

GRAFOS

DCE529 - Algoritmos e Estruturas de Dados III

Atualizado em: 25 de agosto de 2024

Iago Carvalho

Departamento de Ciência da Computação



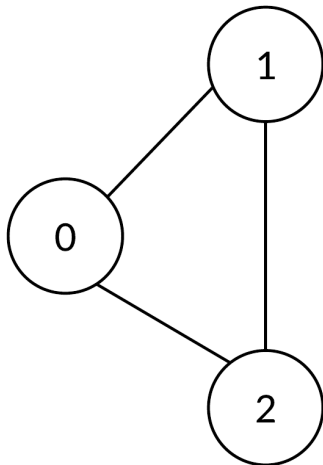
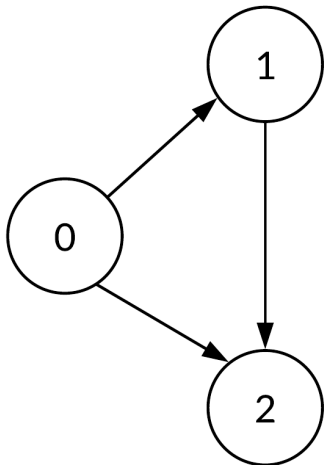
Diversos problemas computacionais podem ser representados como grafos

- Uma estrutura de dados especial
- Representação de uma rede
- Talvez seja a estrutura mais útil em toda a Ciência da Computação

Um grafo G é definido como $G = (V, E)$

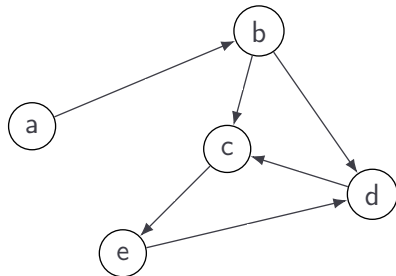
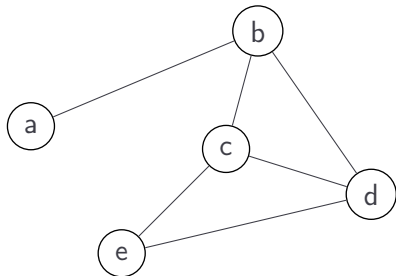
- $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ é o conjunto de vértices
- $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$
 - $e_i = (u, v) \mid u, v \in V$

Um grafo pode ser direcionado ou não-direcionado

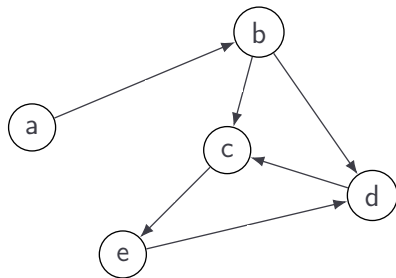
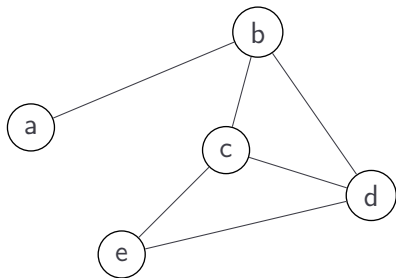


CAMINHOS E CICLOS

Caminho $C = \langle c, e, d, c \rangle$

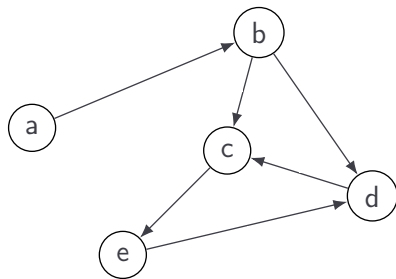
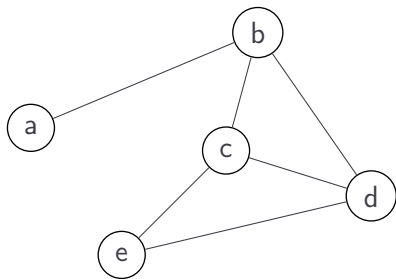


ADJACÊNCIA E GRAU

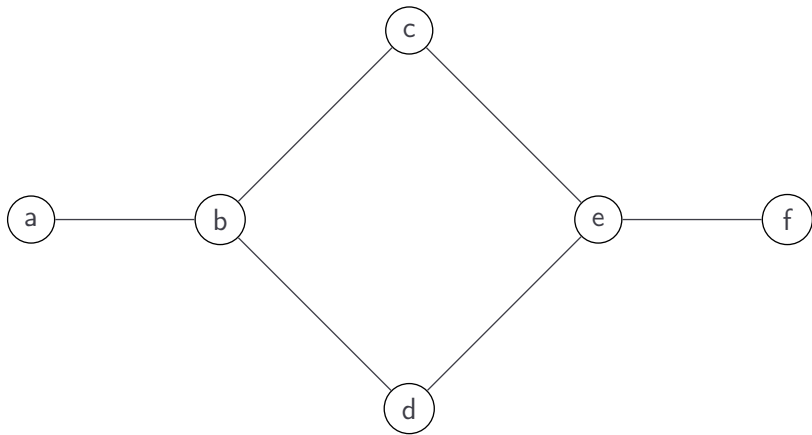


FECHO TRANSITIVO

Direto e inverso



FONTE E SUMIDOURO

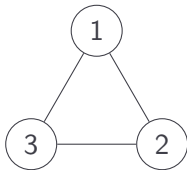


Fonte: *a*
Sumidouro: *f*

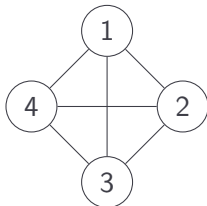
GRAFO COMPLETO



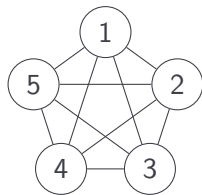
K_2



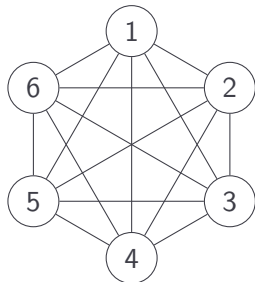
K_3



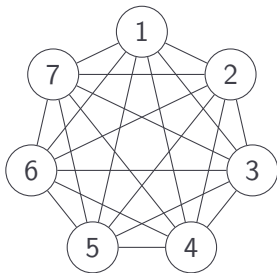
K_4



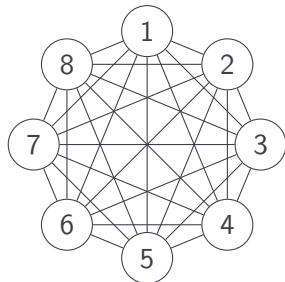
K_5



K_6

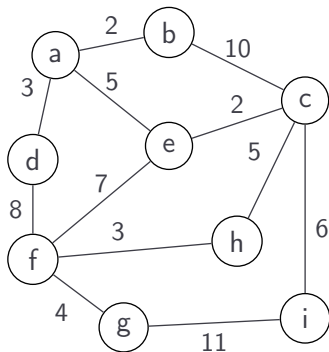


K_7

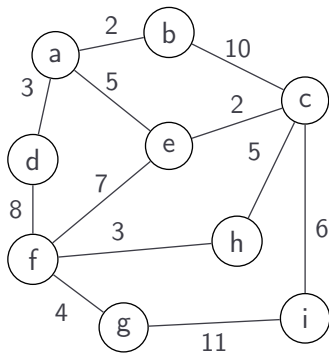


K_8

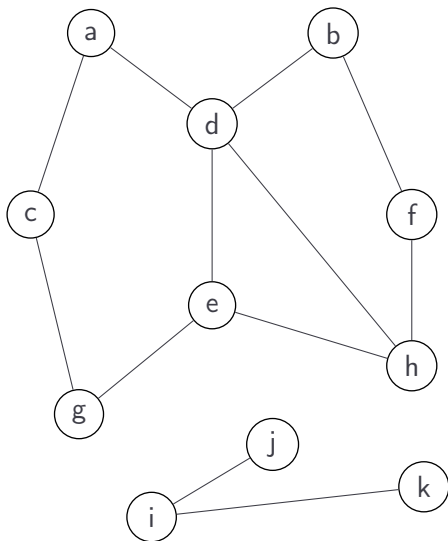
GRAFO COM PESOS



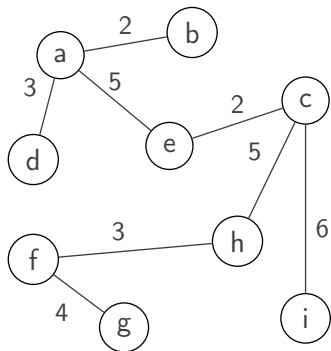
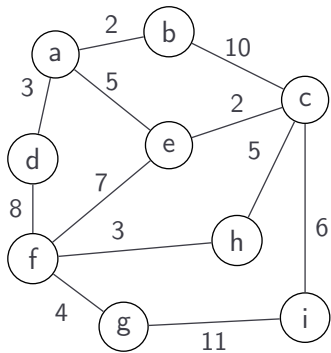
GRAFO CONEXO



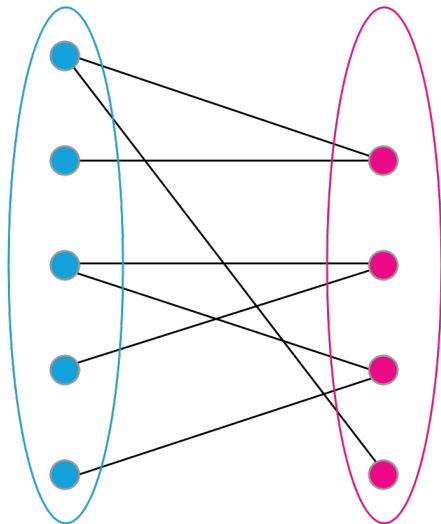
GRAFO DESCONECTADO E COMPONENTES CONEXAS



ÁRVORE GERADORA (MÍNIMA)



GRAFO BIPARTIDO



Diversas destas propriedades serão utilizadas no decorrer deste curso

Grafos são uma das estruturas mais importantes em Ciência da Computação, tendo aplicações em uma infinidade de áreas

- Redes
- Biologia
- Eletrônica
- Pesquisa Operacional
- ... [▶ Link](#)

Interessados em um pouco mais de propriedades de grafos podem acessar o seguinte link [▶ Link](#)

Existem duas estruturas de dados capazes de representar grafos

- Matriz de adjacência
- Lista de adjacência

Cada estrutura difere-se da outra pela complexidade de suas operações

- Complexidade de adicionar ou retirar nós
- Complexidade de inserir ou remover arestas
- Complexidade de pesquisa
 - Saber se uma aresta existe ou não
- Diferentes complexidades de espaço

MATRIZ DE ADJACÊNCIA

Talvez seja a maneira mais natural de se representar um grafo

- Grafo com n vértices
- Matriz bi-dimensional $n \times n$
- Complexidade de espaço: $\mathcal{O}(n^2) = \mathcal{O}(m)$

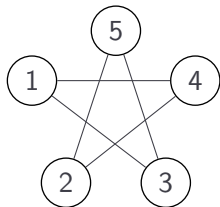
Inserção e remoção de vértices é cara

- Necessário alocar ou desalocar memória

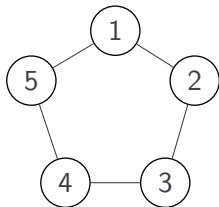
Modificação de arestas e pesquisa é barata

- Necessário apenas modificar (ou verificar) uma célula específica da matriz

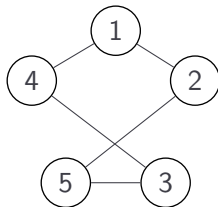
MATRIZ DE ADJACÊNCIA



	1	2	3	4	5
1	0	0	1	1	0
2	0	0	0	1	1
3	1	0	0	0	1
4	1	1	0	0	0
5	0	1	1	0	0

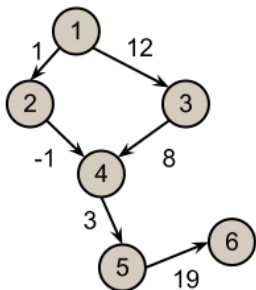


	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	1	0	1	0	0
3	0	1	0	1	0
4	0	0	1	0	1
5	1	0	0	1	0



	1	2	3	4	5
1	0	1	0	1	0
2	1	0	0	0	1
3	0	0	0	1	1
4	1	0	1	0	0
5	0	1	1	0	0

Weighted Directed Graph & Adjacency Matrix



Weighted Directed Graph

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	12	0	0	0
2	-1	0	0	-1	0	0
3	-12	0	0	8	0	0
4	0	1	-8	0	3	0
5	0	0	0	-3	0	19
6	0	0	0	0	-19	0

Adjacency Matrix

LISTA DE ADJACÊNCIA

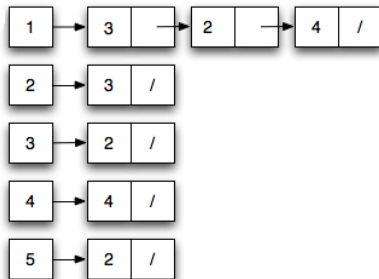
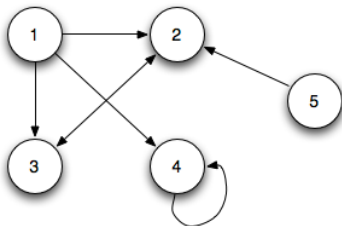
Uma lista de adjacência pode ser representada como uma lista de listas

- Uma lista que contém todos os vértices do grafo
- Cada lista contém outra lista
 - Contém todos os vértices adjacentes

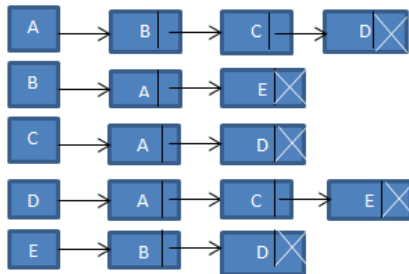
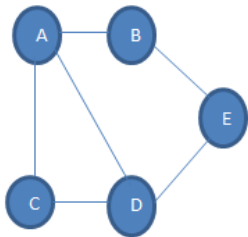
Complexidades diferem das de matriz de adjacência

- Complexidade de espaço: $\mathcal{O}(n^2) = \mathcal{O}(m)$
- Inserção, pesquisa e remoção de arestas: $\mathcal{O}(n)$
- Inserção e remoção de vértices: $\mathcal{O}(1)$

LISTA DE ADJACÊNCIA



LISTA DE ADJACÊNCIA



LISTA DE ADJACÊNCIA

