

Exercise Sheet

11/29

1. 【判断题】以下霍尔三元组描述的程序性质与中文自然语言描述的程序性质是否一致？

霍尔三元组: $\{ x \leq y \} c \{ y \leq x \}$

错误

中文描述: 如果程序 c 运行终止, 那么它就会交换程序变量 x 与 y 的值。

2. 【判断题】以下霍尔三元组描述的程序性质与中文自然语言描述的程序性质是否一致？

霍尔三元组: $\{ \text{exists } k. x == 2 * k \} c \{ y == 0 \}$

错误

中文描述: 程序 c 会判断 x 是否为偶数, 经判断, 如果 x 为偶数就把 y 置为 0。

3. 【判断题】以下霍尔三元组描述的程序性质与中文自然语言描述的程序性质是否一致？

霍尔三元组: $\{ \text{True} \} c \{ \text{True} \}$

中文描述: 对程序 c 没有要求。

4. 【判断题】以下霍尔三元组描述的程序性质与中文自然语言描述的程序性质是否一致？

霍尔三元组: $\{ \text{True} \} c \{ \text{False} \}$

程序 c 在任何情况下都不会终止

中文描述: 程序 c 不会终止。

5. 【判断题】以下霍尔三元组描述的程序性质与中文自然语言描述的程序性质是否一致？

霍尔三元组: 对于任意整数 m , $\{ x + y == m \} c \{ x + y == m \}$

中文描述: 如果程序 c 运行终止, 它最终不会改变 $x + y$ 的值。

正确

6. 以下关于霍尔三元组的结论是否成立? 请简要说明你的理由。

假设 c_1 与 c_2 是两个 SimpleWhile 语言的程序。如果对于任意前后条件 P 与 Q 都有 $\{P\}c_1\{Q\}$ 与 $\{P\}c_2\{Q\}$ 同时成立或同时不成立, 那么 c_1 与 c_2 根据指称语义是语义等价的。

正确

7. 【判断题】下面霍尔三元组是否成立? 如果成立, 能否使用 $x \leq 10$ 作为循环不变量证明该结论?

```
{ x == 0 }
while (! (10 < x)) do {
  x = x + 2
}
{ x == 10 }
```

不成立

果对于所有可能的输入状态和期望的输出状态, 两个程序都表现出相同的行为 (要么都满足这些状态, 要么都不满足), 那么从功能和行为的角度看, 这两个程序是等价的。这种等价性是基于程序的效果和影响, 而不依赖于程序的内部结构或写法。

8. 【判断题】下面霍尔三元组是否成立? 如果成立, 能否使用 False 作为循环不变量证明该结论? 能否使用 True 作为循环不变量证明该结论?

```
{ True }
while (True) do { skip }
{ True }
```

成立

$$y \leq 2x$$

9. 请写出一个循环不变量用于证明下面霍尔三元组。

```
{ y == 1 && x > 0 }
while (! (x < y)) do {
  y = y * 2
}
{ x < y <= x * 2 }
```

10. 假设 m 是非负整数，请写出一个循环不变量用于证明下面霍尔三元组。

```
{ s == 0 && n == 0 }           m>=(n(n-1))/2 && (m >= s)
while (! (m < s)) do {
  n = n + 1;                     s=<= M < s + n
  s = s + n                       P: N ( n - 1 ) / 2 <= m && s <=
                                   n(n+1)/2
}
{ 1 + 2 + ... + (n - 1) <= m < 1 + 2 + ... + n }
```

11. 假设 n 是非负整数，请写出一个循环不变量用于证明下面霍尔三元组。

```
                                   X = n && n >= i * i
{ x == n && i == 0 }
while (! (x < (i + 1) * (i + 1))) do {
  i = i + 1
}
{ i * i <= n < (i + 1) * (i + 1) }
```

12. 请根据赋值语句霍尔逻辑规则（正向）写出：前条件 $100 \leq x + y + z \ \&\& \ x \leq 0$ 以及赋值语句 $x = 0$ 的后条件。
13. 请根据赋值语句霍尔逻辑规则（正向）写出：前条件 $0 \leq x + y \leq 100 \ \&\& \ x * y \leq 100$ 以及赋值语句 $x = x + y$ 的后条件。
14. 请根据赋值语句霍尔逻辑规则（正向）写出：前条件 $\text{exists } x'. \ x' == m \ \&\& \ y == n \ \&\& \ x == x' + n$ 以及赋值语句 $y = x - y$ 的后条件。