

G grafo donde cada arista pertenece a único ciclo.

$\forall e \in E(G), K(e) = \{1, \dots, n\}$ colores asignables a la arista e .

Dado $K \in \mathbb{N}$ queremos:

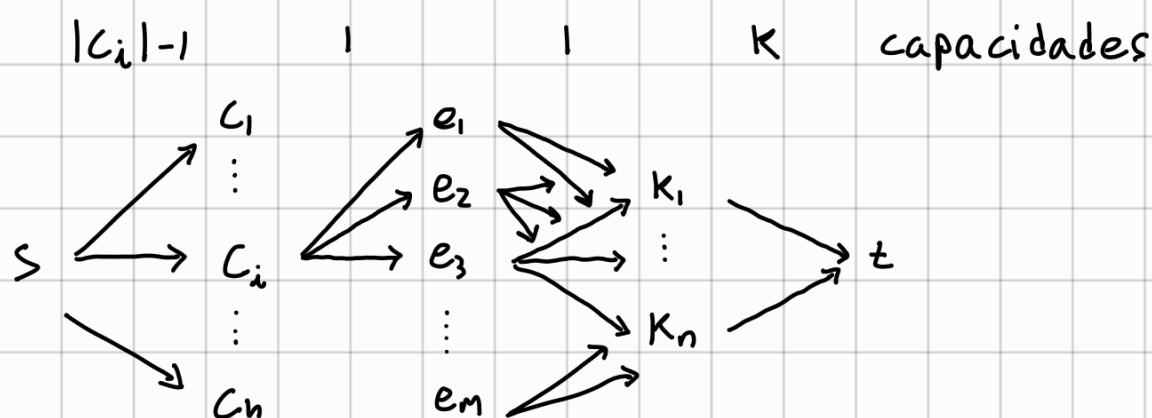
- Seleccionar $n-1$ aristas para formar un AG T .

- Asignar un color a cada arista: $q(e) \in K(e)$

ta que cada color sea asignado $\leq K$ veces.

$$|\{e / q(e) = i\}| \leq K \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$$

Como T es un AG de G , y G tiene ciclos C_1, \dots, C_n hay que seleccionar exactamente $|C_i| - 1$ aristas de cada ciclo.



Vértices:

- C_i por cada ciclo
- e_i por cada arista en G
- K_i por cada color disponible

Aristas:

- $s \rightarrow C_i$ con peso $|C_i| - 1$ porque hay que seleccionar $|C_i| - 1$ aristas de cada ciclo.
- $C_i \rightarrow e_j \quad \forall e_j \in C_i$. Conectamos el vértice del ciclo con todos los vértices de las aristas que están en ese ciclo. La capacidad es 1 porque cada arista aparece a lo sumo una única vez en T .

- $e_j \rightarrow K_r \quad \forall K_r \in K(e_j)$. Conectamos cada arista a sus colores asignables. Capacidad 1 porque cada arista tiene un único color asignado.
- $K_r \rightarrow t \quad \forall r \in \{1, \dots, n\}$ con capacidad K para restringir cuántas aristas pueden estar asignadas al color K_r .

Unidad de Flujo: selección de una arista para formar T y la asignación de su color.

Flujo máximo: aristas en T . Si $F \neq n-1$ no se puede formar el AG T cumpliendo las restricciones.

Para construir T miramos el grafo inducido por todas las aristas $e_i \in E(G)$ tq el vértice e_i en el modelo tiene $f(e_i) = 1$ donde F es la función de Flujo.

Complejidad:

$$|V(G)| = O(n)$$

$$|E(G)| = O(n)$$

$$|\{c_1, \dots, c_n\}| = O(n)$$

En el modelo:

Vértices: $O(n)$ ciclos + $O(n)$ aristas en G + $O(n)$ colores $\Rightarrow O(n)$

Aristas:

$$O(n) \quad s \rightarrow c_i$$

$O(n) \quad c_i \rightarrow e_j$ pues hay $O(n)$ aristas en G y cada una pertenece a un único ciclo.

$O(n^2) \quad e_j \rightarrow K_r$ pues por cada $O(n)$ aristas en G a lo sumo hay n colores asignables

$$O(n) \quad K_r \rightarrow t$$

$\Rightarrow O(n^2)$ aristas en el modelo

$$\begin{array}{l} EK: O(nm^2) \\ FF: O(mF) \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} EK: O(nm^2) \\ FF: O(mF) \end{array}} \right\} O(m \cdot \min\{F, nm\})$$

$$F \leq n-1 \Rightarrow F = O(n) \Rightarrow \min\{F, n^3\} = F$$

$$\Rightarrow O(mF) = O(n^2 \cdot n) = O(n^3)$$