamen Merkmalen  
(ungeordnet → nach Merkmalen sortieren oder  
bereits in Teilmengen aufgeteilt)

Begriffsinhalt herausarbeiten

Begriffs-  
fest-  
legung  
und -be-  
nennung



Beispiele  
/ Gegen-  
beispiele

# deduktiv

von der Definition zu Beispielen



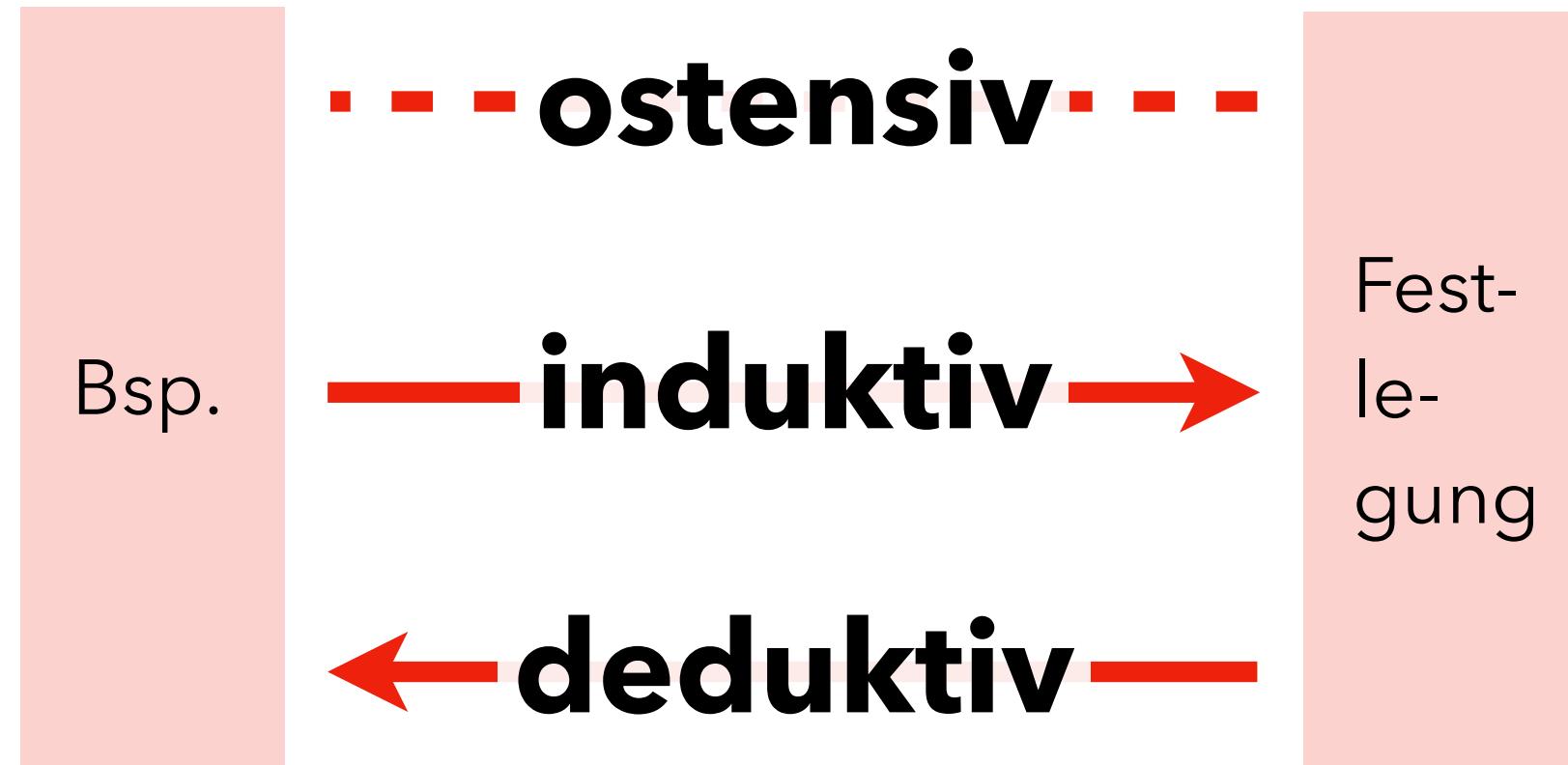
- identifizieren
- realisieren
- begründen



- Ist das ein ...?
- Stelle ein ... her.
- Welche Teile der Definition sind nicht erfüllt?
- Was muss an dem ... verändert werden, damit es ein ... ist?
- Wie prüft man, ob das ein ... ist?
- Warum entsteht ein ..., wenn man das so und so herstellt?

Begriffs-  
fest-  
legung  
und -be-  
nennung





## Leitbegriff

kompletter  
Lehrgang

## Schlüsselbegriff

Unterrichtssequenz

## Standardbegriff

Unterrichtseinheit

## Arbeitsbegriff

verbessert  
Ausdrucksfähigkeit

# Beispiele und Gegenbeispiele

Es ist stets ein Zusammenspiel aus **Beispielen**,  
**Gegenbeispielen** und **verbalen Erläuterungen**  
notwendig. (**Und das in allen Altersklassen!**)

Bei entsprechender Verbalisierung sind  
weniger Beispiele/Gegenbeispiele nötig.

Zech, 1998, S. 260

# Beispiele und Gegenbeispiele

## Variationsprinzip

Zech, 1998, S. 261

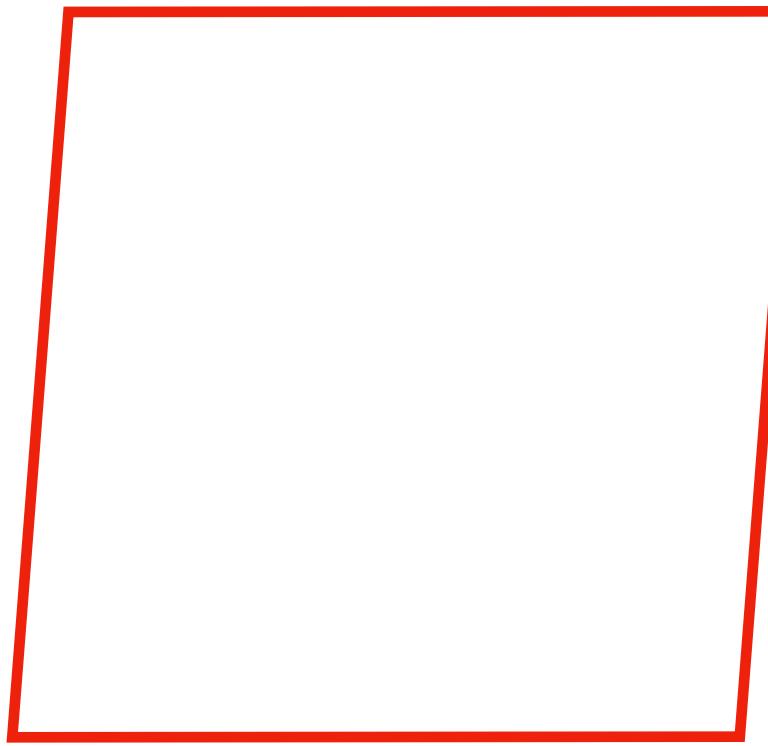


- Beispiele sollten breit variiert werden, es darf nicht zu einer Untergeneralisierung kommen.
- Im Alltag als Gegenbeispiele empfundene Beispiele müssen mit angebracht werden.
- Wichtig erscheinende irrelevante Merkmale mindestens einmal variieren.

# Beispiele und Gegenbeispiele

## Kontrastprinzip

Zech, 1998, S. 261



CC-BY-SA Coyote III

[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Esstisch\\_mit\\_Blumen.JPG](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Esstisch_mit_Blumen.JPG)  
[06.06.2018, 13:44 Uhr]

- Gegenbeispiele dürfen nicht für Beispiele gehalten werden, es darf nicht zu einer Übergeneralisierung kommen.
- Im Alltag als Beispiele empfundene Gegenbeispiele (sogenannte „Fastbeispiele“) müssen diskutiert werden.
- Relevante Merkmale müssen mindestens einmal fehlen.

# Beispiele und Gegenbeispiele

## Kontrastprinzip



CC-BY-SA Poyraz 72

[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sugar\\_cubes\\_V1.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Sugar_cubes_V1.jpg)  
[06.06.2018, 13:53 Uhr]

© Ritter Sport

[https://shop.ritter-sport.de/media/catalog/product/cache/2/image/9df78eab33525d08d6e5fb8d27136e95/r/i/ritter\\_sport\\_176g\\_shokow\\_rfel\\_joghurt\\_produktdetailseite\\_1.png](https://shop.ritter-sport.de/media/catalog/product/cache/2/image/9df78eab33525d08d6e5fb8d27136e95/r/i/ritter_sport_176g_shokow_rfel_joghurt_produktdetailseite_1.png)  
[06.06.2018, 13:57 Uhr]



CC-BY-SA

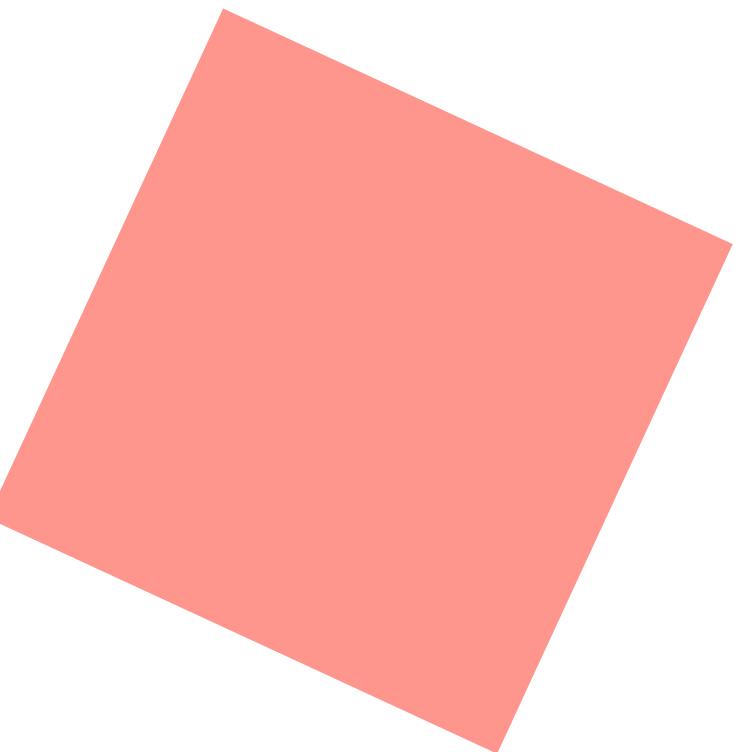
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Würfel\\_W20\\_Schwarz.png](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Würfel_W20_Schwarz.png)  
[07.06.2018, 11:41 Uhr]

# Beispiele und Gegenbeispiele

## Auswahl, Abfolge, Anordnung

- „Beispiele und Gegenbeispiele sind dann am effektivsten, wenn sich die Beispiele möglichst stark in den irrelevanten Merkmalen unterscheiden und die Gegenbeispiele in möglichst wenigen relevanten Merkmalen unterscheiden.“
- von leicht nach schwer bzw. typisch nach untypisch
- simultane Darbietung
- Gegenüberstellen möglichst unterschiedlicher Beispiele betont Variationsbreite
- Gegenüberstellung von Beispiel und ähnlichem Gegenbeispiel hebt relevante Merkmale hervor

vs.



vs.



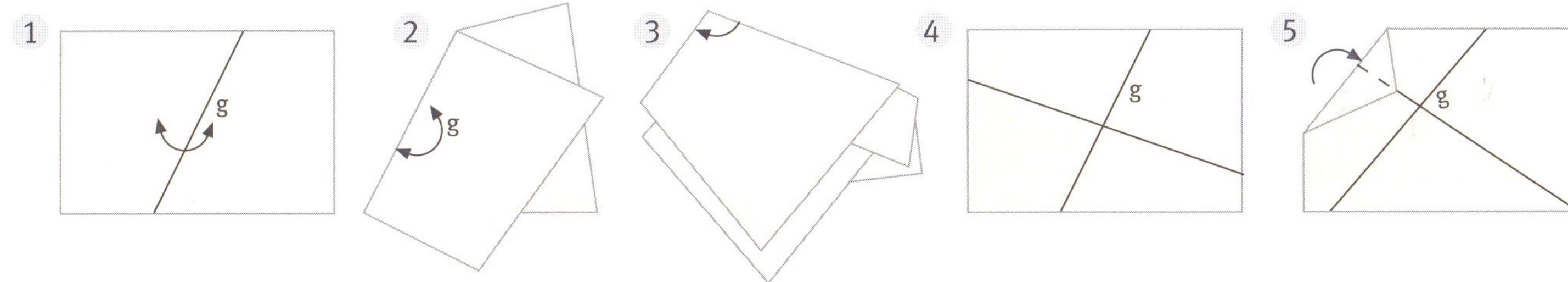
Zech, 1998, S. 261 ff.

# Begriffsfestlegung

- Spezifizieren aus Oberbegriff Parallelogramm
- Erklären durch Konstruktionsvorschrift Zentrische Streckung
- Sammeln unter neuem Oberbegriff Reelle Zahlen
- genetische Definition senkrecht zueinander
- rekursive Definition Term
- Umschreibung Menge

# Begriffsfestlegung

## Anforderungen an eine Definition



### 1. Faltvorgang (1–4)

Falte ein Blatt. Es entsteht eine Faltlinie  $g$ . Danach falte das Blatt so, dass die beiden Teile der Faltlinie  $g$  aufeinander liegen. Wie verlaufen die beiden gefalteten Linien?

### 2. Faltvorgang (5)

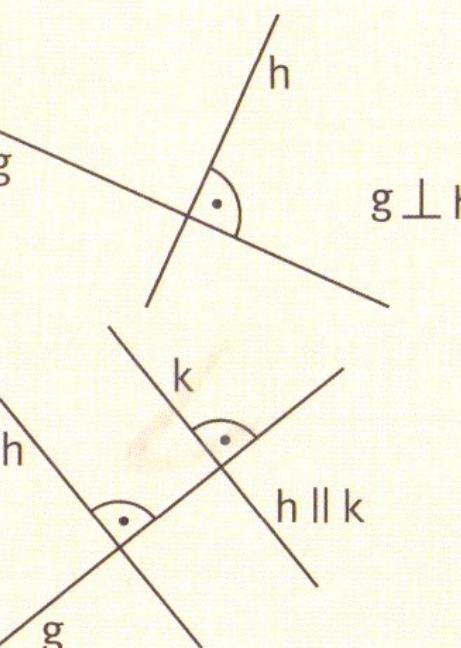
Falte nun das Blatt noch einmal, sodass die beiden Teile der Faltlinie  $g$  auf andere Weise aufeinander fallen. Wie verlaufen die Faltlinien zueinander?

### MERKWISSEN

Stehen zwei Geraden wie nach dem 1. Faltvorgang zueinander, dann sagt man: Die Geraden stehen **senkrecht aufeinander**. Man schreibt:  $g \perp h$ .

Man sagt auch: „Die Geraden stehen im rechten Winkel aufeinander.“ Für einen rechten Winkel verwendet man das Zeichen  $\square$ .

Zwei Geraden, die eine gemeinsame Senkrechte besitzen, sind **parallel zueinander** (2. Faltvorgang). Man schreibt:  $g \parallel h$ .



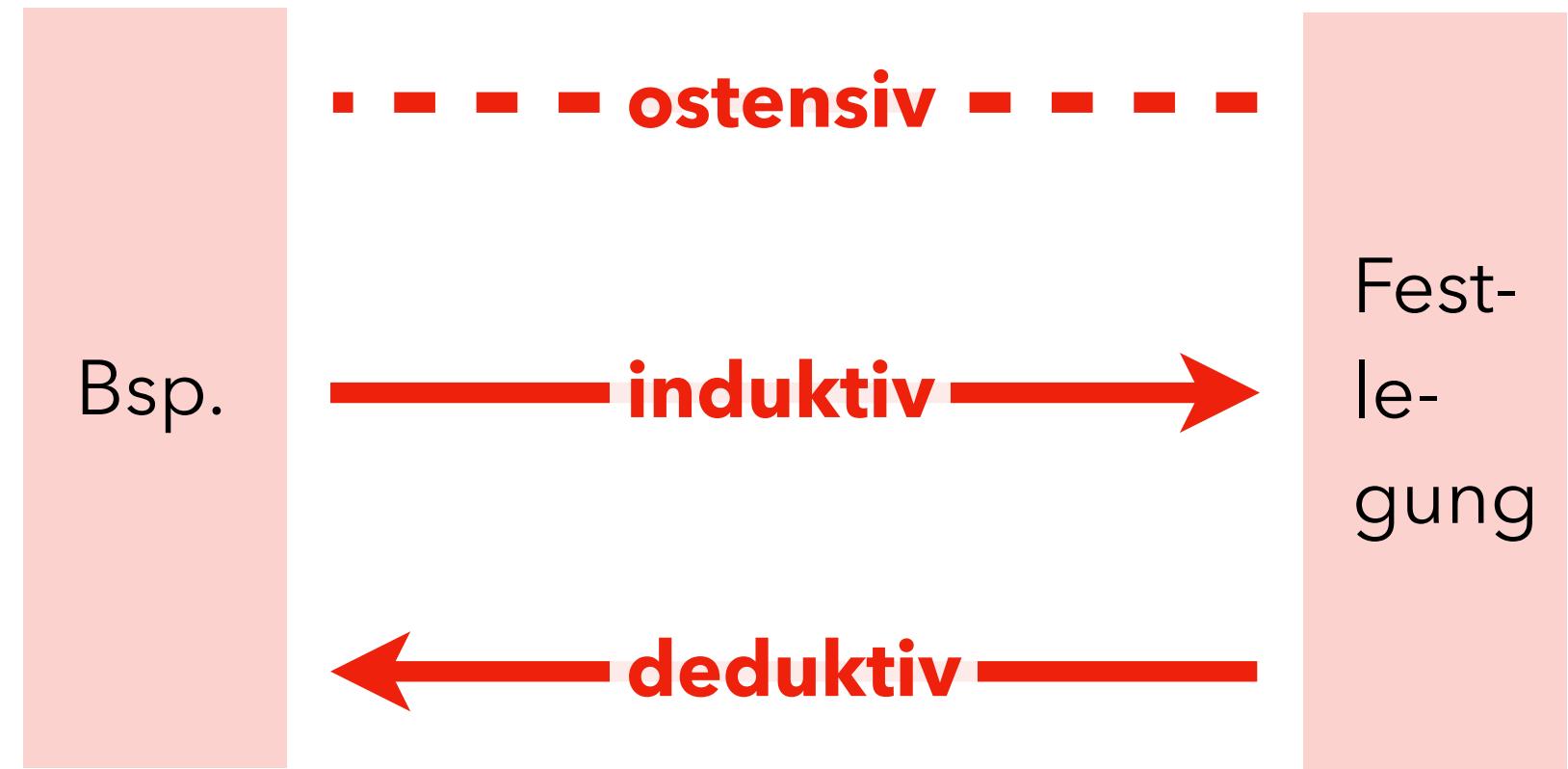
Kleine, 2011, S. 78

- möglichst einfach verständlich formuliert
- Wesentliche Eigenschaften können wichtiger sein als mathematische Vollständigkeit.
- auf Vorwissen anknüpfen, dieses aber auch voraussetzen
- mehrere Darstellungsebenen aufgreifen und miteinander vernetzen

<b>Bezeichner</b>	<b>Bezeichnetes</b>
Name	Idee
<b>Begriffsinhalt</b>	Was zeichnet den Begriff aus?
<b>Begriffsumfang</b>	Welche Objekte gehören dazu?
<b>Begriffsnetz</b>	Zusammenhänge zu anderen Begriffen
<b>Didaktische Funktion</b>	Leit-, Schlüssel-, Standard-, Arbeitsbegriff
<b>Stufen des Begriffsverständnisses</b>	Leit-, Schlüssel-, Standard-, Arbeitsbegriff

# Begriffsbildung

## Wege zum Begriff



- Beispiele / Gegenbeispiele**  
Variationsprinzip, Kontrastprinzip, Abfolge
- Begriffsfestlegung**  
Spezifizieren, Erklären, Sammeln, genetisch, rekursiv, Umschreibung
- Anforderung an Def.**  
einfach verständlich, wesentlich, an Vorwissen anknüpfen, Darstellungsebenen vernetzen

# Literatur

- Kleine, M. (Hrsg.). (2011). *Mathe.Logo. 5, Schülerband* (Sekundarstufe I, 2. Aufl). Buchner.
- Lechner, J. (o. J.). *Grundwissen, Grundvorstellungen, Grundtätigkeiten*. Abgerufen 21. November 2021, von <http://www.acdca.ac.at/projekt3/a303grundwissen.pdf>
- Vollrath, H.-J. (o. J.). *Mathematische Begriffe lehren und lernen*. Abgerufen 21. November 2021, von [https://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/fileadmin/10040500/dokumente/Texte\\_zu\\_Grundfragen/vollrath\\_begriffe.pdf](https://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/fileadmin/10040500/dokumente/Texte_zu_Grundfragen/vollrath_begriffe.pdf)
- Weigand, H.-G. (2015). Begriffsbildung. In R. Bruder, L. Hefendehl-Hebecker, B. Schmidt-Thieme, & H.-G. Weigand (Hrsg.), *Handbuch der Mathematikdidaktik* (S. 255-278). Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-35119-8>
- Zech, F. (1998). *Grundkurs Mathematikdidaktik* (9. Aufl.). Beltz Verlag.