

S SRD con variables x_1, \dots, x_n y ecuaciones $e_{ij}: x_i - x_j \leq c_{ij}$

Sea $m = \min \{c_{ij}\}$

S admite solución \Leftrightarrow S admite solución donde $\forall 1 \leq i \leq n$ el valor asignado a $x_i \in [0, |M|(n-1)]$

(\Leftarrow)

Directo, si hay solución con cierta característica en general hay solución.

(\Rightarrow)

SRD se resuelve corriendo Bellman-Ford. Si hay solución:

$$x_i = d(v_0, v_i)$$

Sea $P = u_0 \dots u_K$, $|P| = K$, $u_0 = v_0$, $u_K = v_i$ un camino mínimo entre v_0 y v_i .

$$x_i = d(v_0, v_i) = C(P) = \sum_{\substack{j=1 \\ k=j-1}}^{|P|} C(u_k, u_j) = \sum c_{kj}$$

$$d(v_0, v_i) \leq 0 \text{ pues } C(v_0 \rightarrow v_i) = 0$$

$$d(v_0, v_i) \geq -|M|(n-1) \text{ pues } m = \min \{c_{ij}\} \text{ y } |P| \leq n-1$$

$$-|M|(n-1) \leq x_i \leq 0 \quad \forall i \leq n$$

$$\Leftrightarrow -|M|(n-1) + |M|(n-1) \leq x_i + |M|(n-1) \leq |M|(n-1) \quad \forall i \leq n$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq \underbrace{x_i + |M|(n-1)}_{x'_i} \leq |M|(n-1) \quad \forall i \leq n$$

$x'_i = x_i + |M|(n-1) \quad \forall i \leq n$ es también solución