DLCV HW1

R07922134 資工碩一 陳紘豪

Problem 1

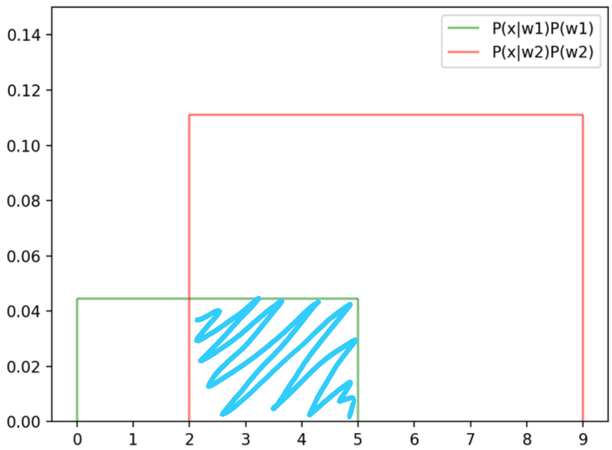
$$\mathrm{P}(x|\omega_1) = \text{uniform over}(0,5) = \frac{1}{5-0} = \frac{1}{5}$$

$$\mathrm{P}(x|\omega_2) = \text{uniform over}(2,9) = \frac{1}{9-2} = \frac{1}{7}$$

$$\mathrm{P}(\omega_1) = 1 - \mathrm{P}(\omega_2) = 1 - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$$

$\therefore x = 0\sim5$ 時：$\mathrm{P}(x|\omega_1)\mathrm{P}(\omega_1) = \frac{1}{5} \times \frac{2}{9} = \frac{2}{45}$，otherwise $\mathrm{P}(x|\omega_1)\mathrm{P}(\omega_1) = 0$

$x = 2\sim9$ 時：$\mathrm{P}(x|\omega_2)\mathrm{P}(\omega_2) = \frac{1}{7} \times \frac{7}{9} = \frac{1}{9}$，otherwise $\mathrm{P}(x|\omega_2)\mathrm{P}(\omega_2) = 0$



Decision rule 為：decide ω_1 if $\mathrm{P}(\omega_1|x) > \mathrm{P}(\omega_2|x)$，otherwise ω_2

$\therefore \mathrm{P}_e = \min\{\mathrm{P}(\omega_1|x), \mathrm{P}(\omega_2|x)\}$ over all possible x

$= \int_{-\infty}^{\infty} \min\{\mathrm{P}(\omega_1|x), \mathrm{P}(\omega_2|x)\} \times \mathrm{P}(x)\, dx$ (把積分拆成三個區域)s

$$= \int_{-\infty}^{2} \mathrm{P}(x|\omega_2)\mathrm{P}(\omega_2)\, dx + \int_{2}^{5} \mathrm{P}(x|\omega_1)\mathrm{P}(\omega_1)\, dx + \int_{5}^{\infty} \mathrm{P}(x|\omega_1)\mathrm{P}(\omega_1)\, dx$$

$$= \int_{-\infty}^{2} 0\, dx + \int_{2}^{5} \frac{2}{45} dx + \int_{5}^{\infty} 0\, dx$$

$= \frac{2}{15}$ (圖中藍色的區域)

而且 decision region 的 boundary T = 2，當 x < 2 時，output 為 w1
反之，當 x >= 2 時，output 為 w2

Problem 2

1.

觀察到 Eigenface 可能因為在找 covariance matrix 的 eigenvectors 時因為找到一個和別人的 eigenvector 正負號相反的 eigenvector ([1, -2, 3] ➔ [-1, 2, -3]) 而導致所產生出來的圖片顏色剛好和別人相反。

Mean face


Eigenface 1	Eigenface 2
	

Eigenface 3	Eigenface 4
	

2&3.

可以看到隨著用越多的 eigenface 來重建原圖可以使得 mean square error 越來越小

n=3	n=45
MSE = 1007.2569381070357 	MSE = 262.78787056996106 
n=140	n=229

MSE = 19.09663085557584	MSE = 0.10963159506529194
	

4&5.

對於不同的 k、n 值所做的 nearest neighbors 的 3-fold cross-validation 的 accuracy 值如下：

```
               n=3                   n=45                 n=140
k = 1 [0.7041666666666666, 0.9291666666666666, 0.9291666666666667]
k = 3 [0.6166666666666666, 0.8583333333333334, 0.8583333333333334]
k = 5 [0.5208333333333334, 0.7916666666666666, 0.7541666666666665]
```

因為在做 3-fold cross-validation 時 k=1,n=140 的 accuracy 最好，因此最後的參數選擇為 k=1,n=140。

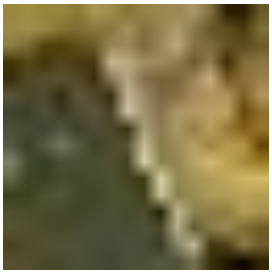
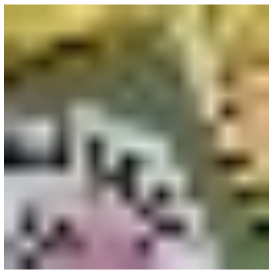
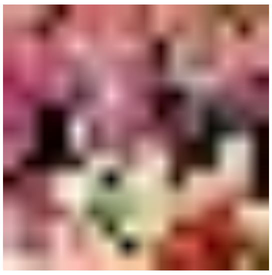
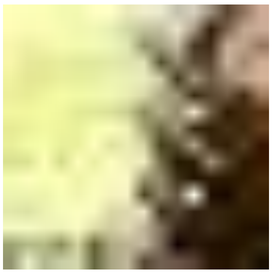
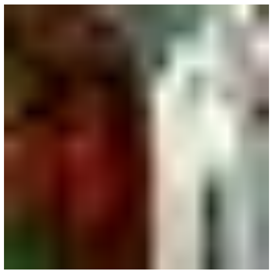
並把 testing data 代入已經選好參數的 knn 模型中，得到 accuracy 為 0.9375。

Problem 3

1.

這題中所挑選的圖片號碼是每個 category 中的第 169 張圖片，並挑出之中的第 1、9、16 個 patch 來觀察，如以下表格

	Patch 1	Patch 9	Patch 16

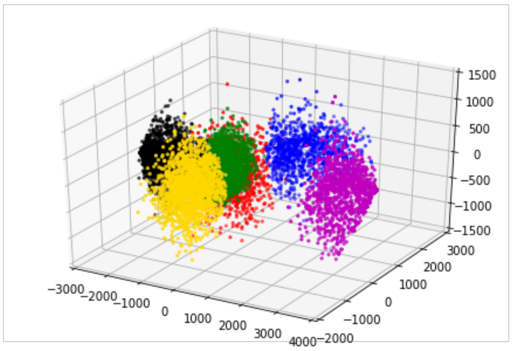
banana			
fountain			
reef			
tractor			

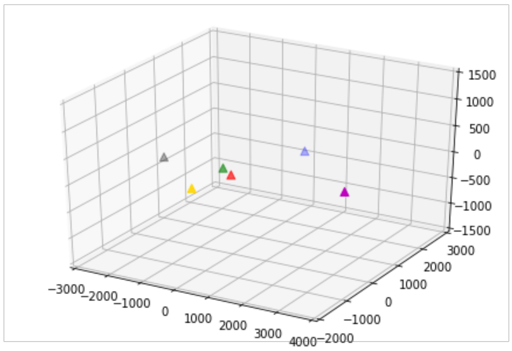
在切成一小塊的 patch 時，若該 patch 有包含到物體本身，就可以輕易的看得出來是甚麼東西（例如 banana 的 patch 9），若所切的 patch 沒包含到物體，則對電腦來說只是一個雜訊而已（例如 fountain 的 patch 1）。

2.

畫出前六個 clusters 降到三維空間的分佈，並進一步畫出六個 clusters 的中心點，每個中心點代表一個 visual word。

Clusters	Centers

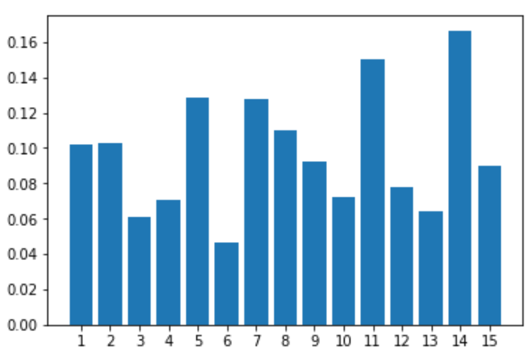




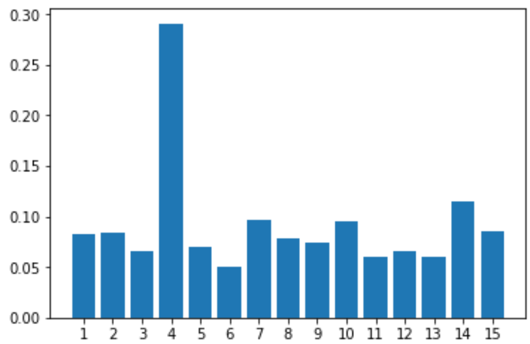
3.

由觀察可以得知 Banana 的每個 visual word 數值較為平均，所以 Banana 相較於其他種類的圖片比較沒有一個突出的特色可以幫助我們辨認，而 Fountain、Reef、Tractor 都各自有一個相對較突出的 visual word 來幫助分類。

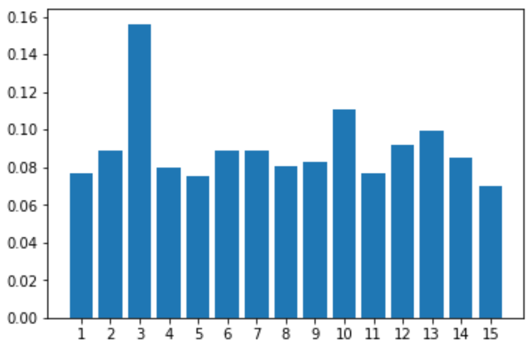
Banana



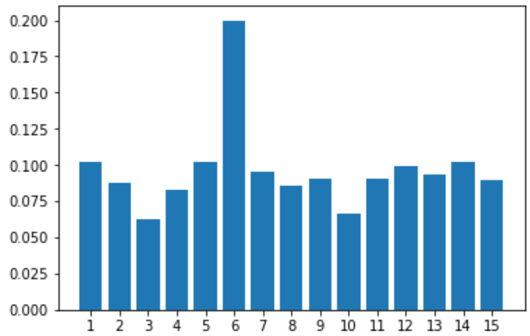
Fountain



Reef



Tractor



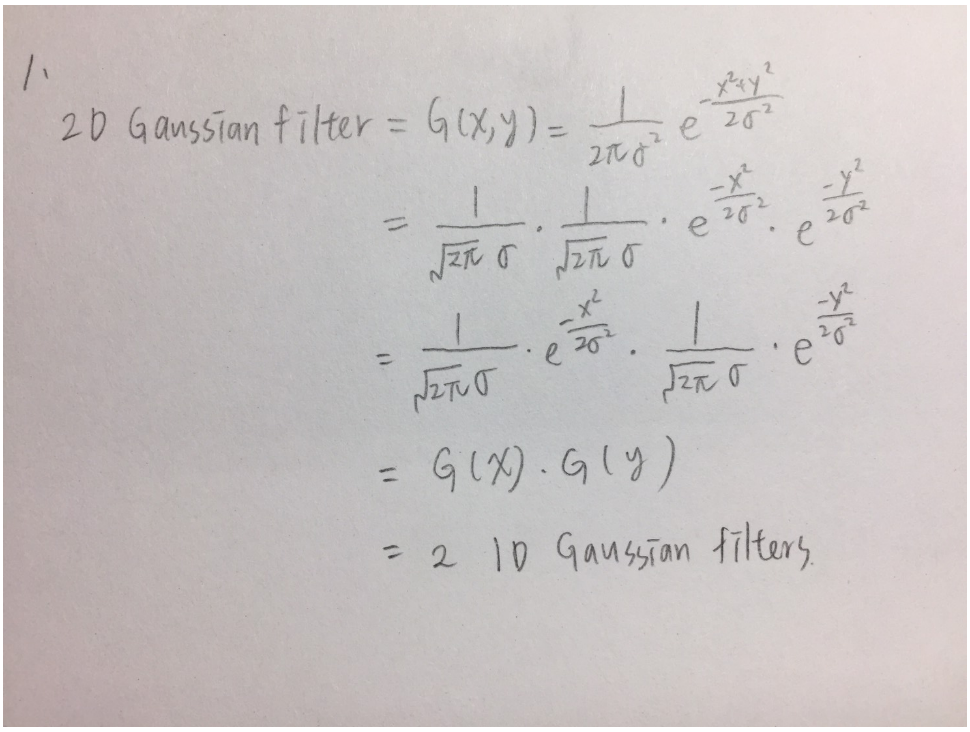
4.

```
The acc is 0.514
```

準確率沒有想像中的高，可能的因素很多，例如：patches 數量、training data 多寡等，或許可以藉由調整這些因素來提高準確率。

Problem 4

1.



1.

$$2D \text{ Gaussian filter} = G(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \cdot e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{\frac{-y^2}{2\sigma^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \cdot e^{\frac{-x^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \cdot e^{\frac{-y^2}{2\sigma^2}}$$

$$= G(x) \cdot G(y)$$

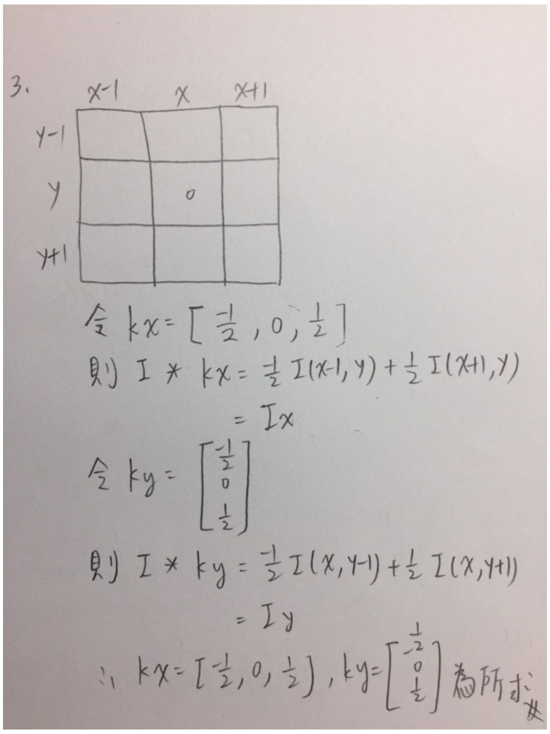
$= 2$ 1D Gaussian filters.

2.

經過 filtering 之後感覺照片變得平滑許多，顏色的對比沒那麼大，若再經過多次一點的 filtering，照片會變得過度平滑而產生模糊感。

Original	After filtering
	

3.



3.

	x-1	x	x+1
y-1			
y		0	
y+1			

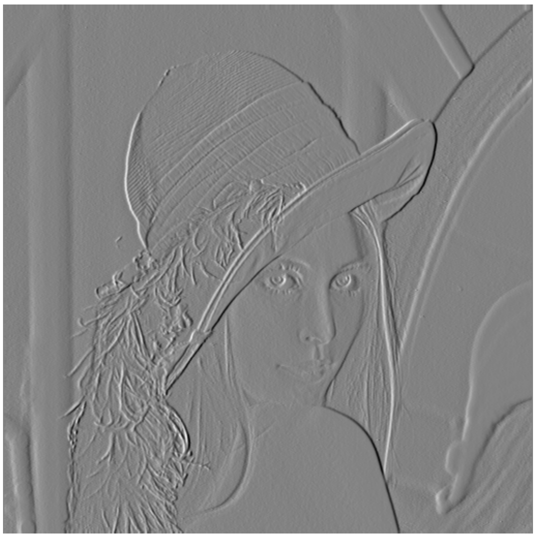
令 $kx = [-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}]$

則 $I * kx = -\frac{1}{2} I(x-1, y) + \frac{1}{2} I(x+1, y)$
$= Ix$

令 $ky = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

則 $I * ky = -\frac{1}{2} I(x, y-1) + \frac{1}{2} I(x, y+1)$
$= Iy$

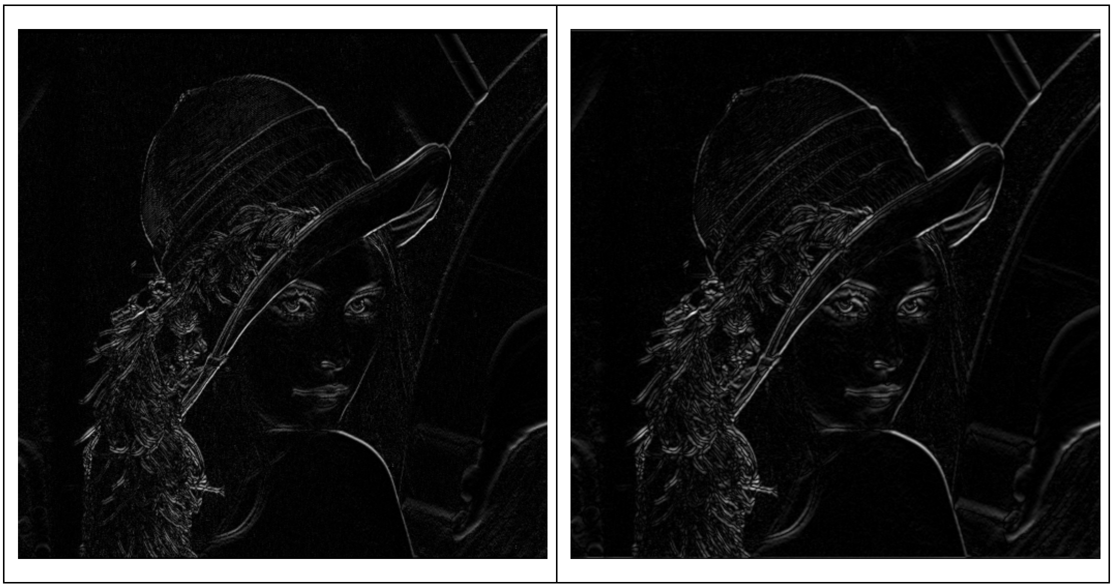
$\therefore kx = [-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}]$, $ky = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ 0 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ 為所求 #

Ix	Iy
	

由觀察可知 Ix 的圖片表現出的是水平方向的差異性，而 Iy 比較注重在垂直方向上的變化。

4.

Original	After filtering



第二張圖的紋理相較於第一張清晰的多，可能是因為經過 filtering 後把一些多餘的雜訊處理掉了，較平滑的圖片比較容易得到較好的結果。