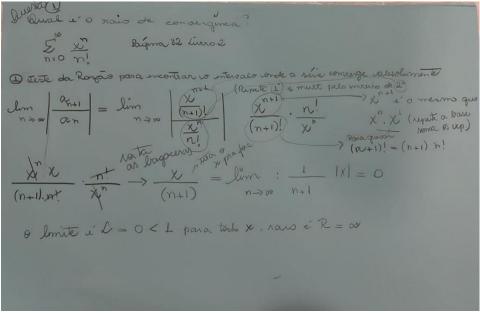
APANHADO ANÁLISE MATEMÁTICA

Questão 1: Qual é o raio de convergência da série de potências a seguir?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

- a) R = 1
- b) R = 0
- c) $R = \infty$
- d) $R = \frac{1}{2}$
- e) R = 2



Teorema

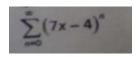
De acordo com Stewart (2016, p. 676), para a série de potências $\sum_{n=0}^{\infty} C_n(x-a)^n$ existem apenas três possibilidades:

- (i) A série converge somente em x = a.
- (ii) A série converge para todos os valores de x.
- (iii) Existe um número R > 0 tal que a série converge se |x-a| < R e diverge se |x-a| > R.

O conjunto de todos os valores de x para os quais uma dada série de potências é convergente é chamado **intervalo de convergência** da série.

- Se (i) for válida, dizemos que o raio de convergência é R = 0.
- Se (ii) for válida, dizemos que o raio de convergência é R =∞.
- Se (iii) for válida, dizemos que o número R é chamado de raio de convergência da série.

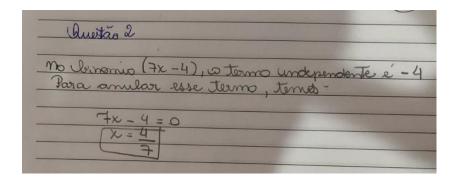
Questão 2: Para a série de potências abaixo,



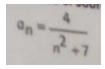
podemos afirmar que:

- a) O centro é a = 4
- b) O centro é a = 7
- c) O centro é a = 4/7

- d) O centro é a = 7/4
- e) O centro é a = 1

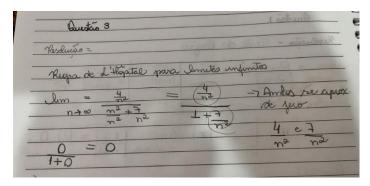


Questão 3: Sobre a sequência dada abaixo,



Podemos afirmar que:

- a) Diverge
- b) Converge para 0
- c) Converge para 2
- d) Converge para 1
- e) É uma série geométrica



2. outro modo de resolver:

Para determinar o comportamento da sequência quando n tende ao infinito, podemos calcular o limite

Quando n tende ao infinito, o denominador n^2 domina, então a fração se aproxima de zero:

$$\lim_{n o\infty}rac{4}{n^2+7}=rac{4}{\infty+7}=rac{4}{\infty}=0$$

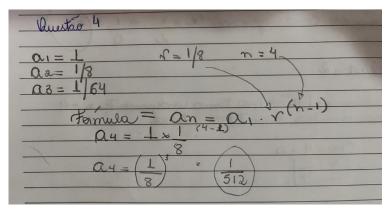
Portanto, a sequência converge para 0 quando *n* tende ao infinito.

3. (você pode substituir por valores para ver o comportamento dos números também)

$$a_1 = rac{4}{1^2 + 7} = rac{4}{8} = rac{1}{2}$$
 $a_2 = rac{4}{2^2 + 7} = rac{4}{11}$
 $a_3 = rac{4}{3^2 + 7} = rac{4}{16} = rac{1}{4}$
 $a_4 = rac{4}{4^2 + 7} = rac{4}{23}$

Questão 4: Se os valores 1; 1/8; 1/64 representam os três primeiros termos de uma série geométrica, qual é o quarto termo?

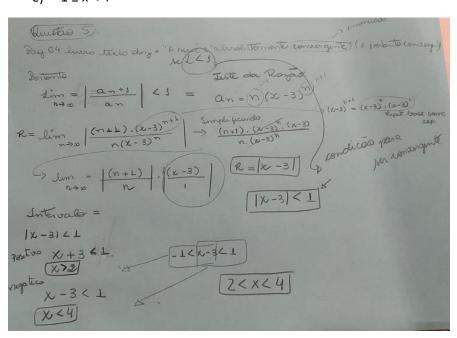
- a) $\frac{1}{512}$
- b) $\frac{1}{24}$
- c) ½
- d) $\frac{1}{4096}$
- e) $\frac{1}{256}$



Questão 5: O intervalo de convergência da seguinte série de potências é:



- a) 2 < x < 4
- b) $2 \le x < 4$
- c) -1 < x < 1
- d) $2 < x \le 4$
- e) $-1 \le x < 4$



Questão 6: Analise os itens abaixo e assinale a alternativa correta:

- I. Toda sequência convergente é limitada
- II. Toda sequência monótona e limitada é convergente
- III. Se $n \to \infty$ podemos afirmar que a série é divergente
- IV. Se uma série infinita for absolutamente convergente, então ela é convergente.

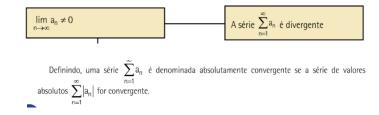
- a) Apenas a afirmativa I está correta.
- b) As afirmativas I e IV estão corretas.
- c) As afirmativas II, III e IV estão corretas.
- d) As afirmativas I, II e III estão corretas.
- e) Todas as afirmativas estão corretas.

Nesse contexto, vale destacar o seguinte teorema: toda sequência convergente é limitada.

Porém, **nem toda sequência limitada é convergente**. Um exemplo clássico disso é a sequência $\left\{ \begin{pmatrix} -1 \end{pmatrix}^n \right\}$, pois ela é limitada pelo -1 e 1, mas é divergente.

Além disso, **nem toda sequência monótona é convergente.** Por exemplo: a sequência {n} é crescente (monótona), mas divergente.

Por fim, um teorema muito importante conhecido como teorema da convergência monótona afirma que toda sequência monótona e limitada é convergente.



, quais são os 4 primeiros elementos da sequência de somas parciais 🦠

Questão 7: Dada a série infinita

? (considerei +3) pois com -3 não batia as alternativas

- a) 4, 5, 7, 11
- b) 3, 5, 7, 11
- c) 5, 5, 7, 11
- d) 1, 2, 3, 4
- e) 1, 2, 4, 8

corrigida: Questão 8: Dada a sequência abaixo, qual é o valor do limite e o que isso representa?

$$a_n = \frac{3n^3 + 1}{2n^2 + n}$$

- a) O valor do limite é infinito e portanto divergente
- b) O valor do limite é ½ e portanto convergente
- c) O valor do limite é ½ e portanto divergente
- d) O valor do limite é infinito e portanto convergente
- e) O valor do limite é 3/2 e portanto convergente

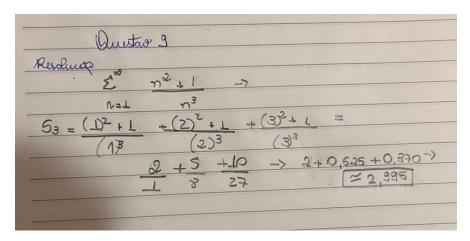
A regra de L'Hôpital é usada para calcular limites indeterminados de funções, por exemplo, $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$, estudada normalmente em cálculo diferencial. A ferramenta utilizada é a derivada de funções.

RESOLUÇÃO:

Regra de L'Hopatal (
$$\frac{1}{2}$$
 and $\frac{1}{2}$) = lum $\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{2}$) = lum $\frac{1}{$

, o valor aproximado do 3. elemento da sequência de somas parciais é:

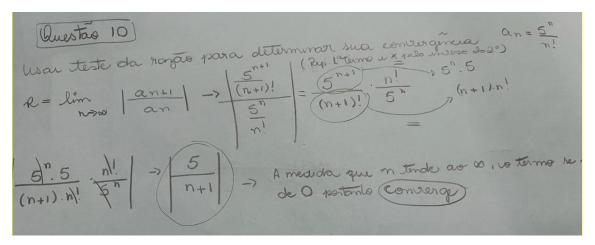
- a) 2
- b) 2,62
- c) 2,99
- d) 3,4
- e) 7



CORRIGIDA! Questão 10: Analisando a série infinita e usando o teste da razão, podemos afirmar que:

- a) Diverge
- b) Converge, e o resultado do limite é 5
- c) É uma série harmônica
- d) É uma série geométrica convergente
- e) É uma série absolutamente convergente

(No caso da série , o teste da razão nos deu um limite , o que significa que a série converge, mas isso não nos diz para qual valor ela converge. A afirmação de que "o resultado do limite é 5" é incorreta porque o teste da razão não fornece essa informação.)



Questão 11: Qual é o intervalo de convergência da série de potências a seguir?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3n} (x-3)^n$$

- a) $-7/2 \le x < -5/2$
- b) $-7/2 \le x \le -5/2$

- c) -1 < x < 1
- d) -7/2 < x < -5/2
- e) $-7/2 < x \le -5/2$

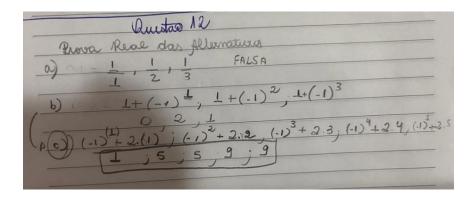
$$L=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{\frac{2^{n+1}}{3(n+1)}(x-3)^{n+1}}{\frac{2^n}{3n}(x-3)^n}\right|$$
 Simplificando, obtemos:
$$L=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{2(x-3)}{1+\frac{1}{n}}\right|=|2(x-3)|$$
 Para que a série de potências convirja, precisamos que $L<1$, o que nos dá:
$$|2(x-3)|<1$$
 Resolvendo a desigualdade:
$$-1<2(x-3)<1$$

$$-\frac{1}{2}< x-3<\frac{1}{2}$$
 Adicionando 3 em todos os termos:
$$-\frac{1}{2}+3< x<\frac{1}{2}+3$$

$$\frac{5}{2}< x<\frac{7}{2}$$

Questão 12: Qual das seguintes expressões representa o termo geral da sequência 1, 5, 5, 9, 9, ...?

- a) $\frac{1}{n}$
- b) $1 + (-1)^n$
- c) $(-1)^n + 2n$
- d) 3n 1
- e) 2n 1



Questão 13: Integrando a série de potências termo a termo $\frac{1}{1+x} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$, questão 13: Integrando a série de potências termo a termo

 $\frac{1}{x} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$, obtemos a representação pela

a) f(x) = ln(1-x)

série de potência da função:

- b) f(x) = senx
- c) $f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$
- $d) \quad f(x) \ = \ ln(1-x)$
- e) $f(x) = (1+x)^2$

Questão 14: A série de potências (série de Maclaurin) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, para $-\infty < x < \infty$ é a representação em série para a função:

a) senx

- b) cos x
- ex c)
- d) Inx
- e) tgx

Tabela 4 - Representação de algumas funções em séries e seus intervalos de convergência

$$\begin{split} &\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + \dots (-1,1) \\ &\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots + (-1)^n x^n + \dots (-1,1) \\ &\frac{1}{1+x^2} = 1 - x^2 + x^4 - x^6 + \dots + (-1)^n x^{2n} + \dots (-1,1) \\ &e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots (-\infty, \infty) \\ &\operatorname{senx} = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots (-\infty, \infty) \\ &\cos x = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots \cdot (-\infty, \infty) \end{split}$$

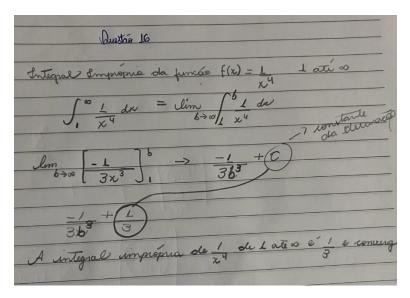
Questão 15: A sequência de termo geral $a_n = \frac{1}{n+1}$ pode ser classificada em:

$$a_n = \frac{1}{n+1}$$

- a) Decrescente e limitada
- b) Crescente e ilimitada
- c) Crescente e limitada
- d) Decrescente e ilimitada
- e) Constante

Questão 16: Usando o teste da integral, podemos afirmar que a série de termos positivos

- a) Diverge
- b) Converge, e o resultado da integral imprópria é 1/3
- c) Converge, e o resultado da integral imprópria é 1/2
- d) Converge, e o resultado da integral imprópria é 1
- e) Converge, e o resultado da integral imprópria é 3



Questão 17: Analise os itens abaixo e assinale a alternativa correta:

Para a série a seguir, temos:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (x-6)^n = 1 + (x-6) + (x-6)^2 + (x-6)^3 + \dots + (x-6)^n + \dots$$

- 1. Os termos $(x-6)^n$ são os coeficientes da série. (Esta afirmação é incorreta. Os termos (x-6)^n são as potências de (x-6) e não os coeficientes da série)
- II. a = 0 é o centro da série
- III. Os coeficientes CO, C1, C2, C3,...Cn da série são todos iguais a 1.
- IV. a = 6 é o centro da série
 - a) Apenas a afirmativa I está correta
 - b) As afirmativas I e IV estão corretas
 - c) As afirmativas III e IV estão corretas
 - d) As afirmativas I, II e III estão corretas

corrigida! Questão 18: Derivando a série de potências termo a termo, obtemos a representação pela série de potência da função:

a)
$$f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$$

b)
$$f(x) = \frac{1}{(1-x)^3}$$

c)
$$f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$$

d)
$$f(x) = (1-x)^2$$

e)
$$f(x) = (1+x)^2$$

NÃO ENTENDI A PERGUNTA:')

Questão 19: Analise os itens abaixo e assinale a alternativa correta:

- I. Toda sequência monótona é convergente
- II. Toda sequência convergente é limitada
- III. Toda sequência limitada é monótona
- IV. Toda sequência monótona e limitada converge
 - a) Apenas a alternativa II está correta
 - b) Apenas as afirmativas II e IV estão corretas
 - c) As afirmativas II, III e IV estão corretas

- d) As afirmativas I, II e III estão corretas
- e) Todas as afirmativas estão corretas

Questão 20: Sobre a série dada abaixo:



Podemos afirmar que:

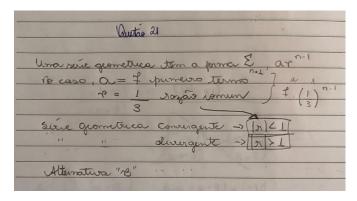
- a) É uma série harmônica
- b) É uma sequência convergente
- c) É uma série geométrica
- d) É uma p-série divergente
- e) É uma p-série convergente

 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7}{3^n} \right)$

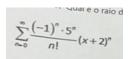
Questão 21: Sobre a série

podemos afirmar que:

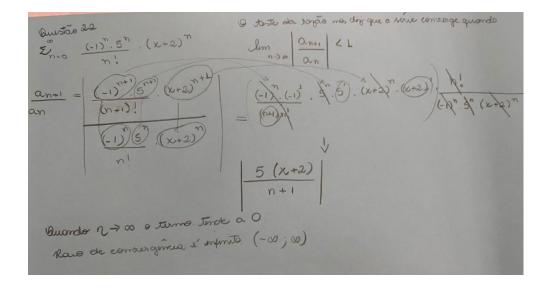
- a) É uma série geométrica divergente
- b) É uma série geométrica convergente com a = 7/3 e razão r = 1/3
- c) É uma série geométrica convergente com a = 7/3 e razão r = 7/3
- d) É uma série alternada
- e) É uma série telescópica



corrigida! Questão 22: Qual é o raio de convergência da série de potências a seguir?



- a) 0 < x < 5
- b) $-5 \le x \le 5$
- c) (-∞, 0)
- d) $(-\infty, \infty)$
- e) [0, ∞]

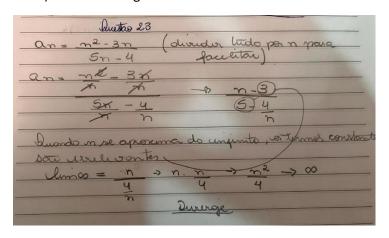


Questão 23: Sobre a sequência dada abaixo,

$$a_n = \frac{n^2 - 3n}{5n - 4}$$

Podemos afirmar que:

- a) Diverge
- b) Converge para ¾
- c) Converge para 3/5
- d) Converge para 1
- e) É uma série geométrica



Questão 24: Sobre a série dada abaixo:

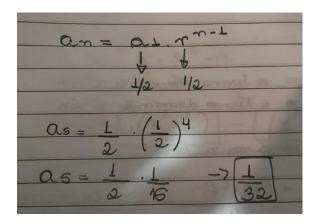


Podemos afirmar que:

- a) É uma série harmônica
- b) É uma sequência convergente
- c) É uma série geométrica
- d) É uma p-série divergente
- e) É uma p-série convergente

Questão 25: Se os valores ½; ¼ ; 1/8; 1/16 representam os quatro primeiros termos de uma série geométrica, qual é o quinto termo?

- a) 1/10
- b) 1/25
- c) 1/32
- d) 1/5
- e) 1/256

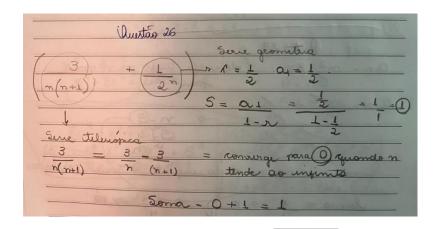


Questão 26: Sobre a série dada abaixo,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{n(n+1)} + \frac{1}{2^n} \right)$$

Podemos afirmar que ele é convergente e sua soma é:

- a) 0
- b) ½
- c) 1
- d) 2
- e) 4



Questão 27: Podemos afirmar que a série

a) É uma série alternada divergente

- b) É uma série alternada convergente
- c) É uma p-série convergente
- d) É uma p-série divergente
- e) É uma série geométrica



Questão 28: A série de potências (série de Maclaurin) para a função:

- a) senx
- b) cos x
- c) ex
- d) Inx
- e) tgx

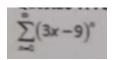
$$\cos x = x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots \cdot (-\infty, \infty)$$

Questão 29: O maior e menor valor atingido pela sequência de termo geral $a_n = 2 + (-1)^n$ são, respectivamente:

- a) 3 e 1
- b) 3 e -1
- c) 2 e 1
- d) 2 e -2
- e) 1 e 0

Quando $n \in par$, $an = 2 + 1 = 3 / Quando <math>n \in par$, an = 2 - 1 = 1

Questão 30: Para a série de potências abaixo,



podemos afirmar que:

- a) O centro é a = 3
- b) O centro é a = 9
- c) O centro é a = 1
- d) O centro é a = 2
- e) O centro é a = 4

Na série dada $(3x-9)^n$, o temo (3x-9) indica que a série está centrada em torno de x = 9/3 = 3

Questão 31: Analise os itens abaixo e assinale a alternativa correta:

I – A série
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5n}$$
 é uma série divergente.

II – A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^n}$ é uma série convergente pelo teste da raiz.

III – $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^7}$ é divergente porque é uma p-série com p = 7 > 1.

IV – A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{3^n}$ é uma série geométrica divergente.

- a) Apenas a afirmativa I está correta
- b) Apenas as afirmativas II e IV estão corretas
- c) As afirmativas II, III e IV estão corretas
- d) As afirmativas I e III estão corretas
- e) Todas as afirmativas estão corretas

Questão 32: A sequência de termo geral an = 5 pode ser classificada em:

- a) Decrescente e limitada
- b) Crescente e ilimitada
- c) Crescente e limitada
- d) Decrescente e ilimitada
- e) Constante



Questão 33: Usando o teste de comparação, podemos afirmar que a série

- a) Converge
- b) É uma série alternada
- c) É uma série geométrica
- d) Diverge
- e) É constante

Questão 34: Para a série a seguir, temos:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{6} (x+7)^n = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} (x+7) + \frac{1}{6} (x+7)^2 + \frac{1}{6} (x+7)^3 + \dots + \frac{1}{6} (x+7)^n + \dots$$

Podemos afirmar que:

- a) O termo $\sum_{n=0}^{\infty} (x+7)^n$ é o n-ésimo termo da série
- b) a = 7 é o centro da série
- c) a = -7 é o centro da série
- d) Os coeficientes CO, C1, C2, C3...Cn... são todos iguais a 1
- e) a = 7/6 é o centro da série

Questão 35: atenção com o expoente, tem 2n e 2n+1

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left(-1\right)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}, \text{ para } -\infty < x < \infty$$

A série de potências (série de Maclaurin)

é a representação em série para a função:

b) cos x

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1}$$

$$\cos x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$$

Questão 36: Analise os itens abaixo e assinale a alternativa correta:

Para a série de potências a seguir, temos:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots$$

- I- O termo é o n-ésimo termo da série
- II- a = 0 é o centro da série
- III- Os coeficientes CO, C1, C2, C3,...Cn... da série são todos iguais a 1
- IV- Os coeficientes CO, C1, C2, C3,...Cn... da série são todos iguais a 1/n!
- a) Apenas a afirmativa I está correta
- b) Apenas as afirmativas II e IV estão corretas
- c) As afirmativas II, III e IV estão corretas
- d) As afirmativas I, II e IV estão corretas
- e) Todas as afirmativas estão corretas

Questão 37: Qual é o raio de convergência da série de potências a seguir?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}$$

- a) R = 1
- b) R = 0
- c) R = ∞
- d) $R = \frac{1}{2}$
- e) R = 2

Questão 38: Usando o teste de comparação, podemos afirmar que a série



- a) Converge para 2
- b) Converge para 1
- c) Converge para -1
- d) É divergente
- e) Converge para 0