10. ⋆Se define la distancia entre dos secuencias de naturales $X = x_1, \dots, x_k$ e $Y = y_1, \dots, y_k$ como $d(X,Y) = \sum_{i=1}^{k} |x_i - y_i|$. Dado un conjunto de secuencias $X_1, \dots, X_n$, cada una de tamaño k, su grafo asociado G tiene un vértice v_i por cada $1 \le i \le n$ y una arista v_iv_j de peso $d(X_i, X_j)$ para cada $1 \le i < j \le n$. Proponer un algoritmo de complejidad $O(kn^2)$ que dado un conjunto de secuencias encuentre el árbol generador mínimo de su grafo asociado.

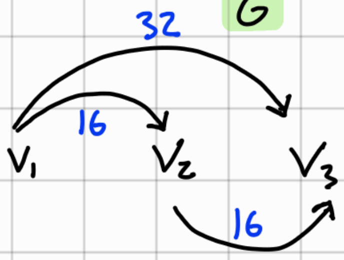
Ejemplo:

$X_1 = 1 \ 2 \ 3 \ 4$ $\qquad d(X_1, X_2) = 16$

$X_2 = 5 \ 6 \ 7 \ 8$ $\qquad d(X_1, X_3) = 32$

$X_3 = 9 \ 10 \ 11 \ 12$ $\qquad d(X_2, X_3) = 16$

G



AGM

$$V_1 \xrightarrow{16} V_2 \xrightarrow{16} V_3$$

$D[1 \dots n][1 \dots n]$ tq $D[i][j] = \begin{cases} d(X_i, X_j) & \text{si } j > i \\ \infty & \text{si no} \end{cases}$

```
For i = 1 to n-1
    For j = i+1 to n:
        d ← 0
        For s = 1 to k:
            d ← d + |Xi[s] - Xj[s]|
        D[i][j] ← d
```

La matriz D es la matriz de adyacencia del grafo G asociado al conjunto de secuencias $X_1, \dots, X_n$. Calcular D es $O(kn^2)$.

Para obtener el AGM corremos Prim sobre G en $O(n^2)$ usando un fibonacci heap.

$O(kn^2 + n^2) = O(kn^2)$