ANÁLISE MATEMÁTICA 7934-30_43701_R_E1_20241 CONTEÚDO

Revisar envio do teste: QUESTIONÁRIO UNIDADE I

Usuário	
Curso	ANÁLISE MATEMÁTICA
Teste	QUESTIONÁRIO UNIDADE I
Iniciado	
Enviado	
Status	Completada
Resultado da tentativa	APROVADO
Tempo decorrido	22 minutos
Resultados exibidos	Todas as respostas, Respostas enviadas, Respostas corretas, Comentários, Perguntas respondidas incorretamente

Pergunta 1

0,5 em 0,5 pontos

Para sequência (a_n) que segue $a_n = \frac{n-2}{n^2}$, os valores dos quatro primeiros termos são:

Resposta Selecionada:

a. $-1, 0, \frac{1}{9}, \frac{1}{8}$

Respostas:

a. $-1, 0, \frac{1}{9}, \frac{1}{8}$

b. $1, 0, \frac{1}{9}, \frac{1}{8}$

c. $-1, 4, \frac{1}{9}, \frac{1}{8}$

d. $-1, 0, \frac{1}{6}, \frac{2}{8}$

e. $1, 0, \frac{1}{6}, \frac{2}{8}$

Comentário da resposta: Resposta: A

Comentário:

$$n=1 \Rightarrow a_1 = \frac{1-2}{1^2} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$n=2 \Rightarrow a_2 = \frac{2-2}{2^2} = \frac{0}{4} = 0$$

$$n=3 \Rightarrow a_3 = \frac{3-2}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$n=4 \Rightarrow a_4 = \frac{4-2}{4^2} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

Portanto, os quatro primeiros termos da sequência são: $-1, 0, \frac{1}{9}, \frac{1}{8}$.

Pergunta 2

0,5 em 0,5 pontos

Sobre a sequência dada, podemos afirmar que:

$$a_n = \frac{1-5n^4}{n^4+8n^3}$$

Resposta Selecionada: b. Converge para -5.

Respostas:

a. Diverge.

b. Converge para -5.

c. Converge para 0.

d. Converge para 1.

e. É uma série geométrica.

Comentário da resposta: Resposta: B

Comentário: aplicando a regra de L´Hôpital, temos:

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1-5n^4}{n^4+8n^3}\right) = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(1-5n^4\right)'}{\left(n^4+8n^3\right)'} = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(-20n^3\right)'}{\left(4n^3+24n^2\right)'} =$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\left(-60n^2\right)'}{\left(12n^2+48n\right)'} = \lim_{n\to\infty}\frac{\left(-120n\right)'}{\left(24n+48\right)'}\lim_{n\to\infty}\frac{-120}{24} = -5$$

Pergunta 3

0,5 em 0,5 pontos

Analise os itens e assinale a alternativa correta:

I - A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{100^n}{n!}$ é uma série divergente pelo teste da razão.

II - A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^n}$ é uma série convergente pelo teste da raiz.

III - A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{3^n + 1}$ é uma série divergente pelo teste da comparação.

IV - A série $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{2n} \cdot 3^{1-n}$ é uma série geométrica convergente com razão 4/3.

Resposta Selecionada: a. Apenas a alternativa II está correta.

Respostas:

a. Apenas a alternativa II está correta.

b. II e IV estão corretas.

c. II, III e IV estão corretas.

d. I, II e III estão corretas.

e. Todas as alternativas estão corretas.

Comentário da resposta:

Resposta: A

Comentário: pelo teste da raiz:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{2^n}{n^n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{2^n}}{\sqrt[n]{n^n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2}{n} = 0$$

Como L < 1, então, pelo teste da raiz, a série é absolutamente convergente e, portanto, convergente.

Pergunta 4

0,5 em 0,5 pontos

Sobre a série dada, podemos afirmar que:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n^8}}$$

Resposta Selecionada: e. É uma p – série convergente.

Respostas:

a. É uma série harmônica.

b. É uma sequência convergente.

c. É uma série geométrica.

d. É uma p – série divergente.

e. É uma p – série convergente.

Comentário da resposta: Resposta: E

Comentário: é uma p – série convergente, pois p = 8/5 > 1.

Pergunta 5

0,5 em 0,5 pontos

Usando o teste de comparação, podemos afirmar que a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n+\sqrt{n}}$ é:

Resposta Selecionada: d. Divergente.

Respostas:

a. Converge para 2.

b. Converge para 1.

c. Converge para 3.

d. Divergente.

e. Converge para 0.

Comentário da resposta: Resposta: D

Comentário: a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ é a série harmônica divergente. Como $\frac{3}{n+\sqrt{n}} > \frac{1}{n}$ pelo teste da comparação, a série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n+\sqrt{n}}$ também é divergente.

Pergunta 6

0,5 em 0,5 pontos

Para a série $\sum_{n=1}^{\infty} n!\, e^{n}$, podemos afirmar que:

Resposta Selecionada: a. É divergente.

Respostas:

a. É divergente.

b. É uma p – série convergente.

c. Converge para 2,7.

d. É uma série telescópica.

e. É uma série geométrica.

Comentário da resposta:

Resposta: A
Comentário:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)!e^{(n+1)}}{n! \cdot e^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)n!e^n \cdot e^1}{n! \cdot e^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)\cdot e^1}{1}$$

$$e.\ \lim_{n\to\infty} (n+1) = \infty$$

Portanto, pelo teste da razão, a série é divergente.

Pergunta 7

0,5 em 0,5 pontos

Analise os itens e assinale a alternativa correta:
I - Toda sequência convergente é limitada.
II - Toda sequência monótona e limitada é divergente.
III – Se $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, podemos afirmar que a série é convergente.
IV - Se uma série infinita for absolutamente convergente, então ela é divergente.

Resposta Selecionada: a. Apenas a alternativa I está correta.

Respostas:
a. Apenas a alternativa I está correta.
b. II e IV estão corretas.
c. II, III e IV estão corretas.
d. I, II e III estão corretas.
e. Todas as alternativas estão corretas.

Comentário da resposta:

Resposta: A
Comentário: o item I está correto, pois é um teorema importante estudado na disciplina que fala que "toda sequência convergente é limitada".

Pergunta 8

0,5 em 0,5 pontos

Podemos afirmar que a série $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}$ é:

Resposta Selecionada: b. Uma série alternada convergente.

Respostas:
a. Uma série alternada divergente.
b. Uma série alternada convergente.
c. Uma p – série convergente.

d. Uma p – série divergente.

e. Uma série geométrica.

Comentário da resposta:

Resposta: B

Comentário: pelo Critério de Leibniz, temos:

i) $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$ Ok!

ii) $a_1 > a_2 > a_3 > \ldots$, isto é, $\frac{1}{\sqrt{n}}$ é uma sequência monótona decrescente.

Ok!

Portanto, a série $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}$ é convergente.

Pergunta 9

0,5 em 0,5 pontos

Em qual das séries o teste do *n*-ésimo termo pode ser aplicado com sucesso garantindo sua divergência?

Resposta Selecionada:

d. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{5n-1}$

Respostas:

a. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

b. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$

c. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+n^2}$

d. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{5n-1}$

e. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6}$

Comentário da resposta:

Resposta: D

Comentário: pelo teste do *n*-ésimo termo: se $\lim_{n\to\infty} a_n$ não existir ou se $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$, então a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é divergente. Como $\lim_{n\to\infty} \frac{3n}{5n-1} = \lim_{n\to\infty} \frac{(3n)'}{(5n-1)'} = \lim_{n\to\infty} \frac{3}{5} \neq 0$, então a série é divergente.

Pergunta 10

0,5 em 0,5 pontos

Sobre a série dada, podemos afirmar que:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}+\frac{3}{2^n}\right)$$

Resposta Selecionada: a. Diverge.

Respostas:

a. Diverge.

b. Converge para 3.

c. Converge para 4.

d. Converge para 5/2.

e. Converge para -3.

Comentário da resposta:

Resposta: A

Comentário: observe que $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}+\frac{3}{2^n}\right)=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}\right)+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{2^n}\right)$

Podemos observar que a série $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{2^n}\right)$ é uma série geométrica

convergente, pois $a=\frac{3}{2}$ e $r=\frac{1}{2}<1$.

Por outro lado, temos que a série $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}\right)$ é a série harmônica divergente.

Concluímos então que a série é divergente, pois se $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ é convergente e

$\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ é divergente, então $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n \pm b_n)$ é divergente.

← OK