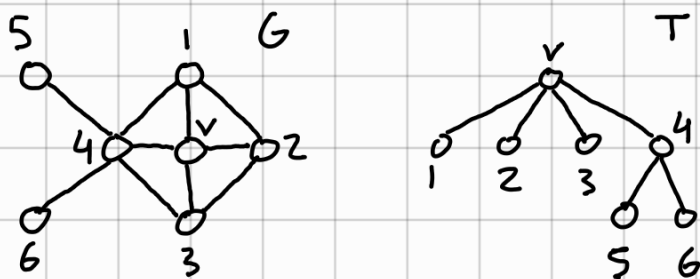


5. ★Un árbol generador T de un grafo G es v -geodésico si la distancia entre v y w en T es igual a la distancia entre v y w en G para todo $w \in V(G)$. Demostrar que todo árbol BFS de G enraizado en v es v -geodésico. Dar un contraejemplo para la vuelta, i.e., mostrar un árbol generador v -geodésico de un grafo G que no pueda ser obtenido cuando BFS se ejecuta en G desde v .

QVQ: Todo árbol BFS de G enraizado en v es v -geodésico



Def: $d_T(v, w) = d_G(v, w) \quad \forall w \in G_v \Rightarrow T$ es v -geodésico

Supongamos que existe algún vértice $w \in G_v$ tq
 $d_T(v, w) \neq d_G(v, w)$

Por def de distancia, $d_G(v, w)$ es la longitud del camino simple más corto que conecta v y w en G .

Caso $d_T(v, w) < d_G(v, w)$

BFS enraizado en v encontró un camino más corto entre v y w .

Absurdo pues $d_G(v, w)$ es la longitud mínima.

Caso $d_T(v, w) > d_G(v, w)$

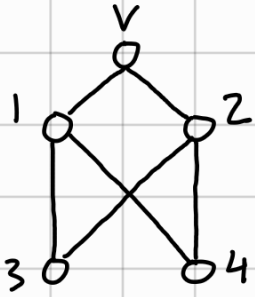
Por def BFS enraizado en v construye un camino mínimo entre v y w en el árbol T . La longitud del camino mínimo es $d_G(v, w)$ por lo tanto absurdo que el camino entre v y w en T sea más largo.

Como en ambos casos llegamos a un absurdo, la suposición original no vale y entonces $d_T(v, w) = d_G(v, w) \quad \forall w \in G_v$ lo cual implica que T es v -geodésico.

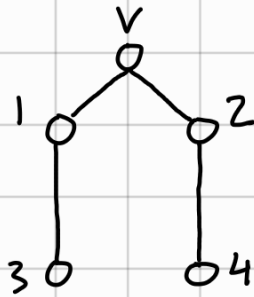
Contraejemplo para la vuelta:

AG v -geodésico $T \not\Rightarrow$ BFS enraizado en v genera T

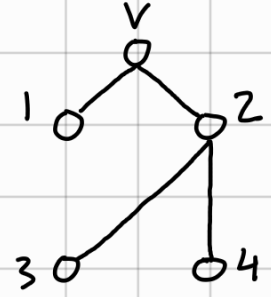
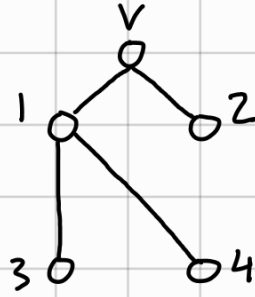
G



AG



BFS



BFS siempre recorre todos los vecinos de un vértice antes de seguir con los vecinos de otro vértice.