Exponentielle

A Propriétés de l'exponentielle

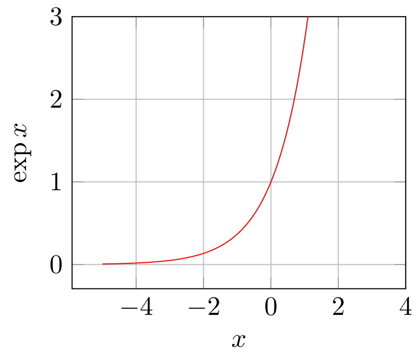
1 Caractérisation

La fonction exponentielle notée exp et définie sur $I = \mathbb{R}$ est définie par $\exp x = e^x$

- exp est dérivable sur $\mathbb{R}$
- $(e^x)\prime = e^x$
- $e^0 = 1$

2 Signe

$\forall x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$



3 Propriétés algébriques

Soient $\forall x, y \in \mathbb{R}$

- $e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$
- $e^x < e^y \Leftrightarrow x < y$

La fonction exponentielle vérifie les règles des puissances
$\forall x, y \in \mathbb{R}$ et $\forall n \in \mathbb{Z}$

- $e^{x+y} = e^x e^y$
- $e^{-x} = \frac{1}{e^x}$
- $e^{x-y} = \frac{e^x}{e^y}$
- $(e^x)^n = e^{nx}$

B Étude de l'exponentielle

1 Limites

Aux bornes de son ensemble de définition, les limites de l'exponentielle sont:

- $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

(a) Croissances comparées

- $\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

2 Dérivée

(a) Dérivée de e^u

u est une fonction dérivable et strictement positive sur I, e^u est alors dérivable sur I

$$(e^u)\prime(x) = u\prime(x)e^{u(x)}$$