NOMBRES ENTERS $\mathbb{Z}$

Preliminars

Binari Natural ($\mathbb{N}$) $n = 3$

x	y	z	X_u	X_s
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	2	2
0	1	1	3	3
1	0	0	4	0
1	0	1	5	−1
1	1	0	6	−2
1	1	1	7	−3

Unsigned → X_u ; Signed → X_s

x_{n-1} indica el signe, la resta magnitud

0 : Possitiu
1 : Negatiu

Complement a 2 (Ca2)

$$X_s = [\text{signed}] = \boxed{\underbrace{-2^{n-1} x_{n-1}}_{\text{bit de resta}} + \sum_{i=0}^{n-2} x_i 2^i}$$

n-2 → No i !

Si $x_{n-1} = 0$ → POSITIU

Si $x_{n-1} = 1$ → NEGATIU

x_2	x_1	x_0	X_u	X_s Ca2
0	0	0	0	0 → bits
0	0	1	1	1
0	1	0	2	2
0	1	1	3	3 → + ⊕
1	0	0	4	−4 → + ⊖
1	0	1	5	−3
1	1	0	6	−2
1	1	1	7	−1 → + ⊕

$$\boxed{\text{Rang} : [-2^{n-1}, 2^{n-1} - 1]}$$

Surt Examen

El −1 i n bits en Ca2 → 11⋯1

011 → Màxim
100 → Mínim

Bloc ADD per Ca2

Funciona correcte, però falla en la funció del carry

El problema és quan sume 2 possitius i tens carry

x_2	x_1	x_0	X_s Ca2
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	2
0	1	1	3
1	0	0	−4
1	0	1	−3
1	1	0	−2
1	1	1	−1

$$\boxed{\text{Overflow} = \overline{x_{n-1}} \cdot \overline{y_{n-1}} \cdot w_{n-1} \text{ OR } x_{n-1} \cdot y_{n-1} \cdot \overline{w_{n-1}}}$$

$$\boxed{\text{Overflow Optimitzat} = \underbrace{C_n}_{\text{Carry Sortida}} \oplus \overbrace{C_{n-1}}^{\text{Penúltim carry}}}$$

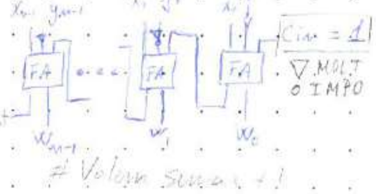
Restador

Canvi de signe

$W = X - Y = X + (-Y)$ # La implementació de Restador ella farem amb Sumador

1. Expressem el número en Ca 2
2. Fem NOT de cada bit
3. Summem +1

6:
1. 0110
2. 1001
3. 1010 → −8+2 = −6



Volem sumar +1

Desplaçador bits (en Ca2) SL-K Shift Left

No canvia la operació aritmètica, implementació és la mateixa. L'única cosa que canvia és la funció de l'Overflow. En binari, resultat serà repetible si K bits de més pes eren 0. En Ca2, serà repetible si K+1 de més pes són tots '0' o tot '1'. ← Si aquí no es compleix, el resultat canvia de signe.

x: 0101 → 5_s
$x \cdot 2$: 1010 → -6_s

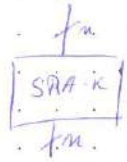
canvia el signe i llavors és el resultat correcte de 5×2

SRL-K NO funciona en Ca2 pq afegeix '0' indistintament, llavors això pot provocar canvi de signe.

SRA-K Shift Right Arithmetic

Si x_{n-1} = '0' → Afegim '0'

Si x_{n-1} = '1' → Afegim '1'



Ex. Rang 8 b

$-23 = 101001 \rightarrow 11101001$

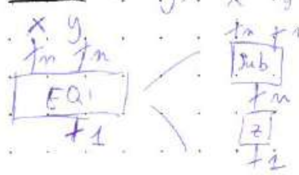
$1111 \xrightarrow{\div} 1111$ → Afeg. to menos

$\# -1 \div 2 = -1$

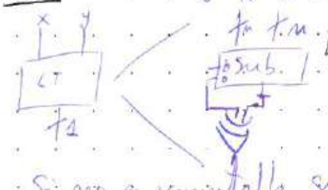
No pot donar overflow per el resultat d'una divisió ÷2 mai sortirà Rang.

Comparadors

EQ $(x == y)$



LT $(x < y)$

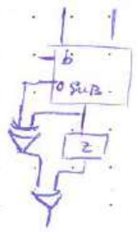


No és el de N sinó el de CA2

Si no és representable sig. que $y > x$

Pq no pots fer $x - y$ si $y > x$.

LE $(x \leq y)$



5.1. Descriu Avantatges. Ca 2 [...]

Permet sumar nombres $\mathbb{Z}$ amb el mateix HW que per suma nombres $\mathbb{N}$.

Té rang una mica més gran. Hi ha una sola representació per cada número.

5.2. Formula que dóna el valor nombre $\mathbb{Z}$ X_s en funció bits que representa.

$$-2^{n-1}x_{n-1}+\sum_{i=0}^{n-2}x_i\cdot 2^i$$ ✓

5.3. Rang d'en Ca 2 per 7 bits.

$$\left[-2^{n-1},\dots,2^{n-1}-1\right]\rightarrow\left[-2^{7-1},\dots,2^{7-1}-1\right]\rightarrow[-64,63]$$ ✓

5.4. Completa taula.

X_s	X en Ca 2
120	01111000 ✓
-76	10110100 ✓
-59	11000101
128	~~010000000~~ ✗✓✓
-1	11111111
111	01111001

$1+4+64-128=-128+64=-64$

$1+8+16+32+64=1+8+102=111$

$128-69=059$

$120-64=056$, $056-32=24$, $24-16=08$

$128-76=052$, $052-32=20$, $20-16=4$

$128-52=076$

Havia de ser amb 8 bits per això 128 no és representable.

5.5. Escriu W (12b) el mateix nombre que X (8 bits)

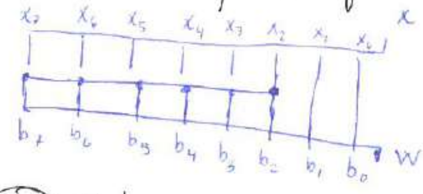
X	W
00001101	0000 0000 1101 ✓
10001101	1111 1000 1101 ✓
0xFE	0x FFE ✓
0x7E	0x 07E ✓

FE → 1111 | 1110 → 1111 | 1111 | 1110

7E → 0111 | 1110 → 0000 | 0111 | 1110

5.6.

a) Dibuixa esquema lògic 3-SE(x). (Extensió Rang, In = 8b OUT = 8b.)



La cosa és que diu que Resultat ha de ser en Ca 2.

$X=00000100\rightarrow 3\text{-}SE(x)=11111100$

5.7. 8 bits menor per després de fer suma en Ca 2. Indica si representable o no.

```
  10011111        10101011        01011101
+ 01101111      + 11111111      + 01000001
 100001110 R     110101010 R     010011110 NR
```

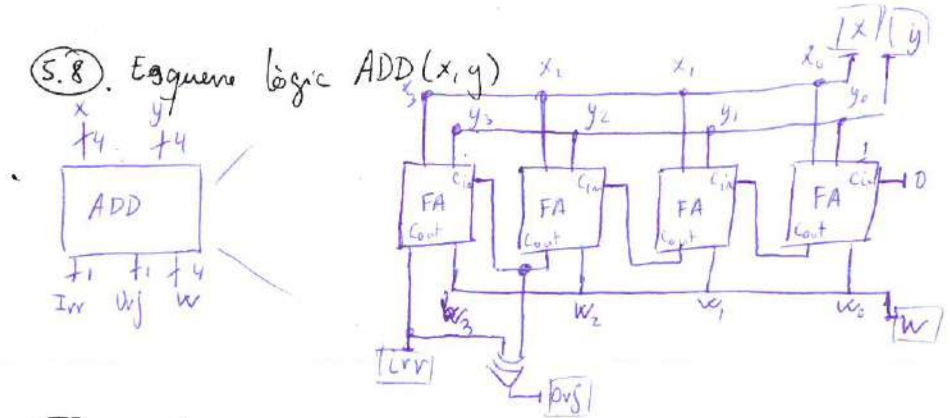
Per saber si hi ha Ow pots fer:
Si A i B (MSB) igual i R (MSB) no → NR; else R
Si A, B (MSB) dif → R

a) Resultat NR quan signe diferent? Mai perq. el num segueix en Rang. (Es cancel·len) ✓

b) Resultat NR quan negatius? Quan resultat sigui positiu. ✓

c) Resultat NR quan positius? Quan resultat negatiu. ✓

5.8. Esquema lògic ADD(x, y)



Molt bé :) ✓

5.9. 8 bits menor pes. Canvi signe. NR o R?

$00001101 \xrightarrow{neg} 11110010 \xrightarrow{+1} 11110011$ R

$00000000 \rightarrow 00000000$ R

$11111111 \rightarrow 00000001$ R

$10000000 \rightarrow 01111111 \rightarrow 10000000$ No es representable pq Rang [-128, 127] no està +128.

$$\begin{array}{r} 01111111 \\ +\quad 1 \\ \hline 10000000 \end{array}$$

5.10. CS(x) - Ms a partir HA i NOT. Sortida Irv.