Práctica 3

2do cuatrimestre 2021 (virtual) Algoritmos y Estructuras de Datos 1

Integrante	LU	Correo electrónico
Jonathan Bekenstein	348/11	jbekenstein@dc.uba.ar

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)
Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA
Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina
Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300
http://www.exactas.uba.ar

Índice

1. Práctica 3

1.1. Ejercicio 1

1.1.1. Pregunta A

El problema es que la postcondición se puede indefinir si result está fuera del rango de la secuenca. Y eso no puede suceder nunca, las pre y post condiciones solo pueden ser verdaderas o falsas, nunca indefinidas.

`proc buscar` (in l: $seq\langle\mathbb{R}\rangle$, in elem: $\mathbb{R}$, out result: $\mathbb{Z}$) {

`Pre` $\{elem \in l\}$

`Post` $\{0 \leq result < |l| \wedge_L l[result] = elem\}$

}

1.1.2. Pregunta B

El problema es que se indefine al indexar $l[i-1]$ cuando $i = 0$. Como queremos verificar que el elemento en el índice i sea el doble que el elemento en el índice $i-1$, tenemos que arrancar a revisar desde $i = 1$. Si la secuencia tiene un único elemento, entonces no hay que revisar nada pues el primer número de la progresión geométrica no va a ser el doble de nadie.

`proc progresionGeometricaFactor2` (in l: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$, out result: Bool) {

`Pre` $\{True\}$

`Post` $\{result = True \leftrightarrow ((\forall i : \mathbb{Z})(1 \leq i < |l| \longrightarrow_L l[i] = 2 * l[i-1]))\}$

}

1.1.3. Pregunta C

El problema es que en la postcondición se pide $y \neq x$ pero en el contexto de esta especificación, x no está definido. En cambio, lo que habría que pedir es que $y \neq result$ o más simple aún, quitar esa condición y pedir $y \geq result$. A su vez, también falta especificar que $result \in l$ para garantizar que $result$ realmente sea un elemento de la secuencia.

`proc minimo` (in l: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$, out result: $\mathbb{Z}$) {

`Pre` $\{True\}$

`Post` $\{result \in l \wedge (\forall y : \mathbb{Z})(y \in l \rightarrow y \geq result)\}$

}

1.2. Ejercicio 2

1.2.1. Pregunta A

Por ejemplo $l = \langle 1\rangle$, $suma = 2$. Cumplen la precondición que es simplemente $True$ (o sea, cualquiera cosa cumple la precondición). Pero no existe forma de cumplir con la postcondición ya que no hay suficientes elementos en l para que sumados den 2.

1.2.2. Pregunta B

Sigue siendo inválida porque solo restringe el valor máximo y mínimo que puede tener $suma$ pero no garantiza que efectivamente existan elementos en l que sumados den $suma$. Por ejemplo $l = \langle 1, 3\rangle$, $suma = 2$. Con estos valores se cumple la precondición: $min\_suma(l) \leq suma \leq max\_suma(l) \leftrightarrow 0 \leq 2 \leq 3$ pero no existen elementos en l que sumados den exactamente 2.

1.2.3. Pregunta C

$(\exists s : seq\langle\mathbb{Z}\rangle)((\forall x : \mathbb{Z})(\#apariciones(x, s) \leq \#apariciones(x, l)) \wedge suma = \sum_{i=0}^{|s|-1} s[i])$

1.3. Ejercicio 3

1.3.1. Pregunta A

I) $x = 0 \rightarrow result \in \{0\}$

II) $x = 1 \rightarrow result \in \{-1, 1\}$

III) $x = 27 \rightarrow result \in \{-\sqrt{27}, \sqrt{27}\}$

1.3.2. Pregunta B

I) $l = \langle 1, 2, 3, 4\rangle \rightarrow result \in \{3\}$

II) $l = \langle 15.5, -18, 4.215, 15.5, -1\rangle \rightarrow result \in \{0, 3\}$

III) $l = \langle 0, 0, 0, 0, 0, 0\rangle \rightarrow result \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

1.3.3. Pregunta C

I) $l = \langle 1, 2, 3, 4\rangle \rightarrow result = 3$

II) $l = \langle 15.5, -18, 4.215, 15.5, -1\rangle \rightarrow result = 0$

III) $l = \langle 0, 0, 0, 0, 0, 0\rangle \rightarrow result = 0$

1.3.4. Pregunta D

$indiceDelPrimerMaximo$ y $indiceDelMaximo$ tienen necesariamente la misma salida cuando no hay valores repetidos en la secuencia l. En estos casos, sería cuando $l = \langle 1, 2, 3, 4\rangle$.

1.4. Ejercicio 4

1.4.1. Pregunta A

Incorrecta porque las 2 expresiones deberían estar unidas con un $\vee$, ya que sino es imposible que se cumplan ambas al mismo tiempo (pues piden $a < 0$ y también $a \geq 0$).

1.4.2. Pregunta B

Incorrecta porque la postcondición no contempla el caso cuando $a = 0$.

1.4.3. Pregunta C

Correcta.

1.4.4. Pregunta D

Correcta.

1.4.5. Pregunta E

Incorrecta porque cuando $a \geq 0$, la implicación $a < 0 \rightarrow result = 2 * b$ resulta $True$ pues no se cumple el antecedente. Y luego como las 2 implicaciones están unidas con un $\vee$, este $True$ ya hace que toda la postcondición sea $True$ sin importar si efectivamente $result = b - 1$ como debería ser según la especificación. Pasa lo mismo de forma análoga cuando $a < 0$.

1.4.6. Pregunta F

Correcta.

1.5. Ejercicio 5

1.5.1. Pregunta A

Si recibe $x = 3$ devuelve $result = 9$, lo cual hace verdadera la postcondición pues $9 > 3$.

1.5.2. Pregunta B

$x = 0.5 \to result = 0.5^2 = 0.25 \not> 0.5$

$x = 1 \to result = 1^2 = 1 \not> 1$

$x = -0.2 \to result = (-0.2)^2 = 0.04 > -0.2$

$x = -7 \to result = (-7)^2 = 49 > -7$

1.5.3. Pregunta C

proc `unoMasGrande` (in x: $\mathbb{R}$, out result: $\mathbb{R}$) {

  `Pre` $\{x < 0 \lor x > 1\}$

  `Post` $\{result > x\}$

}

1.6. Ejercicio 6

1.6.1. Pregunta A

$P3 > P1 > P2$

1.6.2. Pregunta B

$Q3 > Q1 > Q2$

1.6.3. Pregunta C

Programa 1: $r := x * x$

Programa 2: $r := x * x + 1$

1.6.4. Pregunta D

a) Cumple porque la nueva precondición (P3) es más fuerte que la precondición original (P1).

b) No cumple porque la nueva precondición (P2) es más débil que la precondición original (P1).

c) Cumple porque la nueva postcondición (Q2) es más débil que la postcondición original (Q1).

d) No cumple porque la nueva postcondición (Q3) es más fuerte que la postcondición original (Q1).

e) Cumple porque la nueva precondición (P3) es más fuerte que la precondición original (P1) y la nueva postcondición (Q2) es más débil que la postcondición original (Q1).

f) No cumple porque la nueva precondición (P2) es más débil que la precondición original (P1).

g) No cumple porque la nueva postcondición (Q3) es más fuerte que la postcondición original (Q1).

h) No cumple porque la nueva precondición (P2) es más débil que la precondición original (P1) y además la nueva postcondición (Q3) es más fuerte que la postcondición original (Q1).

1.6.5. Pregunta E

Dado un algoritmo que cumple con una especificación, se puede reemplazar dicha especificación por otra y tener garantía que el algoritmo sigue cumpliendo si la nueva precondición es más fuerte que la original y/o la nueva postcondición es más débil que la original.

1.7. Ejercicio 7

1.7.1. Pregunta A

Sabiendo que vale la precondición de $p1$ se puede afirmar que $x \neq 0$.

Luego, se puede dividir en 2 casos para ver cuándo vale la precondición de $p2$:

1) Si $n > 0$ el antecedente de la implicación es falso y así la implicación resulta verdadera, sin importar el valor de x.

2) Si $n \leq 0$ la implicación resulta verdadera si $x \neq 0$. Esto vale pues sabemos que se cumple la precondición de $p1$.

Por lo tanto vale la precondición de $p2$.

Nota: Me parece poco formal esta "demostración".

1.7.2. Pregunta B

En esencia lo que me piden es probar que $Post_{p2} \to Post_{p1} \equiv (result = [x^n] \to x^n - 1 < result \leq x^n)$.

Esto depende del algoritmo usado para calcular la parte entera de x^n. Si se usa la función techo, entonces la implicación vale pues $Post_{p2}$ es literalmente la definición de esa función. Pero si se usa otro algoritmo, por ejemplo la función piso, entonces la implicación no siempre vale.

1.7.3. Pregunta C

No necesariamente, depende del algoritmo usado para calcular la parte entera de x^n.

1.8. Ejercicio 8

Notar que $Pre_{n-esimo1}$ compara con $<$, lo cual significa que no pueden haber 2 elementos iguales en la secuencia l. Por lo tanto, vale que $Pre_{n-esimo1} \to Pre_{n-esimo2}$.

Por otro lado, $Post_{n-esimo1}$ nos dice que $result \in l$ y además que está en la posicón n. Debido a que $Pre_{n-esimo1}$ garantiza que la secuencia l está ordenada, la forma de obtener el índice de $result$ definida en $Post_{n-esimo2}$ en efecto nos va a dar el valor correcto para n.

Al revés no funciona porque $Pre_{n-esimo2}$ solo garantiza que los elementos de la secuencia l sean distintos entre sí, pero eso no implica que la secuencia esté ordenada. Por ejemplo $\langle 1, 3, 2 \rangle$ satisface $Pre_{n-esimo2}$ pero no $Pre_{n-esimo1}$.

1.9. Ejercicio 9

1.9.1. Pregunta A

Dado un número entero, decidir si es par.

`proc` esPar (in n: $\mathbb{Z}$, out r: Bool) {

`Pre` $\{True\}$

Post $\{r = True \leftrightarrow n \text{ mód } 2 = 0\}$

}

1.9.2. Pregunta B

Dado un entero n y uno m, decidir si n es un múltiplo de m.

proc `esMúltiplo` (in n: $\mathbb{Z}$, in m: $\mathbb{Z}$, out r: Bool) {

Pre $\{True\}$

Post $\{r = True \leftrightarrow n \text{ mód } m = 0\}$

}

1.9.3. Pregunta C

Dado un número real, devolver su inverso multiplicativo.

proc `inversoMultiplicativo` (in x: $\mathbb{R}$, out r: $\mathbb{R}$) {

Pre $\{x \neq 0\}$

Post $\{r = 1/x\}$

}

1.9.4. Pregunta D

Dada una secuencia de caracteres, obtener de ella solo los que son numéricos (con todas sus apariciones sin importar el orden de aparición).

proc `subseqDeNumeros` (in s: $seq\langle Char\rangle$, out r: $seq\langle Char\rangle$) {

Pre $\{True\}$

Post $\{(\forall c : Char)(\#apariciones(r, c) = \text{if } `0` \leq c \leq `9` \text{ then } \#apariciones(s, c) \text{ else } 0 \text{ fi})\}$

}

1.9.5. Pregunta E

Dada una secuencia de reales, devolver la secuencia que resulta de duplicar sus valores en las posiciones impares.

proc `duplicarPosicionesImpares` (in s: $seq\langle \mathbb{R}\rangle$, out r: $seq\langle \mathbb{R}\rangle$) {

Pre $\{True\}$

Post $\{|r| = |s| \land (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |r| \longrightarrow_L r[i] = \text{if } i \text{ mód } 2 = 0 \text{ then } s[i] \text{ else } s[i] * 2 \text{ fi})\}$

}

1.9.6. Pregunta F

Dado un número entero, listar todos sus divisores positivos (sin duplicados).

proc `divisoresPositivos` (in n: $\mathbb{Z}$, out r: $seq\langle \mathbb{Z}\rangle$) {

Pre $\{True\}$

Post $\{(\forall k : \mathbb{Z})((k > 0 \land n \text{ mód } k = 0 \leftrightarrow k \in r) \land (\#apariciones(r, k) \leq 1))\}$

}