

# Практика 8

Ілля Yaroshevskiy

30 марта 2021 г.

## Содержание

### 1 ДЗ

2

#### Задача 1.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ ax & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & x > 2 \end{cases}$$

Найти  $a$ , мат. ожидание и т.д.

*Решение.* 1. Надо проверить условие нормировки. По условию нормировки:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1 \Rightarrow \int_0^2 axdx = a \cdot \left. \frac{x^2}{2} \right|_0^2 = 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

2.

$$E\xi = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_0^2 x \cdot \frac{x}{2} dx = \frac{1}{2} \cdot \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^2 = \frac{4}{3}$$

3.

$$D\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - (E\xi)^2 = \int_0^2 x^2 \cdot \frac{x}{2} dx - \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \left. \frac{x^4}{4} \right|_0^2 - \frac{16}{9} = 2 - \frac{16}{9} = \frac{2}{9}$$

4.

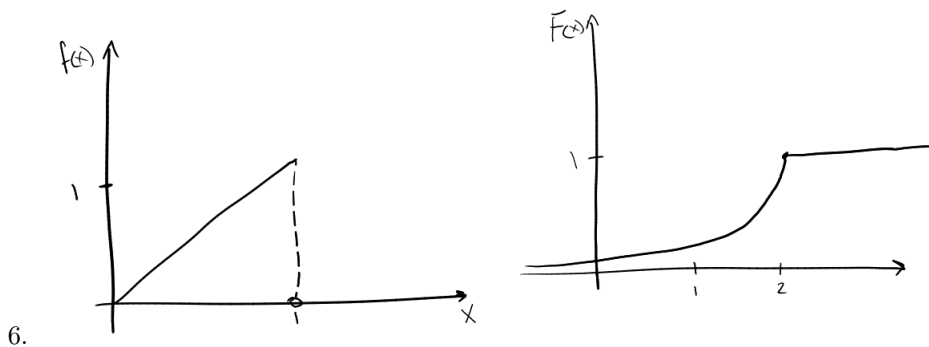
$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx$$

- при  $x < 0$   $F(x) = 0$
- при  $0 \leq x \leq 2$   $F(x) = \int_0^x \frac{x}{2} dx = \left. \frac{x^2}{4} \right|_0^x = \frac{x^2}{4}$
- при  $x > 2$   $F(x) = 0$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x^2}{4} & 0 \leq x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$$

5.  $p(\alpha < \xi < \beta) = F(\beta) - F(\alpha)$

$$p\left(\frac{1}{2} < \xi < \frac{3}{2}\right) = F\left(\frac{3}{2}\right) - F\left(\frac{1}{2}\right) = F\left(\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{4}\right) - F\left(\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{4}\right) = \frac{9}{16} - \frac{1}{16} = \frac{1}{2}$$



6.

**Задача 2.**

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{A}{x^4} + B & x \geq 1 \end{cases}$$

**Задача 3.** Условия:

1. (a)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$$

,  $F(x)$  — непрерывная

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0+1} F(x) = \lim_{x \rightarrow 0+1} F(x)$$

Отсюда находим константы  $A, B$ 

(a)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{A}{x^4}}_{\rightarrow 0} + B = 1 \Rightarrow B = 1$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow 0+1} 0 = \lim_{x \rightarrow 0+1} \frac{A}{x^4} + 1 \Rightarrow A = -1$$

2.

$$f(x) = F'(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ \frac{4}{x^5} & x \geq 1 \end{cases}$$

3.

$$E\xi = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx = \int_1^{\infty} x \cdot \frac{4}{x^5} dx = 4 \cdot \frac{x^{-3}}{-3} \Big|_1^{\infty} = -\frac{4}{3} \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x^3} - \frac{1}{1^3} \right) = \frac{4}{3}$$

4.

$$D\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx - (E\xi)^2 = \int_1^{\infty} x^2 \cdot \frac{4}{x^5} dx - \frac{16}{9} = 4 \cdot \frac{x^{-2}}{-2} \Big|_1^{\infty} - \frac{16}{9} = -2 \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{x^2} - 1 \right) - \frac{16}{9} = 2 - \frac{16}{9} = \frac{2}{9}$$

5.

$$\sigma = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

6.

$$p(0 < \xi < 2) = F(2) - F(0) = \left( 1 - \frac{1}{16} \right) - 0 = \frac{15}{16}$$

$$p(\xi > 4) = 1 - P(\xi < 4) = 1 - F(4) \text{ Доделать }$$

**1 ДЗ****Задача 4.**

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -2 \\ Ax + b & -2 \leq x \leq 2 \\ 1 & x > 2 \end{cases}$$

Найти  $A, B$ , плотность  $f(x)$ , числовые характеристики,  $p(-1 < \xi < 1)$ , графики**Задача 5.**

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ A \sin x & 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & x > \pi \end{cases}$$

Найти  $A, F(x), p(\frac{\pi}{4} < \xi < \frac{\pi}{2})$ , графики**Задача 6.** Двое человек договорились встретиться между 12:00 и 13:00. Случайная величина — время ожидания пришедшего первым. Найти математическое ожидание и дисперсию