Дифференциальные уравнения

November 3, 2020

Contents

1 Дифференциальные уравнения

Бабушкин Максим Владимирович Send Mail

1.1 Введение. Примеры

$F(x, y, y', y', y^{(n)}) = 0$ - дифф. ур-е *Пример*: Груз m на пружине

$$x(t) = ?$$

$$mg = -k(0 - x_0)$$

$$mg = kx_0$$

$$F_{\sum} = ma$$

$$mg + (-k(x - x_0)) = mx$$

$$kx_0 - kx + kx_0 = mx$$

$$-kx = mx$$

Отв: $x(t) = A \cdot sin(t\sqrt{\frac{k}{m}} + \phi_0)$ A, ϕ_0 - произвольные постоянные

1.2 Ур-я 1-го порядка. Основные понятия

1.2.1 Ур-я 1-го порядка и его решения

$F(x, y, y') = 0$ - дифф. ур-е 1-го порядка (1) *Опр.* Решением ур-я (1) на (a, b) н-ся функция $\phi \in C(a, b)$ $F(x, \phi(x), \phi(x)') = 0$ на (a, b) (a и b м.б. ∞) *Пример*

$$y' = x$$

$$y = \frac{x^2}{2} + C$$

$$\phi(x) = \frac{x^2}{2}$$

$$\phi(x) = \frac{x^2}{2} + 1$$

ˆ˜˜˜ Частичные решения *Опр.* Общее решение Мн-во всех решений

$y = \frac{x^2}{2} + C$ - общее решение *Опр.* Общий интеграл соотношение вида $F(x, y, C) = 0$ которое при $\forall C$ - *решение*?

1.2.2 Форма записи ур-й 1-го порядка

Опр. $y' = f(x, y)$ - ур-е разрешенное относительно производной *Пр.*

$$y' = -\frac{x}{y}$$

$$y = \sqrt{1 - x^2}$$

Тест ˆ˜˜ - решение

Опр. $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$ ур-е в дифференциалах *Опр.* Решением ˆ˜˜˜ н-ся ф-ия $y(x) \in C(a, b)$ $P(x, y(x)) + Q(x, y(x))y'(x) \equiv 0$ на (a, b) *Опр.* Параметризованное решение н-ся $\phi, \psi \in C(\alpha, \beta)$

1. $|\phi'(t)| + |\psi'(t)| = 0$
2. $P(\phi(t), \psi(t))\phi'(t) + Q(\phi(t), \psi(t))\psi'(t) \equiv 0$

на (α, β)

1.2.3 Поле направлений и приближенное решение

$$y' = f(x,y)$$

$$f \in C$$

$$G - area$$

$$]\phi - solution\ on\ (a,b)$$

$$\phi'(x) = f(x,\phi(x))\forall x$$

$$y_0 = \phi(x_0)$$

ϕ'(x_0) = f(x_0, y_0) $(1, f(x_0, y_0))$ - коллинеарный вектор

Опр. Ломаная Ейлера $y' = f(x,y)$ (x_0, y_0) - начальная точка δx - постоянный ???

1.2.4 Задача Коши

Опр. З. Коши (начальной задачей) для ур-я $y' = f(x,y)$ н-ют задачу отыскания его решения удовлетворяющего начальному условию $y(x_0) = y_0$ (x_0, y_0) - начальная точка