

5. Sea  $G$  un digrafo con pesos positivos que tiene dos vértices especiales  $s$  y  $t$ . Decimos que una arista  $e \in E(G)$  es *crítica* para  $s$  y  $t$  cuando  $d_G(s, t) < d_{G-e}(s, t)$ . Diseñar un algoritmo eficiente que, dado  $G$ , determine las aristas de  $G$  que son críticas para  $s$  y  $t$ . **Demostrar** que el algoritmo es correcto. **Ayuda:** pensar en el subgrafo  $P$  de  $G$  que está formado por las aristas de caminos mínimos de  $G$  (el "grafo de caminos mínimos").

Las aristas críticas son las aristas puentes de  $P$ . Al sacar estas aristas, por ser puentes en  $P$ , no existe camino entre  $s$  y  $t$  en  $P$ , y de existir camino en  $G$ , éste no sería mínimo pues sino debería haber estado en  $P$ .

- 1) Sea  $P = \text{DAG de caminos mínimos entre } s \text{ y } t \text{ con Dijkstra.}$   
 $O(m \lg n)$
- 2) Buscamos todas las aristas puente en  $P$ .  
 $O(m+n)$