1 Обратный оператор

1.1 Единица. Обратный элемент

... $x, y \in A$
$x * y = e$

1.1.1 Опр

Если x * y = e, то x называется левым обратным к y
y называется правым обратным к x

1.1.2 Опр

xz = xz = r
x называется обратимый к z и обозначатеся $x = z^{-1}$

1.1.3 Лемма

Если $y, z \in A$
$\exists x$ - левый обратимый и y - правый обратимый
тогда:

1. z - обратим
2. x = y = z

1.2 Обратная матрица

K_n^n - алгебра матриц

1.2.1 Опр

Единичной матрицой нахывается $E : \forall A \in K_n^n$
$AE = EA = A$

1.2.2 Опр

Обратной матрице называется $A^{-1} : AA^{-1} = E$

1.2.3 Теорема

$\exists A^{-1} \Leftrightarrow det A \neq 0$

1.2.4 Способы вычисления A^{-1}

Метод Гауса

$[A|E] \sim [E|A^{-1}]$

Союзная матрица

$]A : \tilde{a}^i_j = A^i_j = (-1)^{i+j} M^i_j$ - союзная матрица

$A^{-1} = \frac{1}{detA} \tilde{A}^T$

1.3 Обртаный оператор

$\varphi : X \to X$

1.3.1 Опр

Обртаным к опреатору φ называется оператор φ^{-1}:
$\varphi^{-1}\varphi = \varphi\varphi^{-1} = I$

1.3.2 Теорема

Оператор φ обратим если $\exists$ базис в котором его матрица невырождена

1.3.3 NB

$$\tilde{A} = SAT$$

$det\tilde{A} = det(SAT) = detSdetAdetY$

1.3.4 Опр

Ядро $\varphi : Ker\varphi = \{x\ inX : \varphi x = 0\}$

1.3.5 Лемма

$Ket\varphi$ - ЛП

1.3.6 Опр

Образ $\varphi : \Im\varphi = \{y\ inY : \exists x : \varphi(x) = y\}$

1.3.7 Лемма

$\Im\varphi$ - ЛП

1.3.8 Теорема (о ядре и образе)

$\varphi : x \to X \Rightarrow dimKer\varphi + dim\Im\varphi = dimX$

1.3.9 Теорема

$]\varphi : X \to X \Rightarrow \exists\varphi^{-1} \Leftrightarrow dim\Im\varphi = dimX \Leftrightarrow dimKer\varphi = 0$

2 Внешняя степень ЛОп

2.0.1 Опр

Определителем набора векторов $\{x_i\}_{i=1}^n$ называется число $det[x_1, x_2, \dots, x_n]$ такое, что: $x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge x_n = det[x_1, x_2, \dots, x_n]e_1 \wedge e_2 \wedge \dots \wedge e_n$

2.0.2 Опр

$]\varphi : x \to X$ Внешней степенью φ^{Λ_p} опреатора φ называется отображение: $\varphi^{\Lambda_p}(x_1 \wedge x_2 \wedge \dots \wedge_p) = \varphi(x_1) \wedge \varphi(x_2) \wedge \dots \wedge \varphi(x_p)$

2.0.3 Опр

Определитель линейного оператора φ
$det\varphi = det[\varphi(x_1) \wedge \varphi(x_2) \wedge \dots \wedge \varphi(x_p)] = detA_\varphi e_1 \wedge e_2 \wedge \dots \wedge e_n$