

4. Sea G un digrafo con pesos positivos que tiene dos vértices especiales s y t . Para una arista $e \notin E(G)$ con peso positivo, definimos $G + e$ como el digrafo que se obtiene de agregar e a G . Decimos que e mejora el camino de s a t cuando $d_G(s, t) > d_{G+e}(s, t)$. Diseñar un algoritmo eficiente que, dado un grafo G y un conjunto de aristas $E \notin E(G)$ con pesos positivos, determine cuáles aristas de E mejoran el camino de s a t en G . **Demostrar** que el algoritmo es correcto.

- 1) Calculamos $d(s, t)$ con Dijkstra. $O(m \lg n)$
- 2) Sea $G' = (V(G), E(G) \cup E)$. Calculamos $d(s, v) \forall v \in V(G')$ con Dijkstra. $O(m' \lg n)$
- 3) Invertimos todas las aristas de G' . $O(m' + n)$ y calculamos $d(t, v) \forall v \in V(G')$ con Dijkstra. $O(m' \lg n)$.
- 4) Buscamos las aristas en \bar{E} que mejoran el camino.
 $v \rightarrow w \in \bar{E}$ mejora $d(s, t) \Leftrightarrow d(s, v) + c(v \rightarrow w) + d(w, t) < d(s, t)$
 $O(|\bar{E}|)$