

Chuyên đề 1: THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT – PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN.

1. Các công thức thể tích.

a. Thể tích khối hộp chữ nhật: $V = abc$, trong đó a, b, c là độ dài ba kích thước.

b. Thể tích khối lập phương: $V = a^3$, trong đó a là độ dài cạnh.

c. Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} B.h$, trong đó B là diện tích đáy, h là độ dài đường cao.

d. Thể tích khối lăng trụ: $V = B.h$, trong đó B là diện tích đáy, h là độ dài đường cao.

2. Các khối chóp đặc biệt.

a. Khối chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy: đường cao của khối chóp chính là cạnh bên đó.

b. Khối chóp đều: đường cao của khối chóp đều là đoạn thẳng nối đỉnh và tâm của đa giác đáy.

3. Công thức tỷ số thể tích.

Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi A', B', C' lần lượt nằm trên các cạnh SA, SB và SC . Khi đó, ta có:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} \quad (1)$$

Công thức (1) được gọi là công thức tỷ số thể tích.

4. Kiến thức liên quan.

a. Công thức tính diện tích hình vuông, hình chữ nhật, hình thang.

b. Các công thức tính diện tích tam giác (chú ý các công thức đường cao và diện tích của tam giác đều).

c. Các hệ thức lượng trong tam giác vuông.

d. Định lý hàm số sin và định lý hàm số cosin.

B. BÀI TẬP ÁP DỤNG.

I. THỂ TÍCH KHỐI CHÓP.

Bài 1. Tính thể tích của khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh a .

Bài 2. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Cạnh bên hợp với đáy một góc α . Tính $V_{S.ABC}$ theo a và α .

Bài 3. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Mặt bên hợp với đáy một góc α . Tính $V_{S.ABC}$ theo a và α .

Bài 4. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên hợp với đáy một góc α . Tính $V_{S.ABCD}$ theo a và α .

Bài 5. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Mặt bên hợp với đáy một góc α . Tính $V_{S.ABCD}$ theo a và α .

Bài 6. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và góc $\widehat{ASB} = \alpha$.

Áp dụng: Tính $V_{S.ABCD}$ trong trường hợp $\alpha = 60^\circ$.

Bài 7. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thoi cạnh a , $\widehat{ABC} = 120^\circ$. Cho SA vuông góc với đáy và $SC = 2a$. Tính thể tích hình chóp S.ABCD.

Bài 8. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là một hình thang cân ($AB \parallel CD$) với $AC = 20\text{cm}$, $BC = 15\text{cm}$, $AB = 25\text{cm}$. Cho SA vuông góc với đáy và $SA = 18\text{cm}$. Tính thể tích của khối chóp.

Bài 9. Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với đáy. Mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a . Cho $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính $V_{S.ABC}$.

Bài 10. Cho khối chóp S.ABC có đường cao SA bằng a , đáy là tam giác vuông cân có $AB = BC = a$. Gọi B' là trung điểm của SB, C' là chân đường cao hạ từ A của tam giác S.ABC.

- Tính thể tích khối chóp S.ABC.
- Chứng minh SC vuông góc với $(AB'C')$.
- Tính thể tích khối chóp $S.AB'C'$.

Bài 11. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi M là trung điểm SC. Mặt phẳng (ADM) cắt SB tại N. Tính tỷ số thể tích của hai khối chóp S.ADMN và S.ABCD.

Bài 12. Cho điểm M trên cạnh SA, điểm N trên cạnh SB của khối chóp tam giác S.ABC sao cho $\frac{SM}{MA} = \frac{1}{2}$, $\frac{SN}{NB} = 2$. Mặt phẳng (P) qua MN và song song với SC chia khối chóp thành hai phần. Tìm tỷ số thể tích của hai phần đó.

Bài 13. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC. Mặt phẳng (ADG) cắt SB tại N và cắt SC tại M. Tính tỷ số thể tích của hai khối chóp S.ADMN và S.ABCD.

Bài 14. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. M là trung điểm của cạnh SC. Mặt phẳng (P) qua AM và song song với BD cắt SB tại B' và cắt SD tại D' . Tính tỷ số của hai khối chóp $S.AB'MD'$ và S.ABCD.

Bài 15. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. I là trung điểm của SO. Mặt phẳng (Q) qua AI và song song với BD cắt SB tại B' , cắt SC tại C' và cắt SD tại D' . Tính tỷ số của hai khối chóp $S.AB'C'D'$ và S.ABCD.

Bài 16. Cho tam giác ABC vuông cân ở A và $AB = a$. Trên đường thẳng qua C và vuông góc với mp(ABC) lấy điểm D sao cho $CD = a$. Mặt phẳng qua C vuông góc với BD cắt BD tại F và cắt AD tại E. Tính thể tích khối tứ diện CDEF theo a .

Bài 17. Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . SA bằng h và vuông góc với đáy. Gọi H và I lần lượt là trực tâm của các tam giác ABC và SBC.

- Chứng minh IH vuông góc với mp(SBC).
- Tính thể tích tứ diện IHBC theo a và h .

Bài 18. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD, đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Gọi M là trung điểm của SC. Mặt phẳng đi qua M và song song với BD cắt SB tại E và cắt SD tại F. Tính thể tích khối chóp S.AEMF.

Bài 19. Cho hình chóp tam giác O.ABC có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$.

a. Tính $V_{O.ABC}$ và đường cao OH theo a, b và c.

b. Tính diện tích tam giác ABC.

Bài 20. Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với đáy. ABC là tam giác vuông tại B, $AB = a\sqrt{3}$, $AC = 2a$. Góc giữa hai mp (SBC) và (ABC) bằng 60° . Gọi M là trung điểm của AC. Tính $V_{S.BCM}$ và khoảng cách từ M đến (SBC).

Bài 21. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{2}$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB và SC. Tính SC và $V_{S.AHK}$ theo a.

Bài 22. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy và $AB = a$, $AD = b$, $SA = c$. Lấy B' , D' theo thứ tự thuộc SB, SD sao cho $AB' \perp SB$ và $AD' \perp SD$. Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C' .

a. Chứng minh $AC' \perp SC$.

b. Tính thể tích các khối chóp S.ABCD và $S.AB'C'D'$.

Bài 23. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật tâm O, $AB = 6a$, $BC = 8a$. Các cạnh bên bằng nhau và bằng $13a$.

a. Chứng minh $SO \perp (ABCD)$.

b. Tính $V_{S.ABCD}$ theo a.

c. Gọi K là trọng tâm của tam giác SAC. Một mặt phẳng (α) qua BK và song song với AC cắt SA, SC và SD lần lượt tại M, P và N. Tính $V_{S.BMNP}$ theo a.

Bài 24. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC có cạnh AB bằng a. Các cạnh bên SA, SB, SC tạo với đáy một góc 60° . Gọi D là giao điểm của SA với mp qua BC và vuông góc với SA.

a. Tính tỷ số thể tích của hai khối chóp S.DBC và S.ABC.

b. Tính thể tích của khối chóp S.DBC.

Bài 25. Cho hình chóp tam giác S.ABC có $AB = 5a$, $BC = 6a$, $CA = 7a$. Các mặt bên (SAB), (SBC) và (SCA) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp đó.

Bài 26. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang cân ($AB \parallel CD$), $AB = 4a$, $DC = 8a$ và $\widehat{ADC} = 60^\circ$. Cho $SD \perp (ABCD)$.

a. Tính $V_{S.ABCD}$.

b. Mặt phẳng (α) qua AB và trung điểm M của SC cắt SD tại N. Tính $V_{S.ABMN}$.

Bài 27. Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với đáy và $SC = 2a$.

a. Tính $V_{S.ABCD}$.

b. Lấy M tùy ý trên cạnh BC. Tính $V_{S.AMD}$ theo a.

c. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc SC tại C' cắt SB tại B' và cắt SD tại D' . Tính $V_{S.AB'C'D'}$ theo a.

d. Kẻ SH vuông góc với DM tại H. Tìm vị trí của M trên BC sao cho $V_{S.ADH}$ là lớn nhất.

Bài 28. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là một tam giác vuông cân tại B, $AB = a\sqrt{2}$. Cho $(SAC) \perp (ABC)$, trong đó SAC là tam giác cân tại S và $\widehat{ASC} = 120^\circ$.

a. Gọi H là trung điểm của AC. Chứng minh $SH \perp (ABC)$.

b. Tính $V_{S.ABC}$.

Bài 29. Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác cân tại A, SA vuông góc với đáy. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC. Cho $SA = a$, $AB = 2a$, $BC = 3a$.

a. Chứng minh $AG \perp BC$.

b. Tính thể tích của khối chóp G.ABC.

Bài 30. Cho hình vuông ABCD cạnh a. Trên đường thẳng d vuông góc với mp(ABCD) tại O lấy điểm S sao cho $SO = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với SC cắt SB, SC và SD lần lượt tại B' , C' , D' .

a. Tính AC' . Chứng minh $SC' = CC'$, $B'D' \perp AC'$.

b. Tính thể tích khối chóp $S.AB'C'D'$.

II. THỂ TÍCH KHỐI LĂNG TRỤ.

Bài 31. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C. Cho $AB = 2a$, $AC = a\sqrt{3}$ và góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 45° . Tính thể tích khối lăng trụ biết hình chiếu của A' xuống mp(ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC.

Bài 32. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a.

a. Tính thể tích khối tứ diện $A'BB'C'$.

b. Mặt phẳng đi qua $A'B'$ và trọng tâm G của tam giác ABC cắt AC và BC lần lượt tại E và F. Tính thể tích khối chóp $C.A'B'FE$.

Bài 33. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A, $AC = b$, $\widehat{ACB} = 60^\circ$. Đường thẳng BC' tạo với $(AA'C'C)$ một góc 30° .

a. Tính độ dài đoạn thẳng AC' .

b. Tính thể tích khối lăng trụ.

Bài 34. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, điểm A' cách đều ba điểm A, B, C. Cạnh bên AA' tạo với đáy một góc 60° .

a. Tính thể tích khối lăng trụ.

b. Chứng minh mặt bên $BCC'B'$ là hình chữ nhật.

c. Tính diện tích xung quanh của khối lăng trụ.

Bài 35. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy bằng S và $AA' = h$. Mặt phẳng (P) cắt các cạnh AA' , BB' , CC' lần lượt tại A_1 , B_1 , C_1 . Biết $AA_1 = a$, $BB_1 = b$, $CC_1 = c$.

a. Tính thể tích hai phần của khối lăng trụ được phân chia bởi mp(P).

b. Với điều kiện nào của a, b, c để thể tích hai phần đó bằng nhau.

Bài 36. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ và M là trung điểm của AB. Mặt phẳng $(B'C'M)$ chia khối lăng trụ thành hai phần. Tính tỉ số thể tích của hai phần đó.

Bài 37. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BB' và DD' . Mặt phẳng (CEF) chia khối hộp trên thành hai khối tứ diện. Tính tỉ số của hai khối tứ diện đó.

Bai. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của AA' . Chứng minh rằng mặt phẳng đi qua M, B', C chia khối lăng trụ thành hai phần có thể tích bằng nhau.

Bài 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của $A'B'$, N là trung điểm của BC .

- Tính thể tích khối tứ diện $ADMN$.
- Mặt phẳng (DMN) chia khối lập phương đã cho thành hai khối đa diện. Gọi (H) là khối đa diện chứa đỉnh A , (H') là khối đa diện còn lại. Tính tỉ số $\frac{V(H)}{V(H')}$.

Bài 39. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 4a$, $BC = 2a$, $AA' = 6a$. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của AB , BC và DD' .

- Tính thể tích khối chóp $P.AMNCD$.
- Mặt phẳng (MNP) cắt AA' , CC' lần lượt tại E và F . Xác định E , F và tính độ dài các đoạn thẳng AE và CF .
- Mặt phẳng (MNP) chia hình hộp chữ nhật thành hai phần. Gọi (H_1) là phần chứa đỉnh D và (H_2) là phần còn lại. Tính tỉ số $\frac{V(H_1)}{V(H_2)}$.

C. BÀI TẬP NÂNG CAO.

Bài 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và M thuộc SA sao cho $\frac{SM}{SA} = k$. Xác định k để mp (MBC) chia khối chóp thành hai phần có thể tích bằng nhau.

Bài 41. Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân đỉnh C , SA vuông góc với đáy và $SC = a$. Hãy xác định góc α giữa hai mặt phẳng (SCB) và (ABC) để thể tích khối chóp lớn nhất.

Bài 42. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ mà khoảng cách từ A đến mp (SBC) bằng $2a$. Gọi α là góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy. Xác định α để khối chóp có thể tích nhỏ nhất.

Bài 43. Khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy. Đáy ABC là tam giác cân tại A , độ dài trung tuyến AD bằng a . Cạnh bên SB tạo với đáy một góc α và tạo với mp (SAD) một góc β .

a. Hãy xác định α và β .

b. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a , α và β .

Bài 44. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng h . Tính thể tích khối chóp $A.BC'A'$.

Bài 45. Cho đường tròn đường kính $AB = 2R$ nằm trong mp (P) và một điểm M nằm trên đường tròn đó sao cho $\widehat{MAB} = \alpha$. Trên đường thẳng vuông góc với (P) sao cho $SA = h$. Gọi H , K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SM và SB .

a. Chứng minh $SB \perp (KHA)$.

b. Xác định giao điểm I của HK và (P) . Chứng minh AI là tiếp tuyến của đường tròn đã cho.

c. Cho $h = 2R$, $\alpha = 30^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.KHA$.

Bài 46. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là chân đường cao hạ từ A .

a. Cho $AB \perp AC$. Chứng minh rằng nếu H trùng với trực tâm của tam giác BCD thì $AC \perp AD$ và $AD \perp AB$.

b. Giả sử $BC = CD = DB$, $AB = AC = AD$. Gọi J là hình chiếu của H xuống AD . Đặt $AH = h$, $HJ = d$. Tính thể tích khối tứ diện theo d và h .

Bài 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy và đáy là hình vuông cạnh a . Trên AD lấy điểm M và đặt $AM = x$, với $0 \leq x \leq a$. Cho $SA = y$ với $y > 0$.

a. Chứng minh (SBA) vuông góc với (SBC).

b. Tính khoảng cách từ M đến $mp(SAC)$.

c. Tính thể tích các khối chóp $S.ABCD$ và $S.ABCM$ theo a , x và y .

d. Với giả thiết $x^2 + y^2 = a^2$. Xác định x , y theo a để thể tích khối chóp $S.ABCM$ đạt giá trị lớn nhất. Tính giá trị lớn nhất đó.

Bài 48. Cho tứ diện $OABC$ vuông tại O . Gọi S , S_1 , S_2 và S_3 lần lượt là diện tích của các tam giác ABC , OBC , OCA và OAB .

a. Chứng minh $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = S^2$.

b. Chứng minh $\sqrt{3}S_1 \geq S_1 + S_2 + S_3$.

c. Biết $OA = a$, $OB + OC = k$. Đặt $OB = x$. Tính V_{OABC} theo a , k và x . Tìm điều kiện của OB và OC để V_{OABC} đạt giá trị lớn nhất.

D. CÁC BÀI TOÁN THI.

Bài 49. (TNTHPT - 2009) Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết góc, tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .

Bài 50. (TNBT - 2009) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$ và $AC = a\sqrt{3}$; cạnh bên vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .

Bài 51. (ĐH – Khối A - 2009) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = 2a$, $CD = a$; góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi I là trung điểm của cạnh AD . Biết hai mặt phẳng (SBI) và (SCI) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a .

Bài 52. (ĐH – Khối B - 2009) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$. Góc giữa đường thẳng BB' và $mp(ABC)$ bằng 60° . Tam giác ABC vuông tại C và $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Hình chiếu vuông góc của B' lên $mp(ABC)$ trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Tính thể tích khối tứ diện $A'.ABC$.

Bài 53. (ĐH – Khối D - 2009) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $AA' = 2a$, $A'C = 3a$. Gọi M là trung điểm của $A'C'$, I là giao điểm của AM và $A'C$. Tính thể tích khối tứ diện $IABC$ theo a và khoảng cách từ A đến $mp(IBC)$.

Bài 54. (CĐ – Khối A, B, D - 2009) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ $AB = a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi M , N , P lần lượt là trung điểm của SA , SB và CD . Chứng minh rằng MN vuông góc với SP . Tính thể tích khối tứ diện $AMNB$ theo a .

Bài 55. (ĐH – Khối A - 2008) Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 3a$ và hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của cạnh BC . Tính theo a thể tích khối chóp $A'.ABC$ và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AA' , $B'C'$.

Bài 56. (ĐH – Khối B – 2008) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $2a$, $SA = a$, $SB = 3a$ và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC. Tính theo a thể tích của khối chóp S.BMDN và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng SM, DN.

Bài 57. (ĐH – Khối D – 2008) Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông, $AB = BC = a$, cạnh bên $AA' = 2a$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính theo a thể tích của khối lăng trụ ABC.A'B'C' và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM, B'C.

Bài 58. (CĐ – Khối A, B, D – 2008) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang, $\widehat{BAD} = \widehat{ABC} = 90^\circ$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD. Chứng minh rằng BCMN là hình chữ nhật và tính thể tích của khối chóp S.BCNM theo a .

Bài 59. (ĐH – Khối A – 2007) Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, BC, CD. Chứng minh AM vuông góc với BP và tính thể tích của khối tứ diện CMNP.

Bài 60. (ĐH – Khối B – 2007) Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a . Gọi E là điểm đối xứng của D qua trung điểm của SA, M là trung điểm của AE, N là trung điểm của BC. Chứng minh MN vuông góc với BD và tính (theo a) khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC.

Bài 61. (ĐH – Khối D – 2007) Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thang, $BA = BC = a$, $\widehat{BAD} = \widehat{ABC} = 90^\circ$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB. Chứng minh tam giác SCD vuông và tính (theo a) khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SCD).

Bài 62. (ĐH – Khối B – 2006) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB = a$, $AD = 2a$, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và SC; I là giao điểm của BM và AC. Chứng minh rằng mặt phẳng (SAC) vuông góc với mặt phẳng (SMB). Tính thể tích của khối tứ diện ANIB.

Bài 63. (ĐH – Khối D – 2006) Cho hình chóp tam giác S.ABC có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA = 2a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi M và N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên các đường thẳng SB và SC. Tính thể tích của khối chóp A.BCNM.

