

Практика 4

Илья Yaroshevskiy

2 марта 2021 г.

Содержание

Задача 1. Первый цех производит 50% деталей, второй цех - 30%, третий цех - 20%. Брак в первом цехе - 3%, во втором - 5%, в третьем - 4%. Найти вероятность что деталь без брака.

Решение. A — деталь с браком

B_i — произведена в i -том цехе

$$P(B_1) = 0.5$$

$$P(B_2) = 0.3$$

$$P(B_3) = 0.2$$

$$P(A|B_1) = 0.03$$

$$P(A|B_2) = 0.05$$

$$P(A|B_3) = 0.04$$

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) + P(B_3)P(A|B_3) = 0.5 \cdot 0.03 + 0.3 \cdot 0.05 + 0.2 \cdot 0.04 = 0.038$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0.962$$

Задача 2. В группе 2 отличника, 5 хорошистов и 3 троешника. Вероятности решить задачу соответственно 0.9, 0.7, 0.4. Наугад вызванный студент решил. Вероятность что это отличник

Решение. A — решил задачу, H_i — чувак

$$P(A|H_1) = 0.9$$

$$P(A|H_2) = 0.7$$

$$P(A|H_3) = 0.4$$

$$P(H_1) = 0.2$$

$$P(H_2) = 0.5$$

$$P(H_3) = 0.3$$

$$P(A) = P(A|H_1)P(H_1) + P(A|H_2)P(H_2) + P(A|H_3)P(H_3) = 0.9 \cdot 0.2 + 0.7 \cdot 0.5 + 0.4 \cdot 0.3 = 0.65$$

$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1)P(H_1)}{P(A)} = \frac{0.9 \cdot 0.2}{0.65} = \frac{18}{65}$$

Задача 3. Вероятность попадания стрелка в цель — 0.5. Стрелок подбрасывает две монеты, делает число выстрелов равное удвоенному числу гербов. Найти вероятность что стрелок попал в цель.

Решение. A — попал хотябы раз, H_i — вероятность числа гербов соответственно 0, 2, 2, 4

$$P(H_i) = 0.25$$

$$P(A|H_1) = 0$$

Считаем через обратную, т.е. через вероятность что не попал ни разу.

$$P(A|H_2) = 0.5 \cdot 2 - 0.5^2$$

$$P(A|H_3) = 0.5 \cdot 2 - 0.5^2$$

$$P(A|H_4) = 0.5 \cdot 4 - 0.5^4$$

$$P(A) = P(A|H_1)P(H_1) + P(A|H_2)P(H_2) + P(A|H_3)P(H_3) + P(A|H_4)P(H_4)$$

Задача 4. В первой коробке 4 белых и 1 черный шар, во второй — 3 белых, 2 черных, в третьей — 1 белый, 4 черных. Из наугад выбранной коробки взяли два шара, они оказались белыми. Найти вероятность того что была выбрана вторая коробка.

Решение. A — было выбрано 2 белых шара, H_i — i -тая коробка

$$P(H_1) = \frac{1}{3}$$

$$P(H_2) = \frac{1}{3}$$

$$P(H_3) = \frac{1}{3}$$

$$P(A|H_1) = \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4}$$

$$P(A|H_2) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4}$$

$$P(A|H_3) = P(H_1)P(A|H_1) + P(H_2)P(A|H_2) + P(H_3)P(A|H_3) = \frac{2}{10} + \frac{1}{10} + 0 = \frac{3}{10}$$

$$P(A) = \frac{P(A|H_2)P(H_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{3}$$

Задача 5. На шахматную доску наугад поставили короля и коня. Найти вероятность того, что конь объявит шах.

Решение. Разбиваем на зоны начиная с краев.

Зона	Число клеток в зоне	Число бьющихся клеток
1	4	2
2	8	3
3	20	4
4	16	6
5	16	8

$$P(A) = \frac{4}{64} \cdot \frac{2}{63} + \frac{8}{64} \cdot \frac{3}{63} + \frac{20}{64} \cdot \frac{4}{63} + \frac{16}{64} \cdot \frac{6}{63} + \frac{16}{64} \cdot \frac{8}{63} = \frac{1}{12}$$

Задача 6.

Задача 1.

Два стрелка Иванов и Петров, имеющие по два заряда, поочерёдно стреляют в мишень. Вероятность попадания при одном выстреле равна $\frac{2}{3}$ для Иванова и $\frac{5}{6}$ для Петрова. Первый стрелок определяется по жребию. Для этого кидается монета. Если выпадает герб, то начинает Иванов, если цифра, то первым стреляет Петров. Выигрывает стрелок, попавший первым. Какова вероятность выигрыша для Петрова?

Петров выиграл. Какова вероятность что он стрелял первым

Решение. Pe — Петров попал, Iv — иванов попал, H_1 — Петров стрелял первый, H_2 — Иванов стрелял первый, A — Выиграл Петров

$$P(H_1) = \frac{1}{2}$$

$$P(H_2) = \frac{1}{2}$$

$$P(A|H_1) = P(Pe + \overline{Pe} \cdot \overline{Iv} \cdot Pe) = P(Pe) + P(\overline{Pe} \cdot \overline{Iv} \cdot Pe) = \frac{95}{36 \cdot 3}$$

$$P(A|H_2) = P(\overline{Iv} \cdot Pe + \overline{Iv} \cdot \overline{Pe} \cdot \overline{Iv} \cdot Pe) = \frac{95}{18^2}$$

$$P(H_1|A) = \frac{3}{4}$$

Задача 7. В студии три двери, за одной приз. Игрок указывает дверь, ведущий открывает одну из оставшихся и показывает что там приза нет. После чего предлагает игроку поменять свой выбор. Стоит ли это делать?

Решение. 1. H_1 — игрок угадал, H_2 — игрок не угадал, A — ведущий открыл дверь без приза

$$P(H_1) = \frac{1}{3}$$

$$P(H_2) = \frac{2}{3}$$

$$P(A|H_1) = 1$$

$$P(A|H_2) = \frac{1}{2} ???$$

$$P(H_1|A) = \frac{P(A|H_1)P(H_1)}{P(A|H_1)P(H_1) + P(A|H_2)P(H_2)} = \frac{1}{2}$$

A — не случайное событие \Rightarrow нельзя применять формулу Байеса

2. Статистически

300 экспериментов, 100 угадал, 100 не угадал, $\frac{200}{300} = \frac{2}{3}$