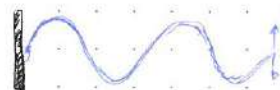


ONES

Ondes transversals

Dirigció de les partícules del medi és perpendicular a la dirigció de propagació.

Per exemple l'ona que es propaga per una corda.



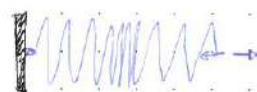
Pols d'ona: Durada finita.

Onda sinusoidal: Cada partícula oscil·la al voltant de la seva pos. d'equilibri.

Ondes Longitudinals

Perturbació successiva mateixa dirigció que propagació d'ona.

Partícules oscil·len paral·leles a dirigció d'ona.



Per exemple el so.

Ondes Combinades

Partícules del medi descriuen moviments el·líptics o circulars.

Ondes Bidimensionals i Tridimensionals

Bidimensional: Es propaga en 2D. Per exemple ona d'una gota aigua.

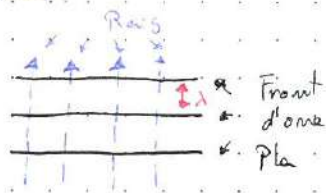
Tridimensional: Es propaga en 3D (tota direccions). Per exemple llem d'una bombeta.

Front d'ona: Línia imaginària o superfície que uneix tots els punts d'una ona que oscil·len in fase, tots els punts arriben mateix temps.

Raig: Representació de la dirigció de propagació de l'energia d'una ona.

Es considera que una viaja en línies rectes desde la font.

⚠ Si estem lluny del foc, no veiem tota l'ona, simplement uns fronts d'ona que semblen ser plans.

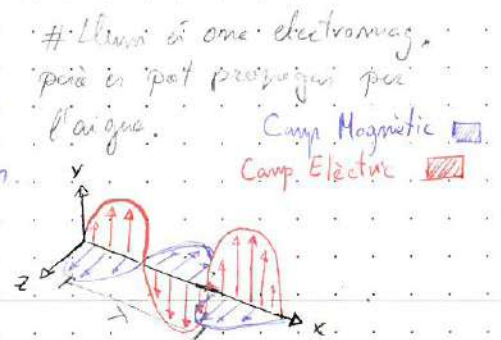


Ondes mecàniques

- Cal medi per propagar-se.
- Provocuen oscil·lacions al medi. # Les forces entre àtoms propaguen ona.
- Poden ser
 - Longitudinals
 - Transversals
- Velocitat de propagació depèn únicament del medi.
- Exemple: Aire, So, Ondes d'una corda, ...

Ondes electromagnètiques

- Es propaguen a través del buit o en el medi.
- Originades per camps elèctrics i magnètics.
- Són transversals.
- Velocitat de propagació $\hat{c} = 300.000 \text{ km/s}$.



Funció d'ona

Depèn de dues variables $\begin{matrix} \nearrow \text{Espai} \\ \searrow \text{Temps} \end{matrix}$ Funció d'ona $\Psi(x,t) = f(x \pm vt)$ v : vel. propagació ona (constant).

⚠ No totes funcions de (x,t) són funcions d'ona. Si no descriuen el comportament d'una ona, no són funcions d'ona.

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

Eg. d'ona

$f(x+vt) \rightarrow$ Ona propaga cap $x < 0$ (Esquerra)

$f(x-vt) \rightarrow$ Ona propaga cap $x > 0$ (Dreta)

Ondes Harmòniques

La ona està descrita per una funció seno o coseno.

$$v_{\max} = A \cdot \omega \quad \begin{matrix} \text{vel. tras.} \\ \text{màxima} \end{matrix}$$

⚠ Periòdiques en espai i temps # Repetició regular tant en funció al llarg del temps o espai.

$$\Psi(x,t) = A \sin(k(x-vt) + \varphi_0) \quad \lambda: \text{Distància entre cicles repetitius}$$

A : Amplitud φ_0 : Fase Inicial

T : Quantitat temps per completar cicle (període)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Nombre d'ona
[rad/m] $\equiv \text{m}^{-1}$

$$kT = \lambda$$

$$f = \frac{1}{T}$$

[s⁻¹ \equiv Hz]

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

[rad/s]

$$\Psi(x,t) = A \sin(kx \pm \omega t)$$

Eg. d'ona (representa)

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

Ondes Electromagnètiques

Pertorbació de Camp Elèctric (\vec{E}) i Camp Magnètic (\vec{B}) A L'HORA

$\vec{v} = \hat{c}$ Relació entre \vec{v} , \vec{E} i \vec{B} : Sentit de \vec{B} , el de \vec{v} formen un triangle que gira des de \vec{v} a \vec{E}

$$\vec{E} = E \hat{j}$$

$$\vec{B} = B \hat{k}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

$$\epsilon_0 = 8184 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} NA^{-2}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{E}$$

$$\vec{E} = c \vec{B} \times \vec{v}$$

$$\vec{E} = \vec{B} c$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{|\vec{E} \times \vec{B}|}$$

ϵ_0 = Permissivitat elèctrica μ_0 = Permeabilitat magnètica # Totes dues al buit

$$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \sin(kx \pm \omega t + \varphi) \left[\frac{V}{m} \right]$$

$$\vec{B}(x,t) = \vec{B}_0 \sin(kx \pm \omega t + \varphi) [T]$$

Quan \vec{E}_0 i \vec{B}_0 constants \Rightarrow Ona linealment polaritzada

$$\eta = \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E}_0^2$$

Densitat mitjana

$$I = c \cdot \eta$$

Intensitat

Ondes esfèriques

$$I = \frac{P_e}{4\pi r^2}$$

$$\vec{E}_0 = \sqrt{\frac{2\mu_0 \cdot c \cdot P_e}{4\pi r^2}}$$

$$\vec{E}_0 = \vec{B}_0 \cdot c$$

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 \cdot c \cdot \vec{E}_0^2$$

$$I = \frac{B_0^2 \cdot c}{2\mu_0}$$

I: Potència per unitat de superfície que a través una superfície perpendicular a \vec{v}

Polarització

Dispositius òptics que només deixa passar llum polaritzada en una direcció.

La I de la llum natural (no polaritzada) després de passar per polaritzador és la meitat.

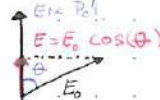
$$I = \frac{I_{nat}}{2}$$

$I_{nat} = \text{No. pol.}$
 $I = \text{Polaritzada}$

Llei de Malus

Si llum incideix 2 camps Elèctrics polaritzats igual $\Rightarrow I = I_0$

$$I = I_0 \cos^2(\theta)$$

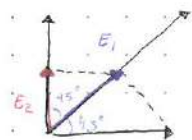


diversos $\Rightarrow I = 0$



Paradoxa de la Polarització

Sabem que si fem 0° i 90° no passa llum, però si fem 45° en mig. Si...



$$I_1 = I_0 \cos^2(45^\circ)$$

$$I_2 = I_1 \cos^2(45^\circ) = I_0 \cos^4(45^\circ)$$

Si la llum passa per N filtres consecutius

$$I_N = I_0 \cos^{2N}\left(\frac{90}{N}\right)$$

Si fem infinites, al final és com si no tinguéssim res.

Làzer

$$E_{\text{foto}} = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\Delta E = E_2 - E_1$$

Diff. d'energia entre 2 nivells

$$E_{\text{tot}} = N \cdot E_{\text{foto}} = \frac{Nhc}{\lambda}$$

$$P = \frac{E_{\text{tot}}}{t} = n \cdot E_{\text{tot}} = n \cdot \frac{hc}{\lambda} \rightarrow n = N/t$$

Nombre Fotons per unitat de temps

h : Constant de Planck

n : fotons per unitat de temps

N : N° fotons emesos

Reflexió i Refracció

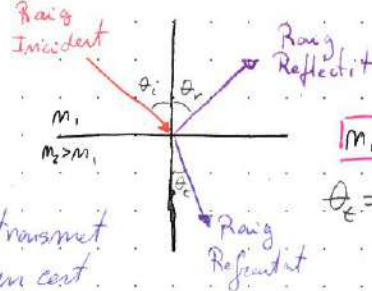
$$n = \frac{c}{v}$$

Quan me una electrodinàmica arriba a la syn. límit entre dos medis amb diff. index de refracció

Index de Refracció

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c}{n f} = \frac{\lambda_0}{n}$$

Si $n_1 > n_2$ llum no es transmet al segon medi a partir d'un cert angle (θ_c)



$$\theta_i = \theta_r$$

$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_e)$$

$$\theta_e = \arcsin\left(\frac{n_1 \sin(\theta_i)}{n_2}\right)$$

$$n_1 \sin(\theta_c) = n_2 \sin(90^\circ)$$

$$\sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$\theta_i < \theta_c \Rightarrow$ Reflexió i Refracció

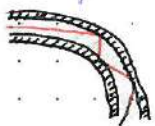
$\theta_i \geq \theta_c \Rightarrow$ Reflexió total

$n_1 > n_2$ i $\theta_i > \theta_c$

Tota llum reflectida en primer medi = Reflexió total interna

Fibra Òptica

Llum travessa d'un làser i realitza reflexions internes (total) MÀX 100km No hi ha interferrència

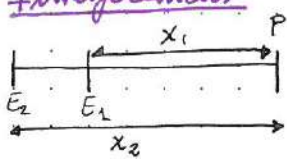


n_1
 n_2

$n_1 > n_2$

Volem tindre θ_i gran pq hi hagi reflexió total interna

Interferències



$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_1(x, t) + \vec{E}_2(x, t)$$

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 \sin(\phi_1) ; \phi_1 = kx_1 - \omega t + \varphi_1$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_0 \sin(\phi_2) ; \phi_2 = kx_2 - \omega t + \varphi_2$$

$$\Rightarrow 2\vec{E}_0 \cos\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right)$$

$$\vec{E} = 2\vec{E}_0 \cos\left[\frac{k(x_2 - x_1) + (\varphi_2 - \varphi_1)}{2}\right] \sin\left[\frac{k(x_2 - x_1)}{2} - \omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right]$$

$$I = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$$

Comp. Resultant

$$\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = k(x_2 - x_1) + (\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$I = 2I_0 (1 + \cos(\Delta\phi))$$

$$\Delta\phi = k\Delta x + \Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda} + \Delta\varphi = \frac{2\pi n \Delta x}{\lambda_0} + \Delta\varphi$$

Index refracció del medi

Longitud d'ona

Si 0 \Rightarrow Focus en fase

Interfèr. Const.: $I = 4I_0$

$\cos(\Delta\phi) = 1 \Rightarrow \Delta\phi = 2m\pi ; m = 0, 1, 2, \dots$

Interfèr. Destructiva: $I = 0$

$\cos(\Delta\phi) = -1 \Rightarrow \Delta\phi = (2m+1)\pi ; m = 0, 1, 2, \dots$

③. Det. direcció de propagació i velocitat d'ona en cada cas.

a) $\Psi_1(x,t) = A \cos[k(x+34t)]$

$\cos(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ per canvi de fase

$\Psi_1(x,t) = A \sin[k(x+34t) + \frac{\pi}{2}]$

Com que és $x+34t$ la funció augmenta → Direcció esquerra

La velocitat és 34 (m/s) Recorda la fórmula d'ona Harmònica

b) $\Psi_2(x,t) = B \exp[-k(x-20t)^2]$

Això no és Harmònic perquè no té ni $\sin()$ ni $\cos()$, però no importa per aquest exercici perquè $-k(x-20t)^2$ on 20 m/s = v, i $\ominus \rightarrow$ Dreta.

c) $\Psi_3(x,t) = \frac{C}{D + k(x-10t)^2}$

Tanmateix és però direcció = esquerra, i vel = 10 m/s

⑤. És possible percebre un so amb longitud d'ona de 25 mm?

$f \in [20 \text{ Hz}, 20000 \text{ Hz}]$: $V = \frac{\lambda}{T}$ $T = \frac{1}{f}$ $\Rightarrow \lambda = v \cdot T = v \cdot \frac{1}{f} \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$

Vel aire = 343 m/s

Llevar aire amb nosaltres per canvi

$f = 20 \text{ Hz} \rightarrow \lambda = \frac{343 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20} = \frac{343 \text{ m}}{20} = 17.15 \text{ m} = \lambda$

$f = 20000 \text{ Hz} \rightarrow \lambda = \frac{343 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20000} = \frac{343 \text{ m}}{20000} = 17.15 \times 10^{-3} \text{ m} = 17.15 \text{ mm} = \lambda$

Però podem concloure que, una ona de 20 mm, com que > 17.15 , SI que la podrà percebre.

⑥. Determinem.

$f = 50 \text{ MHz}$

Propaga \rightarrow dreta

$\vec{E}_0 = 3000 \text{ N/C } \hat{j}$

$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

a) Període, Longitud i nombre d'ona.

$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50 \times 10^6} = 20 \times 10^{-9} \text{ seg} = T$

$\vec{v} = c \cdot \vec{u} = c \cdot \hat{x}$

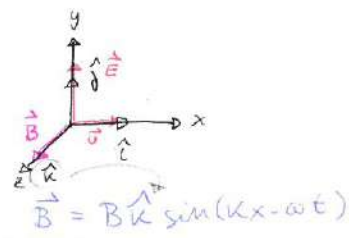
$\vec{E} = (3000 \frac{\text{N}}{\text{C}}) \hat{j} \sin(kx - \omega t)$

$\lambda = c \cdot T$

$\lambda = 3 \times 10^8 : 20 \times 10^{-9} = 6 \text{ m} = \lambda$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$k = 1.05 \text{ rad/m}$



b) Amplitud del vector camp magnètic.

$\vec{E}_0 = c \cdot \vec{B}_0$

$\vec{B}_0 = \frac{\vec{E}_0}{c} = \frac{3000 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{mC}} = 10^{-5} \text{ T} = \vec{B}_0$

①. $\psi(x,t) = (0.25\text{m}) \sin(50x - 1000t + \pi)$

a) $Vel. = ? \quad \lambda = ? \quad f = ?$

$\psi(x,t) = A \cdot \sin(kx - k \cdot vel \cdot t + \phi)$

$1000t = k \cdot vel \cdot t$ on $k = 50$ (donat que tenim $50x$)

$1000 = 50 \cdot vel$

$20 = vel \rightarrow vel = 20\text{m/s}$

$\lambda = \frac{2\pi}{k}$

$\lambda = \frac{2\pi}{50} = 0.125\text{m} = \lambda$

$f = \frac{\omega}{2\pi}$

$f = \frac{50}{2\pi} = 159\text{Hz} = f$

b) Quant val el desplaçament d'una corda en un punt situat a 10cm d'origen en $t = 10\text{ms}$?

$x = 10\text{cm} = 0.1\text{m}$
 $t = 10\text{ms} = 0.01\text{seg}$
 $\psi(0.1, 0.01) = (0.25) \sin(50(0.1) - 1000(0.01) + \pi) = -0.23\text{m} = \psi(x,t)$

②. Troba funció d'ona i vel. transversal màx. en qualsevol punt.

$4\text{m} = A$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$k = \frac{2\pi}{20} = 0.314 = k$

$\psi(x,t) = 4(0.314x + \pi t)$

Dir = Esq.

$Vel = 10\text{m/s}$

$\lambda = 20\text{m}$

$f = \frac{vel}{\lambda}$

$\omega = 2\pi f$

$\omega = 2\pi \cdot \frac{10}{20} = \pi = \omega$

Per calcular la velocitat transversal hem de fer:

$y(x,t) = A \sin(kx + \omega t + \phi)$ Serà la derivada de la f. respecte a t $\Rightarrow V_{ely} = \frac{\partial y}{\partial t} \Rightarrow V_{ely} = A\omega \cos(kx + \omega t + \phi)$

La velocitat max serà quan $\cos(kx + \omega t + \phi)$ sigui max $\equiv 1$.

$V_{ely\text{max}} = A\omega$. $\omega = \pi$ així que $V_{ely\text{max}} = 4 \cdot \pi$

③. Determinen: a) $\lambda = ?$; $T = ?$; $k = ?$; $\omega = ?$

Dir = Dreta

$f = 250 \times 10^6\text{Hz}$

$E_0 = 4\text{V/m}$

$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{250 \times 10^6} = 4 \times 10^{-9}\text{seg} = T$

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1.2} = 5.23 = k$

$\lambda = c \cdot T = 3 \times 10^8 \cdot 4 \times 10^{-9} = 1.2\text{m} = \lambda$

$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 250 \times 10^6 = 1.57 \times 10^9\text{rad/s} = \omega$

b) Expressió del Camp. Elec. $E(x,t)$

$E(x,t) = \vec{E}_0 \cdot \sin(kx \pm \omega t + \phi_0) = 4 \sin(5.23x - 1.57 \times 10^9 t) = \vec{E}(x,t)$

c) Expressió del Camp. Magnètic $B(x,t)$

$\vec{B}_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{4}{3 \times 10^8} = 1.33 \times 10^{-9}\text{T} = \vec{B}_0$
 $\vec{B}(x,t) = 1.33 \times 10^{-9} \sin(5.23x - 1.57 \times 10^9 t)$

d) Valors mitjans densitat energia i Intensitat ona.

$U_{mitj} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot E_0^2$
 $U_{mitj} = \frac{1}{2} \cdot 8.85 \times 10^{-12} \cdot 4^2 = 7.08 \times 10^{-11} \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = U_{mitj}$

$S = c \cdot U_{mitj}$

$S = 3 \times 10^8 \cdot 7.08 \times 10^{-11}$

$S = 21.24 \times 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

8. Determina a) Camps elèctrics i magnètics en funció del temps.

$$\lambda = 10 \text{ nm}$$

$$\text{Dir} = \text{Dret} (-)$$

$$S = \frac{0.2 \text{ W}}{\text{m}^2}$$

$$S = c \cdot U_{\text{mf}} \rightarrow U_{\text{mf}} = \frac{S}{c} = \frac{0.2}{3 \times 10^8} = 6.67 \times 10^{-10} \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = U_{\text{mf}}$$

$$U_{\text{mf}} = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot (\vec{E}_0)^2 \rightarrow \vec{E}_0 = \sqrt{\frac{U_{\text{mf}} \cdot 2}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-10} \cdot 2}{8.84 \times 10^{-12}}} = 12.28 \frac{\text{V}}{\text{m}} = \vec{E}_0$$

$$\vec{E}_0 = \vec{B}_0 \cdot c \rightarrow \vec{B}_0 = \frac{\vec{E}_0}{c} = \frac{12.28}{3 \times 10^8} = 4.094 \times 10^{-9} \text{ T} = \vec{B}_0$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{10} = 0.628 \text{ m}^{-1} \quad f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{10} = 3 \times 10^6 \text{ Hz} = f$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 3 \times 10^6 = 1.8849 \times 10^6 \text{ rad/s} = \omega$$

$$\vec{E}(x, t) = 12.28 \cdot \sin(0.628x - 1.8849 \times 10^6 t)$$

$$\vec{B}(x, t) = 4.094 \times 10^{-9} \cdot \sin(0.628x - 1.8849 \times 10^6 t)$$

b) Pot. incident en sup. circular radi 0.4m perpendicular eix x.

$$P = S \cdot A \quad P = \frac{0.2 \text{ W}}{\text{m}^2} \cdot \pi \cdot (0.4)^2 \text{ m}^2 = 1.005 \times 10^{-3} \text{ W} = P$$

13. Det.

$$P_e = 10 \text{ kW}$$

$$I > 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

$$I = \frac{P_e}{4\pi r^2} > 10^{-6} \text{ W/m}^2$$

a) Averigua r.

$$I = \frac{P_e}{4\pi r^2} > 10^{-6} \Rightarrow \frac{10 \times 10^3}{4\pi \cdot 10^{-6}} > r^2 \Rightarrow \sqrt{\frac{10 \times 10^3}{4\pi \cdot 10^{-6}}} > r \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2.82 \times 10^3 \text{ m} > r$$

b) Eslem a 5km quina I? $I = \frac{P_e}{4\pi r^2} = \frac{10 \times 10^3}{4\pi \cdot (5000)^2} = 3.183 \times 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

14. Det. I que passa.

$$I_0 = 6 \text{ W/m}^2$$

Al passar per un polaritzador, la I disminueix a la meitat i.g.

$$I = I_0 \cdot \frac{1}{2} = 3 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = I$$

Ara passa per un segon polaritzador amb $\theta = 30^\circ$.

$$I_f = I \cos^2(30) = 3 \cdot \cos^2(30) = 2.25 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = I_f$$

Però ens demana percentatge de I que passa així que $I_f = \frac{1}{2} I_0 \cdot \cos^2(30)$

$$I_f = 0.375 \cdot I_0 \Rightarrow \frac{I_f}{I_0} = 0.375 = 37.5\%$$

15. 4 làmines 25° amb l'eix anterior. Aquí hem de fer servir la propietat de la Intus fot al passar un f. l. + l. l. de Malus.

1. Filtre: $I_1 = \frac{1}{2} \cdot I_N$

2. Filtre: $I_2 = I_1 \cdot \cos^2(25^\circ)$

3. Filtre: $I_3 = I_2 \cdot \cos^2(25^\circ)$

4. Filtre: $I_4 = I_3 \cdot \cos^2(25^\circ)$

$$\Rightarrow I = \cos^2(25) \cdot \cos^2(25) \cdot \cos^2(25) \cdot \frac{1}{2}$$

$$\boxed{I = 0.277}$$

18.

$P = 10 \text{ MW}$

$\Delta t = 1.5 \text{ ms}$

$\lambda = 694.3 \text{ nm}$

a) E del pols

$$P = \frac{E}{\Delta t}$$

$$E = P \cdot \Delta t = 10 \times 10^6 \cdot 1.5 \times 10^{-9} = 15 \times 10^{-3} \text{ J} = E$$

$$P = m \cdot h \cdot f$$

b) N° fotons

$$E = m \Delta t \cdot h \cdot f = N h f$$

$$N = \frac{E}{h \cdot f} = \frac{E \cdot \lambda}{h \cdot c}$$

$$N = \frac{15 \times 10^{-3} \cdot 694.3 \times 10^{-9}}{6.626 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^8} = 5.24 \times 10^{16} \text{ fotons} = N$$

19.

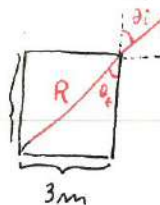
$n_2 = 1.333$

diàmetre = 3m

Cilindre aigua.

$n_1 = 1$

Raig de sol formen 30° amb l'horitzontal, llum deixa d'il·luminar fons. Quina és l'alçada del dipò?



$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_r) ; \sin(\theta_r) = \frac{3}{R} ; R = \sqrt{h^2 + 9}$$

$$\sin(\theta_r) = \frac{n_1 \sin(\theta_i)}{n_2} \Rightarrow \arcsin\left(\frac{\sin(60)}{1.333}\right) = 40.51^\circ = \theta_r$$

$$\sin(\theta_r) = \frac{3}{R} \Rightarrow 0.649 = \frac{3}{\sqrt{h^2 + 9}} \Rightarrow 0.424 = \frac{9}{h^2 + 9} \Rightarrow \boxed{h = 3.51 \text{ m}}$$

20.

llarg 50cm

$n_1 = 1.46$ (Quars)

$n_2 = 1.4454$ (Resinat)

a) Calc θ_c per la l. RTT

Volem RTI, llum en

$$\theta_c > \theta_c. \sin(\theta_o) n_1 = \sin(\theta_r) n_2$$

$$\sin(\theta_c) = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{1.4454}{1.46}\right) = 81.89^\circ = \theta_c$$

$$\theta_r + \theta_i = 90^\circ \Rightarrow \theta_r = 90^\circ - \theta_i$$

$$\sin(\theta_o) n_1 = \sin(90^\circ - \theta_i) n_2$$

$$n_1 \sin(\theta_o) = \cos(\theta_i) n_2$$

$$\cos(\theta_i) = \frac{\sin(\theta_o) n_1}{n_2}$$

$$\sin(\theta_c) = \cos(\theta_i) n_2 = \cos(\theta_i) n_2$$

$$\theta_c = \arcsin(\cos(\theta_i) n_2) =$$

b) Angle màxim que pot formar a l'entrada?

$\theta_o = \theta_{\text{entrada}} ; \theta_r = \theta_{\text{dins}} ; \theta_c = \text{Angle màxim} ; \theta_i = \text{Incidence}$

$$\theta_i > \theta_c \quad \theta_{\text{dins}} + \theta_{\text{incidence}} = 90^\circ \Rightarrow \theta_{\text{incidence}} = 90^\circ - \theta_{\text{dins}}$$

Donat que $\theta_{\text{incidence}}$ ha de ser com a mínim θ_c , podem suposar $\theta_{\text{incidence}} = \theta_c \Rightarrow \theta_{\text{dins}} = 90^\circ - \theta_c$

$$\text{llum en f. l. + g} \quad \sin(\theta_{\text{entrada}}) = n_1 \sin(\theta_{\text{dins}}) = n_1 \sin(90^\circ - \theta_c)$$

$$\theta_{\text{entrada}} = \arcsin(n_1 \sin(90^\circ - 81.89)) = 11.83^\circ = \theta_c$$