Pergunta 1

0,5 em 0,5 pontos

Os telefones celulares, no estado de São Paulo, são formados por 9 algarismos. A quantidade máxima de linhas telefônicas que podem ser disponibilizadas, sabendo que os numerais telefônicos iniciam com o algarismo 9 e o segundo dígito não pode ser zero, é:

Resposta Selecionada: c. 90.000.000

Respostas:
a. 70.000.000
b. 80.000.000
c. 90.000.000
d. 100.000.000
e. 110.000.000

Comentário da resposta: Resposta: C.
Comentário: Considere o evento “formar um numeral telefônico”. Note que deveremos cumprir 9 etapas sucessivas e independentes para que o evento ocorra. Representaremos cada uma das 9 etapas através de cada quadrilátero da figura abaixo. Para formar os numerais telefônicos, dispomos de 10 algarismos que são os elementos do conjunto {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. Veja que para a 1ª etapa temos 1 possibilidade de escolha, pois só podemos escolher o dígito 9. Para o segundo dígito, temos 9 possibilidades de escolha entre os dez algarismos disponíveis, já que o segundo dígito não pode ser zero. Para as demais etapas não existe restrições; logo, há 10 possibilidades para cada uma delas. Assim pelo Princípio Fundamental da Contagem (PFC) temos:

1	9	10	10	10	10	10	10	10

1 · 9 · 10 · 10 · 10 · 10 · 10 · 10 · 10 = 90.000.000 de linhas telefônicas

Pergunta 2

0,5 em 0,5 pontos

Assinale a alternativa que contém a quantidade de números de 3 algarismos distintos que podemos formar com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 sem repeti-los e de modo que comecem por 3 e terminem com 4:

Resposta Selecionada: a. 7.

Respostas:
a. 7.
b. 10.
c. 12.
d. 13.
e. 15.

Comentário da resposta: Resposta: A.
Comentário:
Na 1ª posição, teremos o número 3, portanto 1 possibilidade.
Na 2ª posição, há 7 possibilidades, pois não são possíveis o número 3 nem o número 4.
Na 3ª posição temos o 5, portanto 1 possibilidade, logo:

1	7	1

1 · 7 · 1 = 8 números que começam com 2 e terminam em 5.

Pergunta 3

0,5 em 0,5 pontos

Quantos anagramas podem ser formados com a palavra FORMULA, em que as letras FOR, nesta ordem, permaneçam juntas?

Resposta Selecionada: d. 120.

Respostas:

a. 40320.

b. 5040.

c. 5760.

d. 120.

e. 86.

Comentário da resposta: Resposta: D.
Comentário: Este é um problema de Permutação Simples, pois das 7 letras da palavra FORMULA, usaremos todas para formar os anagramas. Todavia, o exercício exige que as letras FOR permaneçam, nesta ordem juntas; portanto, podemos considerá-las como uma única letra. Assim a palavra FORMULA passa a ter apenas 5 letras. Logo, a quantidade de Permutações Simples Pn é:
$P_5 = 5! = 120$

Pergunta 4

0,5 em 0,5 pontos

Quantos números podemos obter se fizermos o produto de dois números escolhidos entre os números 2, 3, 5, 7 e 9?

Resposta Selecionada: e. 10.

Respostas:

a. 18.

b. 35.

c. 12.

d. 8.

e. 10.

Comentário da resposta: Resposta: E
Comentário: Trata-se de um problema de combinação simples, pois, sendo a multiplicação uma operação que goza da propriedade comutativa, não há diferença entre o produto 2 . 3 e 3 . 2, por exemplo. Portanto, a ordem não é relevante.
Assim tomaremos 2 números em um conjunto de 5 elementos. Assim:

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5!}{2!3!} = 10$$

Pergunta 5

0,5 em 0,5 pontos

Quantos são os anagramas da palavra CONTENTE?

Resposta Selecionada: b. 5040.

Respostas:

a. 120.

b. 5040.

c. 60.

d. 720.

e. 24.

Comentário da resposta: Resposta: B.
Comentário: Neste caso, há 2 repetições da letra N, 2 repetições da letra T, e 2 repetições da letra E, totalizando 8 letras. Logo, temos um problema de permutação com repetição.

$$P_8^{2,2,2} = \frac{8!}{2!2!2!} = 5040$$

Pergunta 6

0,5 em 0,5 pontos

Um grupo tem que conter quantas pessoas para se garantir que duas pessoas do grupo tenham nascido no mesmo dia da semana?

Resposta Selecionada: e. 8.

Respostas:

a. 4.

b. 5.

c. 6.

d. 7.

e. 8.

Comentário da resposta: Resposta: E.
Comentário: O exercício trata do Princípio da Casa dos Pombos. Como a semana tem 7 dias, o grupo terá que conter 8 pessoas: (7+1) = 8 pessoas.

Pergunta 7

0,5 em 0,5 pontos

Formados e dispostos em ordem crescente, considerando os números que se obtêm permutando-se os algarismos 1, 2, 3, 4, 8, que lugar ocupa o número 43281?

Resposta Selecionada: d. 88º

Respostas:

a. 70º

b. 43º

c. 101º

d. 88º

e. 58º

Comentário da resposta: Resposta: D
Comentário: Colocando em ordem crescente as permutações obtidas dos 5 algarismos, temos:

1					$\Rightarrow P_4 = 4! = 24$
2					$\Rightarrow P_4 = 4! = 24$
3					$\Rightarrow P_4 = 4! = 24$
4	1				$\Rightarrow P_3 = 3! = 6$
4	2				$\Rightarrow P_3 = 3! = 6$
4	3	1			$\Rightarrow P_2 = 2! = 2$
4	3	2	1		$\Rightarrow P_1 = 1! = 1$
4	3	2	8	1	$\Rightarrow$ 88º

Somando-se as permutações 24 + 24 + 24 + 6 + 6 + 2 + 1 = 87.
Logo, o número 43281 ocupa o 88º lugar.

Pergunta 8

0 em 0,5 pontos

O alto escalão de uma grande empresa é composto por seis pessoas: o presidente, a vice-presidente e quatro diretores. Em uma reunião, essas pessoas vão ocupar uma mesa redonda. Em quantas disposições diferentes essas pessoas podem se sentar em torno da mesa?

Resposta Selecionada: c. 6.

Respostas:
a. 1.
b. 2.
c. 6.
d. 24.
e. 120.

Pergunta 9

0,5 em 0,5 pontos

Com 5 cores diferentes, de quantas maneiras distintas podemos pintar 6 carros idênticos, pintando cada carro de uma única cor?

Resposta Selecionada: b. 210.

Respostas:
a. 120.
b. 210.
c. 5040.
d. 380.
e. 560.

Comentário da resposta:

Resposta: B
Comentário: Este exercício pode ser resolvido determinando a quantidade de soluções não negativas de uma equação linear ou por combinação com repetição.
Chamando de x_1, a quantidade de carros pintados da cor 1, x_2 a quantidade de carros pintados da cor 2, x_3 a quantidade de carros pintados da cor 3, x_4 a quantidade de carros pintados da cor 4 e x_5 a quantidade de carros pintados da cor 5, podemos montar a seguinte equação linear:

$x_1 + x_2$
$+ x_3 + x_4 + x_5 = 6$

Assim teremos:
6 símbolos /: //////
4 símbolos +: ++++

Portanto, a solução do problema será o cálculo dos anagramas da "palavra" //////++++, ou seja, a quantidade de permutações dos 10 símbolos (//////++++) com 6 repetições do símbolo / e 4 repetições do símbolo +.

Desse modo:

$P_{10}^{6,4} = \frac{10!}{6!4!}$ = 210 maneiras

Outra maneira, é considerarmos que podemos assumir as cores como um conjunto de 5 elementos e que serão pintados 6 carros, o que significa dizer que serão formados agrupamentos não ordenados (a ordem dos carros pintados não importa) e que pelo menos uma cor irá se repetir. Assim temos uma combinação com repetição de 5 elementos tomados 6 a 6.

$CR_{5,6} = P_{10}^{6,4} = C_{10,6} = \frac{10!}{6!(10-6)!} = \frac{10!}{6!4!}$ = 210 maneiras

Pergunta 10

0,5 em 0,5 pontos

O termo médio ou central do desenvolvimento do binômio $(x+1)^6$ é:

Resposta Selecionada: a. $20x^3$

Respostas:

a. $20x^3$

b. $24x^3$

c. $21x^2$

d. $20x^2$

e. $20x^4$

Comentário da resposta: Resposta: A

Comentário: O desenvolvimento desse binômio tem 7 termos:

1º, 2º, 3º, $\underbrace{4^{\circ}}_{\text{termo médio}}$, 5º, 6º, 7º

Assim, devemos encontrar o 4º termo.

Para o 4º termo, temos k + 1 = 4 ⇒ k = 3 e $\begin{cases} n = 6 \\ a = x \\ b = 1 \end{cases}$

$T_{k+1} = \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$

$T_{3+1} = \binom{6}{3} (x)^{6-3} \cdot (1)^3$

$T_4 = \binom{6}{3} x^3$

$T_4 = 20x^3$

← OK