PPGMCS - Projeto e Análise de Algoritmos
Problemas NP-Completos

Prof. Renê Rodrigues Veloso

1 de julho de 2015

1 Exercícios

1. A afirmação a seguir está correta? Explique: "Resolver problemas da classe NP-completo requer tempo exponencial".

2. Defina as seguintes classes:

   (a) P

   (b) NP

   (c) NP-Completo

3. Responda:

   (a) Qual é a diferença entre problema de otimização e problema de decisão?

   (b) Suponha que uma pessoa lhe disse que o problema do Caixeiro Viajante é NP-Completo, enquanto outra afirma que é NP-Difícil. Qual das duas está correta? Por quê?

   (c) Pesquise o que é a classe NPSPACE. Dê um exemplo.

   (d) Defina a classe Co-NP e dê um exemplo.

   (e) Por que o problema das Torres de Hanoi não é NP-Completo?

4. Segundo o Wikipedia: A partir dos resultados de Kurt Gödel, Alan Turing e Church, pode-se dizer que existem funções para as quais não existe uma sequência de passos que determinem o seu valor, com base nos seus argumentos. Isto é, "não existem algoritmos para a solução de determinadas funções". São as chamadas "funções não computáveis".

   (a) Mostre que isso é verdade usando o argumento da diagonalização de Cantor.

(b) Um problema indecidível é um problema de decisão em que é impossível construir um algoritmo que sempre responde corretamente sim ou não. Você conhece algum problema indecidível? Explique-o.

5. Se você sabe que um problema X é NP-Completo e quer mostrar que outro problema Y é NP-Completo, você reduz X à Y ou Y à X ? Justique sua resposta.

6. Responda com 'Sim', 'Não' ou 'Talvez': Existe um algoritmo de tempo polinomial para determinar se um grafo não direcionado possui um ciclo hamiltoniano? Justifique.

7. Se um problema A é conhecido ser NP-Completo e é redutível (em tempo polinomial) a outro problema B, o que podemos dizer a respeito de B?

8. O limite inferior de qualquer algoritmo de ordenação por comparação é $\Omega(nlogn)$. Dessa forma, o problema do pareamento, citado na seção 17.1 do livro, tem também tempo $\Omega(n \log n)$. No entanto, é possível restringir um pouco o problema e obter um algoritmo de pareamento que é $\Omega(n + k)$, se usarmos comparação por contagem.

   (a) Apresente a redução que resolva o pareamento usando Comparação por Contagem.

   (b) Responda: isso significa que descobrimos um novo limite inferior para o problema de pareamento e, consequentemente, conseguimos um limite inferior menor para um algoritmo de ordenação por comparação?

9. É NP-completo decidir se um dado grafo admite uma k-coloração para um dado k, exceto para os casos onde k = 1 e k = 2. A partir da seguinte afirmação "3-SAT é NP-Completo", demonstre que o problema da 3-coloração é NP-Completo. Em seguida, demonstre que o problema da k-coloração também é NP-Completo. (Interessante: o jogo Sudoku pode ser visto como um problema de 9-coloração em um grafo com 81 vértices.)

10. Considere este algoritmo para resolver o problema K-Clique. Primeiro, gere todos os subconjuntos de vértices contendo exatamente k vértices. Existem $O(n^k)$ subconjuntos. Então, cheque se algum subgrafo entre esses subconjuntos é completo. Se esse algoritmo executar em tempo polinomial, qual seria a sua significância?

11. Desenhe o grafo obtido pela redução de SAT ao problema K-Clique, para a seguinte expressão: $(a + \overline{b} + c).(\overline{a} + b + \overline{c}).(\overline{a} + b + c).(a + \overline{b} + \overline{c})$ Essa expressão é satisfatível?

12. Demonstre que o problema de decisão para o problema do Caixeiro Viajante é NP-Completo.

13. Resolva o exercício 17.10 do livro texto.

14. Demonstre que o problema de cobertura de cliques (clique cover problem) é NP-completo.

15. Demonstre que o conjunto de todas as sequências binárias infinitas é incontável.

16. Demonstre que o conjunto dos números racionais é contável?

17. Demonstre, usando uma redução, que o problema de determinar se um programa arbitrário irá imprimir qualquer saída é insolúvel.

18. Demonstre, usando uma redução, que o problema de determinar se um programa executa uma determinada instrução dentro do programa é insolúvel.