Nombres Reals

Relacions d'Ordre

$a < b \Leftrightarrow a \leq b \wedge a \neq b$

$a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$

$c > 0 \quad ac < bc$

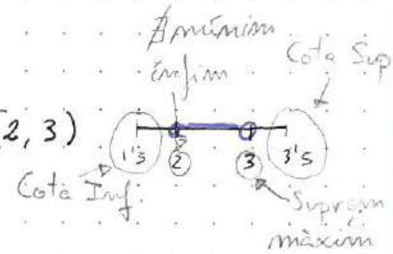
$c < 0 \quad ac > bc$

Intervals

$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

$(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

$[a, +\infty) \qquad (-\infty, a] \qquad [2, 3)$



Valor Absolut

$|x \cdot y| = |x| \cdot |y| \qquad |x^m| = |x|^m \quad \forall m \in \mathbb{N}$

$|x + y| \leq |x| + |y|$

$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$

~~$|a| < b \Rightarrow -b < a < b$~~

~~$|a| > b \Rightarrow a < -b \vee a > b$~~

~~# Amb $\leq$ i $\geq$ igual.~~

Refer millor

Nombres Combinatoris

$\binom{m}{k} = \begin{cases} 0 & \text{si } k > m \\ \dfrac{m!}{k!(m-k)!} & \text{si } k \leq m \end{cases} \qquad \binom{m}{0} = \binom{m}{m} = 1 \qquad \binom{m}{1} = \binom{m}{m-1} = m \quad (m \geq 1)$

$\binom{m}{k} = \binom{m}{m-k} \quad (0 \leq k \leq m) \qquad \binom{m}{k} = \binom{m-1}{k-1} + \binom{m-1}{r} \quad (1 \leq k \leq m)$

Funcions

$f(x) + g(x) = (f+g)(x) \qquad f(x) \cdot g(x) = (f \cdot g)(x)$

$f(x) - g(x) = (f-g)(x) \qquad f(x) \div g(x) = \left(\frac{f}{g}\right)(x)$

$|a| > b \Rightarrow \begin{cases} a > b \\ a < -b \end{cases}$ [∪] Unió

$|a| < b \Rightarrow \begin{cases} -b < a \\ a < b \end{cases}$ [∩] Intersecció

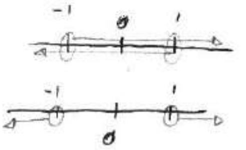
// Amb $\leq$ i $\geq$ és fa com si no hi hagués l'igual.

① Resol.

a) $\frac{x-1}{x+1}<0$ Sabem que $x+1 \neq 0$ donat que sinó no seria correcte llavors $x+1=0 \Rightarrow x \neq -1$

$\rightarrow x-1<0$ i $x+1>0$ complex. $\rightarrow x<1$ i $x>-1$ $\boxed{(-1,1)}$

$\rightarrow x-1>0$ i $x+1<0$ complex. $\rightarrow x>1$ i $x<-1$ $\boxed{\emptyset}$



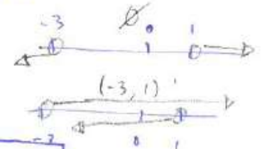
Llavors diem: $\boxed{\begin{array}{l} x\in\mathbb{R} \text{ t.q. } x\in(-1,1) \\ \text{Superior} \rightarrow \text{Suprem} = 1 \ \nexists \max \\ \text{Inferior} \rightarrow \text{Ínfim} = -1 \ \nexists \min \end{array}}$

b) $\frac{1}{x+3} > \frac{1}{4}$

☐ 1^a manera: $\frac{1}{x+3}-\frac{1}{4} > \frac{1}{4}-\frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{x+3}-\frac{1}{4}>0 \rightarrow \frac{4-(x+3)}{4(x+3)}>0 \rightarrow \boxed{\frac{x-1}{x+3}>0}$ Aquí ja tenim com abans.

$\rightarrow x-1>0$ i $x+3<0 \rightarrow x>1$ i $x<-3$

$\rightarrow x-1<0$ i $x+3>0 \rightarrow x<1$ i $x>-3$

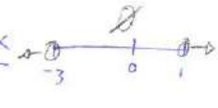


Llavors diem: $\boxed{\begin{array}{l} x\in\mathbb{R} \text{ t.q } x\in(-3,1) \\ \text{Superior} \rightarrow \text{Suprem} = 1 \ \nexists \max \\ \text{Inferior} \rightarrow \text{Ínfim} = -3 \ \nexists \min \end{array}}$

☐ 2^a manera:

Cuidado pq. $x+3$ és neg.

• Si $x<-3 \rightarrow x+3<0 \Rightarrow 4(x+3)\cdot\frac{1}{x+3} < \frac{1}{4}4(x+3) \Rightarrow 4 < x+3 \Rightarrow 1<x$



• Si $x>-3 \rightarrow x+3>0 \Rightarrow$ # tot bé.

c) $\frac{x-1}{x+1} \leq \frac{x+1}{x-1}$ $\frac{x-1}{x+1}-\frac{x+1}{x-1} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x-1)^2-(x+1)^2}{x^2-1^2} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2-2x+1-x^2-2x-1}{x^2-1} \leq 0 \Rightarrow \frac{-4x}{x^2-1} \leq 0$

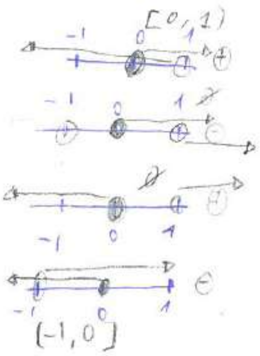
$\Rightarrow \frac{-x}{x^2-1} \leq 0 \overset{*(-1)}{\Rightarrow} \frac{x}{x^2-1} \geq 0$

NO pot ser igual pq. sinó anul·laria

☐ Revisa

$\rightarrow x>0$ i $x^2-1<0 \rightarrow x\geq 0$ i $x^2<1 \rightarrow x\geq 0$ i $x>\pm 1$

$\rightarrow x<0$ i $x^2-1>0 \rightarrow x\leq 0$ i $x^2>1 \rightarrow x\leq 0$ i $x>\pm 1$



Llavors diem: $\boxed{\begin{array}{l} x\in\mathbb{R} \text{ t.q } x\in[-1,0]\cup(1,+\infty) \\ \text{Superior} \rightarrow \nexists \\ \text{Inferior} \rightarrow \text{Ínfim} = -1 \ \nexists \min \end{array}}$

d) $x^2+x\le 0$ $\quad x^2+x=x(x+1)\le 0$ Això sig. que tenim $\begin{cases}\to x=0\\ \to x=-1\end{cases}$ pq. sigui 0 l'eq.

Ara hem d'analitzar què passa abans de les arrels, entre i després.

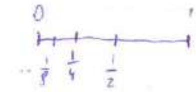
$\boxed{\begin{array}{l} x\in\mathbb{R}: x\in[-1,0] \\ \to \text{Superior: Max} = \text{Suprem} = 0 \\ \text{Inferior} \to \text{Ínfim} = \text{Mín} = -1 \end{array}}$

- $x\le -1$ → Tenim per exemple $x=-2 \Rightarrow 4-2=2$ que no compleix que $2\not\le 0$ ☒
- $-1<x\le 0$ → Agafem per exemple $x=-0'5 \Rightarrow (-0'5)^2+(-0'5)=-\frac{1}{4}\le 0$ ☑
- $x>0$ → Agafem per exemple $x=2 \Rightarrow 2^2+2=6$ que no compleix que $6\not\le 0$ ☒

③. Determina si està fitat.

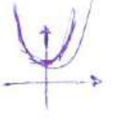
b) $\{x\in\mathbb{R} \mid \exists n\in\mathbb{N}: x = 2^{-n}\} = \left\{\frac{1}{2^1}, \frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots\right\}$ $\quad \left(0, \frac{1}{2}\right]$

$\frac{1}{2^n}$



Llavors diem: $\boxed{\begin{array}{l} x\in\mathbb{R} \mid x\in\left(0,\frac{1}{2}\right] \\ \text{Superior} \to \text{Suprem} = \text{Màxim} = \frac{1}{2} \\ \text{Inferior} \to \text{Ínfim} = 0 \quad \nexists \text{mín} \end{array}}$

c) $\{x\in\mathbb{R} \mid \exists x\in\mathbb{R}: y=1+x^2\}$

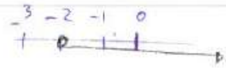


$[1,+\infty)$ $\quad \boxed{\begin{array}{l} x\in\mathbb{R} \mid x\in[1,+\infty) \\ \text{Superior} \to \text{NO} \\ \text{Inferior} \to \text{Ínfim} = 1 = \text{mínim} \end{array}}$

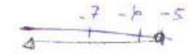
②. Troba tots els x que satisfan.

a) $|2x+7|\ge 3$

$\to 2x+7\ge 3 \to 2x\ge 3-7 \to 2x\ge -4 \to x\ge -2$ $\quad [2,+\infty)$



$\to 2x+7\le -3 \to 2x\le -3-7 \to 2x\le -10 \to x\le -5$ $\quad (-\infty,5]$



$\boxed{x\in\mathbb{R}: x\in(-\infty,5]\cup[2,+\infty) \text{ i NO està fitat}}$

b) $|x^2-1|\le 3$

$\to x^2-1\le 3 \to x^2\le 4 \to x\le \pm 2$ $\quad [-2,2]$

$\to x^2-1\ge -3 \to x^2\ge -2 \to$ Això és sempre cert.

$\boxed{\begin{array}{l} x\in\mathbb{R}: x\in[-2,2] \\ \text{Superior} \to \text{Suprem} = \text{Màxim} = 2 \\ \text{Inferior} \to \text{Ínfim} = \text{Mínim} = -2 \end{array}}$

④. Troba els $\mathbb{R}$ que satisfan.

a) $x^2>3x+4 \Rightarrow x^2-3x-4>0 \Rightarrow \dfrac{3\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot 1\cdot(-4)}}{2\cdot 1}=\dfrac{3\pm 5}{2}=\begin{cases}\to x=4\\ \to x=-1\end{cases}$

- $x\le -1 \Rightarrow (-2)^2-3(-2)-4=6>0$ ☑ però $(-1)^2-3(-1)-4=0$ ☒. Obtenim $(-\infty,-1)$
- $1<x\le 4 \Rightarrow (3)^2-3(3)-4=-4$ ☒ ; $4^2-3\cdot 4-4=0$ ☒ . $\emptyset$
- $x>4 \Rightarrow 5^2-3\cdot 5-4=6>0$ ☑ . obtenim $(4,+\infty)$

Diem que $\boxed{x\in\mathbb{R}: x\in(-\infty,-1)\cup(4,+\infty) \text{ i NO està fitat}}$

⑤. Troba els $\mathbb{R}$.

b) $(x-1)|x^2-2|>0$ El valor absolut MAI és negatiu. Llavors neces tem que $(x-1)$ sigui possitiu per complir enunciat.

$x-1>0$ i $|x^2-2|>0$

- $x-1>0 \Rightarrow x>1$
- i
- $|x^2-2|>0 \Rightarrow$
  - $x^2-2>0 \Rightarrow x^2>2$
    - $x>\sqrt{2}$ ☑ Complix que $x>1$.
    - o $x<-\sqrt{2}$ ☒ No complix que $x>1$
  - o $x^2-2<0 \Rightarrow x^2<2$
    - $x<\sqrt{2}$ ☑ Complix que $x>1$.
    - o $x>-\sqrt{2}$ ☒ Pot no complir $x>1$.

Llavors tenim que

$x\in\mathbb{R}: x\in(1,\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$
Superior $\Rightarrow$ No fitat
Inferior $\Rightarrow$ Infim $=1$ $\nexists$ min

⑥. Troba els x t.q:

d) $|x+1|+|x+2|<2$

Donat que és valor absolut i '<' sig. $-2<x+1+x+2<2$. Això ho analitzem per parts

$-2<2x+3$ i $2x+3<2$ 'i' pq. s'han de complir les dues.

- $-2<2x+3 \Rightarrow \frac{-5}{2}<x$
- i
- $2x+3<2 \Rightarrow x<\frac{-1}{2}$

Llavors tenim:

$x\in\mathbb{R}: x\in(\frac{-5}{2},\frac{-1}{2})$
Superior $\Rightarrow$ Suprem $=\frac{-1}{2}$ i $\nexists$ max.
Inferior $\Rightarrow$ Infim $=\frac{-5}{2}$ i $\nexists$ min.

⑦. Proveu que si $|x|\leq 1$ llavors $\left|x^4+\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{8}x+\frac{1}{16}\right|<2$. ChatGPT

- Primer analitzem els límits $x=-1$ i $x=1$ i veiem que en tots dos complix.
- Suposem que $|x|\leq 1 \Rightarrow |x^4|\leq 1^4\leq 1$

  $|x^3|\leq 1^3 \Rightarrow \left|\frac{x^3}{2}\right|\leq\frac{1^3}{2}\leq\frac{1}{2}$ i així amb tots.

- Per la propietat de que $|a+b|\leq c \Rightarrow |a|+|b|\leq c$ tenim que:

$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}=1'93<2$. Això fa que $\left|x^4+\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{8}x+\frac{1}{16}\right|<2$ ☺.

⑧. Escriu expressions prescindint del valor absolut.

a) $|x-1|-|x|$ Busquem els punts de canvi dels valors absoluts. $|x-1| \Rightarrow x=1$

$|x| \Rightarrow x=0$

Hem de veure que passa amb aquests punts però tmb entre mig.

- Si $x\geq 1$: $x-1-x=-1$
- Si $x\leq 0$: $-x+1-(-x)=1$
- Si $0<x<1$: $-x+1-x=-2x+1$

Podem veure que la funció tindrà una pinta 

$$\boxed{|x-1|-|x|=\begin{cases}-1 & \text{si } x\geq 1\\ -2x+1 & \text{si } 0<x<1\\ 1 & \text{si } x\leq 0\end{cases}}$$

~~b) $||x|-1|$ $x=0$ i $x=1$~~

~~• Cas $x \leq 0$: $|x|=-x$; $|-x-1| = +x+1$~~

~~• Cas $x \leq 1$: $|x|=x$; $|x-1| = x-1$~~

~~• Cas $0<x<1$: $|x|=x$; $|x-1| = x-1$~~

Pensa que si el valor de dins $|\ |$ és negatiu el farà positiu. Llavors $|-x-1|$ si $x<1$ sig. que $-x-1$ sempre serà negatiu fent que el transformi possitiu:

$$\text{Si } x<1 \Rightarrow |-x-1| = -(-x-1) = x+1$$

Pq. no volem res negatiu.

b) $||x|-1|$ Sabem que $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x<0 \end{cases}$

• Si $\underset{1}{x \geq 0} \Rightarrow |x-1|$ om $x=1$ és punt inflexió $\begin{cases} \to |x-1| = x-1 & \text{si } \underset{a}{x \geq 1} \\ \to |x-1| = -x+1 & \text{si } \underset{b}{x<1} \end{cases}$

• Si $\underset{2}{x<0} \Rightarrow |-x-1|$ om $x=-1$ és punt inflexió $\begin{cases} \to |-x-1| = x+1 & \text{si } \underset{a}{x \geq -1} \\ \to |-x-1| = -x-1 & \text{si } \underset{b}{x<-1} \end{cases}$ Cuidado aquí

$-x-1=0$
$-x=+1$
$x=-1$

Podem fer les combinacions i veure els resultats.

• 1.a) $x \geq 0$ i $x \geq 1$ sig: $x \geq 1 \Rightarrow x-1$

• 1.b) $x \geq 0$ i $x<1$ sig: $0 \leq x < 1 \Rightarrow -x+1$

• 2.a) $x<0$ i $x \geq -1$ sig: $-1 \leq x < 0 \Rightarrow x+1$

• 2.b) $x<0$ i $x<-1$ sig: $x<-1 \Rightarrow -x-1$

$$\boxed{||x|-1| = \begin{cases} x-1 & \text{si } x \geq 1 \\ -x+1 & \text{si } 1>x \geq 0 \\ x+1 & \text{si } 0>x \geq -1 \\ -x-1 & \text{si } -1>0 \end{cases}}$$

c) $|x|-|x^2|$ $\# x^2$ sempre possitiu així que $|x^2| = x$ sempre.

• Si $x \geq 0 \Rightarrow x - x^2$ Això és el que

• Si $x<0 \Rightarrow -x - x^2$ cànvia.

$$\boxed{|x|-|x^2| = \begin{cases} x-x^2 & \text{si } x \geq 0 \\ -x-x^2 & \text{si } x<0 \end{cases}}$$

d) $x-|x+|x||$

• Si $x \geq 0 \Rightarrow x-|x+x| = x-|2x|$ $\begin{cases} \to \text{Si } x \geq 0 \Rightarrow x-2x = -x \\ \to \text{Si } x<0 \text{ ! NO és possible pq. contradiu } x \geq 0 \end{cases}$

• Si $x<0 \Rightarrow x-|x-x| = x-0 = x$.

$$\boxed{x-|x+|x|| = \begin{cases} -x & \text{si } x \geq 0 \\ x & \text{si } x<0 \end{cases}}$$

Q. Demo. $\forall x \in \mathbb{R}$ compleix $|x-1|+|x-2| \geq 1$. En quin cas és igualtat.

Cas Base; $x=1$: $|1-1|+|1-2| \geq 1 \Rightarrow |-1| \geq 1 \Rightarrow 1 \geq 1$ en concret $1=1$.

Pas Inductiu: Sup. que compleix per $x-1$ i volem demo que compleix per x.

H.I.: $|x-1-1|+|x-1-2| \geq 1$.

Partim de $|x-1|+|x-2| = |x-1-1+1|+|x-2-1+1| \overset{H.I.}{=} |x-1-1+1|+|x-2-1+1| \geq 1$

$\Rightarrow |x-1|+|x-2| \geq 1$ com volien.

Queda demo que $\forall x \in \mathbb{R}$ $|x-1|+|x-2| \geq 1$. ☺.

⑲. Troba els $x \in \mathbb{R}$. Representa recta i fita.

a) $|x-1||x+2| = 3$

Com que treballem amb "| |" hem de veure i analitzar els punts on canvia el signe.
$|x-1| \Rightarrow x=1$ i $|x+2| \Rightarrow x=-2$. Llavors hem de veure que passa si és més petit o més gran.

$\rightarrow x<-2$ $\ominus(x-1)\cdot(\ominus(x+2)) = 3 \Rightarrow (-x+1)\cdot(-x-2) = (x^2+2x-x-2) = 3 \Rightarrow \underline{x^2+x-5=0}$

$\rightarrow x \geq -2$ i $x<1$ $\ominus(x-1)(x+2) = 3 \Rightarrow (-x+1)(x+2) = (-x^2-2x+x+2) = 3 \Rightarrow \underline{-x^2-x-1=0}$

$\rightarrow x \geq 1$ $(x-1)(x+2) = 3 \Rightarrow (x^2+2x-x-2) = 3 \Rightarrow \underline{x^2+x-5=0}$

Podem observar que hem obtingut 3 eq. així que hem de veure quin valor obtenim.

$\rightarrow x^2+x-5=0$ $\dfrac{-(1)\pm\sqrt{(1)^2-4\cdot(1)\cdot(-5)}}{2\cdot(1)} = \dfrac{-1\pm\sqrt{21}}{2} = \begin{cases} \rightarrow \dfrac{-1+\sqrt{21}}{2} \simeq 1'79 \\ \rightarrow \dfrac{-1-\sqrt{21}}{2} \simeq -2'79 \end{cases}$

$\rightarrow -x^2-x+1=0$ No té solució Real.

Llavors diem que hi ha 2 valors de x que fa que $|x-1||x+2|=3$.

A més a més, aquests estan complint les restriccions del valor absolut donat $\begin{cases} \rightarrow -2'79 < -2 \\ \rightarrow 1'79 \geq 1 \end{cases}$

$$\boxed{x \in \mathbb{R} : x \in \left\{\frac{-1-\sqrt{21}}{2}, \frac{-1+\sqrt{21}}{2}\right\} \text{ on mín = ínfim} = \frac{-1-\sqrt{21}}{2} \text{ i màx. = suprem} = \frac{-1+\sqrt{21}}{2}}$$

b) $\overbrace{\frac{1}{4} \leq |x^2-5x+6|}^{A}$ $\underbrace{|x^2-5x+6| \leq 3}_{B}$

En aquest cas tenim dues restriccions i hem d'analitzar-les per separat i després "merge".

Ⓐ. $\frac{1}{4} \leq |x^2-5x+6|$ $\boxed{|a| \geq b \Rightarrow a \geq b \text{ o } a \leq -b}$

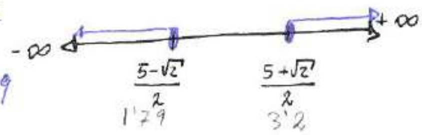
Podem veure que d'aquest cas Ⓐ obtindrem uns altres dos casos que analitzem.

$\rightarrow$ (A.1) $\frac{1}{4} \leq x^2-5x+6$

$\frac{1}{4} \leq x^2-5x+6 \Rightarrow 1 \leq 4(x^2-5x+6) \Rightarrow 1 \leq 4x^2-20x+24 \Rightarrow \underline{0 \leq 4x^2-20x+23}$

Aquests són els valors de x que fa que l'eq. sigui $\geq \frac{1}{4}$

$4x^2-20x+23=0 \Rightarrow \dfrac{-(-20)\pm\sqrt{(-20)^2-4\cdot(4)\cdot(23)}}{2\cdot(4)} = \begin{cases} \rightarrow \dfrac{5+\sqrt{2}}{2} \simeq 3'2 \\ \rightarrow \dfrac{5-\sqrt{2}}{2} \simeq 1'79 \end{cases}$

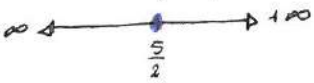


$\rightarrow$ (A.2) $-\frac{1}{4} \geq x^2-5x+6$

$-\frac{1}{4} \geq x^2-5x+6 \Rightarrow -1 \geq 4x^2-20x+24 \Rightarrow \underline{0 \geq 4x^2-20x+25}$

Aquest punt compleix que $-\frac{1}{4} \geq x^2-5x+6$ així que serà un valor vàlid del ex.

$4x^2-20x+25=0 \Rightarrow \dfrac{-(-20)\pm\sqrt{(-20)^2-4\cdot(4)(25)}}{2\cdot(4)} = \dfrac{5}{2}$



B. $|x^2-5x+6| \leq 3$ $\boxed{|a| \leq b \Rightarrow -b \leq a \leq b}$

Tornem a tindre un cas que necessita de sub-casos. En aquest cas, els dos s'han de complir.

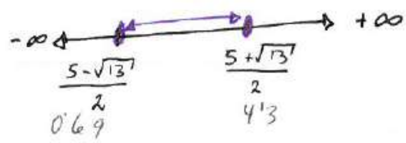
$\rightarrow$ B.1 $-3 \leq x^2-5x+6$

$-3 \leq x^2-5x+6 \Rightarrow \underline{0 \leq x^2-5x+9} \rightarrow$ No té solució Real.

$\rightarrow$ B.2 $x^2-5x+6 \leq 3$

$x^2-5x+6 \leq 3 \Rightarrow \underline{x^2-5x+3 \leq 0}$

$x^2-5x+3=0 \Rightarrow \dfrac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2-4(1)(3)}}{2\cdot(1)} = \begin{cases} \dfrac{5+\sqrt{13}}{2} \simeq 4'3 \\ \dfrac{5-\sqrt{13}}{2} \simeq 0'69 \end{cases}$



Sol.)

Ara que hem vist totes les possibilitats, hem de mirar la intersecció dels rangs per saber en quins punts es compleixen totes les condicions a l'hora. A.1 $\cap$ A.2 $\cap$ B.2 #B.1. no inclo.

$\boxed{x \in \mathbb{R} : x \in \left[\frac{5-\sqrt{13}}{2}, \frac{5-\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\frac{5+\sqrt{2}}{2}, \frac{5+\sqrt{13}}{2}\right] \cup \left\{\frac{5}{2}\right\} \text{ on } \begin{array}{l} \max = \text{suprem} = \frac{5+\sqrt{13}}{2} \\ \min = \text{infim} = \frac{5-\sqrt{13}}{2} \end{array}}$

17. Resol les ineq. següents:

a) $\left|\dfrac{2x-2}{x+4}\right| < 1$

$\rightarrow$ A.1. $-1 < \dfrac{2x-2}{x+4}$ $\quad -x-4 < 2x-2 \Rightarrow -4 < 3x-2 \Rightarrow 0 < 3x+2 \Rightarrow \underline{\frac{-2}{3} < x}$

$\rightarrow$ A.2 $\dfrac{2x-2}{x+4} < 1$ $\quad 2x-2 < x+4 \Rightarrow 2x-6 < x \Rightarrow \underline{x < 6}$

Sol.)

$\boxed{x \in \mathbb{R} : x \in \left(\frac{-2}{3}, 6\right) \quad \text{infim} = \frac{-2}{3},\ \text{mín} = \nexists \quad \text{i suprem} = 6,\ \text{màx} = \nexists}$

f) $|x^2-5x| > |x^2| - |5x|. \Rightarrow |x^2-5x| > x^2 - |5x|$

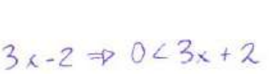
Aquí hem d'anar pas per pas i amb cuidado.

A. $x^2-5x > x^2-|5x|$

$\rightarrow$ A.1. $x^2-5x > x^2-5x \Rightarrow$ No té sentit pq. és mateixa expressió.

$\rightarrow$ A.2. $x^2-5x > x^2-(-(5x)) \Rightarrow x^2-5x > x^2+5x \Rightarrow 2x^2-10x > 0 \Rightarrow x^2-5x > 0$

$x^2-5x > 0 \Rightarrow x(x-5) > 0 \begin{cases} x=0 \\ x=5 \end{cases}$



$(-1)((-1)-5) = 6 > 0$ ☑

$(2)((2)-5) = -6 > 0$ ☒

$(6)((6)-5) = 6 > 0$ ☑

B. $x^2-5x < -x^2+|5x|$

f) $|x^2-5x| > |x^2| - |5x| \Rightarrow |x^2-5x| > x^2 - |5x|$

(A) $x^2-5x \geq 0$ — IMPORTANT

→ (A.1) $5x \geq 0$ $\quad x^2-5x > x^2-5x$ cosa que no té sentit.

→ (A.2) $5x<0$ $\quad x^2-5x > x^2+5x \Rightarrow -10x>0 \Rightarrow \left(\frac{-1}{10}\right)\cdot(-10x) < 0\cdot\left(\frac{-1}{10}\right) \Rightarrow \underline{x<0}$

(B). $x^2-5<0$

→ (B.1) $5x\geq 0$ $\quad -(x^2-5x) > x^2-5x \Rightarrow -x^2+5x > x^2-5x \Rightarrow -2x^2+10x>0 \Rightarrow \underline{-x^2+5x>0}$ — IMPO

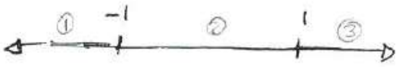
$x(-x+5)>0 \Rightarrow \underline{x>0}$ i $-x+5>0 \Rightarrow -x>-5 \Rightarrow \underline{x<5}$

→ (B.2) $5x<0$ $\quad -(x^2-5x) > x^2-(-5x) \Rightarrow -x^2+5x > x^2+5x \Rightarrow -x^2>x^2$ cosa falsa.

Podem veure que hem obtingut $x<0$ o $0<x<5$ això significa:

Sol.)

$\boxed{x\in\mathbb{R} : x\in(-\infty,0)\cup(0,5) \text{ on mínim = ínfim = } \nexists \text{ i max = } \nexists \text{ i suprem = } 5}$



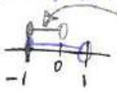
2c). $|x-1|>|x+1|$

$|x-1| \overset{def}{=} \begin{cases} x-1 & \text{si } x\geq 1 \\ -x+1 & \text{si } x<1 \end{cases}$

$|x+1| = \begin{cases} x+1 & \text{si } x\geq -1 \\ -x-1 & \text{si } x<-1 \end{cases}$

① $x<-1$: $-x+1 > -x-1 \rightarrow \underline{1>-1}$ això és sempre cert. $(-\infty,-1)$ no suposa cap restricció per la x.

② $-1\leq x<1$: $-x+1>x+1 \rightarrow -2x>0 \rightarrow 2x<0 \rightarrow \underline{x<0}$



Això és el que ens importa $[-1,0)$

③ $x\geq 1$: $x-1>x+1 \rightarrow -1>1$ cosa falsa $\emptyset$

Llavors podem concloure $x\in\mathbb{R}: x\in(-\infty,-1)\cup[-1,0)$

$x\in\mathbb{R}: x\in(-\infty,0)$ i Fitat
- → Superiorment: Supreme $= 0$ i $\nexists$ màx.
- → Inferiorment: