

Практика 5

Илья Yaroshevskiy

9 марта 2021 г.

Содержание

1	Формула Пуассона(формула редких событий)	1
2	ДЗ	2

Задача 1. Брак при изготовлении детали составляет 20%. Найти вероятность того что из 10 деталей не менее 3х годные.

Решение.

$$n = 10; p = 0.8; q = 0.2; 3 \leq k \leq 10$$

$$P_{10}(3 \leq j \leq 10) = 1 - P_{10}(k < 3) = 1 - (P_{10}(0) + P_{10}(1) + P_{10}(2)) \approx 1 - (q^{10} + C_{10}^1 \cdot p^1 \cdot q^9 + C_{10}^2 \cdot p^2 \cdot q^8) = \\ = 1 - (0.2^8 + 10 \cdot 0.8 \cdot 0.2^9 + 45 \cdot 0.8^2 \cdot 0.2^8) \approx 0.999$$

Задача 2. Найти вероятность того что при 180 бросаниях кости шестерка выпала 27 раз

Решение.

$$P_{180}(27) = C_{180}^{27} p^{27} q^{180-27} = C_{180}^{27} \left(\frac{1}{6}\right)^{27} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{180-27} \approx 0.069$$

$$P_{180}(27) = \frac{1}{\sqrt{180 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}}} \cdot \varphi\left(\frac{27 - 180 \cdot \frac{1}{6}}{\sqrt{180 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}}}\right) \approx 0.0666$$

Задача 3. Брак составляет 20%. Найти вероятность того, что из 900 деталей бракованных будет от 170 до 200

Решение.

$$x_1 = \frac{170 - 900 \cdot 0.2}{\sqrt{900 \cdot 0.2 \cdot 0.8}} \approx -0.83$$

$$x_2 = \frac{200 - 900 \cdot 0.2}{\sqrt{900 \cdot 0.2 \cdot 0.8}} \approx 1.67$$

$$P_{900} 170 \leq k \leq 200 \approx \Phi(x_1) - \Phi(x_2) \approx 0.4515 + 0.2967 = 0.7482$$

1 Формула Пуассона(формула редких событий)

Применяем при $p < \frac{1}{10}$ или $n \geq 100$

$$P_n(k) \approx \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

, где $\lambda = np$

Пример. Вероятность звонка в службу поддержки — 0.2. Найти вероятность того, что из 100 человек в службу поддержки позвонили от 1 до 3 человек.

$$n = 100; p = 0.02; \lambda = np = 100 \cdot 0.02 = 2; 1 \leq x \leq 3$$

$$P_{100}(1 \leq k \leq 3) = P_{100}(1) + P_{100}(2) + P_{100}(3) = \frac{2^1}{1!} e^{-2} + \frac{2^2}{2!} e^{-2} + \frac{2^3}{3!} e^{-2} = (2 + 2 + \frac{4}{3}) e^{-2} \approx 0.7218$$

Задача 4. Вероятность клика по банеру на одной странице — 0.005. Найти вероятность того что на 1000 страниц будет 7 кликов по банеру

Решение.

$$n = 1000; p = 0.005; k = 7; \lambda = np = 1000 \cdot 0.005 = 5$$

$$P_{1000}(7) \approx \frac{5^7}{7!} e^{-5} \approx 0.1044$$

Задача 5. Прибор состоит из 100 элементов. Вероятность отказа каждого элемента — $\frac{1}{100}$. Найти вероятность отказа больше 2 элементов

Решение.

$$n = 100; p = 0.01; \lambda = np = 100 \cdot 0.01 = 1$$

$$\begin{aligned} P_{100}(k > 2) &= 1 - P_{100}(k \leq 2) = 1 - (P_{100}(0) + P_{100}(1) + P_{100}(2)) = \\ &= 1 - (q^{100} + C_{100}^1 \cdot p \cdot q^{99} + C_{100}^2 \cdot p^2 \cdot q^{98}) \approx 0.07937 \\ &= 1 - \left(\frac{1^0}{0!} + \frac{1^1}{1!} + \frac{1^2}{2!} \right) \cdot e^{-1} \approx 0.0803 \end{aligned}$$

2 ДЗ

Задача 6. Вероятность потери посылки на почте — 0.1. Найти вероятность того что из 10 посылок будут потеряны не более 2х.

Задача 7. Вероятность попадания стрелка в цель — 0.7. Найти вероятность того, что из 1000 выстрелов точными будут 710.

Задача 8. Найти вероятность того что при 10000 бросаниях монеты герб выпадет от 4980 до 5020 раз.

Задача 9. Вероятность опечатки на одной странице — 0.025. Найти вероятность того что в книге из 1000 страниц будет 3 опечатки.