

QVQ: $T+e$ es un 1-árbol generador mínimo de G

$\Leftrightarrow w(T+e) \leq w(T')$ con T' cualquier 1-árbol generador de G

Sea T' un AG cualquiera y e' una arista cualquiera que no está en T'

Sea $T'+e'$ cualquier 1-árbol generador de G

Como T es AGM $\Rightarrow T \leq T'$ por def

Todavía no podemos afirmar $e \leq e'$

$T'+e'$ tiene un único ciclo que incluye a e'

Sea e'' la arista de peso máximo de ese ciclo

$T'' = T'+e'-e''$ es otro AG cualquiera

T es AGM $\Rightarrow e''$ no está en T pues e'' es la más pesada de un ciclo de G y T es AGM

$$\begin{aligned} T'+e' &= T'+e'-e'' + e'' \\ &= T'' + e'' \end{aligned}$$

$$w(T+e) \leq w(T''+e'')$$

$\downarrow \quad \hookrightarrow$ arista de mayor peso que forma un ciclo en T''
AG cualquiera de G

$$\Leftrightarrow w(T)+w(e) \leq w(T'')+w(e'')$$

$w(T) \leq w(T'')$ pues T es AGM y T'' AG cualquiera

$w(e) \leq w(e'')$ por como tomamos e : es la arista de menor peso en $G \setminus T$ y ya vimos que e'' no está en T , por lo tanto e'' está en $G \setminus T$