1 Монотонность. Экстремумы

Теорема 1.1 (Критерий монотонности)**.** *$f \in C(\langle a, b\rangle)$ f - диф. на (a, b), тогда $f \uparrow \Leftrightarrow f'(x) \geq 0, \forall x \in (a, b)$*

Доказательство. $\Rightarrow$ по определению производной
$\Leftarrow$ $x_1 > x_2$ по т. Лагранжа $\exists c : f(x_1) - f(x_2) = f(c) \cdot (x_1 - x_2) \geq 0$ □

Следствие 1.1.1. *$f : \langle a, b\rangle \to \mathbb{R}$, тогда*
$f = const \Leftrightarrow f \in C(\langle a, b\rangle)$, дифф на $(a, b) f' = 0$

Следствие 1.1.2. *$f \in C(\langle a, b\rangle)$, дифф на (a, b), тогда f - строго возрастает $\Leftrightarrow$*

1. *$f' \geq 0$ на (a, b)*
2. *$f' \neq 0$ ни на каком промежутке*

Доказательство. $\Rightarrow$ очев.
$\Leftarrow$ по Лемме о возрастании в точке □

Следствие 1.1.3 (Доказательство неравенств)**.** *$g, f \in C(\langle a, b\rangle)$, дифф. на (a, b)*
$f(a) \leq g(a), \forall x \in (a, b) f'(x) \leq g'(x)$, тогда $\forall \alpha \in (a, b) f(\alpha) \leq g(\alpha)$