Pergunta 1

0,5 em 0,5 pontos

Dados os conjuntos A = {2, 4, 5, 8, 9}, B = {3, 5, 7, 8} e C = {3, 4, 6, 8, 9}, então o conjunto ($A \cap C$) - B é:

Resposta Selecionada: d. {4,9}

Respostas:

a. {1,3,5,8}

b. {2,3,4,6,8}

c. {3}

d. {4,9}

e. ø

Comentário da resposta:

Resposta: D.
Comentário: primeiramente, vamos descobrir os elementos do conjunto ($A \cap C$). Lembrando que a intersecção entre dois conjuntos A e B é formada pelos elementos que pertencem a A e a B simultaneamente. Assim:

($A \cap C$) = {2,4,5,8,9} $\cap$ {3,4,6,8,9} = {4,8,9}

Agora fazemos a diferença entre ($A \cap C$) e B. Lembrando que a diferença entre dois conjuntos A e B quaisquer é formada pelos elementos que pertencem a A, mas não pertencem a B. Assim:

($A \cap C$) - B = {4,8,9} - {3,5,7,8} = {4,9}

Pergunta 2

0,5 em 0,5 pontos

Se A, B e $A \cup B$ são conjuntos com 90, 50 e 110 elementos, respectivamente, então o número de elementos de $A \cap B$ é:

Resposta Selecionada: d. 30

Respostas:

a. 10

b. 70

c. 85

d. 30

e. 170

Comentário da resposta:

Resposta: D.
Comentário: sabendo que $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$, temos:

$|A \cap B| = 90 + 50 - 110$
$|A \cap B| = 30$

Pergunta 3

0,5 em 0,5 pontos

Uma função é definida para qualquer número natural da seguinte forma:

$$f(x)=\begin{cases} 1, \text{ se } x=0 \text{ - 1ª condição} \\ x \cdot f(x-1), \text{ se } x>0 \text{ - 2ª condição} \end{cases}$$

. O valor de f(3) + f(5) é:

Resposta Selecionada: c. 126

Respostas:

a. 144

b. 26

c. 126

d. 30

e. 122

Comentário da resposta: Resposta: C.
Comentário: executando o cálculo das imagens pela definição da função, temos:

Para x = 0
Como x = 0, utilizaremos a 1ª condição, logo: f(0) = 1.
Para x = 1
Como x > 0, utilizaremos a 2ª condição, logo: f(1) = 1· f(1 – 1) = 1 · 1 = 1.
Para x = 2
Como x > 0, utilizaremos a 2ª condição, logo: f(2) = 2·f(2 – 1) = 2 · 1 = 2.
Para x = 3
Como x > 0, utilizaremos a 2ª condição, logo: f(3) = 3 f(3 – 1) = 3 · 2 = 6.
Para x = 4
Como x > 0, utilizaremos a 2ª condição, logo: f(4) = 4 f(4 – 1) = 4 · 6 = 24.
Para x = 5
Como x > 0, utilizaremos a 2ª condição, logo: f(5) = 5 f(5 – 1) = 5 · 24 = 120.
Logo, f(3) + f(5) = 6 + 120 = 126.

Pergunta 4

0,5 em 0,5 pontos

Dado o conjunto A = {10, 11, 12, 13, 14, 15, 16}. Sobre a relação de congruência módulo 2, podemos afirmar que:

Resposta Selecionada: e. $15 \equiv 13$

Respostas:

a. $11 \equiv 12$

b. $12 \equiv 13$

c. $13 \equiv 14$

d. $15 \equiv 12$

e. $15 \equiv 13$

Comentário da resposta: Resposta: E.
Comentário: $x \equiv y$ (mod n) se dá quando x e y diferem por um múltiplo de n.
$11 \not\equiv 12$, pois 11 - 12 = -1 não é múltiplo de 2
$12 \not\equiv 13$, pois 12 - 13 = -1 não é múltiplo de 2
$13 \not\equiv 14$, pois 13 - 14 = -1 não é múltiplo de 2
$15 \equiv 13$, pois 15 - 13 = 2 é múltiplo de 2
$15 \not\equiv 12$, pois 15 - 12 = 3 não é múltiplo de 2

Pergunta 5

0,5 em 0,5 pontos

Quais são as classes de equivalência de 2 e de 3 para a congruência módulo 4 em $\mathbb{Z}$?

Resposta Selecionada: c. [2] = {..., -6, -2, 2, 6, 10, ...} e [3] = {..., -5, -1, 3, 7, 11, ...}

Respostas:

a. [2] = {..., -6, -1, 0, 4, 8, ...} e [3] = {..., -7, -3, 1, 5, 9, ...}

b. [2] = {..., -8, -4, 0, 1, 6, ...} e [3] = {..., -7, -3, 1, 5, 9, ...}

c. [2] = {..., -6, -2, 2, 6, 10, ...} e [3] = {..., -5, -1, 3, 7, 11, ...}

d. [2] = {..., -8, -4, 0, 4, 8, ...} e [3] = {..., -5, -2, 1, 5, 9, ...}

e. [2] = {..., -8, -4, 0, 4, 8, ...} e [3] = {..., -7, -3, 1, 2, 5, ...}

Comentário da resposta: Resposta: C.
Comentário: a classe de equivalência de 2 contém todos os inteiros x de forma que $x \equiv 2$ (mod 4), ou seja, todos os números inteiros que, subtraídos de 2, resultam em um múltiplo de 4.

-6 - 2 = -8, é múltiplo de 4
-2 - 2 = -4, é múltiplo de 4
2 - 2 = 0, é múltiplo de 4
6 - 2 = 4, é múltiplo de 4
10 - 2 = 8, é múltiplo de 4

Assim, [2] = {..., -6, -2, 2, 6, 10, ...}.

A classe de equivalência de 3 contém todos os inteiros x de forma que x ≡ 1 (mod 4), ou seja, todos os números inteiros que subtraídos de 3 resultam em um múltiplo de 4.

-5 - 3 = -8, é múltiplo de 4
-1 - 3 = -4, é múltiplo de 4
3 - 3 = 0, é múltiplo de 4
7 - 3 = 4, é múltiplo de 4
11 - 3 = 8, é múltiplo de 4
Assim, [3] = {..., -5, -1, 3, 7, 11, ...}.

Pergunta 6

0,5 em 0,5 pontos

É partição de um conjunto quando são atendidas as seguintes condições: nenhum dos elementos da partição é o conjunto vazio, a interseção de quaisquer dois elementos da partição é o conjunto vazio e a união de todos os elementos de partição é o conjunto. Assinale a opção que é uma partição do conjunto A = {2, 3, 4, 5, 6, 7}:

Resposta Selecionada: e. {{2, 3}; {4, 6}; {5, 7}}

Respostas:

a. {{2, 3}; {4, 6}; {3, 4}; {5}}

b. {ø; {2, 3}; {5, 7}; {4, 5}}

c. {{2}; {3}; {4}; {6}}

d. {{2}; {3}; {4}; {5}; {6}; {2, 6}}

e. {{2, 3}; {4, 6}; {5, 7}}

Comentário da resposta: Resposta: E.
Comentário: pela primeira condição, podemos descartar a alternativa (b), pois contém o conjunto vazio.
Pela segunda condição descartamos as alternativas (a), pois {5; 7} ∩{4; 5} ≠ ø e (d), pois {6} } ∩{2,6} ≠ ø.
Pela terceira condição descartamos a alternativa (c), pois {2} ∪{3} ∪{4} ∪{6} ≠ A.
Quanto a alternativa (e), ela satisfaz as três condições, veja:

1ª condição – Ø ∉ {{2; 3}; {5; 7}; {4; 6}}
2ª condição – {2, 3} ∩{4, 6} = ø; {2, 3} ∩{5, 7} = ø; {4, 6}∩{5, 7} = ø
3ª condição – {2, 3} ∪{4, 6} ∪{5, 7} = {2, 3, 4, 5, 6, 7} = A

Pergunta 7

0,5 em 0,5 pontos

O conjunto {{2}; {3, 4}; {5}} é uma partição do conjunto B. É correto afirmar que:

Resposta Selecionada: e. O conjunto B possui 16 subconjuntos ou 16 partes.

Respostas:

a. O conjunto B possui 3 elementos.

b. O conjunto B = {2; {3, 4}; 5}.

c. O conjunto {{2}; {3, 4}; {5}} não pode ser partição de B, pois está faltando o conjunto vazio.

d. O conjunto {{2}; {3, 4}; {5}} não pode ser partição de B, pois não constam todas as combinações com os seus elementos.

e. O conjunto B possui 16 subconjuntos ou 16 partes.

Comentário da resposta: Resposta: E.
Comentário: se {{2}; {3, 4}; {5}} é uma partição, logo a união de seus elementos forma o conjunto B. Assim:
B = {2} ∪{3, 4} ∪{5} = {2, 3, 4, 5}.
O conjunto B tem 4 elementos, portanto descartamos a alternativa (a).
B = {2, 3, 4, 5} é diferente de {2; {3, 4}; 5}, portanto descartamos a alternativa (b).
Para ser partição, nenhum dos elementos pode ser o conjunto vazio, portanto descartamos a alternativa (c).
Inexiste condição estabelecendo que para ser partição devem ocorrer todas as combinações possíveis do conjunto, portanto descartamos a alternativa (d).
A quantidade de subconjuntos de B é dada pela expressão $2^{|B|} = 2^4 = 16$. Logo, a alternativa (e) é correta.

Pergunta 8

0,5 em 0,5 pontos

Definimos recursivamente um conjunto numérico S de números naturais da seguinte forma:

$$S = \begin{cases} \{x / x \in S\} \\ 0 \in S \\ \text{Se } x \in S\text{, então } x+2 \in S \end{cases}$$

Podemos afirmar que:

Resposta Selecionada: c. S é o conjunto dos naturais pares.

Respostas:

a. $S = \mathbb{N}$.

b. S é um conjunto positivos pares.

c. S é o conjunto dos naturais pares.

d. S é o conjunto dos positivos ímpares.

e. S é o conjunto dos números primos.

Comentário da resposta:

Resposta: C.
Comentário: vamos determinar os elementos de S:

1º elemento é 0
2º elemento é 0 + 2 = 2
3º elemento é 2 + 2 = 4
4º elemento é 4 + 2 = 6
5º elemento é 6 + 2 = 8

Perceba que S = {0, 2, 4, 6, 8, ...}, ou seja, S é conjunto dos números naturais pares. Vale ressaltar que zero não é positivo nem negativo, é neutro.

Pergunta 9

0,5 em 0,5 pontos

Para provarmos que $2^n < n!$ para $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 4$ a primeira condição ou condição inicial é:

Resposta Selecionada: b. É verdadeira porque 16 < 24 é uma sentença verdadeira.

Respostas:

a. Não é verdadeira porque 1 < 1 é uma sentença falsa.

b. É verdadeira porque 16 < 24 é uma sentença verdadeira.

c. Não é verdadeira porque 4 < 2 é uma sentença falsa.

d. Não é verdadeira porque 8 < 6 é uma sentença falsa.

e. Não é verdadeira porque 2 < 1 é uma sentença falsa.

Comentário da resposta:

Resposta: B.
Comentário: o enunciado diz para provarmos a sentença $2^n < n!$ para todo natural maior ou igual a 4. Logo, a condição inicial, ou base da indução, é calcular P(4). Assim, substituindo n por 4 na sentença: $2^4 < 4! \Rightarrow 16 < 24$.

Pergunta 10

0,5 em 0,5 pontos

Usando a indução infinita, para provarmos a veracidade de uma sentença, devemos verificar se a condição inicial é verdadeira. Das sentenças a seguir, a que **não** atende à condição inicial é:

Resposta Selecionada: e. $2^n < n!$ para $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 1$

Respostas:

a. $2^n < n!$ para $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 4$

b. $2^{3n} - 1$ é divisível por 7 para $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 1$

c. 2n é um número par para $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 1$

d. $2n - 1$ é um número ímpar para $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 1$

e. $2^n < n!$ para $n \in \mathbb{N}$ e $n \geq 1$

Comentário da resposta: Resposta: E.

Comentário: verificando as condições iniciais a partir dos parâmetros dados:

Alternativa a: $P(4) = 2^4 < 4! \Rightarrow 16 < 24$ – Verdadeiro.

Alternativa b: $P(1) = 2^3 . 1 - 1 = 7$ – Verdadeiro.

Alternativa c: $P(1) = 2 . 1 = 2$ – Verdadeiro.

Alternativa d: $P(1) = 2 . 1 - 1 = 1$ – Verdadeiro.

Alternativa e: $P(1) = 2^1 < 1! \Rightarrow 2 < 1$ – Falso.

← OK