Polinòmi De Taylor (T5)

Introducció

Serveix per estudiar el comportament d'una funció en l'entorn d'un punt mitjançant una altra funció més fàcil d'evaluar.

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$n \in \mathbb{R}$

$a \in \mathrm{Dom}\, f$

$f^{(n)}$ vegades deri.

El polinomi de Taylor de grau n per a f en a

$$\boxed{P(n,f,a) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \frac{f'''(a)}{3!}(x-a)^3 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n}$$

Propietats

$$\boxed{\cdot\ P_{n,f,a}(a) = f(a) \qquad \cdot\ P^{(i)}_{n,f,a}(a) = f^{(i)}(a) \quad \forall i = 1, \dots, n}$$

Això sig. que si en el polinomi de Taylor de valor 'a' és el mateix que la funció en 'a'. Passa d'igual forma en la derivada i-èsima (fins n que és el màx).

// Això sig. que $P'_{n,f,a}(a) = f'(a)$, $P'''_{n,f,a}(a) = f'''(a)$, ...

Si $P_{n,f,a}(x)$ és el polinomi de Taylor, el [Resto / Residu] de $P_{n,f,a}(x)$ es:

$R_{n,f,a}(x) = f(x) - P_{n,f,a}(x)$

Exemple: $f(x) = \ln(x)$, $a = 1$ $\qquad P_{n,f,a}(x) = (x-1) - \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{(x-1)^4}{4} + \dots$

$f(x) = \ln(x) \to f(1) = \ln(1) = 0 \quad | \quad P_{0,f,1}(x) = f(1) = \underline{0}$

$f'(x) = \frac{1}{x} \to f'(1) = 1 \quad | \quad P_{1,f,1}(x) = f(1) + f'(1)(x-1) = 0 + 1(x-1) = \underline{x-1}$

$f''(x) = \frac{-1}{x^2} \to f''(1) = -1 \quad | \quad P_{2,f,1}(x) = f(1) + f'(1)(x-1) + \frac{f''(1)}{2!}(x-1)^2 = x - 1 \frac{-x^2}{2} + \frac{2x}{2} - \frac{1}{2} = \underline{\frac{-x^2}{2} + 2x - \frac{3}{2}}$

$f'''(x) = \frac{2}{x^3} \to f'''(1) = 2 \quad | \quad P_{3,f,1}(x) = f(1) + f'(x)(x-1) + \frac{f''(1)}{2!}(x-1)^2 + \frac{f'''(1)}{3!}(x-1)^3 = \underline{\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + 3x - \frac{11}{6}}$

Obs: Si f ~~és parell~~ és senar, el polinomi de Taylor només té ~~potències parell~~ potències senar.
// Que sigui parell sig. que $f(x) = f(-x)$;
// Que sigui senar sig. que $f(-x) = -f(x)$;

$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ Mireu quin és el lím.

Obs: Si derivada de $f+g$ és $f' + g'$ ⇒ Polinomi de Taylor de $f+g$ és $P_{n,f,a} + P_{n,g,a}$

Obviament $cf \Rightarrow cP_{n,f,a}$ // on 'c' és constant.

Obs: Polinomi de Taylor d'un polinomi de grau n és ell mateix. // És la màxima semblança.

Teorema de Taylor i Residu de Lagrange

f funció contínua $n+1$ vegades derivable en entorn de a i $\exists c \in (a,x)$

$$f(x) = P_{n,f,a}(x) + R_{n,f,a}(x) = \boxed{P_{n,f,a}(x) + \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}\cdot(x-a)^{n+1} = f(x)}$$

Per tant, l'error que cometem en aproximar $f(x)$ per $P_{n,f,a}(x)$ és $\frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$

Aplicacions "geomètriques" de Taylor

f $n+1$ vegades derivable en un entorn de a suposem $f'(a) = 0 = f''(a) = \dots = f^{(n-1)}(a)$

$f^{n}(a) \neq 0$

Taylor: $f(x) - f(a) = f^{(n)}(a)\frac{(x-a)^n}{n!} + R_{n,f,a}(x)$ entorn a.

- n parell i $f^{(n)}(a) > 0 \Rightarrow f(x) - f(a) > 0$ en entorn de a <u>a mínim relatiu</u>
- n parell i $f^{(n)}(a) < 0 \Rightarrow f(x) - f(a) < 0$ en entorn de a <u>a màxim relatiu</u>
- n senar i $f^{(n)}(a) > 0 \Rightarrow$ f <u>creixent en a</u>.
- n senar i $f^{(n)}(a) < 0 \Rightarrow$ f <u>decreixent en a</u>.

Concavitat, Convexitat i Punt Inflexió

Suposem:

$$\left.\begin{array}{l} f'(a) = f''(a) = \dots = f^{(n-1)}(a) = 0 \\ f^{(n)}(a) \neq 0 \end{array}\right\} \underbrace{f(x)}_{\text{funció}} - \underbrace{[f(a) + f'(a)(x-a)]}_{\text{Recta Tangent}} = \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + R_{n,f,a}(x)$$

- n parell i $f^{(n)}(a) > 0 \Rightarrow$ f <u>còncava</u> en a $[\cup]$
- n parell i $f^{(n)}(a) < 0 \Rightarrow$ f <u>convexa</u> en a $[\cap]$
- n senar i $f^{(n)}(a) > 0$
- n senar i $f^{(n)}(a) < 0$

$\}\Rightarrow$ f <u>Punt Inflexió</u> en a // Canvia la concavitat

grau centrat Pròxim

$$P_n(f(x), x_0, x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0)^1 + \frac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2 + \dots + \frac{f^{n}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n$$

$$|R_n(f(x), x_0, x)| = \left|\frac{f^{n+1}(c)}{(n+1)!}(x-x_0)^{n+1}\right|$$

①. Usa Taylor de grau 2 $f(x)=\sqrt[3]{1728+x}$ per evaluar $\sqrt[3]{1731}$. Fita l'error.

Cal tindre: - ☑ f — $f(a)=\sqrt[3]{1728+a}$
- ☑ $n=3$ — // $1731-1728=3$
- ☐ a — agafem $a=0$ per facilitat donat que $1728=12^3$

$$\boxed{\begin{array}{ll} f(x)=\sqrt[3]{1728+x}=\sqrt[3]{12^3+x} & \\ n=2 & P_{2,f,0}(x)=12+\frac{x}{432}-\frac{x^2}{9\cdot 12^5} \\ a=0 & \varepsilon \le 3'85\times10^{-9} \end{array}}$$

$f(x)=\sqrt[3]{1728+x}$

$f'(x)=\frac{1}{3}(1728+x)^{-\frac{2}{3}}$

$f''(x)=\frac{1}{3}\cdot\frac{-2}{3}(1728+x)^{-\frac{5}{3}}$

$f(0)=12$

$f'(0)=\frac{1}{432}$

$f''(0)=\frac{-2}{9\cdot 12^5}$

$P_{2,f,0}(x)=12+\frac{1}{432}\cdot(x-0)+\frac{\frac{-2}{9\cdot12^5}}{2!}(x-0)^2=$

$P_{2,f,0}(x)=12+\frac{x}{432}-\frac{x^2}{9\cdot12^5}$

$P_{2,f,0}(3)\approx 12'0069$

Ara fitem l'error:

$f'''(x)=\frac{1}{3}\cdot\frac{-2}{3}\cdot\frac{-5}{3}(1728+x)^{-\frac{8}{3}}$ | $\frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$

$|\varepsilon|=\left|\frac{\frac{10}{\cancel{27}}(1728+c)^{-\frac{8}{3}}}{(2+1)!}(\cancel{3-0})^3\right|=$

$=\left|\frac{10}{6}(1728+c)^{-\frac{8}{3}}\right|=\frac{5}{3}\left|(1728+c)^{-\frac{8}{3}}\right|=$

$=\frac{5}{3}\left|\left(\frac{1}{\sqrt[3]{(1728+c)}}\right)^8\right|=$ [Això serà sempre positiu així que no fa falta $||$] $=\frac{5}{3}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1728+c}}\right)^8=\varepsilon$

$0<c<3 \Rightarrow 1728<1728+c<1728+3 \Rightarrow \sqrt[3]{1728}<\sqrt[3]{1728+c}<\sqrt[3]{1728+3} \Rightarrow$

Això ho puc fer pq. $f(x)$ monòtona creixent en tot $\mathbb{R}$. (x^2 per exemple no).

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{1728}}>\frac{1}{\sqrt[3]{1728+c}}>\frac{1}{\sqrt[3]{1728+3}} \Rightarrow \frac{5}{3}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1728}}\right)^8>\left(\frac{1}{\sqrt[3]{1728+c}}\right)^8\cdot\frac{5}{3}=\varepsilon$

(17). $f(x)=(x-3)\cdot\ln(x-3)+x^2$. Pol. Tay $n=2$, $a=4$. Mostra error $f(4'5)$ mitjançant $P_2(4'5)<\frac{1}{2^4\cdot3}$

$f(x)=(x-3)\cdot\ln(x-3)+x^2$

$f'(x)=\ln(x-3)+2x+1$

$f''(x)=\frac{2x-5}{x-3}$

$f(4)=16$

$f'(4)=9$

$f''(4)=3$

$P_{2,f,4}(x)=16+9(x-4)+\frac{3\cdot(x-4)^2}{2!}=$

$\boxed{P_{2,f,4}(x)=\frac{3x^2-24x+48}{2}+9x-20}$

$P_{2,f,4}(4)=16$

Ara volem saber el error que hi hauria si evaluem pròxim a 4 ($x=4'5$).

$$\boxed{\left|f(x)-P_{n,f,a}(x)\right|=\left|\frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!}(x-a)\right|=\varepsilon \text{ amb } c \text{ entre } x \text{ i } a}$$ // $4<c<4'5$

$f'''(x)=\frac{-1}{(x-3)^2}$ | $|\varepsilon|=\left|\frac{\frac{-1}{(c-3)^2}\cdot(4'5-4)^3}{(2+1)!}\right|=\left|\frac{-1}{(c-3)^2}\cdot\frac{0'125}{6}\right|=\left|\frac{-0'125}{6\cdot(c-3)^2}\right|=|\varepsilon|$

$4<c<4'5 \Rightarrow 4-3<c-3<4'5-3 \overset{\text{Pq tots són positius}}{\Rightarrow} (4-3)^2\cdot6<(c-3)^2\cdot6<(4'5-3)^2\cdot6 \overset{\text{pq tots tenen mateix signe}}{\Rightarrow}$

$\Rightarrow \frac{1}{(4-3)^2\cdot6}>\frac{1}{(c-3)^2\cdot6}>\frac{1}{(4'5-3)^2\cdot6} \Rightarrow \frac{0'125}{(4-3)^2\cdot6}>\frac{\cancel{0}0'125}{(c-3)^2\cdot6}=\varepsilon$ Aquí no hi ha negatiu pq hem fet el val. absolut.

$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{48}>\varepsilon}$

③. Fita superior de l'error amb la fórmula $e = e^1 \simeq 2 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!}$

$n = 4$, $a = 0$ Pq. és el punt fàcil

$x = 1$

$$P_{4,f,0}(x) = e^0 + e^0(x-0) + \frac{e^0(x-0)^2}{2!} + \frac{e^0(x-0)^3}{3!} + \frac{e^0(x-0)^4}{4!}$$

$$\boxed{P_{4,f,0}(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!}} \quad P(1) = 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} \approx f(1) = e^1$$

$$f^{(5)}(x) = e^x \; , \; f^{(5)}(c) = e^c \quad |\varepsilon| = \left| \frac{e^c}{(4+1)!} \cdot (1-0)^5 \right| = \frac{e^c}{5!}$$

Sabem que c està entre 0 i 1.

$$0 < c < 1 \Rightarrow 1 < e^c < e^1 < 3 \Rightarrow \frac{e^c}{5!} < \frac{3}{5!} \Rightarrow |\varepsilon| < \frac{3}{5!} = 0'025 \Rightarrow \boxed{|\varepsilon| < 0'025}$$

①. $f(x) = \ln(1-x)$, $f(0) = \ln(1) = 0$

$f'(x) = \frac{-1}{(1-x)} = -(1-x)^{-1}$

$f''(x) = -(1-x)^{-2}$

$f'''(x) = -2(1-x)^{-3}$

$f^{IV}(x) = -6(1-x)^{-4}$

$f^{V}(x) = -24(1-x)^{-5}$

$f'(0) = -1$

$f''(0) = -1$

$f'''(0) = -2$

$f^{IV}(0) = -6$

$f^{V}(0) = -24$

$$P_{5,f,0}(x) = -x - \frac{x^2}{2!} - 2\frac{x^3}{3!} - 6\frac{x^4}{4!} - 24\frac{x^5}{5!}$$

$$\boxed{P_{5,f,0}(x) = -x - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5}}$$

$$f^{VI}(x) = -120(1-x)^{-6} \quad \text{Residu} = \frac{-120(1-c)^{-6}}{6!} x^6 = \boxed{\frac{-(1-c)^{-6} x^6}{6} = \text{Residu}}$$

b) Quina n per aprox $\ln(0'75)$ amb error $< 10^{-3}$.

1a) Necessitem la fórmula general $f^{(n)}(x)$ donat que n desconeguda.

$f^{(n)}(x) = -(n-1)! \cdot (1-x)^{-n}$ // Ho fem per obs. però s'hauria de fer per Inducció

2a) Necessitem identificar x.

$\ln(0'75) = \ln(1-x) \simeq P_{n,f,0}(0'25)$

// $x = 0'25$

3a) Necessitem fórmula de l'error

$$\frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} \cdot (x-a)^{n+1} \Rightarrow \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (0'25)^{n+1} \text{ // Sabem que } 0 < c < 0'25$$

Ara amb la fórmula de derivada general substituïm.

$$\frac{-((n+1)-1)! \cdot (1-c)^{-(n+1)}}{(n+1)!} (0'25)^{n+1} = \frac{-n! (1-c)^{-(n+1)} \cdot (0'25)^{n+1}}{(n+1)!} = \boxed{\frac{-1}{n+1} \cdot \frac{1}{(1-c)^{n+1}} \cdot \frac{1}{4^{n+1}}}$$

Finalment ja podem buscar la n per tindre: Sabem que c serà pos. i ...

$$\left|\frac{-1}{n+1}\cdot\frac{1}{(1-c)^{n+1}}\cdot\frac{1}{4^{n+1}}\right| < 10^{-3} = \frac{1}{1000} \Rightarrow 0<c<\frac{1}{4} \Rightarrow 0>-c>\frac{-1}{4} \Rightarrow 1>1-c>1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

Donat que $n+1$ pos. no canvia desigualtat

$$\frac{3}{4}<1-c<1 \Rightarrow \frac{1}{\frac{3}{4}} > \frac{1}{1-c} > \frac{1}{1} \Rightarrow \left(\frac{4}{3}\right)^{n+1} > \left(\frac{1}{1-c}\right)^{n+1} > (1)^{n+1} \Rightarrow 1^{n+1} < \left(\frac{1}{1-c}\right)^{n+1} < \left(\frac{4}{3}\right)^{n+1}$$

Sabem: Traiem

$$\left|\frac{-1}{n+1}\cdot\frac{1}{(1-c)^{n+1}}\cdot\frac{1}{4^{n+1}}\right| < 10^{-3} \Rightarrow \left|\frac{-1}{n+1}\cdot\frac{1}{(1-c)^{n+1}}\cdot\frac{1}{4^{n+1}}\right| < \frac{1}{n+1}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{n+1}\cdot\frac{1}{4^{n+1}}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{n+1}\cdot\frac{1}{(1-c)^{n+1}}\cdot\frac{1}{4^{n+1}} < \frac{1}{n+1}\cdot\frac{1}{3^{n+1}}\cdot\frac{1}{1} = \frac{1}{(n+1)\cdot 3^{n+1}}$$

Quan $(n+1)\cdot 3^{n+1} > 1000$ ja em anirà bé pq. el valor serà més petit

Provem per tanteig $n=4 \Rightarrow (5)\cdot 3^5 = 1215 > 1000$ així que $\boxed{n=4}$

④. $f(x)=\sqrt{x}$

a) $P_2(\sqrt{x}, 1, x)$

$f(x)=\sqrt{x}$ | $f(1)=1$

$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $f'(1)=\frac{1}{2}$

$f''(x)=\frac{-1}{4\sqrt{x^3}}$ | $f''(1)=\frac{1}{4}$

$f'''(x)=\frac{3}{8\sqrt{x^5}}$ | $f'''(c)=\frac{3}{8}\cdot(c)^{\frac{-5}{2}}$

$$P_2(f,1,x) = 1+\frac{1}{2}(x-1)-\frac{1}{8}(x-1)^2$$

b) Amb P del "a)" calcula valor aprox. $\sqrt{1'02}$. Pq. és fàcil!

Això sig. que $x=1'02$ pq. $f(1'02)=\sqrt{1'02}$ i fem servir el Polinomi centrat en 1.

$$P_2(f,1,1'02) = 1+\frac{1}{2}(1'02-1)-\frac{1}{8}(1'02-1)^2 = \boxed{1'0095 = P_2(f,1,1'02) \simeq f(1'02)}$$

c) Calcula l'error obtingut. Dona fita Superior.

$$|R_2(f,1,1'02)| = \left|\frac{\frac{3}{8}(c)^{\frac{-5}{2}}}{(2+1)!}(1'02-1)^3\right| = \left|\frac{\frac{3}{8\sqrt{c^5}}(0'02)^3}{3!}\right| = \left|\frac{3\cdot(0'02)^3}{3\cdot 2!\,(8\sqrt{c^5})}\right| = \frac{(0'02)^3}{2\cdot 8\sqrt{c^5}}$$

Sabem que $1<c<1'02 \Rightarrow 1>\frac{1}{c}>\frac{1}{1'02} \Rightarrow \frac{1^5}{1^5} > \frac{1^5}{c^5} > \frac{1}{(1'02)^5} \Rightarrow \sqrt{1} > \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{c^5}} > \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{(1'02)^5}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{(0'02)^3}{16}\cdot\sqrt{1} > \frac{(0'02)^3}{16}\cdot\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{c^5}} > \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{(1'02)^5}}\cdot\frac{(0'02)^3}{16} \Rightarrow \boxed{500\times10^{-9} > \frac{(0'02)^3}{16\sqrt{c^5}} > 475\times 10^{-9}}$$

⑤. $\varepsilon = 0'0005$

a) $e^{0'25}$ h) $\frac{1}{\sqrt{e}} = e^{\frac{-1}{2}} = e^{-0'5}$ // Com que són molt iguals els fem junts.

$f(x) = e^x$
$x_0 = [\text{punt fàcil}] = 0$
$x = 0'25$

$f(x) = e^x$
$f'(x) = e^x$
$f^{(m)}(x) = e^x$

$f(0) = 1$
$f'(0) = 1$
$f^{(m)}(0) = 1$

$P_m(f, 0, x) = 1 + \frac{1}{1!}(x-0)^1 + \frac{1}{2!}(x-0)^2 + \dots + \frac{1}{m!}(x-0)$

$P_m(f, 0, 0'25) = 1 + x + \frac{(0'25)^2}{2!} + \frac{(0'25)^m}{m!}$

$|R_m| = \left|\frac{f^{(m+1)}(c)}{(m+1)!}(x-0)^{m+1}\right| = \left|\frac{e^c \cdot (0'25)^{m+1}}{(m+1)!}\right| < \left|\frac{3 \cdot (0'25)^{m+1}}{(m+1)!}\right|$

Sabem $0 < c < 0'25 \Rightarrow e^0 < e^c < e^{0'25} \Rightarrow 1 < e^c < \overbrace{e^{0'25} < e^1}^{\text{Pq és difícil}} < 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow e^c \cdot \frac{(0'25)^{m+1}}{(m+1)!} < 3 \cdot \frac{(0'25)^{m+1}}{(m+1)!}$

Ara per tanteig mirem quin valor de m fa que $R_m < \varepsilon$

$m = 2 \Rightarrow 3 \cdot \frac{(0'25)^{2+1}}{(2+1)!} = 0'0078$! No serveix

$m = 3 \Rightarrow 3 \cdot \frac{(0'25)^4}{4!} = 0'0004$. Ara que sabem el grau acabem el $P_3(f, 0, 0'25)$

$$\boxed{P_3(f, 0, 0'25) = 1 + 0'25 + \frac{(0'25)^2}{2} + \frac{(0'25)^3}{3!} \simeq 1'28}$$

d) $\ln(1'1)$ e) $\ln(0'9)$

$f(x) = \ln(1+x)$
$x = 0'1$
$x_0 = 0$

! Pq. centrar en 0 és més fàcil que no en 1, però podríem fer $\ln(x)$.

$$\boxed{P_2(f, 0, 0'1) = 0'1 - \frac{(0'1)^2}{2} = 0'095 \simeq \ln(1'1)}$$

$f(x) = \ln(x+1)$
$f'(x) = \frac{1}{x+1} \cdot 1 = (x+1)^{-1}$
$f''(x) = -1(x+1)^{-2}$
$f'''(x) = -1 \cdot (-2)(x+1)^{-3}$
$f^{IV}(x) = -1 \cdot (-2)(-3)(x+1)^{-4}$

$f(0) = \ln(0+1) = 0$
$f'(0) = (0+1)^{-1} = 1$
$f''(0) = -1(0+1)^{-2} = -1$
$f'''(0) = 2$
$f^{IV}(0) = -6$

$P_n(f, 0, 0'1) = 0 + 1(0'1) - \frac{1(0'1)^2}{2!} + \frac{2(0'1)^3}{3!}$

$\left|\frac{f^{(m+1)}(c)}{(m+1)!} \cdot (0'1)^{m+1}\right| = |R_m| \Rightarrow (0'1)^{m+1}$

Per comoditat fem m-1 i no m+1

$f^m(x) = (-1)^{m+1} (m-1)! (x+1)^{-m} \Rightarrow \left|\frac{(-1)^m (m+1)! (c+1)^{-m-1}}{(m+1)!} \cdot (0'1)^{m+1}\right| = \left|\frac{(-1)^m m! (c+1)^{-m-1}}{m! (m+1)}\right| =$

Aquí fem $|(-1)^m| = 1$

$= \left|\frac{(-1)^m (0'1)^{m+1}}{(m+1)(c+1)^{+m+1}}\right| = \frac{(0'1)^{m+1}}{(m+1)(c+1)^{m+1}}$

$0 < c < 0'1 \Rightarrow 0+1 < c+1 < 0'1+1 \Rightarrow (0+1)^{m+1} < (c+1)^{m+1} < (0'1+1)^{m+1}$

$\Rightarrow \frac{1}{1^{m+1}} > \frac{1}{(c+1)^{m+1}} > \frac{1}{(0'1+1)^{m+1}} \Rightarrow \frac{(0'1)^{m+1}}{(1^{m+1})(m+1)} > \frac{(0'1)^{m+1}}{(m+1)(c+1)^{m+1}} \Rightarrow$

$\Rightarrow 0'0005 > \frac{(0'1)^{m+1}}{1^{m+1}(m+1)} \Rightarrow$ Tanteig $\boxed{m=2} \Rightarrow \frac{(0'1)^3}{1^3(3)} = 0'0003$ ✓