

CENTRO DE ESTATÍSTICA APLICADA – CEA – USP
RELATÓRIO DE CONSULTA

TÍTULO: “Padrões espaciais na ontogenia de *Didymopanax angustissimum* (Araliaceae)”

PESQUISADOR: Renato Soares Armelin

ORIENTADOR: Prof. Dr. Waldir Mantovani

INSTITUIÇÃO: Instituto de Biologia – USP

PARTICIPANTES DA ENTREVISTA: Renato Soares Armelin

Waldir Mantovani

Júlia Maria Pavan Soler

Denise Aparecida Botter

Démerson André Polli

CONSULTOR CONVIDADO: Renato Ribeiro de Lima, ESALQ – USP.

DATA: 25/05/2004

FINALIDADE DA CONSULTA: Auxílio na aplicação de modelo estocástico específico.

RELATÓRIO ELABORADO POR: Démerson André Polli

1. Introdução

Em estudos sobre ecologia é de interesse descrever o comportamento dos seres vivos encontrados no meio ambiente. Quando se estuda vegetais, o conhecimento da localização dos indivíduos é um importante indicador de como estes se reproduzem e se desenvolvem. Assim, a informação sobre a dispersão destes seres nos permite construir modelos estocásticos para prever o comportamento futuro da espécie ou para testar algumas hipóteses ecológicas.

A existência de um padrão na dispersão de uma determinada espécie de árvore pode evidenciar, por exemplo, que as sementes destas são transportadas por algum animal ou pelo vento. As árvores podem estar dispersas de modo agregado como na Figura 1.1 (Strauss, 1975; Ripley, 1977; Diggle, 1983), de modo aleatório como na Figura 1.2 (Numata, 1961; Diggle, 1983) ou de forma regular como na Figura 1.3 (Ripley, 1977; Diggle, 1983). Um padrão agregado pode ser evidência de que as sementes de uma determinada espécie germinam próximo da árvore da qual estas se originam.

Figura 1.1 Dispersão de 62 árvores de madeira vermelha em um quadrado de 32 metros (figura padronizada para lado igual a um metro) de lado (Strauss, 1975; Ripley, 1977).

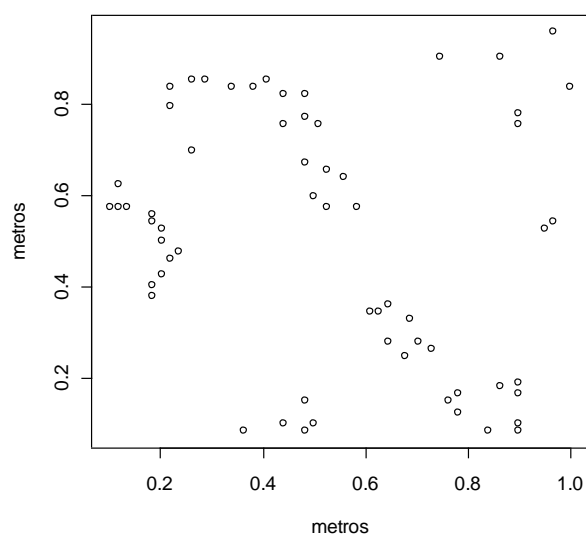


Figura 1.2 Dispersão de 65 árvores de pinho negro japonês em um quadrado de 5,7 metros de lado (Numata, 1961; Diggle, 1983).

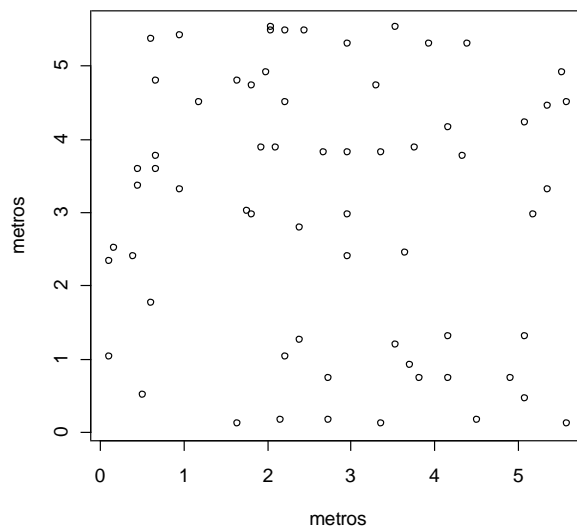
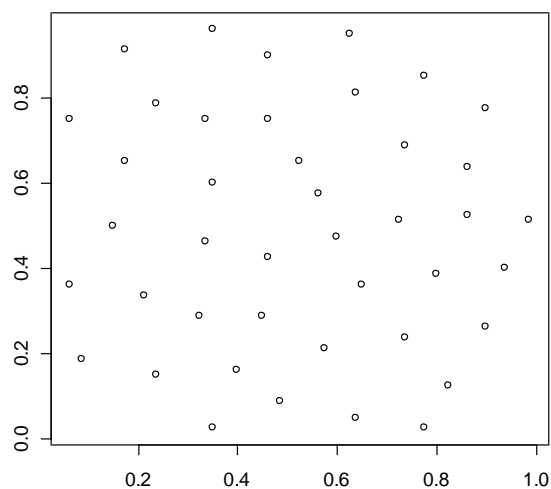


Figura 1.3 Dispersão de 42 núcleos celulares em um quadrado unitário (Ripley, 1977; Diggle, 1983)



Desta forma, este projeto de pesquisa pretende modelar os processos estocásticos que geram os padrões de dispersão observados para a espécie arbórea tropical *Didymopanax angustissimum*.

O objetivo da presente consulta foi revisar da literatura e discutir os processos estocásticos de Cox e de Gibson (Diggle, 1983; Gibson, 1997).

2. Descrição do estudo

Em uma reserva florestal localizada no município de Cotia, estado de São Paulo, foram delimitadas quatro áreas de 50 por 50 metros onde todas as plantas da espécie *Didymopanax angustissimum* com tamanho superior a 50 centímetros foram medidas e tiveram suas localizações mapeadas. As árvores foram alocadas em uma das seis seguintes classes de altura de acordo com a Tabela 2.1. A Tabela 2.2 apresenta a distribuição das árvores (total, infantes e adultas) nas quatro áreas amostradas.

Tabela 2.1 Classificação das árvores de acordo com a altura.

Ontogenia	Classe de altura	Faixa de altura das árvores (metros)
Infantes (recém estabelecidas)	1	Entre 0,5 e 2,0
	2	Entre 2,0 e 4,5
	3	Entre 4,5 e 7,0
	4	Entre 7,0 e 10,5
Adultas (reprodutivas)	5	Entre 10,5 e 13,0
	6	Maiores que 13,0

Tabela 2.2 Distribuição das árvores encontradas em cada uma das 4 áreas do estudo de acordo com a classificação em infante ou adulto.

Área	Número de árvores infantes	Número de árvores adultas	Total de árvores
1	32	1	60
2	17	8	38
3	30	11	11
4	158	9	226

Em cada uma das quatro áreas foram realizadas análises da dispersão das árvores através da função K de Ripley (Ripley, 1976; Diggle, 1983). Estas análises

mostraram que as árvores jovens apresentam um padrão agregado (como o da Figura 1.1) e as árvores adultas apresentam padrões aleatório (como o da Figura 1.2) ou regular (como o da Figura 1.3). Estes padrões foram observados em todas as quatro áreas indicando que o processo estocástico gerador do padrão de dispersão deve ser o mesmo em cada uma delas.

O estudo prosseguirá com a modelagem dos processos que descrevem a dinâmica dos padrões de dispersão para a amostra observada com o objetivo de testar hipóteses sobre os mesmos e fazer previsões sobre o comportamento futuro da população em estudo.

As quatro áreas foram avaliadas uma vez por ano durante 4 anos, sendo que uma quinta avaliação ainda deve ser realizada.

3. Descrição das variáveis

Para cada árvore da espécie *Didymopanax angustissimum*, em cada uma das quatro regiões de estudo, foram observadas as seguintes variáveis:

- Altura da árvore (em centímetros).
- Classificação das árvores segundo a altura (Tabela 2.1)
- Localização (em coordenadas cartesianas) da árvore dentro da área delimitada onde esta se encontra.

4. Situação do projeto

Já foram colhidos os dados referentes à espécie *Didymopanax angustissimum* na reserva florestal em Cotia, São Paulo. As análises dos padrões de dispersão das árvores foram realizadas utilizando a função K de Ripley (Ripley, 1976; Diggle, 1983).

No momento o pesquisador tem conhecimento a respeito da dispersão destas árvores e pretende ajustar um modelo probabilístico que possibilite prever o comportamento futuro da espécie. Existe o interesse em entender melhor os processos de Cox e de Gibson com a intenção de aplicá-lo aos dados observados.

5. Sugestões do CEA

Podemos modelar o padrão espacial observado nos quatro quadrados amostrados como um *processo de Poisson* se as seguintes suposições forem satisfeitas (Diggle, 1983):

1. A quantidade de árvores em um determinado quadrado depende apenas do tamanho deste e possui distribuição de Poisson com média igual ao produto do número médio de árvores por metro quadrado (fator de intensidade) pela área deste quadrado;
2. As árvores contidas em um determinado quadrado se distribuem com a mesma probabilidade ao longo do espaço deste;
3. As posições de duas árvores distintas são independentes.

Quando o padrão espacial das árvores é agregado estas se distribuem com diferentes probabilidades ao longo do espaço do quadrado e, desta forma, o processo de Poisson não se aplica pois a suposição 3 citada acima não está satisfeita. Devemos então usar uma generalização do processo de Poisson como, por exemplo, o *processo de Poisson não homogêneo*, o *processo de Cox* ou o *processo de Gibbs*.

5.1. Processo estocástico de Poisson não homogêneo

Dividindo os quadrados amostrados em regiões menores teremos diferentes quantidades médias de árvores por metro quadrado em cada uma destas regiões. Deste modo, podemos definir um processo satisfazendo as seguintes suposições:

1. A quantidade de árvores em um determinado quadrado possui distribuição de Poisson com média igual à soma da quantidade média de árvores em cada uma das regiões que compõem este quadrado;
2. As árvores se distribuem dentro dos quadrados com probabilidades proporcionais a quantidade média de árvores encontradas na região onde

estão localizadas;

3. As posições de duas árvores distintas são independentes.

Um processo que segue estas suposições é um *processo de Poisson não homogêneo* (Diggle, 1983).

5.2. Processo estocástico de Cox

O *processo estocástico de Cox* (Cox, 1955) é uma generalização do processo de Poisson não homogêneo, ou seja, se além das suposições do modelo anterior também temos que a quantidade média de árvores por metro quadrado, em cada uma das regiões que os quadrados amostrados se subdividem, forem gerados por um processo estocástico que assume valores não negativos, então teremos um processo estocástico de Cox.

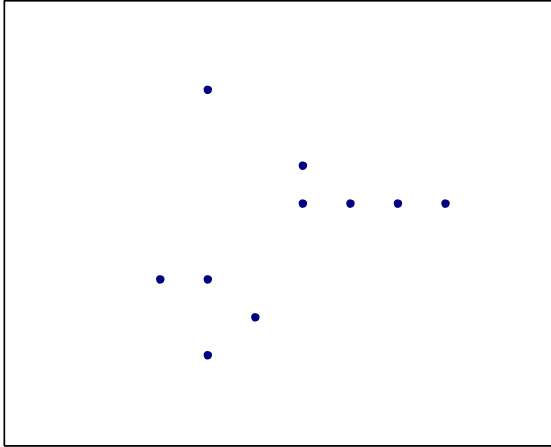
Se considerarmos separadamente duas faixas de altura das árvores e tivermos dois processos estocásticos que assumem valores não negativos e, se as quantidades médias de árvores nas duas faixas de altura forem gerados por estes processos estocásticos, teremos um *processo estocástico de Cox bivariado*.

5.3. Processo estocástico de Gibson

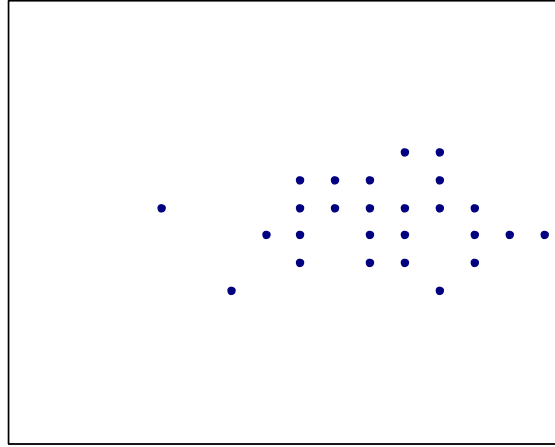
O *processo estocástico de Gibson* (Gibson, 1997) é usado em estudos de epidemiologia em plantas quando a probabilidade de infecções (ou força infectiva) varia em função da distância entre as plantas. O processo parte do pressuposto que todas as plantas saudáveis em um determinado tempo inicial estão sujeitas a serem infectadas pelas plantas vizinhas que estão doentes ou por elementos externos. É possível também modelar as ocorrências de mortes densidade-dependente através da interação entre e plantas vizinhas através deste modelo. Esta será a abordagem empregada neste texto.

Figura 5.1 Mortes de árvores simuladas pelo modelo de Gibson (Figuras 3 e 5 do artigo Gibson, 1991) com força competitiva exponencial.

Quadrado (11 por 11) simulado com alfa (α) igual a 0,8.



Quadrado (15 por 15) simulado com alfa (α) igual a 2,5.



O modelo permite simular processos com diferentes níveis de agregação, nos quais as mortes tanto podem ocorrer com maior freqüência entre plantas muito próximas quanto de forma aleatória afetando também plantas mais afastadas. Para isso, um dos parâmetros do modelo (chamado por Gibson de alfa) determina a probabilidade de morte em função da distância entre duas plantas. Esta probabilidade depende da força competitiva entre duas plantas e da taxa de morte naquele momento específico. Podemos defini-la algebricamente como:

$$P(x \text{ morra por influência de } y \text{ no intervalo } [t, t + dt]) = k(t)F_{\alpha}(y - x)dt$$

onde $F_{\alpha}(y - x)$ é a função não negativa que modela a força competitiva da planta y sobre a x e $k(t)$ é a taxa de morte tempo-dependente. Tomando uma planta isoladamente e calculando a soma das probabilidades de morte devido à competição desta com as demais teremos sua probabilidade de morte entre t e $t + dt$. A definição algébrica desta probabilidade é:

$$P(x \text{ se torne infectada no intervalo } [t, t + dt]) = k(t) \sum_{D(y)=1} F_{\alpha}(y - x)dt$$

A Figura 5.1 mostra duas simulações feitas através do modelo de Gibson com a força competitiva entre árvores definidas como $F_{\alpha}(y-x) = \exp(-\alpha|y-x|)$. Nota-se que valores maiores para o parâmetro alfa (α) representa uma maior agregação das mortes destas árvores.

Uma das limitações deste modelo é que partindo de um conjunto de plantas mortas num momento inicial não é possível saber qual a ordem das mortes. Esta informação é relevante para a estimação dos parâmetros do modelo, pois, a probabilidade destas plantas morrerem antes das demais é calculada considerando-se esta ordem. A solução definida por Gibson (1997, p. 218) foi somar as probabilidades de todas as possíveis ordenações das plantas mortas no instante inicial como se fossem seqüências destas mortes e, desta forma, estimar a probabilidade desejada independente da ordem de ocorrência das mortes. Esta solução pode exigir muito recurso computacional de forma que um critério de seleção destas ordenações deve ser definido.

Gibson (1997) aplica a técnica MCMC (estimação de cadeias de Markov via Monte Carlo) para ajustar o modelo descrito acima. Uma generalização do modelo para um formato multiparamétrico é possível.

6. Conclusões

A modelagem de padrões que não apresentam agregação pode ser feita através do processo de Poisson. A agregação das árvores viola a suposição de que a probabilidade das árvores se localizarem ao longo do quadrado que as contém seja uniforme e, desta forma, inviabiliza o uso do processo de Poisson na modelagem destes padrões.

Para estes padrões será necessário o uso do processo de Poisson não homogêneo ou, se as probabilidades de localização das árvores ao longo do quadrado for aleatória, o uso do processo estocástico de Cox.

O modelo estocástico de Gibson é útil para modelar as mortes densidade-dependentes que ocorrem em cada uma das áreas amostradas. A combinação deste modelo com os anteriores permitem simular a dinâmica do padrão espacial ao longo do

tempo. O modelo pode ser inicialmente ajustado considerando os dados da área quatro, de maior densidade de árvores.

7. Referências Bibliográficas

COX, D. R. (1955). Some statistical methods related with series of events (with discussion). **Journal of the Royal Statistical Society, B**, 17, 129 – 164.

DIGGLE, P. J. (1983). **Statistical Analysis of Spatial Point Patterns**. 1.ed. New York: Academic Press Inc. 148p.

NUMATA, M. (1961). Forest vegetation in the vicinity of Choshi. Coastal flora and vegetation at Choshi, Chiba Prefecture IV. **Bulletin of Choshi Marine Laboratory of Chiba University**, 3, 28 – 48 (in Japanese).

STRAUSS, D. J. (1975). A model for clustering. **Biometrika**, 62, 467 – 475.

RIPPLEY, B. D. (1977). Modelling spatial patterns (with discussion). **Journal of the Royal Statistical Society, B**, 39, 172 – 212.

GIBSON, G. J. (1997). Markov Chain Monte Carlo methods for fitting spatiotemporal stochastic models in plant epidemiology. **Applied statistics**, v. 46, n. 2, 215 – 233.