

# Сходимость последовательности функций

Ilya Yaroshevskiy

December 21, 2020

## Contents

<b>1</b>	<b>Сходимость посл. функций</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Занятие</b>	<b>1</b>

## 1 Сходимость посл. функций

$$f_n \rightarrow f \text{ на } E \Leftrightarrow \rho(f_n, f) \rightarrow 0$$

$$\rho(f_n, f) = \sup_{x \in E} |f_n(x) - f(x)|$$

**Пример 2749**

$$f_n(x) = \frac{1}{x+n} \quad E = (0, +\infty)$$

Есть ли равномерную сходимость

*Напоминание:* Равномерная сходимость  $F_n \rightarrow f \Rightarrow \forall x \in E f_n(x) \rightarrow f(x)$

1. Ищем  $f$

$$\text{фиксируем } x: \lim_{n \rightarrow +\infty} f_n(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{x+n} = 0, \text{ т.е. } f(x) = 0$$

1. Проверяем равномерную сходимость

$$\rho(f_n, f) = \sup_{x \in (0, +\infty)} \left| \frac{1}{x+n} - 0 \right| = \sup_{x \in (0, +\infty)} \frac{1}{x+n} = \frac{1}{n} \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0 \text{ Равномерно сходится}$$

## 2 Занятие

**2756a**

$$f_n(x) = \arctg x \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \frac{\pi}{2}$$

$$\sup_{x \in (0, +\infty)} \left| f_n(x) - \frac{\pi}{2} \right| = \sup_{x \in (0, +\infty)} \left| \arctg x - \frac{\pi}{2} \right| \geq \lim_{x \rightarrow 0} \left| \arctg(nx) - \frac{\pi}{2} \right| = \frac{\pi}{2} \not\rightarrow 0$$

$$\geq \left| \arctg(nx) - \frac{\pi}{2} \right| \Big|_{x=\frac{1}{n}} = \frac{\pi}{4} \not\rightarrow 0$$

**2756b**

$$f_n(x) = x \arctg(nx) \rightarrow \frac{n}{2}x$$

$$\sup_{n \in (0, +\infty)} \left| x(\arctg(nx) - \frac{\pi}{4}) \right|$$