EAD

EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA

UNIDADE II

Análise Matemática

Prof. Me. Rene Ignácio

Séries de potências

- São séries definidas como infinitas e de potências de alguma variável x.
- Representam funções: seno, cosseno, exponencial, logaritmo.
- C, C++, Python funções embutidas que calculam "exp" e "sen" diretamente.
- Exigem muito poder de processamento e tempo de execução.

- Ideia:
  Aproximar funções por meio de séries de potências, com um número finito de termos.

- Útil em sistemas de recursos limitados: dispositivos móveis ou sistemas embarcados.

Séries de potências: definição

- Soma infinita em que cada termo é um múltiplo de uma potência de uma variável x:

$$f(x)= a_0+ a_1\, x + a_2\, x^2+ a_3\, x^3+ \ldots$$

- Coeficientes: $a_0,\ a_1,\ a_2,\ a_3,\ \ldots$

Exemplo:

- Não há fórmula para calcular diretamente a integral de $e^{(x^2)}$.

- Aproximação ⟶ série de potências: $e^{x^2} = 1 + x^2 + \frac{x^4}{2!} + \frac{x^6}{3!} + \cdots + \frac{x^{2n}}{2!} + \cdots$

  - Integrar a série termo a termo.

  - Obter uma série de potências para a integral da função.

Séries de potências centradas

- Série em que a variável x é deslocada em relação a um ponto fixo c, substituindo a variável x por $(x - c)$.

Série de potências centrada em $x = a$:

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n (x-a)^n = C_0 + C_1(x-a) + C_2(x-a)^2 + \cdots + C_n(x-a)^n + \cdots$$

Série de potências centrada em $x = 0$:

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n (x)^n = C_0 + C_1 x + C_2(x)^2 + \cdots + C_n(x)^n + \cdots$$

Exemplo 1

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + \ x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n + \cdots$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n \longrightarrow \ \ \textit{enésimo termo da série}$$

$a = 0 \longrightarrow \textit{centro da série}$

$C_0, C_1, C_2, C_3, \ldots, C_n, \ldots \longrightarrow \textit{todos os coeficientes são iguais a } 1$

Exemplo 1: variação

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + \ x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n + \cdots$$

x = 2 ⟶ Série geométrica: a = 1 e razão r = 2:

$$\sum_{n=0}^{\infty} 2^n = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 \ldots + 2^n + \cdots$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = a + a.r + a.r^2 + \cdots + a.r^{n-1} + \cdots$$

Exemplo 2

$$\sum_{n=0}^{\infty}(x-4)^n = 1 + (x-4) + (x-4)^2 + \cdots + (x-4)^n + \cdots$$

$\sum_{n=0}^{\infty}(x-4)^n \longrightarrow enésimo\ termo\ da\ série$

$a = 4 \longrightarrow centro\ da\ série$

$C_0, C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots \longrightarrow todos\ os\ coeficientes\ são\ iguais\ a\ 1$

Exemplo 2: variação

$$\sum_{n=0}^{\infty}(x-4)^n = 1 + (x-4) + (x-4)^2 + \cdots + (x-4)^n + \cdots$$

$$x = 1 \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty}(x-4)^n = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \cdot 3^n$$

Série alternada: termos alternadamente positivos e negativos:

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \cdot 3^n = 1 - 3 + 9 - 27 + 81 + \cdots$$

Convergência de uma série de potências

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n + \cdots \longrightarrow \boxed{\sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = a + a.r + a.r^2 + \cdots + a.r^{n-1} + \cdots}$$

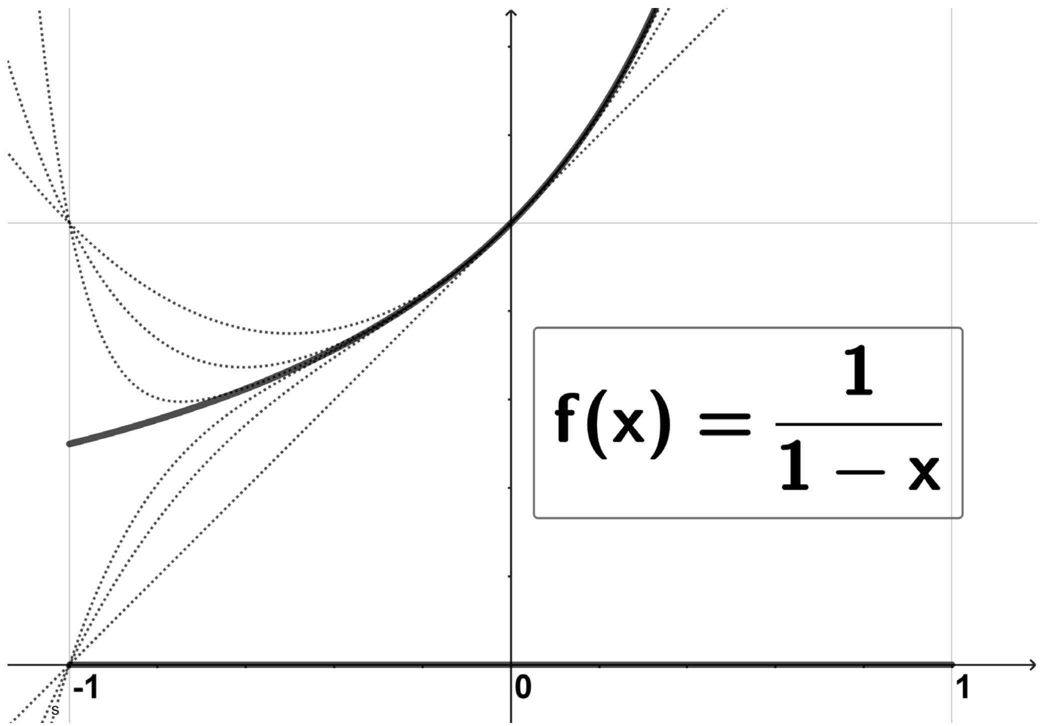
- Série geométrica: razão $r = x$ e $a = 1$.
- Converge se: $|r| < 1 \overset{r=x}{\Longrightarrow} -1 < x < 1.$
- Portanto, a série é convergente dentro do intervalo: $-1 < x < 1$

$$S = \frac{a}{1-r} \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \Rightarrow \boxed{f(x) = \frac{1}{1-x}}$$

Convergência de uma série de potências: aproximações

$$f(x) = \frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + \ x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n + \cdots$$

- $n = 0 \Longrightarrow f(x) = 1$
- $n = 1 \Longrightarrow f(x) = 1 + x$
- $n = 2 \Longrightarrow f(x) = 1 + x + x^2$



Fonte: Autoria própria.

Convergência e divergência

Existem apenas três possibilidades para a série de potências:

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n \, (x - a)^n$$

(i) Converge somente em $x = a$,

(ii) Converge para todos os valores de x,

(iii) Existe um número $R > 0$, tal que:

- se $| x - a | < R$, a série converge
- se $| x - a | < R$, a série diverge

Intervalo e raio de convergência de série de potências

Intervalo de convergência: conjunto de valores de x para os quais a série converge.

Raio de convergência – R: tamanho do intervalo de convergência:

- $R = 0 \Rightarrow$ (i) converge somente em $x = a$
- $R = \infty \Rightarrow$ (ii) converge para todos os valores de x

(iii) Existe um número $R > 0 \Rightarrow R$ é o Raio de convergência.

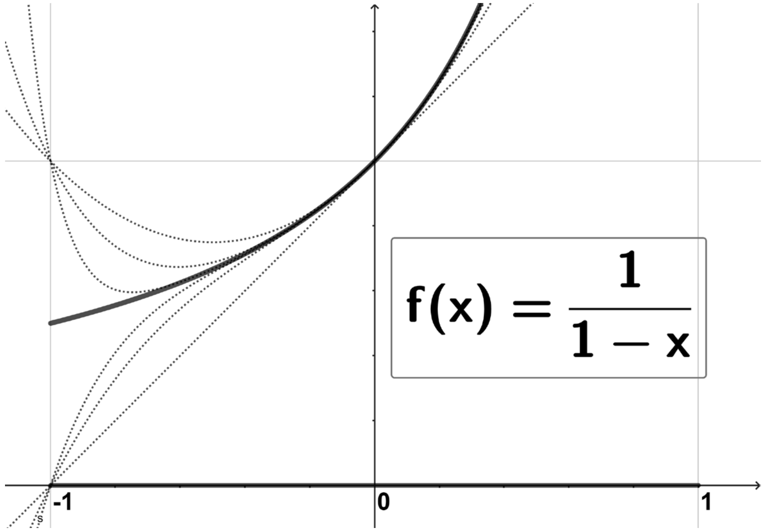
Intervalo de convergência e domínio

- Uma série de potências define uma função cujo domínio é o intervalo de convergência da série.

- <u>Domínio</u>: conjunto de valores para os quais a série converge.

$$f(x) = \frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n + \cdots$$

- Domínio: $-1 < x < 1$



Fonte: Autoria própria.

Interatividade

Qual é a alternativa correta sobre domínio de uma série de potências?

a) É o conjunto dos valores de x para os quais a série converge.
b) É o conjunto dos números reais.
c) É o conjunto dos valores de x que tornam a série infinita.
d) É o conjunto dos valores de x para os quais a série diverge.
e) É sempre o conjunto vazio.

Resposta

Qual é a alternativa correta sobre domínio de uma série de potências?

a) É o conjunto dos valores de x para os quais a série converge.
b) É o conjunto dos números reais.
c) É o conjunto dos valores de x que tornam a série infinita.
d) É o conjunto dos valores de x para os quais a série diverge.
e) É sempre o conjunto vazio.

Manipulação algébrica de série de potências

Algumas funções podem ser representadas pela manipulação algébrica de séries de potências já conhecidas:

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n + \cdots$$

Substituindo x por $-x$, obtemos:

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \cdots + (-1)^n x^n + \cdots$$

Substituindo x por x^2, obtemos:

$$\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \cdots + (-1)^n x^{2n} + \cdots$$

Funções por meio de séries de potências

- Se uma série de potências tem um raio de convergência R > 0, isso significa que a série converge para uma função $f(x)$ em um intervalo aberto $(a - R, a + R)$ em torno do ponto a.

Neste intervalo, a série de potências pode representar a função:

$$\left.\begin{array}{c} \displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} C_n (x-a)^n \\ R > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n (x-a)^n$$

Séries de potências usando derivação e integração

Também podemos usar as propriedades de diferenciabilidade e integrabilidade de séries de potências para integrar e diferenciar a função representada pela série:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \, (x-a)^n$$

Derivada

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} nC_n \, (x-a)^{n-1}$$

Integral

$$\int f(x) = \int \sum_{n=0}^{\infty} C_n \, (x-a)^n dx = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \frac{(x-a)^{n+1}}{n+1} + C$$

Série de potências usando derivada: exemplo

$$\boxed{f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}}$$

$$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n + \cdots \longrightarrow (|x| < 1)$$

$$D_x\left(\frac{1}{1-x}\right) = D_x\left(\sum_{n=0}^{\infty} x^n\right) \Rightarrow \boxed{D_x\left((1-x)^{-1}\right) = \sum_{n=0}^{\infty} nx^{n-1}} = 1 + 2x + 3x^2 + \cdots + nx^{n-1} + \cdots$$

$$-1(1-x)^{-2} = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n \Rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{(1-x)^2} = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n}$$

Série de potências usando integral: exemplo

$$\boxed{f(x) = \ln(1+x)}$$

$$\frac{1}{1+x} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n = 1 - \ x + x^2 - x^3 + \cdots + (-1)^n x^n + \cdots \longrightarrow (|x| < 1)$$

$$\int \left(\frac{1}{1-x}\right) dx = \sum_{n=0}^{\infty} \int (-1)^n x^n \, dx \Rightarrow \boxed{\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} + C}$$

Podemos escolher $C = 0$, já que isso não afetará a série de potências:

$$\boxed{\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1}}$$

Exemplo de cálculo aproximado

Calcular o $\ln(1{,}1)$ com uma aproximação de 5 casas usando a série de potências:

$$\boxed{\ln(1+x) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{n+1}}{n+1} = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \cdots}$$

$$\ln(1{,}1) = \ln(1+0{,}1) = \ 0{,}1 - \frac{0{,}1^2}{2} + \frac{0{,}1^3}{3} - \frac{0{,}1^4}{4} + \frac{0{,}1^5}{5} - \cdots$$

$$\ln(1{,}1) = 0{,}100000 - 0{,}005000 + 0{,}000333 - 0{,}000025 + 0{,}000002 - \cdots$$

$$\boxed{\ln(1{,}1) \cong 0{,}095310}$$

Série de Taylor

- Expansão em série de potências em torno de um ponto específico $x = a$

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$$

- $f^{(n)}(a)$: enésima (n) derivada da função $f(x)$ avaliada em $x = a$

$$\boxed{f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \cdots}$$

Série de Maclaurin

- A série de Maclaurin é um caso especial da série de Taylor, em que a = 0:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n \xrightarrow{a=0} \boxed{f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n}$$

- $f^{(n)}$(0): enésima (n) derivada da função $f(x)$ avaliada em a = 0

$$\boxed{f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \cdots}$$

Série de Maclaurin: exemplo

Encontrar a série de Maclaurin para:

$$f(x) = e^x \longrightarrow \boxed{f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \cdots}$$

- $f(x) = e^x \Rightarrow f(0) = e^0 = 1$
- $f'(x) = e^x \Rightarrow f'(0) = e^0 = 1$
- $f''(x) = e^x \Rightarrow f''(0) = e^0 = 1$
- $\vdots$
- $f^{(n)}(x) = e^x \Rightarrow f^{(n)}(0) = e^0 = 1$

$$\boxed{e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots}$$

Série de Maclaurin: exemplo, continuação

$$\boxed{e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots}$$

- Aplicando o teste da razão para determinar o raio de convergência:

$$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = L$$

- L < 1 ⇒ série converge absolutamente.
- Os termos decrescem rapidamente, e a série tende a “se estabilizar" em um valor finito.

Como L = 0:

- A série e^x é convergente para todo x, e o seu raio de convergência é infinito.

Série de Maclaurin: uma aproximação

$$\boxed{e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots}$$

- Calcular o valor de e^x usando a série de Maclaurin, para x = 1, e comparar com valor real.

$$x = 1 \Rightarrow e^1 = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} \cdots = 1 + 1 + 0{,}5 + 0{,}1667 + 0{,}0417 + \cdots$$

$$\boxed{e^1 = 2{,}7183}$$

- O valor real de e^1 é um número irracional, aproximadamente igual a 2,718281828459045.

- Quanto mais termos forem adicionados, mais próxima a aproximação fica do valor real.

- e^1 = 2,7183 ⇒ usando apenas 7 termos da série!

Interatividade

Qual é a relação entre a série de Maclaurin e a série de Taylor?

a) Maclaurin é um caso especial de Taylor com centro em $x = 0$.
b) Maclaurin é um caso especial de Taylor com centro em $x = 1$.
c) Maclaurin tem infinitos termos, Taylor tem termos finitos.
d) Maclaurin é usado para funções trigonométricas, Taylor para funções polinomiais.
e) Maclaurin é uma aproximação linear, Taylor é uma aproximação quadrática.

Resposta

Qual é a relação entre a série de Maclaurin e a série de Taylor?

a) Maclaurin é um caso especial de Taylor com centro em $x = 0$.
b) Maclaurin é um caso especial de Taylor com centro em $x = 1$.
c) Maclaurin tem infinitos termos, Taylor tem termos finitos.
d) Maclaurin é usado para funções trigonométricas, Taylor para funções polinomiais.
e) Maclaurin é uma aproximação linear, Taylor é uma aproximação quadrática.

Polinômios de Taylor: somas parciais

- Somas parciais são uma soma finita de termos de uma série infinita.

- No contexto da série de Taylor, as somas parciais são chamadas de polinômios de Taylor.

Esses polinômios são obtidos ao truncar a série de Taylor em um número finito de termos, formando um polinômio de grau finito n:

$$\boxed{P_n(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \cdots}$$

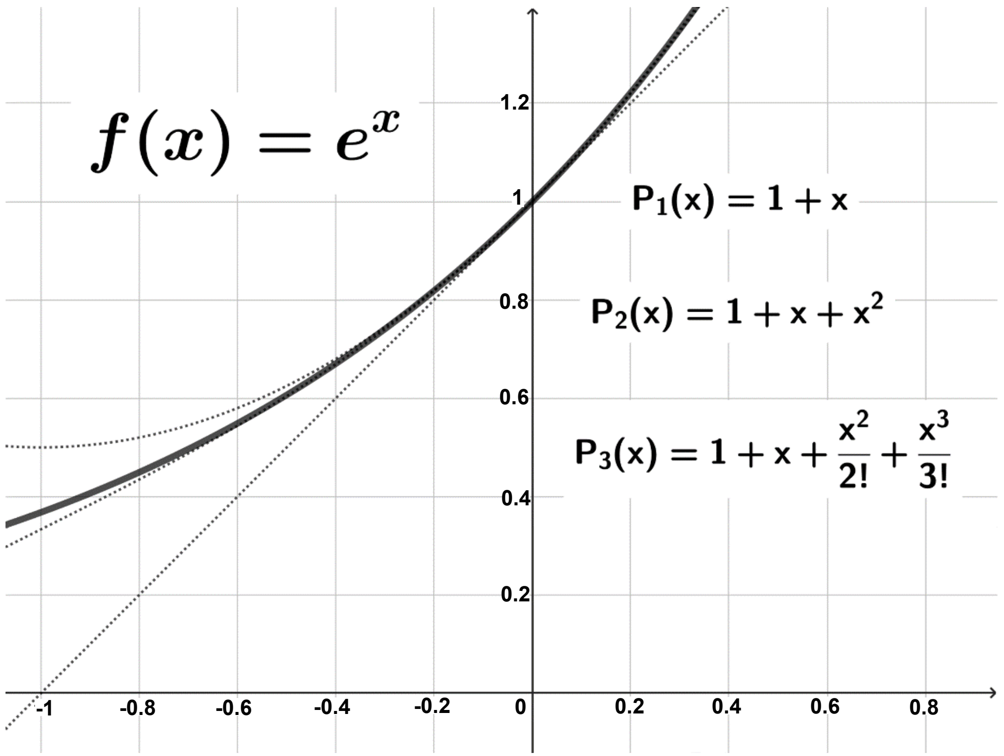
Polinômios de Taylor: exemplo 1

- Obter os polinômios de Taylor de grau n = 1, 2, 3 da função exponencial $f(x)$= e^x.

Série de Maclaurin:

$$\boxed{e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots}$$

- $P_1(x) = 1 + x$
- $P_2(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!}$
- $P_3(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!}$



Fonte: Autoria própria.

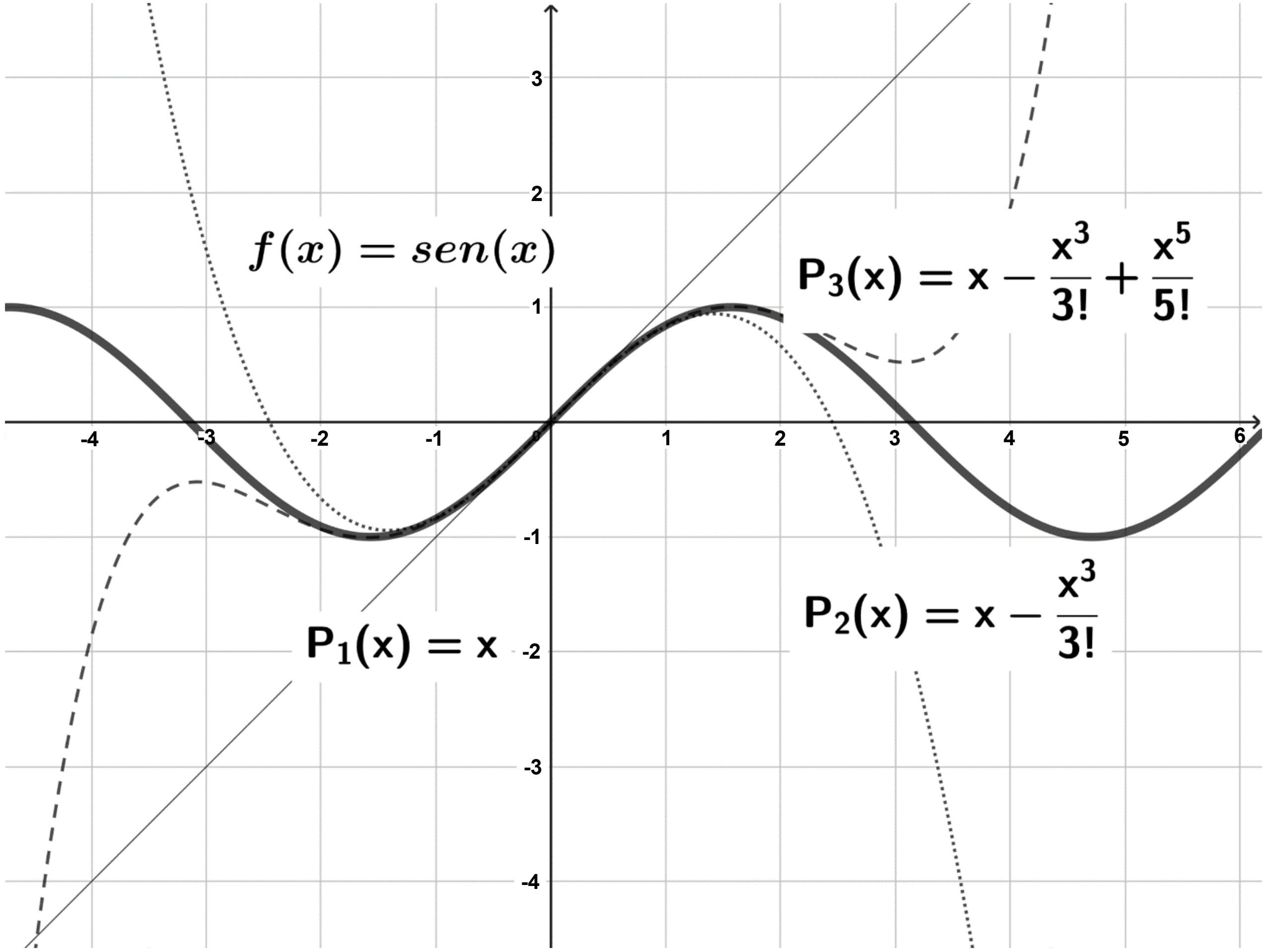
Polinômios de Taylor: exemplo 2

- Obter os polinômios de Taylor de grau n = 1, 2, 3 da função exponencial $f(x) = sen(x)$.

Série de Maclaurin:

$$\boxed{sen(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} \cdots}$$

- $P_1(x) = x$
- $P_2(x) = x - \frac{x^3}{3!}$
- $P_3(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!}$



Fonte: Autoria própria.

Resto da série de Taylor

- Se refere à diferença entre a função original e a aproximação polinomial truncada em algum ponto.

Ou seja, se truncarmos a série de Taylor após o k-ésimo termo, o resto é a diferença entre a função original e essa aproximação polinomial truncada:

$$\boxed{R_k(x) = f(x) - P_n(x)}$$

$$\boxed{R_k(x) = f(x) - \left[f(a) + \frac{f'(a)(x - a)}{1!} + \frac{f''(a)(x - a)^2}{2!} + \ldots + \frac{f^{(k)}(a)(x-a)^k}{k!}\right]}$$

Resto da série de Taylor

$$R_n(x) = f(x) - P_n(x)$$

- É uma medida de quão bem a série de Taylor representa a função original.
- Quanto menor o resto, melhor a aproximação polinomial.
- Se o resto for zero, então a função $f(x)$ é a soma da sua série de Taylor.

$$\lim_{n\to\infty} R_n(x) = 0 \Rightarrow f(x) = P_n(x)$$

Desigualdade de Taylor

- Ferramenta para calcular o erro de aproximação de uma função usando uma série de Taylor.

- Dá uma estimativa de quão perto a aproximação está da função original.

A desigualdade de Taylor nos diz que o erro de aproximação cometido pela série de Taylor é proporcional à enésima + 1 derivada da função:

$$\left| f^{(n+1)}(x) \right| \leq M$$

- Quanto maior o valor absoluto desta derivada em um determinado ponto, maior será o erro de aproximação cometido pela série de Taylor nesse ponto.

Desigualdade de Taylor

Formalmente, a desigualdade de Taylor afirma que, para qualquer função $n + 1$ vezes diferenciável em um intervalo, e para qualquer ponto x dentro desse intervalo, existe um número M entre a e x, tal que:

$$|\, R_k(x)| \leq \frac{M}{(n+1)!} \cdot |(x - a)^{n+1}|$$

- Se essa desigualdade for válida para todo n e as outras condições do teorema de Taylor forem satisfeitas por f, então a série converge para $f(x)$.

Ou seja:

- $f(x)$ é a soma da sua série de Taylor

$$f(x) = P_n(x)$$

Funções em séries e seus intervalos de convergência

$\dfrac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots + x^n + \cdots$	$(-1,1)$
$e^x = 1 + x + \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^3}{3!} + \cdots + \dfrac{x^n}{n!} + \cdots$	$(-\infty,\infty)$
$sen(x) = x - \dfrac{x^3}{3!} + \dfrac{x^5}{5!} - \dfrac{x^7}{7!} + \cdots + (-1)^n \dfrac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \cdots$	$(-\infty,\infty)$

- Geogebra.
- Excel.

Interatividade

Qual é o significado do Resto da Série de Taylor?

a) É o erro cometido ao aproximar uma função por meio de seu polinômio de Taylor.
b) É o termo constante presente no polinômio de Taylor.
c) É o termo de ordem zero no polinômio de Taylor.
d) É o termo de ordem infinita no polinômio de Taylor.
e) É o termo mais relevante no polinômio de Taylor.

Resposta

Qual é o significado do Resto da Série de Taylor?

a) É o erro cometido ao aproximar uma função por meio de seu polinômio de Taylor.
b) É o termo constante presente no polinômio de Taylor.
c) É o termo de ordem zero no polinômio de Taylor.
d) É o termo de ordem infinita no polinômio de Taylor.
e) É o termo mais relevante no polinômio de Taylor.

Cálculo de integrais

- O cálculo de integrais usando séries de potências pode ser realizado por meio da expansão de uma função em série de potências, e depois integrar termo a termo.

- Para integrar termo a termo, é necessário que a série de potências seja convergente no intervalo desejado.

- Após a integração termo a termo, pode-se obter uma nova série de potências que represente a integral da função original neste intervalo.

Antiderivadas

- As séries de potências são utilizadas para aproximar e integrar funções que não possuem antiderivadas elementares: não podem ser expressas em funções como seno, cosseno, logaritmo, exponencial.

- A operação de encontrar a antiderivada é a integração: processo inverso da diferenciação.

- A antiderivada também é conhecida como primitiva da função $f(x)$.

Integração

- Ferramenta fundamental na análise matemática.

- Áreas aplicadas da matemática, como física, engenharia, economia.

- Calcular áreas, volumes, trabalho, energia e quantidades que podem ser representadas por integrais.

Integral indefinida

$$\int e^{x^2} dx$$

- É uma integral indefinida: não existe uma expressão simples para a antiderivada desta função.

- A função e^{x2} aparece em muitas distribuições de probabilidades: a área sob a curva (intervalo específico) fornece a probabilidade de um evento ocorrer.

Desenvolvimento em séries de potência

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e^{x^2} = 1 + x^2 + \frac{x^4}{2!} + \frac{x^6}{3!} + \cdots + \frac{x^{2n}}{n!} + \cdots$$

Podemos determinar a integral:

$$\int e^{x^2} dx = \int \left[1 + x^2 + \frac{x^4}{2!} + \frac{x^6}{3!} + \cdots + \frac{x^{2n}}{n!} + \cdots\right] dx$$

Obtendo a integral

$$\int e^{x^2} dx = \int \left[1 + x^2 + \frac{x^4}{2!} + \frac{x^6}{3!} + \cdots + \frac{x^{2n}}{n!} + \cdots\right] dx$$

Integrando o lado esquerdo:

$$\int e^{x^2} dx = x + \frac{x^3}{3 \cdot 2!} + \frac{x^5}{5 \cdot 2!} + \frac{x^7}{7 \cdot 3!} + \cdots + \frac{x^{(2n+1)}}{(2n+1)n!} + \cdots$$

- Cálculo da intensidade de um campo elétrico.
- Difração de ondas em uma abertura.
- Distribuição de temperatura em uma placa plana.

Soluções para equações diferenciais: problema de valor inicial

Passos para resolver uma equação diferencial ordinária linear de primeira ordem por meio da série de potências:

- Escrever a equação diferencial:

$$y' - y = x, y(0) = 1$$

- Escrever a solução y como uma série de potências:

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a^3 x^3 + \ldots + a_n x^n$$

- Calcular a derivada e substituir y' e y na equação diferencial.

Soluções para equações diferenciais: problema de valor inicial

Obter e resolver um sistema de equações para encontrar os coeficientes da série de potências, usando a condição de contorno dada:

$$y(0) = 1$$

- (uma só, pois é equação de primeira ordem e é possível determinar a solução única a partir de uma condição inicial).

Substituir os coeficientes na equação obtida:

$$y = 1 + x + 2\frac{x^2}{2!} + 2\frac{x^3}{3!} + \cdots + 2\frac{x^n}{n!} + \cdots \Rightarrow y = 1 + x + 2\underbrace{\left[\frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \right]}_{e^x - 1 - x}\cdots$$

A solução geral da equação diferencial é:

$$y = 2e^x - 1 - x$$

Síntese

- Sequências e séries infinitas, propriedades, limites, convergência e divergência.
- Critérios de convergência de séries de termos positivos e alternados.
- Séries de potências: polinômios/somas de séries infinitas, importantes no processamento de dados, resolução de equações diferenciais, aproximação de funções e transformação de equações diferenciais em equações algébricas.
- Séries de Taylor e Maclaurin para representar funções.

Interatividade

Qual das alternativas abaixo **<u>não</u>** está correta sobre séries de potências ?

a) Permitem expressar funções como polinômios infinitos ou somas de séries infinitas.
b) É possível somar, subtrair, multiplicar, derivar e integrar séries de potências.
c) Podem ser usadas para resolver equações diferenciais ordinárias com valor inicial.
d) Só podem ser usadas para integrar funções com antiderivadas elementares.
e) Podem ser utilizadas para aproximar funções por polinômios.

Resposta

Qual das alternativas abaixo **não** está correta sobre séries de potências ?

a) Permitem expressar funções como polinômios infinitos ou somas de séries infinitas.
b) É possível somar, subtrair, multiplicar, derivar e integrar séries de potências.
c) Podem ser usadas para resolver equações diferenciais ordinárias com valor inicial.
d) Só podem ser usadas para integrar funções com antiderivadas elementares.
e) Podem ser utilizadas para aproximar funções por polinômios.

ATÉ A PRÓXIMA!