

Модели пространства состояний в задачах классификации сигналов ЭКоГ

Владимиров Э.А.

Московский физико-технический институт

Научный руководитель: д. ф.-м. н. В. В. Стрижов

2023

Модели глубокого обучения в задаче нейронного декодирования

Проблема

Моделирование и распознавание динамики нейронных систем

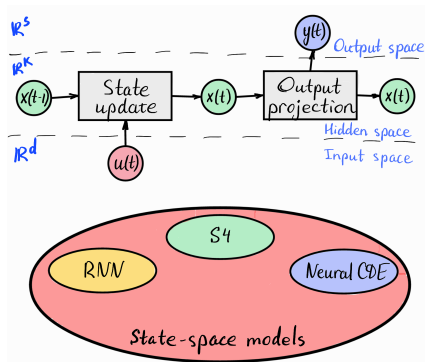
Задача

Выбор модели пространства состояний

Решение

Сделать выбор на основе анализа свойств моделей

Модель пространства состояний (SSM)



Непрерывная модель пр-ва состояний

$$x'(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Дискретная модель пр-ва состояний

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_k$$

$$y_k = Cx_k + Du_k$$

SSM	CNN	Transformer
LSTM	EEGNet	GPT
???	HTNet	Wav2Vec

Постановка задачи классификации сигнала ЭКоГ

$\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M \times N \times T}$ — M измерений ЭКоГ, где N — число электродов, T — число элементов временного ряда

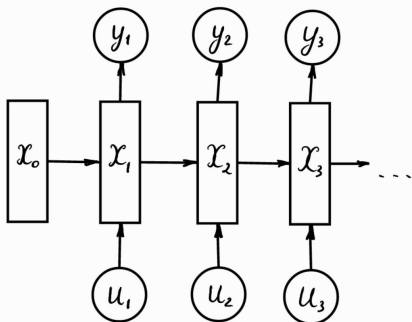
$Y \in \{0, 1\}^M$ — целевая переменная

Критерий качества — бинарная кросс-энтропия

$$L(\mathbf{w}) = -\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \left[y_m \log(f(\mathbf{w}, \mathbf{x})) + (1 - y_m) \log(1 - f(\mathbf{w}, \mathbf{x})) \right] + \lambda \|\mathbf{w}\|^2$$

Оптимизационная задача: $\hat{\mathbf{w}} = \arg \min_{\mathbf{w}} L(\mathbf{w})$

Рекуррентные нейронные сети (RNN)



$$\mathbf{x}_t = \sigma_x(W_x \mathbf{x}_{t-1} + W_u \mathbf{u}_t)$$

$$\mathbf{y}_t = \sigma_y(W_y \mathbf{x}_t),$$

где $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^d$, $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^K$, $\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^s$
 $\sigma : \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^K$ — функция активации
 $W_x \in \mathbb{R}^{K \times K}$, $W_u \in \mathbb{R}^{s \times K}$, $W_y \in \mathbb{R}^{K \times d}$
— матрицы весов

¹Rumelhart, David E and Hinton, Geoffrey E and Williams, Ronald J Learning internal representations by error propagation //California Univ San Diego La Jolla Inst for Cognitive Science – 1985

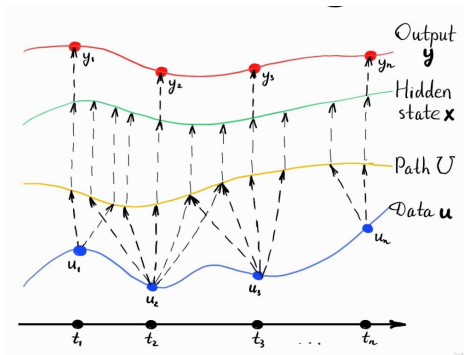
Свойства модели RNN

Количество параметров = $K^2 + Ks + Kd = O(KM)$

Время прямого прохода = $O(KML)$, где $M = \max(d, K, s)$

Преимущества	Недостатки
есть реализация во всех фреймворках глубокого обучения	не работают с данными, содержащими пропуски и/или разной частотой сэмплирования
относительно быстрое обучение и предсказание модели	легко переобучается

Нейронные контролируемые дифференциальные уравнения (NCDE/Neural CDE)



где $u_i \in \mathbb{R}^d$, $y_i \in \mathbb{R}^s$

$x : [t_1, t_n] \rightarrow \mathbb{R}^K$ — функция скрытого состояния

$U : [t_1, t_n] \rightarrow \mathbb{R}^{d+1}$ — кубический сплайн

$\zeta : \mathbb{R}^{d+1} \rightarrow \mathbb{R}^K$ — проектор в скрытое пространство

$f : \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^{K \times (d+1)}$ — динамика скрытого состояния

$g : \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^s$ — линейное отображение

$$\begin{cases} x(t_1) = \zeta(u_1, t_1) \\ x(t) = x(t_1) + \int_{t_1}^t f(x(\tau)) dU(\tau) \\ y_i = g(x(t_i)) \end{cases}$$

Свойства модели NCDE

Количество параметров = $O(K^2d + Ks)$

Время прямого прохода = $O(K^2dL)$

Преимущества	Недостатки
большая гибкость в настройке модели: выбор архитектуры функции $f(\mathbf{x})$ и пути $U(t)$ работает с данными, в которых содержатся пропуски и которые имеют разную частоту сэмплирования	в десятки раз медленнее, чем RNN на текущий момент не существует эффективной реализации долгая настройка модели нестабильное обучение при больших K , при использовании солверов с адаптивным шагом и функции активации ReLU

¹Kidger P. et al. Neural controlled differential equations for irregular time series //Advances in Neural Information Processing Systems. – 2020. – Т. 33. – С. 6696-6707

Модели структурированного пространства состояний (S4)

$$\begin{array}{l} x_k = \bar{A}x_{k-1} + \bar{B}u_k \\ y_k = \bar{C}x_k \end{array} \xrightarrow[\text{представление}]{\text{свёрточное}} \begin{array}{l} y = \bar{K} * u, \\ \text{где } \bar{K} = (\bar{CB}, \bar{CAB}, \dots, \bar{CA}^{L-1}B) \end{array}$$

Экономия памяти: производящая функции от \bar{K} в точках $\left\{ \exp\left(\frac{2\pi i}{L} \cdot 0\right), \dots, \exp\left(\frac{2\pi i}{L} \cdot (L-1)\right) \right\}$

Экономия времени: инициализация HiPPO + наложение ограничений на A : $A = \Lambda - PQ^*$

Свойства модели S4

Количество параметров = $Kd + Ks$

Время прямого прохода = $O(KML)$

Преимущества	Недостатки
хорошо работает с данными, содержащими долговременные зависимости существует эффективная реализация	не работают с данными, содержащими пропуски и/или разной частотой сэмплирования

¹*Gu, Albert, Karan Goel, and Christopher Ré* Efficiently modeling long sequences with structured state spaces //arXiv preprint arXiv:2111.00396. – 2021

Итоговое сравнение моделей

L — длина последовательности

d — размерность исходного пространства

K — размерность скрытого пространства (в случае с CNN — размер ядра)

s — размерность целевого пространства

N — количество датчиков ЭКоГ

$M = \max(d, K, s)$

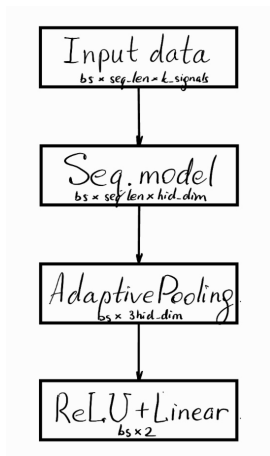
Таблица: Сравнение моделей по числу обучаемых параметров, времени прямого прохода, наличию эффективной реализации, возможности работы с пропусками и хранения всей истории

	Parameters	Forward	Fast impl.	Cont. time	Unb. context
RNN	$O(KM)$	$O(KML)$	+	—	+
NCDE	$O(K^2d + Ks)$	$O(K^2dL)$	—	+	+
S4	$O(Kd + Ks)$	$O(KML)$	+	—	+
Transformer	$O(K^2d + Ks)$	$O(LK \cdot (L + s))$	+	—	+
CNN	$O(K^2)$	$O(K^2(L - K)(N - K))$	+	—	—

Вычислительный эксперимент на данных ЭКоГ

Цель

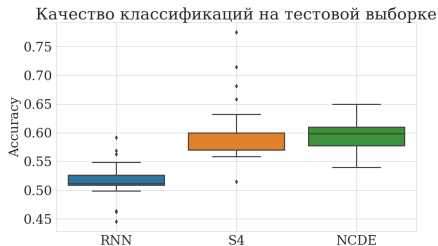
На примере задачи классификации сигналов ЭКоГ сравнить работу различных моделей пространства состояний



Данные

ЭКоГ-записи были получены от 12 участников в ходе клинического мониторинга эпилепсии. Эти записи длятся 7 ± 2 дня на каждого участника. ЭКоГ сигнал измерялся 126 каналами с частотой 250 Гц. Один сэмпл соответствует 2 секундам записи сигнала, во время которых участник двигал или не двигал рукой. Train/Val/Test = 7/4/1
Количество разбиений = 36

Анализ ошибки моделей декодирования



	Parameters	Time per epoch (sec)	Accuracy
RNN	45.5k	3.42 ± 0.55	0.516 ± 0.027
S4	38k	3.12 ± 0.81	0.591 ± 0.049
Neural CDE	153.3k	37.23 ± 0.64	0.596 ± 0.026

Выносятся на защиту

1. Рассмотрено применение моделей пространства состояний в задаче классификации сигналов ЭКоГ
2. Изучены свойства следующих моделей пространства состояний: RNN, NCDE, S4
3. Предоставлена рекомендация по выбору моделей пространства состояний
4. Продемонстрировано, что модель Neural CDE имеет лучшее качество на тестовой выборке по сравнению с другими моделями, однако её время обучения сильно превышает время обучения других моделей