

Benedetto Irene

Anno Accademico 2018-2019

POLITECNICO DI TORINO

**Gestione dei turni ospedalieri nella Programmazione
Lineare: organizzazione dell'orario infrasettimanale del
reparto di cardiologia dell'Ospedale San Giovanni Molinette
di Torino.**



Sommario

La tesi proposta considera il problema della gestione dei turni del personale medico nel reparto di cardiologia dell'ospedale Molinette di Torino.

Di norma la turnazione viene gestita dal personale medico tramite l'utilizzo del software Excel e risulta lunga e dispendiosa in quanto devono essere rispettati sia vincoli di tipo contrattuale (ad esempio è imposto un numero massimo di ore consecutive di lavoro, il divieto di far seguire al turno diurno il turno mattino ecc.), sia vincoli di tipo operativo (ad esempio un numero minimo di persone per turno, con distinta indicazione per i giorni feriali e per i giorni festivi, un certo numero di ferie ecc.).

Il fine di questo progetto è quello di creare un'efficace alternativa alla realizzazione "a mano" dei turni sviluppando un modello di programmazione lineare che possa essere elaborato e risolto da un solutore commerciale.

Il codice del modello è stato scritto dalla sottoscritta e dal collega Giovanni Cioffi e questo elaborato si limiterà ad esporre il tema degli infrasettimanali. Tutto ciò che concerne i weekend è stato approfondito dal collega nella sua tesi "Turnazione del personale medico nel reparto ospedaliero: la gestione dei turni di guardia e di reperibilità nel reparto di Cardiologia dell'Ospedale Molinette di Torino".

La tesi risulta essere strutturata in 3 capitoli:

Nel primo viene inquadrato il problema, dopo una breve descrizione all'interno del contesto di ricerca operativa e timetabling; seguendo, nel secondo capitolo verrà analizzato il modello utilizzato per risolvere il problema della turnazione e i relativi vincoli.

Il capitolo conclusivo si concentrerà sull'analisi delle soluzioni, effettuando una comparazione tra quelle ottenute con il solutore e quelle ottenuta dalla dottoressa.

Indice

<u>PHYSICIAN SCHEDULING</u>	<u>1</u>
<u>CARATTERISTICHE PRINCIPALI</u>	<u>1</u>
<u>OBIETTIVI E VINCOLI</u>	<u>4</u>
<u>STAFFING, ROSTERING E RE-PLANNING E METODOLOGIE.</u>	<u>7</u>
<u>LE APPLICAZIONI NELLA REALTÀ</u>	<u>10</u>
<u>TIMETABLING E OTTIMIZZAZIONE COMBINATORIA</u>	<u>11</u>
<u>IL METODO DEL BRANCH AND BOUND</u>	<u>13</u>
<u>CALCOLO DEL LOWER BOUND</u>	<u>18</u>
<u>LA GESTIONE DELL'ORARIO ALL'OSPEDALE MOLINETTE DI TORINO</u>	<u>21</u>
<u>VINCOLI CONTRATTUALI</u>	<u>23</u>
<u>VINCOLI OPERATIVI</u>	<u>27</u>
<u>COSTRUZIONE DEL MODELLO</u>	<u>29</u>
<u>LA SCELTA DELLE VARIABILI</u>	<u>31</u>
<u>ANALISI DELLE SOLUZIONI OTTENUTE E CONCLUSIONI</u>	<u>43</u>
<u>BIBLIOGRAFIA</u>	<u>46</u>

Physician scheduling

Caratteristiche principali

Il problema proposto è relativo alla schedulazione dei turni dei medici, problema non ancora ampiamente trattato (nell'ambito della Ricerca Operativa) a differenza della turnazione del personale infermieristico (si veda [3]).

Secondo l'articolo "State of the art in physician scheduling" di M. Erhard, J. Schoenfelder, A. Fügner, J. O. Brunner [4] il tema la turnazione del personale medico sta diventando sempre più rilevante per le strutture ospedaliere, laddove i costi della forza lavoro raggiungono in media il 50% dei costi ospedalieri totali.

Nei costi viene considerato il fatto che il personale medico¹ è altamente qualificato, alle volte difficile da sostituire, e nella maggior parte dei casi non esistono contratti collettivi, pertanto il potere contrattuale risulta nelle mani dei medici stessi, ed inoltre la programmazione dei medici richiede il coordinamento temporale di pazienti, medici, personale non medico, stanze e attrezzature [7].

Si evidenzia inoltre una riduzione del personale medico nella maggior parte dei paesi industrializzati, che ha portato ad un non equo bilanciamento tra dottori e domanda. Conseguentemente, si è arrivati ad una diminuzione della qualità del

¹ Con personale medico si includono sia i medici specializzati che gli specializzandi.

servizio sanitario, un aumento dei tempi di attesa per i pazienti, un aumento della durata di ricovero, che a sua volta può generare sia insoddisfazione del personale sia un aumento di assenze dovute a malattie e stress dello staff medico, arrivando quindi ad un aumento dei costi di gestione del personale.

La natura della domanda è altamente oscillatoria e il servizio deve essere garantita 24 ore su 24, 7 giorni su 7. In [6] si osserva che la variabilità della domanda è di due tipi: "naturale", come la variabilità nel tipo di malattia, la sua gravità e il modello di arrivo dei pazienti; e "artificiale", quella introdotto dai sistemi impiegati per fornire cure. La variabilità naturale è associata all'assistenza degli individui, è principalmente casuale ed non controllabile dagli operatori sanitari. La variabilità artificiale, al contrario, è tipicamente non casuale, più imprevedibile e correlata a fattori controllabili nella progettazione e nella gestione dei sistemi sanitari. Dipendendo da molti fattori, l'andamento del numero di pazienti in ingresso in una struttura ospedaliera può essere assunto come deterministico o stocastico.

Sebbene la domanda sia generalmente stocastica, e dimostri una stagionalità di breve e lungo periodo, per semplicità nella realtà si assume come deterministica.

Nel caso in cui venga assunta come stocastica, diversi modelli derivanti dalla Teoria delle Code sono stati costruiti per il calcolo dei tempi di servizio e il numero di pazienti curati: questi modelli sono strutturati per restituire risultati di andamento della gestione, quali ritardi di trattamento o probabilità di blocco del paziente nella struttura, e a volte non considerano come viene distribuito il carico di lavoro.

Vengono utilizzate distribuzioni di Poisson o Esponenziali per rappresentare i tempi di arrivo degli ammalati o le durate delle operazioni chirurgiche. In alcuni articoli vengono considerati come stocastici solamente tutti gli eventi di emergenza, poiché questi casi sono maggiormente influenzati da imprevisti.

Utilizzando poi Simulazioni ad Eventi, è possibile valutare le performance e verificare quali tipologie di turno adottare, in quanto evidenziano le inefficienze

all'interno del processo di trattamento. Essi permettono di fornire maggior robustezza al modello, laddove vi è incertezza causata dai fattori esterni prima menzionati.

Tipicamente il management si occupa della definizione del livello di servizio (ovvero il numero di pazienti che possono essere trattati rapportato all'unità temporale), mentre il censimento dei pazienti e la previsione della tipologia di paziente in arrivo dipende dai dati storici conservati all'interno dell'ospedale. La turnazione medica deve essere strutturata in maniera tale da soddisfare la domanda, eventualmente in maniera flessibile, trovando un "ragionevole bilancio tra overstaffing e understaffing"².

² Termini inglesi con i quali si indicano, nel primo caso l'utilizzo eccessivo di risorse umane, e nel secondo caso, la sottostima del personale necessario.

Obiettivi e vincoli

L'obiettivo di questi problemi può avere natura finanziaria o non finanziaria:

- Nel primo caso, l'obiettivo è espresso in unità monetaria e coinvolge il budget finanziario ospedaliero;
- Al contrario, gli obiettivi non finanziari riguardano l'utilizzo delle risorse e spesso coinvolgono più obiettivi: livellamento delle risorse, equa ripartizione degli orari, dei weekend, e dei turni notturni. Spesso un'analisi multicriteri è necessaria al fine di indicare in funzione obiettivo tutti i risultati che si vogliono raggiungere, ponderati da un peso stabilito dall'analisi.

Per quanto riguarda i vincoli, si hanno vincoli “hard”, non violabili, che esprimono le limitazioni legislative e imposte dalle politiche ospedaliere o le differenze di ruolo tra i medici. I vincoli che riguardano il carico di lavoro possono essere considerati come una sottocategoria e distinguiamo tra essi:

- Limitazione degli slot lavorativi per ciascun medico;
- Limitazione delle ore lavorative per ciascun medico.

Altri vincoli non violabili possono essere:

- Raggiungimento della domanda, al fine di ricoverare tutti i pazienti;
- Uno slot al giorno per ciascun medico, che quindi non potrà essere presente in piani diversi o con ruoli diversi nello stesso momento;
- Uno stesso medico non può occupare più slot consecutivi (turno diurno - turno notturno), ma è necessario garantire almeno un turno di riposo.

Per quanto riguarda i vincoli “soft”, essi dipendono dal caso in esame, e possono essere di varia natura. Ad esempio, si possono avere vincoli come:

- Rispetto di uno specifico numero di turni che ogni medico può fare, al fine di garantire una equa distribuzione del lavoro all'interno della settimana;
- Intervallo di weekend di riposo dopo uno nel quale il medico ha lavorato (ad esempio si può fissare che dopo un weekend lavorativo ve ne spettino almeno due di riposo);
- Livellamento tra le notti svolte tra tutti i medici;
- In base al ruolo e i compiti svolti dal medico, strutturazione dell'orario in maniera tale che coloro che hanno maggior responsabilità abbiano un numero limitato di turni.

Prevalgono quindi le limitazioni che garantiscano i diritti della persona in quanto lavoratore, in termini di rispetto delle ore di riposo e di lavoro.

Il personale stesso presenta diversi fattori di variabilità che in primo luogo dipendono dalla tipologia di medico.

Nel caso di dottori specializzandi, è necessario tenere in conto che tutti gli specializzandi dovranno ricevere il medesimo insegnamento, e sarà quindi fondamentale creare una rotazione che possa apportare una equilibrata distribuzione che garantisca il pieno raggiungimento degli obiettivi educativi. Tutto ciò deve essere eseguito tenendo conto degli anni di specializzazione già maturati per ciascun specializzando, e dell'anzianità dei medici specializzati, i quali di norma sono soliti lavorare per un monte ore che dipende dagli anni di servizio alle spalle.

Diversi tipi di turni sono stati analizzati in letteratura: alcuni, utilizzano 3 turni non sovrapposti di 8 ore, altri propongono 2 soli turni di 10 e 14 ore, altri ancora suggeriscono che, nella gestione delle emergenze, vi siano delle rotazioni apposite, come per le guardie non di emergenza.

Si è dimostrato come una maggior flessibilità nei turni possa apportare maggior benefici in termini di copertura della domanda, equità nella distribuzione dei turni, minor costi di straordinario creando quindi un ambiente lavorativo più rilassato e piacevole.

Staffing, Rostering, Re-planning e metodologie.

I termini Staffing, Rostering, e Re-planning indicano tre differenti tipologie di problemi di turnazione medica.

Con Staffing si indicano i problemi che si occupano di decisioni strategiche, nel medio-lungo periodo. Lo scopo è quello di determinare la dimensione e la composizione nelle varie specializzazioni del personale medico. In tali problemi giocano un ruolo fondamentale gli specializzandi, e debbono considerarsi anche le rotazioni di training, che dipendono dall'esperienza del medico, dal ruolo e da molti altri fattori.

Lo scopo è quello di valutare l'efficacia dei vari modelli ospedalieri e ridurre il numero di pazienti che lasciano l'ospedale senza aver attraversato un periodo più o meno lungo di cura, limitando quindi il tempo di inutilizzo delle risorse.

I dati in input sono solitamente la previsione della domanda, i possibili cambiamenti geografici e demografici.

Il termine Rostering include quei problemi nei quali si definisce la tattica e si gestisce il ciclo della forza lavoro, e la gestione degli slot temporali ai medici, assegnandoli in base a strategie di breve periodo. Il più importante scopo del Rostering è di assegnare con equità la distribuzione del lavoro, evitando overstaffing e understaffing. Secondo l'articolo precedentemente menzionato i due terzi delle pubblicazioni che affrontano problemi di Staffing e l'80% dei problemi di Rostering adottano le classiche tecniche di programmazione matematica, quali la Programmazione Lineare e la Programmazione Intera, argomenti approfonditi in seguito³.

In [9] la pianificazione a livello operativo viene distinta in offline e online: il primo termine indica la pianificazione in anticipo delle operazioni, mentre quella online prevede meccanismi di monitoraggio del processo e della reazione a eventi imprevisti.

³ Andare al capitolo "Timetabling e ottimizzazione combinatoria" a pagina 8

Nella quasi totalità delle pubblicazioni considerate dall'articolo in precedenza menzionato, nei problemi di Rostering non vengono considerate le pause entro l'orario lavorativo che spettano ai medici, e che invece dovrebbero essere tenute in conto in quanto influiscono sulla copertura della domanda.

Infine, i problemi di Re-planning sono relativi a gli aggiustamenti della schedulazione ottenuta in precedenza, come reazione ai cambiamenti esterni, garantendo così stabilità nella copertura dei turni e rispettando le preferenze esposte dal personale.

Per quanto riguarda il calcolo delle soluzioni vi sono diversi approcci: i dati in input e altri fattori possono condizionare pesantemente la grandezza del modello, dimensione che influenza la risolubilità del problema, toccata altresì dall'algoritmo di risoluzione scelto e dal suo costo computazionale.

Da anni la maggior parte della letteratura focalizza la sua attenzione sui metodi risolutivi che forniscono soluzione esatte, anche grazie allo sviluppo delle capacità dei software e al progresso nel mondo dell'informatica.

Questi metodi hanno il vantaggio di restituire una soluzione ottima, e considerano il tempo computazionale non limitato. Sebbene queste procedure abbiano in realtà un tempo computazionale determinato, si riescono ad avere informazioni riguardanti la qualità della soluzione ottenuta e il gap tra essa e l'ottimo.

Tra gli algoritmi maggiormente utilizzati dagli articoli considerati abbiamo il Branch and Bound, il Branch and Cut e il Branch and Price. Poiché nel nostro caso è stato utilizzato il Branch and Bound, nei capitoli seguenti solamente quest'ultimo verrà trattato.

Al contrario, i metodi risolutivi euristici forniscono una soluzione che non sempre è ottima, ma comunque accettabile: questi metodi sono preferiti laddove il problema è ampio e molto dettagliato.

Nel nostro caso verrà adottato il metodo del Branch and Bound, in quanto il problema considerato coinvolge solamente il reparto di cardiologia e non risulta essere particolarmente ampio.

Le applicazioni nella realtà

La dimensione descritta nelle pagine precedenti evidenzia solamente una faccia della medaglia: occorre considerare altresì l'applicabilità all'interno di una struttura ospedaliera e l'impatto e le conseguenze che una schedulazione di questo tipo possa avere sullo staff medico.

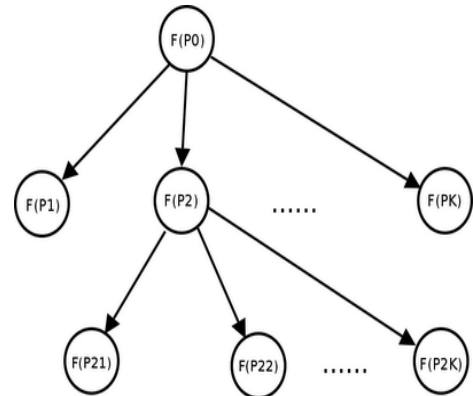
Affianco a tutti i benefici che può apportare la schedulazione medica, si hanno alcune problematiche relative alla reale implementazione all'interno di un ospedale: si deve immaginare che nella maggior parte dei casi (se non nella totalità) chi si occupa della gestione degli orari di lavoro fa parte di uno staff medico o manageriale, con conoscenze ridotte nel campo della Ricerca Operativa, pertanto risulta evidente la necessità di creare un'interfaccia tra utente "medio" e elaboratore, un collegamento tra le due parti semplice e intuitivo. Questo però può causare un incremento delle uscite per l'ospedale, costi per i software, costi per il personale addetto alla manutenzione del programma e all'eventuale aggiornamento, spese relative all'addestramento del personale medico per l'utilizzo dell'interfaccia.

I benefici di una schedulazione medica si rivelano di norma nel medio - lungo periodo, in maniera indiretta e ciò che accade è che le decisioni del management spostino gli investimenti altrove.

Si parla di benefici indiretti perché, oltre ad avere una riduzione dei costi per il personale, si è visto come una schedulazione di questo tipo apporti maggior positività nell'ambiente lavorativo, grazie ad una miglior distribuzione del carico di lavoro e grazie al fatto che le richieste dei dipendenti vengano nella maggior parte dei casi rispettate: un trattamento equo per tutti i medici specializzati e il raggiungimento degli obiettivi educativi per gli specializzandi.

Timetabling e ottimizzazione combinatoria

Il problema in esame rientra tra i problemi di timetabling, nei quali l'obiettivo risulta essere la minimizzazione dei costi, e il miglior utilizzo del personale a disposizione, che però risulta essere limitato da vincoli temporali, dettati da scarsità di risorse umane.



In particolare, questo problema rientra nei problemi di programmazione lineare intera booleana (PLI-0/1), in quanto le variabili principali determinano l'evento che il medico lavori durante il turno prestabilito, in un dato giorno o no, assumendo pertanto gli unici due valori possibili $\{0,1\}$ (per approfondimenti si veda [5,8]).

Un problema di ottimizzazione combinatoria può essere definito da:

- Un set X di punti definiti;
- Un insieme $\Omega \in X$ che indica lo spazio delle soluzioni ammissibili del problema;
- Una funzione obiettivo F che assegna un valore reale ad ogni $s \in X$

$$F : X \rightarrow \mathbb{R}$$

Nel caso di minimizzazione, si vuole determinare una soluzione ammissibile s^* tale per cui $F(s^*) < F(s) \forall s \in \Omega$, viceversa se è un problema di massimo allora è necessario determinare la soluzione s^* tale che $F(s^*) > F(s) \forall s \in \Omega$,

In entrambi i casi il punto s^* viene definito ottimo globale del problema.

Nel nostro caso, l'insieme X rappresenta un insieme di soluzioni ammissibile discreto, costituito da un numero finito di elementi. Pertanto, è possibile adottare

il metodo del Branch & Bound che permette di calcolare in maniera efficiente la soluzione del problema proposto.

Il metodo del Branch and Bound

Metodo di enumerazione implicita introdotto agli inizi degli anni '60, appartenente alla classe degli algoritmi “esatti”.

È caratterizzato da uno schema ad albero: l'algoritmo esegue un processo di decomposizione delle soluzioni ammissibili di partenza in sottoproblemi più ristretti, tramite un processo di branch.

Con una procedura di valutazione delle soluzioni viene generato l'albero delle decisioni: per ognuno dei sottoinsiemi viene calcolato un lower bound del valore ottimo della funzione obiettivo. Vengono poi esclusi quei sottoinsiemi per cui il loro valore limite non sia migliore del valore della funzione obiettivo di qualche altra soluzione. L'algoritmo si arresta nel momento in cui la migliore soluzione ha un valore non peggiore del bound calcolato per ogni sottoinsieme ancora aperto in quel momento.

Si consideri un problema PLI_0 di minimo

$$\begin{array}{ll} \min_{x \in S} & c^T x \\ & Ax = b \\ & x \geq 0, \text{ intero} \end{array}$$

e si effettui un rilassamento del problema, ad esempio di tipo continuo: si arriverà dunque al problema PL_0 , al quale mancherà il vincolo per il quale si impone che le variabili siano intere.

Si osservi che il valore della funzione obiettivo ottima di PL_0 sarà minore o uguale a quella del problema con variabili intere.

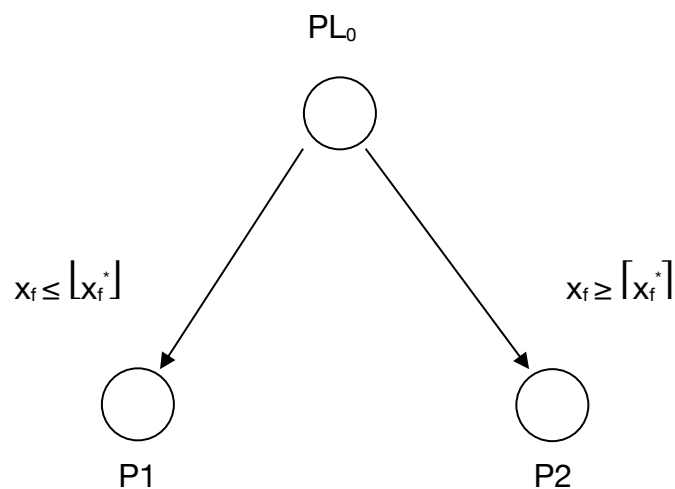
Utilizzando metodi quali il metodo del simplesso è possibile calcolare rapidamente la soluzione per PL_0

- Se la soluzione ottenuta x^* è intera, allora essa corrisponderà anche alla soluzione di PLI_0 ;

- Se invece x^* è frazionaria allora si generano due sotto problemi, che verranno chiamati problemi figli di PL_0 nei quali $\lfloor x_f^* \rfloor$ e $\lceil x_f^* \rceil$ sono l'arrotondamento per difetto e per eccesso della soluzione non intera precedentemente ottenuta x^* .

	$\min c^T x$		$\min c^T x$
P1	$Ax=b$	P2	$Ax=b$
	$x \geq 0$ intero		$x \geq 0$ intero
	$x_f \leq \lfloor x_f^* \rfloor$		$x_f \geq \lceil x_f^* \rceil$

A questo punto si effettua nuovamente il rilassamento continuo e si procede con il calcolo delle soluzioni a cui seguirà eventualmente l'operazione di branch qualora si ottengano soluzioni frazionarie.



Iterando questo procedimento, si ottengono problemi figli sempre più vincolati rispetto ai problemi dai quali vengono generati e via via più semplici da risolvere. I vincoli di un generico nodo t saranno pertanto vincoli del problema iniziale PL_0 ed i vincoli che derivano dalle operazioni di branch che si incontrano lungo l'albero di ricerca, dal nodo radice al nodo t .

Le iterazioni si concludono nel momento in cui non esistono più nodi su cui fare branch; l'enumerazione di tutte le soluzioni non lo renderebbe un algoritmo efficiente (se in un PLI si hanno n variabile/i, si ottengono allora 2^n possibilità). Si applicano perciò i tre criteri di fathoming (potatura) grazie ai quali si stabilisce se il nodo corrente debba chiudersi per limitare il numero di iterazioni. I tre criteri sono i seguenti:

- Inammissibilità della soluzione: il nodo t può essere chiuso in quanto i vincoli di branch non sono compatibili con quelli iniziali $Ax = b$ con $x \geq 0$;
- Soluzione intera: dato il problema intero PLI_t del nodo t e il suo rilassamento continuo PL_t , si supponga che x^* sia soluzione ottima del problema continuo, e sia intera, allora essa sarà ottima anche per PLI ed inoltre ammissibile, pertanto il nodo può essere chiuso;
- Assenza di soluzione migliorante: dato al nodo t , il problema rilassato con una soluzione ottima x^* che risulta frazionaria e avente costo LB_t . Tale valore, detto Lower Bound risulta essere una stima ottimistica della miglior soluzione intera che potrà essere trovata al di sotto del nodo t . Ogni nodo figlio avrà un LB maggiore o uguale a quello del padre, per cui se LB_t risulta essere maggiore o uguale al limite superiore della soluzione ottima (Upper Bound, ovvero stima pessimistica della soluzione ottima) allora il nodo m non porterà ad alcun miglioramento della soluzione e come tale può essere chiuso.

Vi sono inoltre alcune regole per decidere come esplorare l'albero di ricerca:

- *Regola Depth First*: effettua un'analisi in profondità, se il nodo considerato non è chiuso allora quello che si considererà successivamente sarà il primo dei suoi figli, mentre se viene chiuso allora si ripercorre indietro il cammino che porta dal nodo alla radice, fino a quando non si trova un nodo figlio non ancora esplorato.

- *Regola Best First*: che procede con una espansione di tipo qualitativo, viene scelto come nodo da analizzare quello che presenta il minimo lower bound. Tale scelta tende di norma a minimizzare il numero di nodi esplorati, ad esempio se consideriamo un nodo t , il quale possiede un $LB_t \geq UB^*$, si verifica che il valore corrente di UB^* rappresenta proprio l'ottimo del problema. Allora per ogni nodo successore i di t , avremo $LB_i \geq LB_t \geq UB^*$ e tutti i nodi aperti potranno essere chiusi.

Da definire inoltre le regole di Branch, che stabiliscono il modo in cui si procede con il branch dato un nodo scelto con le regole sopra descritte. Le regole di branch forniscono una famiglia di sottoinsiemi del problema di partenza, più semplici da risolvere: le regole in questione mirano a effettuare il branch in maniera più o meno efficiente a seconda dell'algoritmo scelto.

Ogni sottoinsieme S' di un sottoinsieme S di X , definito come l'insieme di soluzioni di un PLI è ottenuto mediante l'aggiunta di qualche vincolo ad S , e rappresenta una partizione di S (pertanto l'unione dei sottoinsiemi S'_i sarà pari a S e l'intersezione tra un qualsiasi S'_i e S'_j darà l'insieme vuoto).

Si ha che:

$$\bigcup_i S_i = S \text{ e se possibile } S_i \cap S_j = \emptyset$$

In questo modo non si andranno a perdere soluzioni ammissibili, perché la prima condizione assicura che la soluzione ottima si trovi in almeno uno dei nodi, ed inoltre se ne evitano duplicazioni in diverse posizioni dell'albero delle soluzioni.

Si osservi che la soluzione ottima per il sottoinsieme S è presente in uno dei sottoinsiemi S'_i .

Le due regole di branch fondamentali sono:

- La regola Binaria: a ogni padre vengono generati due figli che oltre ad avere i vicoli del padre, dovranno rispettare le seguenti limitazioni

$$x_i \leq \lfloor p \rfloor \text{ e } x_f \geq \lceil p \rceil$$

- Non Binaria: sotto ogni nodo padre possono essere generati più di due nodi figli, quindi se ad esempio una variabile t_j può assumere k valori distinti $\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ allora mediante l'operazione di branch è possibile generare k figli.

Calcolo del lower bound

L'approccio classico che viene di norma seguito per il calcolo del lower bound è il *rilassamento del problema per eliminazione dei vincoli*; per ogni problema P_i è necessario calcolare una stima ottimistica della migliore soluzione, che rappresenta il limite del miglior valore ottenibile sviluppando il sottoalbero del nodo considerato.

Per stabilire la corretta metodologia per il problema in questione occorre valutare due fattori importanti: l'efficienza computazionale che quindi determina la facilità di calcolo e la qualità del bound che si ottiene.

Dal momento che è necessario calcolare il bound per ogni nodo aperto nel caso peggiore si avrà una crescita computazionale di tipo esponenziale, crescita che dipende dal numero di variabili nel problema. Per questo motivo è necessario utilizzare un algoritmo che in termini di calcolo sia veloce.

In un problema di minimo si ha che la migliore stima è rappresentata dal valore al di sotto del quale la soluzione ottima non può scendere, pertanto si tratta di un limite inferiore (Lower Bound - LB), al contrario in un problema di massimo occorre considerare l'Upper Bound, che rappresenta quindi la stima del massimo valore che la funzione obiettivo può assumere.

Il solver Xpress

FICO Xpress optimizer è un solutore commerciale che è stato utilizzato per la generazione del risultato.

Sviluppato dalla Dash Optimization [1, 2], poi successivamente acquistato da FICO nel 2008, è dotato di strumenti di ottimizzazione e modellazione, di moduli che permettono di accedere alle molteplici tecniche di risoluzione delle categorie dei modelli (linear programming, mixed integer programming, ...) e di funzioni per la gestione dei dati sia in input, che in output.

L' ambiente di sviluppo offerto da Xpress utilizza il linguaggio di programmazione Mosel (estensione del file .mos) per risolvere problemi complessi con un numero rilevante di variabili decisionali, dove tutti i dati in input sono in formato DAT.

La struttura di un file mosel è la seguente.

```
model model_name

  Compiler directives

  Body

end-model
```

Nella sezione “compiler directives” vengono inserite le opzioni riguardanti la compilazione: ad esempio se tutti i parametri devono essere esplicitamente dichiarati.

Nel corpo è possibile dichiarare le variabili del modello e procedere con l'inizializzazione, eventualmente anche da un file esterno.

I vincoli, anch'essi presenti nel body, vengono espressi tramite i cicli Forall e al termine viene inserita la funzione obiettivo. Altri cicli utilizzabili sono ad esempio, i Repeat-until, While, Do-while.

```
forall(f in F, t in T)
  x(f,t) <= N
end-do

minimize(y)
```

La gestione dell'orario dell'ospedale Molinette di Torino

Come anticipato nel sommario, la gestione dell'orario del reparto di cardiologia dell'Ospedale San Giovanni Molinette di Torino viene svolto manualmente e risulta un lavoro dispendioso e oneroso in termini di tempo.

Nel reparto di cardiologia lavorano 36 medici, che in base alle specializzazioni, devono garantire l'erogazione del servizio 7 giorni su 7, coprendo quindi ogni giorno un turno di guardia sia nel turno diurno che in quello notturno, e uno di reperibilità.

La criticità di questo caso sta nel fatto che vi sono sia vincoli di natura contrattuale, non violabili in nessun modo (che riguardano ad esempio il numero di ore consecutive in cui i medici devono prestare servizio, le ore di riposo minime che impone la legge tra un turno e quello successivo, i diversi ruoli all'interno dell'ospedale) e sia vincoli operativi, riguardanti la distribuzione dei turni, talvolta violabili.

Il lavoro svolto pertanto punta a ridurre il numero di vincoli operativi violati, in maniera tale da strutturare un orario più omogeneo e che rispetti le esigenze della maggior parte dei medici.

I turni considerati in questa tesi sono:

- Turno diurno;
- Turno notturno;
- Reperibilità: che coinvolge l'intera giornata (24 ore);
- Riposo;
- Ferie su richiesta.

Tali turni sono divisi in due piani specifici, il piano terra e il terzo piano.

La differenza tra un turno regolare, di guardia, che ha durata di 12 ore, ed una reperibilità è che se il primo è svolto in uno dei due piani considerati, quindi richiede la presenza fisica del medico in reparto, la seconda riguarda la disponibilità di un medico a essere chiamato a presenziare in ospedale in qualsiasi orario: il medico dovrà essere contattabile durante tutto il giorno considerato ma non è detto che venga richiesta la sua presenza all'interno della struttura.

Il personale può richiedere di lavorare in un particolare turno di un preciso giorno della settimana rispetto ad un determinato mese e tale richiesta deve essere accettata.

Si estende inoltre la possibilità di richiesta di ferie, che deve essere soddisfatta a meno di alcuni casi particolari. Si approfondisce la questione nella sezione "Vincoli contrattuali".

Vincoli contrattuali

I vincoli contrattuali riguardano le disposizioni imposte dal contratto di lavoro di ciascun medico ed eventuali vincoli aggiunti nel rispetto delle norme di legge.

Ogni giorno deve essere garantita l'erogazione del servizio, pertanto è necessario che ogni turno (sia di guardia che reperibilità) sia coperto da almeno un medico, per entrambi i piani considerati.

	Turno diurno		Turno notturno		Reperibilità		
	Piano terra	Terzo piano	Piano terra	Terzo piano	CTO	ECO	EMO
Lunedì	A	B	C	D	CTO	ECO	EMO

Schema di un qualsiasi giorno infrasettimanale

Nella tabella qui proposta le lettere A, B, C, D e le abbreviazioni ECO, EMO e CTO indicano le persone che ricoprono il ruolo considerato indicato nell'intestazione della tabella.

Ogni giorno infrasettimanale richiede l'utilizzo di 7 medici differenti, 4 dei quali impiegati nelle guardie giornaliere e notturne nei due diversi piani e 3 nelle reperibilità, che si suddivide in tre specializzazioni: emodinamica, che d'ora in avanti sarà indicata con EMO, ecografia rappresentato dall'abbreviazione ECO e centro traumatologico ortopedico, indicato con l'acronimo CTO.

In relazione alla necessità di 24 ore di riposo dopo un turno di guardia sono proibite le seguenti sequenze di turni:

- Turno notturno seguito da un turno diurno del giorno;
- Turno diurno seguito da un turno notturno riferito allo stesso giorno;

- Due turni diurni consecutivi;
- Due turni notturni consecutivi.

Una particolare sequenza deve essere rispettata per i weekend e le festività (nel quadrimestre considerato i festivi tenuti in considerazione sono il ponte di Ferragosto e quello di San Giovanni). Nello schema sotto indicato le lettere A, B, C, D, E, CTO, EMO ed ECO indicano i medici che si occupano dei turni in considerazione.

	Turno diurno		Turno notturno		Reperibilità		
	Piano terra	Terzo piano	Piano terra	Terzo piano	CTO	ECO	EMO
Venerdì	E	ECO ⁴	A	B	CTO	ECO	EMO
Sabato	C	D	E	ECO	CTO	ECO	EMO
Domenica	A	B	C	D	CTO	ECO	EMO

Schema della scacchiera dei weekend

Ogni medico non può ricoprire turni diversi all'interno della stessa giornata: gli unici casi eccezionali sono, come si deduce dalla figura precedente, il turno di ECO, che viene ricoperto dalla medesima persona che riveste il turno diurno del venerdì del primo piano e il turno notturno del sabato al terzo piano; i turni di reperibilità CTO e ECO dal lunedì al giovedì devono essere svolti dalla stessa persona, ad esclusione degli infrasettimanali che ricadono all'interno dei ponti, per i quali si segue la scacchiera predefinita.

⁴ Il turno ricoperto il venerdì di giorno al terzo piano non viene conteggiato come weekend ma come infrasettimanale, pertanto sarà di nostro interesse e comparirà in tutte le sommatorie che coinvolgono gli infrasettimanali.

Sempre nei vincoli contrattuali rientrano i ruoli che ciascun medico può ricoprire, a seconda della specializzazione: vi saranno quindi Ecografi, Emodinamisti e CTO che possono o non possono fare guardie, a seconda dei casi.

Un altro vincolo di tipo contrattuale nasce dall'anzianità del medico: a seconda dell'esperienza lavorativa e degli anni maturati all'interno dell'ospedale ogni medico ha un diverso numero di infrasettimanali (sia guardie che reperibilità) che deve svolgere durante i quattro mesi. Vi sono quindi:

- Alcuni medici che non fanno alcun turno infrasettimanale (né di guardia né di reperibilità, in nessun piano), perché impegnati in attività didattiche o altro;
- Alcuni medici non possono svolgere alcun turno notturno;
- Altri medici possono fare 4-5 infrasettimanali;
- Altri medici sono impegnati in 6-7 infrasettimanali;
- Altri medici che sono tenuti a svolgere almeno 10-11 turni;
- Infine, altri medici sono impegnati fino a 12-13 infrasettimanali in quanto più giovani.

Tale suddivisione è stata fornita dal personale dell'ospedale.

Per quanto concerne le ferie, ogni medico ha a disposizione 32 giorni di ferie e 38 ore di congressi, più eventuali "ferie radio" di 11 giorni, destinate solo ad alcuni medici (Emodinamisti e altri dottori con turni di guardia).

Le richieste delle ferie devono essere soddisfatte a meno di particolari incongruenze: devono essere rispettati comunque i vincoli riguardanti le 24 ore di riposo e devono essere sempre garantiti tutti i turni di guardia e di reperibilità ogni giorno della settimana; una tutela per coloro che vanno in ferie è determinata dal fatto che non è possibile svolgere un turno notturno prima di un giorno di ferie.

Vi è una suddivisione dei medici in quattro gruppi, per i quali non è possibile la presenza contemporanea di due o più medici all'interno del medesimo gruppo nel turno notturno per uno specifico giorno all'interno del mese: questo riguarda gli Emodinamisti, gli EF e chi fa Reparto.

Parlando di Emodinamisti, essi sono soggetti ad una limitazione particolare per cui non possono fare i turni di guardia notturna al primo piano, per qualsiasi giorno della settimana.

Tutti questi vincoli appena menzionati non potranno essere violati in alcun modo.

Vincoli operativi

I vincoli operativi riguardano perlopiù la distribuzione dei turni tra i medici. L'obiettivo è quello di rendere il più omogeneo possibile l'orario.

Tale bilanciamento è ottenibile in primis allineando il numero di weekend che ciascun medico è tenuto a fare: tale media oscilla tra 4-5 fine settimana e festivi per ogni medico per il periodo considerato⁵.

Inoltre, ogni dottore è tenuto a svolgere al massimo un infrasettimanale a settimana, mentre per i weekend, se possibile un medico non dovrebbe presenziare nei due weekend successivi a quello in cui ha lavorato: questo vincolo però viene rilassato nel momento in cui, nelle settimane attorno a Ferragosto, il numero di medici disponibili si riduce notevolmente, soprattutto per reperibilità come Emodinamisti e CTO, ruoli che sono ricoperti normalmente da un numero limitato di medici; pertanto, in queste situazioni viene garantito almeno il fatto che un medico non possa svolgere due weekend consecutivi.

Viene richiesto inoltre un bilanciamento rispetto al numero di turni notturni e diurni di guardia totali che ogni medico è tenuto a svolgere: tale richiesta ovviamente non viene soddisfatta per coloro i quali fanno parte di colore che non possono essere presenti nel turno notturno per vincoli contrattuali.

Un altro tassello importante sono gli avanzzi: sono stati introdotti da input il numero di weekend e di infrasettimanali, divisi nei turni notturni e diurni, che alcuni medici disponevano in difetto rispetto al periodo precedente (gennaio - maggio); questi residui, da smaltire entro il mese di giugno, non vengono conteggiati nel calcolo del numero di weekend medio e di infrasettimanale che ciascun medico è tenuto a fare in quanto residui.

⁵ In questa tesi tale argomento non verrà approfondito, in quanto l'elaborato si focalizzerà sul lavoro svolto in merito agli infrasettimanali, sebbene applicare una netta divisione all'interno di una settimana, ed i turni sono influenzati reciprocamente.

L'ultimo vincolo di tipo contrattuale, considerato tale per il minor peso dato dalla dottoressa sono i desiderata espressi dai medici nei termini di richieste di riposo.

Vengono indicati:

- G come la richiesta di non lavorare in tutta la giornata indicata in turni di guardia;
- N come la richiesta di non lavorare nel turno notturno di guardia né di reperibilità;
- P come la richiesta di non lavorare il il turno diurno di guardia (quindi però essere disponibile in reperibilità).

Costruzione del modello

Viene costruito un modello di programmazione matematica lineare nel quale si ha come funzione obiettivo quella di minimizzare le violazioni possibili per i vincoli di natura operativa, e rendere l'orario il più equilibrato possibile.

Dunque si avrà costo nullo nel caso in cui tutti i vincoli vengano rispettati, altrimenti si pagherà una penalità ogni volta in cui un vincolo di tipo operativo verrà violato, in proporzione al peso concordato con il personale medico che abitualmente genera i turni manualmente, peso indicante la gravità della violazione (ad esempio si considera di scarsa importanza la violazione delle richieste di riposi, mentre si considera di notevole importanza il rispetto del numero medio di weekend e festivi in cui ciascun dottore è tenuto a lavorare).

Il modello temporale è così composto: si considera il quadrimestre giugno-settembre suddiviso in settimane (da 0 a 18), nelle quali vengono indicati i giorni della settimana con numeri che vanno dal 1 al 7.

Avremo per cui:

Giorno 1	Lunedì	Infrasettimanale
Giorno 2	Martedì	Infrasettimanale
Giorno 3	Mercoledì	Infrasettimanale
Giorno 4	Giovedì	Infrasettimanale
Giorno 5	Venerdì	Infrasettimanale nel turno giornaliero al terzo piano

		Festivo per tutti gli altri slot della giornata
Giorno 6	Sabato	Festivo
Giorno 7	Domenica	Festivo

La scelta delle variabili

Le variabili principali sono due: le variabili “work” riferite alle guardie, che dipendono dal dottore, dal tipo di turno (diurno o notturno), dal piano in cui lavorano (piano terra o terzo piano) e dal giorno e dalla settimana considerate, e le variabili “repe” inerenti alle reperibilità, che invece dipendono dal dottore, dal tipo di reperibilità (ECO, EMO e CTO), dal giorno e dalla settimana.

Entrambe sono di tipo booleano, pertanto possono assumere solamente due valori, 1 nel caso in cui il medico lavori secondo la guardia o la reperibilità indicata dai parametri, 0 altrimenti.

Pertanto, le variabili verranno indicate sotto la seguente forma:

$$\text{work}_{d,t,p,w,g} \in \{0,1\}$$

dove:

- $d = 1 \dots N$ rappresenta l'i-esimo dottore e N è la cardinalità dei dottori, nel caso trattato è pari a 36;
- $t = \{\text{pomeriggio, notte}\}$ rappresenta la tipologia di guardia;
- $p = \{\text{piano terra, terzo piano}\}$ rappresenta il luogo in cui la guardia si svolge;
- $w = 0 \dots 18$ sono il numero di settimane considerate nel problema⁶;
- $g = 1 \dots 7$ rappresenta il giorno della settimana indicato.

$$\text{repe}_{d,r,w,g} \in \{0,1\}$$

dove:

⁶ La settimana 0 è una settimana che viene utilizzata come collegamento tra il quadrimestre precedente e quello di nostro interesse. In questo modo, vengono considerati gli ultimi turni di guardia e di reperibilità svolti e si rispetteranno tutti i vincoli contrattuali.

- $d = 1 \dots N$ (vedi sopra);
- $r = \{ECO, EMO, CTO\}$ rappresenta il tipo di reperibilità svolta dal dottore;
- $w = 0 \dots 18$ (vedi sopra);
- $g = 1 \dots 7$ (vedi sopra);

Questi pedici ricorreranno anche in altre variabili, ed avranno sempre il medesimo significato attribuito.

Le altre variabili, relative ai turni infrasettimanali, che entrano in gioco nel modello e che costituiranno i vincoli soft sono:

- *violazione_desiderata*_{d, w, g, t}: che indica il numero di richieste di riposo non considerate, variabile non negativa (le richieste possono riguardare sia weekend che infrasettimanali);

$$violazione_desiderata_{d,w,g,t} \geq 0, \text{ intera}$$

- *violazione_infra_max1*_{d, w}: è maggiore di 0 se il medico svolge più di una guardia all'interno della stessa settimana; si cerca così in tal modo di evitare che la stessa persona debba fare troppi turni all'interno della settimana;

$$violazione_infra_max1_{d,w} \geq 0, \text{ intera}$$

- *violazione_repe_infra_consecutivi*_{d, r, w}: durante la settimana un medico può essere disponibile in reperibilità per quel determinato ruolo al più una volta;

$$violazione_repe_infra_consecutivi_{d,r,w} \in \{0,1\}$$

- *violazione_repe_max3_ruolo*_{d, r, w}: durante una settimana sono consentiti al massimo tre turni di reperibilità per il ruolo considerato; questo vincolo rappresenta il ponte che collega l'infrasettimanale con il weekend: se il medico è presente in un turno di reperibilità all'interno della settimana,

allora non potrà svolgere il weekend che richiede tre slot; l'unione di questo vincolo a quello “violazione_repe_infra_consecutivi” permette quindi di livellare il carico lavorativo dei medici;

$$violazione_repe_max3_ruolo_{d,r,w} \in \{0,1\}$$

- $violazione_infra_media_anzianita_sup_d$: strettamente positivo se il numero di infrasettimanali del dottore considerato supera la media prestabilita⁷;

$$violazione_infra_media_anzianita_sup_d \geq 0, \text{ intera}$$

- $violazione_infra_media_anzianita_inf_d$: strettamente positivo se il numero di infrasettimanali del dottore considerato è al sotto dalla media prestabilita;

$$violazione_infra_media_anzianita_inf_d \geq 0, \text{ intera}$$

- $violazione_repe_notte_{d,w,g}$: si cerca di limitare i casi in cui un medico, che ha svolto il turno notturno non si ritrovi in reperibilità il giorno successivo;

$$violazione_repe_notte_{d,w,g} \geq 0, \text{ intera}$$

- $violazione_medie_repe_inf_d$: limite inferiore della media delle reperibilità totali nei quattro mesi, uguale per tutti i medici⁸;

$$violazione_medie_repe_inf_d \geq 0, \text{ intera}$$

- $violazione_medie_repe_sup_d$: limite superiore della media delle reperibilità totali nei quattro mesi, uguale per tutti i medici;

⁷ Tale media è stata fornita dal personale medico, sarà introdotta nel modello come costante.

⁸ Questo numero è stato calcolato dividendo il numero di turni di reperibilità esistenti con il numero di dottori presenti nel set.

$$violazione_medie_repe_sup_d \geq 0, \text{ intera}$$

- $avanzi_ECO_d$: indica il numero di residui per ciascun dottore di reperibilità ECO, deriva dall'orario stabilito nel periodo precedente; gli altri tipi di reperibilità in questo quadrimestre non vengono considerati in quanto l'orario del periodo precedente non ha creato avanzi per Emodinamisti e CTO;

$$violazione_medie_repe_inf_d \geq 0, \text{ intera}$$

- $avanzi_work(N)_d, t$: indica il numero di residui per ciascun dottore nel turno indicato; deriva dall'orario stabilito nel periodo precedente, il numero N indica il gruppo di appartenenza relativo all'anzianità;

$$avanzi_workN_d \geq 0, \text{ intera}$$

Le costanti indicate nel modello sono:

- $TURNO = \{"pome", "notte"\}$: distingue se la reperibilità viene fatta di giorno o nella notte;
- $PIANO = \{"piano\ terra", "terzo\ piano"\}$;
- $ROL = \{"CTO", "EMO", "ECO"\}$: distinzione dei tre ruoli di reperibilità prima descritti;
- $NWEEKS$: numero di settimane considerate, pari a 18;
- $NGIORNI$: numero di giorni all'interno di una settimana;
- $WEEK = 0 \dots NWEEKS$ settimane considerate;
- $GIORNO = 1 \dots NGIORNI$;
- $media0$: media relativa al numero di infrasettimanali che il medico è tenuto a fare rispetto al gruppo di anzianità, pari a 0;

- media2: media relativa al numero di infrasettimanali che il medico è tenuto a fare rispetto al gruppo di anzianità, pari a 4;
- media3: media relativa al numero di infrasettimanali che il medico è tenuto a fare rispetto al gruppo di anzianità, pari a 8;
- media5: media relativa al numero di infrasettimanali che il medico è tenuto a fare rispetto al gruppo di anzianità, pari a 10;
- media6: media relativa al numero di infrasettimanali che il medico è tenuto a fare rispetto al gruppo di anzianità, pari a 12;
- PESO_REPE_INFRA_CONSECUTIVE: peso relativo al vincolo “violazione_repe_infra_consecutivi”; tale peso risulta di particolare importanza;
- PESO_GRUPPI_ANZIANITA: peso relativo alla violazione dei vincoli “violazione_infra_media_anzianita_sup” e “violazione_infra_media_anzianita_inf”;
- PESO_PREFERENZE: peso riferito alle richieste di riposo, questo peso risulta più basso rispetto agli altri in quanto i desiderata espressi non hanno la precedenza rispetto agli altri vincoli;
- PESO_INFRA_MAX1: peso relativo al vincolo soft “violazione_infra_max1”;
- PESO_MEDIE_REPE: peso relativo al vincolo “violazione_medie_repe_inf” e “violazione_medie_repe_sup”.

Tali pesi, moltiplicati alle variabili prima indicate costituiscono la funzione obiettivo da minimizzare.

Costruzione dei vincoli

In questo paragrafo verranno descritti i vincoli violabili e non violabili, raggruppati per tematiche diverse, e come già ribadito in precedenza, facenti riferimento in particolare ai turni infrasettimanali. Gli altri vincoli sono descritti nella tesi del collega Giovanni Cioffi.

Se non specificato, gli intervalli dei parametri sono i seguenti:

- $g = 1 \dots 7$ per i giorni della settimana;
- $w = 1 \dots 18$ per le settimane;
- $t = \{\text{"pome"}, \text{"notte"}\}$;
- $p = \{\text{"piano terra"}, \text{"terzo piano"}\}$;
- $r = \{\text{"EMO"}, \text{"ECO"}, \text{"CTO"}\}$.

1. Limitazione nella distribuzione degli infrasettimanali

1.1. Ogni medico è tenuto a lavorare al più un turno durante gli infrasettimanali a settimana;

$$\sum_p \sum_t \sum_{g=1}^4 work(d, t, p, w, g) \leq 1 + violazione_infra_max1(d, w) \quad \forall d, w$$

1.2. Ogni medico è tenuto a svolgere al più una reperibilità alla settimana;

$$\sum_r \sum_{g=1}^4 repe(d, r, w, g) \leq 1 + violazione_repe_infra_consecutivi(d, w) \quad \forall d, w$$

1.3. Ogni medico è tenuto a svolgere al massimo tre turni di reperibilità in ciascuna settimana con il medesimo ruolo;

$$\sum_g repe(d, r, w, g) \leq 3 + violazione_repe_max3_ruolo(d, r, w) \quad \forall d, w$$

Si garantisce così che ad ogni medico spetti non più di un turno di reperibilità e di guardia ogni settimana.

2. Equità nella distribuzione globale delle reperibilità

2.1. Ciascun medico deve allineare il numero delle reperibilità nel quadrimestre considerato rispetto alla media globale fornita dal personale dell'ospedale, turni residui dal quadrimestre precedente esclusi

2.1.1. Limite inferiore

$$\sum_w \sum_{g=1}^4 repe(d, r, w, g) \geq media_reperibilità - violazione_medie_repe_inf(d) \quad \forall d, r$$

2.1.2. Limite superiore

$$\sum_w \sum_{g=1}^4 repe(d, r, w, g) \leq media_reperibilità + violazione_medie_repe_sup(d) \quad \forall d, r$$

3. Gestione degli avanzzi

3.1. Definizione degli avanzzi per ciascun medico;

$$avanzi_work(d, t) = 1 \quad \forall d \in \{\text{medici con avanzzi in } t\}, t \in \{\text{"pome"}, \text{"notte"}\}$$

3.2. Unione tra la gestione degli avanzzi e le variabili “work” e “repe”: in questo modo le variabili principali sono soggette al numero dei residui e se eventualmente il numero di infrasettimanali svolti dal medico dovesse

superare la media, allora la violazione non sarà presente grazie alla presenza di tali residui;

$$\begin{aligned}
& \sum_p \sum_t \sum_w \sum_{g=1}^4 work(d, t, p, w, g) \\
& \quad + \sum_w work(d, "pome", "terzo piano", w, 5) \\
& \leq mediaN + violazione_infra_media_anzianita_sup(d) \\
& \quad + \sum_t avanzi_work(d, t) \quad \forall d
\end{aligned}$$

3.3. Gli avanzi devono essere smaltiti necessariamente nei turni diurni del primo mese, con esclusione dei weekend;

$$\sum_{g=1}^5 \sum_p \sum_{w=1}^4 work(d, t, p, w, g) \geq 1 \quad \forall d \in \{\text{medici con avanzi in } t\}, t \in \{"pome", "notte"\}$$

4. Gestione dei gruppi

4.1. I medici sono divisi in gruppi in base alla propria esperienza all'interno dell'ospedale ed in base a tale divisione sono tenuti a svolgere un numero n di turni;

4.1.1. Vicolo di limite superiore

$$\begin{aligned}
& \sum_p \sum_t \sum_w \sum_{g=1}^4 work(d, t, p, w, g) \\
& \quad + \sum_w work(d, "pome", "terzo piano", w, 5) \\
& \leq mediaN + violazione_infra_media_anzianita_sup(d) \\
& \quad + \sum_t avanzi_work(d, t) \quad \forall d
\end{aligned}$$

4.1.2. Vincolo di limite inferiore

$$\begin{aligned}
& \sum_p \sum_t \sum_w \sum_{g=1}^4 work(d, t, p, w, g) \\
& \quad + \sum_w work(d, "pome", "terzo piano", w, 5) \\
& \geq median \\
& \quad - violazione_infra_media_anzianita_inf(d) \\
& \quad + \sum_t avanzi_work(d, t) \quad \forall d
\end{aligned}$$

4.2. Limitazione dello scostamento dalla media di gruppo: ogni medico può al più effettuare un turno in più o in meno rispetto alla sua media. In questo modo si cerca di contenere lo scostamento dalla media stabilita introducendo vincoli non violabili;

$$\begin{aligned}
violazione_infra_media_anzianità_sup(d) &\leq 1 \quad \forall d \\
violazione_infra_media_anzianità_inf(d) &\leq 1 \quad \forall d
\end{aligned}$$

5. Gestione delle preferenze: le richieste, introdotte da input, non sempre vengono accettate, per motivi logistici.

5.1. Definizione della variabile “violazione_desiderata” che tiene conto quale richiesta non è stata soddisfatta;

$$\begin{aligned}
& \sum_p work(d, t, p, w, g) \\
& \quad + \sum_r repe(d, r, w, g) = violazione_desiderata(d, w, g, t) \quad \forall d
\end{aligned}$$

Dove g, w, e t sono rispettivamente il giorno, la settimana e il turno⁹ che il medico ha richiesto di non presenziare.

⁹ Nel codice vengono indicate da input le seguenti lettere:

- N per indicare la richiesta di non lavorare nel turno notturno nel giorno specificato (compresa la reperibilità);
- P per indicare la richiesta di non essere inserito nel turno diurno del giorno indicato;
- G indica la richiesta di non lavorare per l'intera giornata indicata, nemmeno in reperibilità.

La funzione obiettivo

Come già anticipato in precedenza, la nostra funzione obiettivo terrà conto dei vincoli soft e cercherà di minimizzare la loro violazione: l'importanza di tali vincoli è data dalla presenza dei pesi. Il solver soddisfa le richieste del problema più stringenti, date dai vincoli inviolabili, per poi successivamente passare ai vincoli soft, decidendo quali, avendo minor peso, è possibile violare, e quali no.

I termini della funzione obiettivo inerenti agli infrasettimanali¹⁰ sono i seguenti:

$$y_1 = \text{PESO_INFRA_MAX1} * \sum_d \sum_w \text{violazione_infra_max1}(d, w)$$

$$y_2 = \text{PESO_GRUPPI_ANZIANITA} * \left(\sum_d \text{violazione_infra_media_anzianita_sup}(d) + \sum_d \text{violazione_infra_media_anzianita_inf}(d) \right)$$

$$y_3 = \text{PESO_REPE_INFRA_CONSECUTIVE} * \sum_d \sum_r \sum_w \text{violazione_repe_infra_consecutivi}(d, r, w)$$

$$y_4 = \text{PESO_MEDIE_REPE} * \left(\sum_d \text{violazione_medie_repe_inf}(d) + \sum_d \text{violazione_medie_repe_sup}(d) \right)$$

¹⁰ Gli altri termini che compongono la funzione obiettivo sono presenti nella tesi di Giovanni Cioffi "Turnazione del personale medico nel reparto ospedaliero: la gestione dei turni di guardia e di reperibilità nel reparto di Cardiologia dell'Ospedale Molinette di Torino", Politecnico di Torino, 2019.

$$y_5 = \text{PESO_PREFERENZE} * \sum_d \sum_w \sum_g \sum_t \text{violazione_desiderata}(d, w, g, t)$$

Pertanto, si avrà

$$\min \sum_{i=1}^5 y_i$$

Analisi delle soluzioni ottenute e conclusioni

La realizzazione di un modello matematico che sia in grado di risolvere un problema reale spesso presenta alcune problematiche: tradurre l'organizzazione in codice a volte richiede tempo, e una volta scritto il codice del programma è necessario capire se la soluzione ottenuta è buona e può essere presa in considerazione oppure no.

La nostra soluzione generata è stata ottenuta grazie ad alcuni compromessi: in primo luogo, abbiamo effettuato alcuni rilassamenti per determinate situazioni anomale quali il ponte di Ferragosto o di San Giovanni, laddove alcuni vincoli non potevano essere assolutamente rispettati. In questo periodo infatti, date le molte richieste di ferie, non era possibile soddisfare i vincoli riguardanti la non consecutività dei weekend lavorativi¹¹ e quelli riguardanti il numero di slot lavorativi di guardia e reperibilità occupabili dallo stesso medico all'interno della settimana.

Da un punto di vista matematico, si ha che in questi casi lo spazio delle soluzioni è estremamente ristretto, pertanto la nostra funzione obiettivo aumenterà il

¹¹ Vincolo che in questo elaborato è stato solamente accennato ma che è esposto in maniera più approfondita nella tesi di Giovanni Cioffi "Turnazione del personale medico nel reparto ospedaliero: la gestione dei turni di guardia e di reperibilità nel reparto di Cardiologia dell'Ospedale Molinette di Torino".

valore proprio in prossimità di queste situazioni a causa del rilassamento dei vincoli.

Un'altra criticità è rappresentata dalla scarsità del personale in Emodinamica, che quindi costituisce il collo di bottiglia del nostro problema: alcuni desiderata non sono stati soddisfatti proprio a causa del numero ridotto di medici che possono svolgere reperibilità EMO, ma che al tempo stesso devono anche occuparsi dei turni di guardia.

Questa problematica, unita al ponte di Ferragosto, ha fatto sì che alcuni medici lavorassero durante la settimana 11 (quella antecedente al ponte) al massimo due volte tra il lunedì e il venerdì.

Inoltre, sono presenti alcuni disallineamenti per quanto riguarda l'allineamento del numero degli infrasettimanali in base al gruppo di appartenenza, squilibri dettati dalle diverse specializzazioni (come è stato detto prima, il numero di medici nelle tre specializzazioni non è propriamente bilanciato). Come esposto nel capitolo precedente, questi disallineamenti sono stati limitati: al più si ha una lieve differenza di 1 turno in più o in meno rispetto alla media prestabilita.

Queste differenze costituiranno gli avanzzi del prossimo quadrimestre, che a loro volta verranno necessariamente smaltiti il primo mese (ovvero settembre) e non costituiscono un problema reale nel nostro caso: leggere variazioni erano presenti anche nel modello fatto a mano dal personale dell'ospedale.

In tali situazioni, è ovvio che le richieste, avendo un peso minore, sono state le prime violazioni scelte dal calcolatore, e dal nostro canto si è cercato di svantaggiare tutti allo stesso modo: si è cercato di ottenere una soluzione che non rispettasse un numero limitato di desiderata a testa, nei limiti del possibile. In questo modo, si è realizzata una equa distribuzione delle richieste accettate.

In generale, possiamo affermare che la soluzione ottenuta sia più che soddisfacente, in quanto la maggior parte delle variabili "violazione" sono state poste a zero, ovvero i vincoli operativi non sono stati violati, mentre il resto

raggiunge al massimo il valore unitario; tali valori ricoprono la quasi totalità dei medici, in maniera bilanciata verso tutto il personale.

In conclusione, è possibile asserire che il modello generato è sia funzionante, restituisce una soluzione accettabile, e con limitate difficoltà è possibile implementarlo per i periodi successivi con le opportune modifiche.

Sicuramente, il vantaggio maggiore è il notevole risparmio di tempo, perché ora, volendolo utilizzare nuovamente, le uniche modifiche necessarie da inserire coinvolgerebbero le festività, le richieste di congedo e le richieste di ferie, a meno di eventuali cambiamenti nell'asset del personale.

La maggior parte dei benefici indiretti perciò si verificherà nel medio-lungo periodo, dato che la costruzione del modello stesso ha si portato via tempo lavorativo, ma è ancora utilizzabile per i prossimi quadrimestri.

Seguono poi una maggior soddisfazione di tutte le richieste dei medici: non sempre la soluzione manuale riusciva a seguire ogni desiderata, non avendo strumenti di calcolo a sua disposizione; con il solver, le ferie sono state accettate integralmente, mentre per quanto riguarda le richieste di non lavoro accettate aggirano attorno al 95%.

Un orario più bilanciato poi è stato ottenuto, in termini di le disposizioni di legge, e di diritti del lavoratore: nessun turno notturno di guardia è seguito da una reperibilità, e le 24 ore di riposo sono sempre garantite.

Bibliografia

- [1] DashOptimization, 2006. *“X-Press Mosel Reference Manual”*.
- [2] DashOptimization, 2007. *“X-Press Mosel User Guide”*.
- [3] F. Della Croce, F. Salassa, 2014. *“A variable neighborhood search based matheuristic for nurse rostering problems”*, *Annals of Operations Research*, 2018, 185-199.
- [4] M. Erhard, J. Schoenfelder, A. Fügner, J. O. Brunner, 2018. *“State of the art in physician scheduling”*, *European Journal of Operational Research*, 265, 1-18.
- [5] M. Ghirardi, A. Grosso, G. Perboli, 2005. *“Esercizi Svolti di ricerca Operativa”*, Progetto Leonardo, Esculapio, Bologna.
- [6] M. L. McManus, M. C. Long, A. Cooper, J. Mandell, D.M. Berwick, M. Pagano, E. Litvak, ,2003. *“Variability in surgical caseload and access to intensive care services. The Journal of the American Society of Anesthesiologists”*, 98(6), 1491–1496.
- [7] M. Santos, H. Eriksson, 2014, *“Insights into physician scheduling: A case study of public hospital departments in Sweden. International Journal of Health Care Quality Assurance”*, 27(2), 76–90.
- [8] R. Tadei, F. Della Croce, 2005. *“Elementi di Ricerca Operativa”*, Progetto Leonardo, Esculapio, Bologna.

[9] W. Hans., M. Van Houdenhoven, P. J. H. & Hulshof, 2012, "A framework for healthcare planning and control. In R. Hall (Ed.), *International series in operations research & management science: 168. Handbook of healthcare system scheduling*", 303–320. Berlin: Springer.