

Examen E1 (temas 2 y 3)

- Duración del examen: 1:15 horas.
- La solución de cada ejercicio se tiene que escribir en el espacio reservado para ello en el propio enunciado.
- No podéis utilizar calculadora, móvil, apuntes, etc.
- La solución del examen se publicará en Atenea mañana y las notas antes del 4 de octubre a la noche.

Pregunta 1) (Objetivos 2.4) (1 punto)

Cada fila de la tabla tiene 3 columnas con: el vector X de 8 bits, X expresado en hexadecimal y el valor en decimal, X_u , que representa X interpretado como un número natural codificado en binario. Completa todas las casillas vacías.

X	X (hexa)	X_u
10100011	A3	163
01011110	5E	94

Criterio de valoración: -0.5 puntos por cada fila con algún error.

Pregunta 2) (Objetivos 2.1 y 2.2) (0.75 puntos)

a) Escribid la fórmula que da el valor de un número natural en función de los 6 dígitos que lo representan en el sistema convencional en base 4.

$$X_u = \sum_{i=0}^5 X_i * 4^i$$

Criterio de valoración: +.25 puntos si es correcto. Con cualquier error 0 puntos.

b) Expresad el rango de los números naturales que se pueden representar en el sistema convencional en base 2 para el caso de un vector X de 75 bits.

$$0 \leq X_u \leq 2^{75} - 1$$

Criterio de valoración: +0.25 puntos si es correcto. Con cualquier error 0 puntos.

c) Cual es el número natural de valor mínimo que se puede representar en el sistema convencional en base 2 para el caso de un vector X de 4 bits.

$$X_u = 0$$

Criterio de valoración: +0.25 puntos si es correcto. Con cualquier error 0 puntos.

Pregunta 3) (Objetivo 2.2) (0.5 puntos)

Cuales de los siguientes números en decimal (0,1,7,8,15,16) se pueden representar en binario utilizando los siguientes números de bits.

1 bit: 0 y 1
3 bits: 0, 1 y 7

Criterio de valoración: -0.25 puntos por cada fila con algún error.

Pregunta 4) (Objetivos 2.1, 2.2 y 2.4) (1 punto)

Recientemente se han rescatado los restos de una extrañísima nave espacial procedente de los confines de la constelación Ophiocus. Tras múltiples esfuerzos se ha logrado deducir algunos datos significativos sobre la civilización que la contruyó. Por ejemplo: los seres de esa civilización poseían un solo brazo con un número B de dedos.

En un cuaderno de la nave se encontró escrita una ecuación de segundo grado y sus soluciones: $5x^2 - 50x + 125 = 0$, con soluciones $x_1 = 8$ y $x_2 = 5$.

Tanto los coeficientes de la ecuación como las soluciones están escritos en la base de numeración extraterrestre. Suponiendo que el sistema de numeración y las matemáticas extraterrestres tengan una historia similar a los desarrollados en la Tierra. ¿Cuántos dedos (B) poseían los extraterrestres?

Nota: En la civilización terrestre, el número de dedos de ambas manos (10) es la base de nuestro sistema de numeración.

Solución:

Recordemos la formula: $X_u = \sum_{i=0}^{n-1} X_i * B^i$

Pasamos la ecuación de segundo grado a base B: $(5 \cdot B^0)x^2 - (5 \cdot B^1 + 0 \cdot B^0)x + (1 \cdot B^2 + 2 \cdot B^1 + 5 \cdot B^0) = 0 \cdot B^0$
 $5x^2 - (5B)x + (B^2 + 2B + 5) = 0$

Para la solución $x_1=8$ obtenemos la ecuación: $B^2 - 38B + 325=0$

Para la solución $x_2=5$ obtenemos la ecuación: $B^2 - 23B + 130=0$

Iguualamos (o restamos) las equaciones: $-15B + 195=0$

Y obtenemos el valor de B: $B = 195 / 15 = 13$

Tambien se podría haber resuelto las ecuaciones de segundo grado de las dos soluciones $x_1=8$ y $x_2=5$ y ver que solución es comun a ambas (para la primera ecuación las soluciones son 13 y 25, y para la segunda son 10 y 13)

$$B = 13$$

Criterio de valoración: Binario. +1 punto si el resultado es correcto y la explicación es coherente.

Pregunta 5) (Objetivos 3.6 y 3.10) (1 punto)

a) ¿Cuántas puertas And y Or y de cuántas entradas cada una hacen falta para implementar directamente la expresión en suma de minterms de la función w de la siguiente tabla de verdad

a	b	c	w
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Número puertas AND = 4 de 3 entradas.

Número puertas OR = 1 de 4 entradas.

Criterio de valoración: +0.25 puntos por cada fila de puertas correcta.

b) Especificar el tamaño mínimo de la ROM para sintetizar un circuito de 4 entradas y 3 salidas.

Número de palabras = $2^4 = 16$

Bits por palabra = 3

Criterio de valoración: +0.25 puntos por cada respuesta (caja) correcta.

Pregunta 6) (Objetivos 3.5 y 3.17) (1 punto)

Dibujad el mapa de Karnaugh con las agrupaciones de unos adecuadas para obtener la expresión mínima en suma de productos de la función w de un circuito al que le correspondería la siguiente tabla de verdad.

a	b	c	w
0	0	0	X
0	0	1	X
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	X
1	1	0	1
1	1	1	1

a) Dibuja el Mapa de Karnaugh donde se vea claramente los grupos que has escogido

		b c			
a		00	01	11	10
	0	X	X	0	1
	1	1	X	1	1

b) Indica la expresión mínima de w

w = $a + !c$

Criterio de valoración: Si grupos de unos óptimos y expresión coherente: 1 punto en total

Si grupos de unos óptimos pero error en la expresión de un grupo: 0.5 puntos en total

Si grupos de unos correctos pero no óptimos y expresión coherente: 0.5 puntos en total

Más errores de los indicados o el mapa mal creado: un 0 en total

Apellidos y Nombre: Grupo: DNI:

Pregunta 7) (Objetivos 3.5 y 3.17) (1 punto)

Dado el esquema del siguiente circuito (incluida la tabla de verdad del bloque C1) completad la tabla de verdad de la salida W y escribid la expresión lógica en suma de minterms.

Tabla de verdad de W:

X	Y	Z	W
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Tabla de verdad de C1

a	b	c	d	e
0	0	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	1	1	0	1

Expresión en suma de minterms de W:

$$\neg X \cdot Y \cdot Z + X \cdot Y \cdot \neg Z + X \cdot Y \cdot Z$$

Criterio de valoración: +0.5 puntos: Tabla de verdad correcta. Binario. Si algún error en la tabla un 0 en todo el ejercicio.
+0.5 puntos: Expresión en suma de minterms correcta. Binario

Pregunta 8) (Objetivo 3.13) (1 punto)

Dado el esquema del circuito de la pregunta anterior, escribid el camino crítico (todos si hay varios) y el tiempo de propagación del circuito. Los tiempos de propagación del bloque C1 (en la tabla) y de las puertas son: $T_{p(\text{Not})} = 10$, $T_{p(\text{And-2})} = 20$, $T_{p(\text{Or-2})} = 30$ y $T_{p(\text{Xor-2})} = 40$ u.t. Por ejemplo, si el camino que va de Y a W y pasa por el bloque C1 y por la puerta OR fuese un camino crítico, se especificaría de la siguiente forma: $Y \rightarrow C1_{a-e} \rightarrow \text{OR-2} \rightarrow W$.

Tiempos de propagación de C1

Tp	c	d	e
a	15	10	50
b	10	20	40

Tp del circuito =

105 ut.

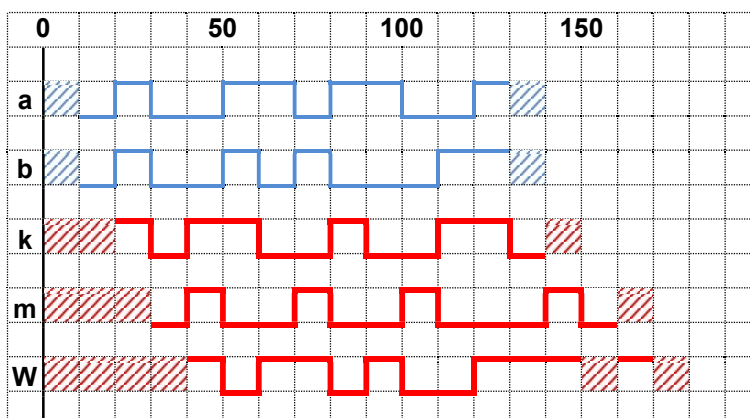
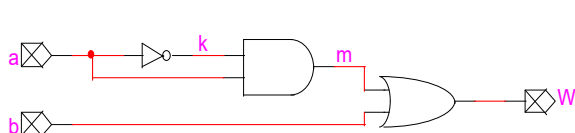
Camino Críticos =

$$Y \rightarrow C1_{a-c} \rightarrow \text{XOR-2} \rightarrow \text{AND-2} \rightarrow \text{OR-2} \rightarrow W$$

Criterio de valoración: +0.5 puntos: por el camino correcto.
+0.5 puntos si Tp es correcto, pero sólo si el camino es correcto si no 0.

Pregunta 9) (Objetivo 3.12) (1.5 puntos)

Completad el siguiente cronograma de las señales del esquema lógico sabiendo que los tiempos de propagación de las puertas son: $T_{p(\text{Not})} = 10$, $T_{p(\text{And-2})} = 20$, $T_{p(\text{Or-2})} = 20$ u.t. Debéis operar adecuadamente con las zonas sombreadas (no se sabe el valor que tienen) y dibujar la señal sombreada cuando no se pueda saber si vale 0 o 1.



Criterio de valoración: +0.5 puntos por cada fila correcta. Binario

Pregunta 10) (Objetivos 3.2 y 3.11) (1.25 puntos)

Implementad con una ROM el circuito que calcule las siguientes operaciones aritméticas. El bus de entrada **A** es un vector de 2 bits (a_1a_0) que representa al número natural A_u . Igualmente, el bus de entrada **B** es un vector de 2 bits (b_1b_0) que representa a otro número natural B_u . El bus de salida **W** es un vector de 3 bits ($w_2w_1w_0$) que codifica el valor natural del resultado W_u .
Nota: el asterisco es la operación de multiplicación, la admiración es el factorial y las barras verticales representa el truncamiento del valor por defecto.



$$W_u = \left\lfloor \frac{A_u * 2}{3!} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{B_u^2 + 7}{5} \right\rfloor$$

Dibujad la implementación del circuito usando únicamente una ROM e indicando claramente su contenido.

		-	0	0	1
			0	0	1
			0	1	0
			0	1	1
			0	0	1
a_1	+		0	0	1
a_0			0	1	0
b_1			0	1	1
b_0	-		0	0	1
			0	0	1
			0	1	0
			0	1	1
			0	1	0
			0	1	0
			0	1	1
	+		1	0	0
			w_2	w_1	w_0

Criterio de valoración:
-0.5 puntos por cada fila incorrecta. Cada fila binario.
(3 o más filas mal es un 0).

Si faltan las indicaciones del orden de las filas de la rom: -0.25 puntos.
Si faltan las indicaciones del peso de las entradas: 0 puntos de la pregunta.

Nota: También puede haberse solucionado el problema con un orden distinto en las señales de entrada y/o señales de salida de la ROM. En este caso las filas y/o columnas de la ROM aparecerán permutadas y se corregirá en consecuencia.