# Инструкция

- 1. В каждом варианте 9 заданий на любой вкус. Не выбирайте из одной секции больше одного задания.
- 2. Не надо решать все девять. Вес заданий в скобках, и больше 10 получить нельзя, увы.
- 3. Всегда указывайте номер варианта и номер задания.
- 4. Выбирайте вариант случайно, их всего шесть. Бросьте кубик, например. На сайте выбор происходит автоматически. Смешивать задания из разных вариантов нельзя.
- 5. Если вам требуется решить СЛАУ, то достаточно написать саму систему (или матрицу) и получившееся решение. Как вы его получили не важно, но я рекомендую использовать https://matrixcalc.org. Аналогично с вычислениеми по модулю m. Используйте любой калькулятор, например https://planetcalc.com/8326/. Главное напишите что вы считали и что получилось.
- 6. Не решайте задачи каким-то безумным перебором при помощи программ. Все они решаются вручную за вполне разумное время.

В случае каких-то вопросов свяжитесь со мной любым удобным способом: tg, vk, или даже почта: secret-sharing@sldr.xyz.

# Темы заданий

- ullet (n,n)-схема и булевы формулы
  - $\circ$  A1 (0.30): Восстановить секрет по простейшей (n,n)-схеме.
  - А2 (0.45): Разделить длинный секрет
  - АЗ (0.70): Разделить секрет в соответствии с булевой формулой
- Схема Блэкли
  - В1 (0.30): Разделить секрет по схеме Блэкли.
  - В2 (0.45): Схема Блэкли реализована по википедии. Надо «взломать».
  - ВЗ (0.70): Один участник из пяти испортил свой секрет и называет не ту плоскость.
- Схема Шамира
  - С1 (0.30): Восстановить секрет по схеме Шамира
  - ∘ С2 (0.45): Выяснить четность секрета
  - C3 (0.70): Изменить своё значение так, чтобы повлиять на секрет определённым образом

Чтобы раскрыть вариант, кликните по заголовку.

## Задание A1<sup>1</sup> (0.3)

Секрет разделён при помощи простейшей (n,n)-схемы, n=4. Необходимо восстановить недостающую информацию. В качестве группы используется кольцо многочленов степени не выше 2 над кольцом  $\mathbb{Z}_{43}$ 

#### Дано:

1. 
$$s=34x^2+19x+4$$
  
2.  $v_1=37x^2+4x+39$   
3.  $v_2=17x^2+35x+3$   
4.  $v_4=28x^2+13x+29$ 

Найти:  $v_3$ 

## Задание A2<sup>1</sup> (0.45)

Вам дана ASCII строка: maths . Необходимо её при помощи простейшей (n,n) схемы разделить между n=4 участниками.

Использовать для вычислений модуль более  $10000\,\mathrm{he}$  допускается.

Выпишите какой набор чисел получит каждый из участников.

## Задание A3<sup>1</sup> (0.7)

Есть четыре участника: a,b,c,d. Вам дана булева формула  $(((d\lor a)\land b)\land ((c\lor b)\land d))\lor (b\lor c)$ . Ваша задача — разделить секрет s=14 при помощи простейшей (n,n)-схемы над полем  $\mathbb{Z}_{47}$  таким образом, чтобы его могли восстановить тогда и только тогда, когда эта функция, будучи применена к присутствующим участникам, принимает значение истины.

## Задание B1<sup>1</sup> (0.3)

- 1. Необходимо разделить секрет  $s=17, s\in \mathbb{Z}_{47}$  между 5 участниками так, чтобы любые 3 могли его восстановить. Выпишите, что каждый участник знает.
- 2. Затем выбрать любых 3 участников и восстановить секрет обратно.

Нужно использовать схему Блэкли.

## Задание B2<sup>1</sup> (0.45)

Человек по неосторожности реализовал схему Блэкли, описанную на криптовики. От схемы из презентации она отличается тем, что секрет распределяется между всеми координатами секретной точки. Засчёт этого, говорится, схема идеальна.

Для вычислений использовалось поле  $\mathbb{Z}_7$ .

В схеме секрет разделяется так, что лишь трое могут его восстановить. Вам даны две плоскости:

- $6x_1 + 0x_2 + 4x_3 = 0$
- $4x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 3$

Необходимо перечислить все 7 точек, в которых может находиться секрет.

## Задание B3<sup>1</sup> (0.7)

Секрет при помощи схемы Блэкли разделили между пятью участниками таким образом, что любые двое его могут восстановить. Однако **ровно один** из участников испортил свою долю, причём неизвестно кто. Необходимо восстановить секрет и определить участника с некорректной долей.

$$1.30x_1 + 3x_2 = 33$$

$$2.38x_1 + 16x_2 = 8$$

$$3.33x_1 + 41x_2 = 31$$

$$4.38x_1 + 25x_2 = 23$$

$$5.22x_1 + 5x_2 = 36$$

## Задание C1<sup>1</sup> (0.3)

Секрет разделили при помощи схемы Шамира над полем  $\mathbb{Z}_{13}$ . Нужно его восстановить.

Даны следующие точки: (1,6), (2,2), (3,0)

# Задание C2<sup>1</sup> (0.45)

Для реализации схемы Шамира в качестве поля взяли  $\mathbb{Z}_{16}$ . Восстановить секрет могут 3 участников, но вам известны лишь 3-1 точка: (2,9) , (3,9)

Необходимо выяснить чётность секрета.

## Задание C3<sup>1</sup> (0.7)

При помощи схемы Шамира был разделён секрет. Вам, как участнику схемы, досталась точка (1,20). Точки других участников вы точно не знаете, но уверены, что они имеют  $x \in \{2,3,4\}$ .

Необходимо, чтобы в результате восстановления значение секрета изменилось на 11. Какую точку вы должны назвать?

## Задание A1<sup>2</sup> (0.3)

Секрет разделён при помощи простейшей (n,n)-схемы, n=4. Необходимо восстановить недостающую информацию. В качестве группы используется кольцо многочленов степени не выше 4 над кольцом  $\mathbb{Z}_{37}$ 

#### Дано:

1. 
$$v_1=11x^4+26x^3+x^2+4x+26$$
  
2.  $v_2=8x^4+35x^3+15x^2+30x+7$   
3.  $v_3=2x^4+20x^3+22x^2+26x+36$   
4.  $v_4=5x^3+23x^2+17x+28$ 

#### **Найти**: s

## Задание A2<sup>2</sup> (0.45)

Вам дана ASCII строка: ba/cs . Необходимо её при помощи простейшей (n,n) схемы разделить между n=5 участниками.

Использовать для вычислений модуль более  $10000\,\mathrm{he}$  допускается.

Выпишите какой набор чисел получит каждый из участников.

## Задание A3<sup>2</sup> (0.7)

Есть четыре участника: a,b,c,d. Вам дана булева формула  $((d\vee a)\vee(b\wedge d))\wedge((c\vee b)\wedge d)$ . Ваша задача — разделить секрет s=31 при помощи простейшей (n,n)-схемы над полем  $\mathbb{Z}_{47}$  таким образом, чтобы его могли восстановить тогда и только тогда, когда эта функция, будучи применена к присутствующим участникам, принимает значение истины.

## Задание B1<sup>2</sup> (0.3)

- 1. Необходимо разделить секрет  $s=14, s\in \mathbb{Z}_{29}$  между 5 участниками так, чтобы любые 4 могли его восстановить. Выпишите, что каждый участник знает.
- 2. Затем выбрать любых 4 участников и восстановить секрет обратно.

Нужно использовать схему Блэкли.

## Задание B2<sup>2</sup> (0.45)

Человек по неосторожности реализовал схему Блэкли, описанную на криптовики. От схемы из презентации она отличается тем, что секрет распределяется между всеми координатами секретной точки. Засчёт этого, говорится, схема идеальна.

Для вычислений использовалось поле  $\mathbb{Z}_7$ .

В схеме секрет разделяется так, что лишь трое могут его восстановить. Вам даны две плоскости:

- $3x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 6$
- $3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 2$

Необходимо перечислить все 7 точек, в которых может находиться секрет.

## Задание B3<sup>2</sup> (0.7)

Секрет при помощи схемы Блэкли разделили между пятью участниками таким образом, что любые двое его могут восстановить. Однако **ровно один** из участников испортил свою долю, причём неизвестно кто. Необходимо восстановить секрет и определить участника с некорректной долей.

$$1.\,3x_1 + 17x_2 = 21$$

$$2.8x_1 + 19x_2 = 0$$

$$3.18x_1 + 13x_2 = 20$$

$$4.16x_1 + 23x_2 = 8$$

$$5.8x_1 + 7x_2 = 25$$

## Задание C1<sup>2</sup> (0.3)

Секрет разделили при помощи схемы Шамира над полем  $\mathbb{Z}_{13}$ . Нужно его восстановить.

Даны следующие точки: (1,10), (2,4), (3,3)

## Задание C2<sup>2</sup> (0.45)

Для реализации схемы Шамира в качестве поля взяли  $\mathbb{Z}_{256}$ . Восстановить секрет могут 3 участников, но вам известны лишь 3-1 точка: (2,240) , (3,189)

Необходимо выяснить чётность секрета.

# Задание C3<sup>2</sup> (0.7)

При помощи схемы Шамира был разделён секрет. Вам, как участнику схемы, досталась точка (3,40). Точки других участников вы точно не знаете, но уверены, что они имеют  $x \in \{1,2,4\}$ .

Необходимо, чтобы в результате восстановления значение секрета изменилось на 34. Какую точку вы должны назвать?

## Задание A1<sup>3</sup> (0.3)

Секрет разделён при помощи простейшей (n,n)-схемы, n=4. Необходимо восстановить недостающую информацию. В качестве группы используется кольцо многочленов степени не выше 2 над кольцом  $\mathbb{Z}_{37}$ 

#### Дано:

1. 
$$s=6x^2+10x+20$$
  
2.  $v_1=14x^2+32x+6$   
3.  $v_2=27x^2+22x+34$   
4.  $v_4=10x^2+5x+6$ 

Найти:  $v_3$ 

## Задание A2<sup>3</sup> (0.45)

Вам дана ASCII строка: C#>Java . Необходимо её при помощи простейшей (n,n) схемы разделить между n=3 участниками.

Использовать для вычислений модуль более  $10000\,\mathrm{he}$  допускается.

Выпишите какой набор чисел получит каждый из участников.

# Задание A3<sup>3</sup> (0.7)

Есть четыре участника: a,b,c,d. Вам дана булева формула  $((a\lor c)\lor((b\land d)\lor c))\land(b\land a)$ . Ваша задача — разделить секрет s=12 при помощи простейшей (n,n)-схемы над полем  $\mathbb{Z}_{47}$  таким образом, чтобы его могли восстановить тогда и только тогда, когда эта функция, будучи применена к присутствующим участникам, принимает значение истины.

## Задание B1<sup>3</sup> (0.3)

- 1. Необходимо разделить секрет  $s=11, s\in \mathbb{Z}_{13}$  между 5 участниками так, чтобы любые 4 могли его восстановить. Выпишите, что каждый участник знает.
- 2. Затем выбрать любых 4 участников и восстановить секрет обратно.

Нужно использовать схему Блэкли.

## Задание B2<sup>3</sup> (0.45)

Человек по неосторожности реализовал схему Блэкли, описанную на криптовики. От схемы из презентации она отличается тем, что секрет распределяется между всеми координатами секретной точки. Засчёт этого, говорится, схема идеальна.

Для вычислений использовалось поле  $\mathbb{Z}_7$ .

В схеме секрет разделяется так, что лишь трое могут его восстановить. Вам даны две плоскости:

- $0x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 5$
- $3x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 4$

Необходимо перечислить все 7 точек, в которых может находиться секрет.

## Задание В3<sup>3</sup> (0.7)

Секрет при помощи схемы Блэкли разделили между пятью участниками таким образом, что любые двое его могут восстановить. Однако **ровно один** из участников испортил свою долю, причём неизвестно кто. Необходимо восстановить секрет и определить участника с некорректной долей.

$$1.6x_1 + 19x_2 = 25$$

$$2.26x_1 + 20x_2 = 10$$

$$3.6x_1 + 11x_2 = 21$$

$$4.6x_1 + 1x_2 = 16$$

$$5.9x_1 + 9x_2 = 19$$

# Задание C1<sup>3</sup> (0.3)

Секрет разделили при помощи схемы Шамира над полем  $\mathbb{Z}_{13}$ . Нужно его восстановить.

Даны следующие точки: (1,12), (2,7), (3,12)

# Задание C2<sup>3</sup> (0.45)

Для реализации схемы Шамира в качестве поля взяли  $\mathbb{Z}_{16}$ . Восстановить секрет могут 3 участников, но вам известны лишь 3-1 точка:  $(2,11)\,,(3,14)$ 

Необходимо выяснить чётность секрета.

# Задание C3<sup>3</sup> (0.7)

При помощи схемы Шамира был разделён секрет. Вам, как участнику схемы, досталась точка (1,10). Точки других участников вы точно не знаете, но уверены, что они имеют  $x \in \{2,3,4\}$ .

Необходимо, чтобы в результате восстановления значение секрета изменилось на 2. Какую точку вы должны назвать?

## Задание A1<sup>4</sup> (0.3)

Секрет разделён при помощи простейшей (n,n)-схемы, n=3. Необходимо восстановить недостающую информацию. В качестве группы используется кольцо многочленов степени не выше 2 над кольцом  $\mathbb{Z}_{19}$ 

#### Дано:

1. 
$$s = 3x^2 + 18x + 15$$
  
2.  $v_2 = 16x^2 + 5x$ 

$$3. v_3 = 9x^2 + 12x + 11$$

Найти:  $v_1$ 

# Задание A2<sup>4</sup> (0.45)

Вам дана ASCII строка:  ${\sf CS}$  HSE . Необходимо её при помощи простейшей (n,n) схемы разделить между n=4 участниками.

Использовать для вычислений модуль более  $10000\,$  не допускается.

Выпишите какой набор чисел получит каждый из участников.

## Задание A3<sup>4</sup> (0.7)

Есть четыре участника: a,b,c,d. Вам дана булева формула  $((c\vee a)\vee(b\wedge d))\wedge((a\vee d)\wedge b)$ . Ваша задача — разделить секрет s=4 при помощи простейшей (n,n)-схемы над полем  $\mathbb{Z}_{47}$  таким образом, чтобы его могли восстановить тогда и только тогда, когда эта функция, будучи применена к присутствующим участникам, принимает значение истины.

## Задание B1<sup>4</sup> (0.3)

- 1. Необходимо разделить секрет  $s=24, s\in \mathbb{Z}_{47}$  между 4 участниками так, чтобы любые 4 могли его восстановить. Выпишите, что каждый участник знает.
- 2. Затем выбрать любых 4 участников и восстановить секрет обратно.

Нужно использовать схему Блэкли.

## Задание B2<sup>4</sup> (0.45)

Человек по неосторожности реализовал схему Блэкли, описанную на криптовики. От схемы из презентации она отличается тем, что секрет распределяется между всеми координатами секретной точки. Засчёт этого, говорится, схема идеальна.

Для вычислений использовалось поле  $\mathbb{Z}_7$ .

В схеме секрет разделяется так, что лишь трое могут его восстановить. Вам даны две плоскости:

- $0x_1 + 0x_2 + 4x_3 = 5$
- $5x_1 + 3x_2 + 0x_3 = 2$

Необходимо перечислить все 7 точек, в которых может находиться секрет.

## Задание B3<sup>4</sup> (0.7)

Секрет при помощи схемы Блэкли разделили между пятью участниками таким образом, что любые двое его могут восстановить. Однако **ровно один** из участников испортил свою долю, причём неизвестно кто. Необходимо восстановить секрет и определить участника с некорректной долей.

$$1.8x_1 + 19x_2 = 10$$

$$2.31x_1 + 22x_2 = 17$$

$$3.11x_1 + 15x_2 = 16$$

$$4.22x_1 + 8x_2 = 14$$

$$5.4x_1 + 6x_2 = 24$$

# Задание C1<sup>4</sup> (0.3)

Секрет разделили при помощи схемы Шамира над полем  $\mathbb{Z}_{13}$ . Нужно его восстановить.

Даны следующие точки: (1,11), (2,5), (3,7)

# Задание C2<sup>4</sup> (0.45)

Для реализации схемы Шамира в качестве поля взяли  $\mathbb{Z}_{256}$ . Восстановить секрет могут 3 участников, но вам известны лишь 3-1 точка:  $(2,64)\,,(3,253)$ 

Необходимо выяснить чётность секрета.

# Задание C3<sup>4</sup> (0.7)

При помощи схемы Шамира был разделён секрет. Вам, как участнику схемы, досталась точка (4,6). Точки других участников вы точно не знаете, но уверены, что они имеют  $x\in\{1,2,3\}$ .

Необходимо, чтобы в результате восстановления значение секрета изменилось на 40. Какую точку вы должны назвать?

### Задание А15 (0.3)

Секрет разделён при помощи простейшей (n,n)-схемы, n=3. Необходимо восстановить недостающую информацию. В качестве группы используется кольцо многочленов степени не выше 3 над кольцом  $\mathbb{Z}_{11}$ 

#### Дано:

$$1. s = 9x^3 + 3x^2 + 6x + 9$$

$$2. v_2 = 9x^3 + x^2 + 5x + 7$$

$$3. v_3 = 5x^3 + 2x^2 + 4x + 8$$

Найти:  $v_1$ 

### Задание A2<sup>5</sup> (0.45)

Вам дана ASCII строка: crypto . Необходимо её при помощи простейшей (n,n) схемы разделить между n=4 участниками.

Использовать для вычислений модуль более  $10000\,$  не допускается.

Выпишите какой набор чисел получит каждый из участников.

### Задание A3<sup>5</sup> (0.7)

Есть четыре участника: a,b,c,d. Вам дана булева формула  $((d\lor c)\lor((d\land a)\lor b))\land(d\land c)$ . Ваша задача — разделить секрет s=29 при помощи простейшей (n,n)-схемы над полем  $\mathbb{Z}_{47}$  таким образом, чтобы его могли восстановить тогда и только тогда, когда эта функция, будучи применена к присутствующим участникам, принимает значение истины.

### Задание B1<sup>5</sup> (0.3)

- 1. Необходимо разделить секрет  $s=10, s\in \mathbb{Z}_{11}$  между 5 участниками так, чтобы любые 4 могли его восстановить. Выпишите, что каждый участник знает.
- 2. Затем выбрать любых 4 участников и восстановить секрет обратно.

Нужно использовать схему Блэкли.

### Задание B2<sup>5</sup> (0.45)

Человек по неосторожности реализовал схему Блэкли, описанную на криптовики. От схемы из презентации она отличается тем, что секрет распределяется между всеми координатами секретной точки. Засчёт этого, говорится, схема идеальна.

Для вычислений использовалось поле  $\mathbb{Z}_7$ .

В схеме секрет разделяется так, что лишь трое могут его восстановить. Вам даны две плоскости:

- $3x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 0$
- $1x_1 + 0x_2 + 6x_3 = 1$

Необходимо перечислить все 7 точек, в которых может находиться секрет.

### Задание B3<sup>5</sup> (0.7)

Секрет при помощи схемы Блэкли разделили между пятью участниками таким образом, что любые двое его могут восстановить. Однако **ровно один** из участников испортил свою долю, причём неизвестно кто. Необходимо восстановить секрет и определить участника с некорректной долей.

$$1.36x_1 + 2x_2 = 26$$

$$2.20x_1 + 34x_2 = 35$$

$$3.24x_1 + 1x_2 = 0$$

$$4.8x_1 + 28x_2 = 8$$

$$5.18x_1 + 11x_2 = 6$$

# Задание C1<sup>5</sup> (0.3)

Секрет разделили при помощи схемы Шамира над полем  $\mathbb{Z}_{13}$ . Нужно его восстановить.

Даны следующие точки: (1,12), (2,0), (3,8)

## Задание C2<sup>5</sup> (0.45)

Для реализации схемы Шамира в качестве поля взяли  $\mathbb{Z}_{256}$ . Восстановить секрет могут 3 участников, но вам известны лишь 3-1 точка: (2,177) , (3,40)

Необходимо выяснить чётность секрета.

## Задание C3<sup>5</sup> (0.7)

При помощи схемы Шамира был разделён секрет. Вам, как участнику схемы, досталась точка (4,21). Точки других участников вы точно не знаете, но уверены, что они имеют  $x\in\{1,2,3\}$ .

Необходимо, чтобы в результате восстановления значение секрета изменилось на 10. Какую точку вы должны назвать?

### Задание А16 (0.3)

Секрет разделён при помощи простейшей (n,n)-схемы, n=3. Необходимо восстановить недостающую информацию. В качестве группы используется кольцо многочленов степени не выше 2 над кольцом  $\mathbb{Z}_{29}$ 

#### Дано:

$$1. v_1 = 3x^2 + 6x + 10$$

$$2. v_2 = 3x^2 + 20x + 1$$

$$3. v_3 = 4x^2 + 25x + 27$$

#### **Найти**: s

### Задание A2<sup>6</sup> (0.45)

Вам дана ASCII строка: Воtay . Необходимо её при помощи простейшей (n,n) схемы разделить между n=5 участниками.

Использовать для вычислений модуль более  $10000\,$  не допускается.

Выпишите какой набор чисел получит каждый из участников.

### Задание A3<sup>6</sup> (0.7)

Есть четыре участника: a,b,c,d. Вам дана булева формула  $((d\lor c)\land (a\land c))\lor (a\lor b)$ . Ваша задача — разделить секрет s=31 при помощи простейшей (n,n)-схемы над полем  $\mathbb{Z}_{47}$  таким образом, чтобы его могли восстановить тогда и только тогда, когда эта функция, будучи применена к присутствующим участникам, принимает значение истины.

### Задание B1<sup>6</sup> (0.3)

- 1. Необходимо разделить секрет  $s=12, s\in \mathbb{Z}_{13}$  между 5 участниками так, чтобы любые 3 могли его восстановить. Выпишите, что каждый участник знает.
- 2. Затем выбрать любых 3 участников и восстановить секрет обратно.

Нужно использовать схему Блэкли.

## Задание B2<sup>6</sup> (0.45)

Человек по неосторожности реализовал схему Блэкли, описанную на криптовики. От схемы из презентации она отличается тем, что секрет распределяется между всеми координатами секретной точки. Засчёт этого, говорится, схема идеальна.

Для вычислений использовалось поле  $\mathbb{Z}_7$ .

В схеме секрет разделяется так, что лишь трое могут его восстановить. Вам даны две плоскости:

- $5x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 4$
- $2x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 6$

Необходимо перечислить все 7 точек, в которых может находиться секрет.

### Задание B3<sup>6</sup> (0.7)

Секрет при помощи схемы Блэкли разделили между пятью участниками таким образом, что любые двое его могут восстановить. Однако **ровно один** из участников испортил свою долю, причём неизвестно кто. Необходимо восстановить секрет и определить участника с некорректной долей.

$$1.13x_1 + 17x_2 = 3$$

$$2.5x_1 + 13x_2 = 1$$

$$3.26x_1 + 12x_2 = 17$$

$$4.13x_1 + 20x_2 = 16$$

$$5.23x_1 + 8x_2 = 13$$

# Задание C1<sup>6</sup> (0.3)

Секрет разделили при помощи схемы Шамира над полем  $\mathbb{Z}_{13}$ . Нужно его восстановить.

Даны следующие точки: (1,7), (2,8), (3,3)

## Задание C2<sup>6</sup> (0.45)

Для реализации схемы Шамира в качестве поля взяли  $\mathbb{Z}_{32}$ . Восстановить секрет могут 3 участников, но вам известны лишь 3-1 точка:  $(1,13)\,,(2,2)\,,(3,23)$ 

Необходимо выяснить чётность секрета.

## Задание C3<sup>6</sup> (0.7)

При помощи схемы Шамира был разделён секрет. Вам, как участнику схемы, досталась точка (1,16). Точки других участников вы точно не знаете, но уверены, что они имеют  $x \in \{2,3,4\}$ .

Необходимо, чтобы в результате восстановления значение секрета изменилось на 30. Какую точку вы должны назвать?