11. Nuevamente tenemos a n clientes de un supermercado $\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ y queremos asignarle a cada uno una caja para hacer fila. Esta vez, las cajas están ordenadas en forma circular, numeradas de la 1 a la M y se encuentran separadas por pasillos. Entre la caja M y la 1 hay una valla que impide pasar de una a la otra. Durante el proceso de asignación algunos clientes se pelean entre sí y son separados por seguridad. Si dos clientes c_i y c_j se pelean, los guardias les dicen que tienen que ponerse en filas distintas que se encuentren separadas por al menos $K_{ij} > 0$ pasillos intermedios en ambos sentidos del círculo, para que no se vuelvan a pelear. Notar que cuando seguridad separa una pelea naturalmente hay un cliente que queda en un número de caja más bajo y el otro en un número de caja más alto. Con la restricción de no volver a acercarse y la valla entre las cajas M y 1 ese orden ya no puede cambiar. ¿Será posible asignarlos a todos?

   a. Modelar el problema utilizando un sistema de restricciones de diferencias. Para el modelo, notar que sabemos qué clientes se pelearon. Más aún, si c_i y c_j se pelearon, sabemos quién entre c_i y c_j quedó del lado de las cajas con menor numeración. En este escenario no hay restricciones por amistad.

   b. Proponer un algoritmo polinomial que lo resuelva.

   c. ¿Qué complejidad tiene el algoritmo propuesto? Para la respuesta, tener en cuenta la cantidad m_1 de peleas.

$\forall 1 \leq i < j \leq n$ si c_i y c_j se pelearon:

Si c_i quedó en caja con numeración más baja:

$$c_j - c_i \geq K_{ij} \quad \wedge \quad M - c_j + c_i \geq K_{ij}$$
$$\iff c_i - c_j \leq -K_{ij} \quad \wedge \quad c_j - c_i \leq M - K_{ij}$$

Caso contrario:

$$c_i - c_j \geq K_{ij} \quad \wedge \quad M - c_i + c_j \geq K_{ij}$$
$$\iff c_j - c_i \leq -K_{ij} \quad \wedge \quad c_i - c_j \leq M - K_{ij}$$

Además tenemos que pedir que todos los clientes estén en filas válidas entre 1 y M. Para esto usamos el truco de agregar una incógnita adicional z que luego usamos para correr la solución tq $z = 0$.

$\forall 1 \leq i \leq n \quad 1 \leq c_i - z \leq M \iff 1 \leq c_i - z \wedge c_i - z \leq M$

$\iff z - c_i \leq -1 \wedge c_i - z \leq M$

El grafo de restricciones contiene $O(n)$ vértices y $O(n + m_1)$ aristas. Correr Bellman-Ford para obtener una solución cuesta $O(n(n+m_1)) = O(n^2 + nm_1)$.