

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

Закон Кюри-Вейса и обменное взаимодействие в ферромагнетиках

выполнила студентка 653 группы ФФКЭ

Карпова Татьяна

Долгопрудный, 2019 г.

1 Цель работы

1. Исследовать температурной зависимости магнитной восприимчивости ферромагнетика в парамагнитной области выше точки Кюри
2. По полученной в работе температуре Кюри оценить энергию обменного взаимодействия гадолиния

2 Физическая суть явления

Тождественность одинаковых частиц приводит в квантовой механике к специфическому взаимодействию между ними, называемому *обменным взаимодействием*. Оно характеризуется *обменной энергией* A , добавляемой к энергии обычного кулоновского взаимодействия. Обменная энергия так же является результатом кулоновского взаимодействия и обусловлена спецификой квантовых законов поведения систем одинаковых частиц. Обменная энергия тем больше, чем больше степень перекрытия волновых функций рассматриваемых частиц. В зависимости от знака обменной энергии в природе реализуются *ферромагнетики* – магнитные вещества с одинаково ориентированными спинами – и *антиферромагнетики*, у которых спины соседних электронов антипараллельны.

Опыты Энштейна – де Гааза, в которых была обнаружена связь между магнитным и механическим моментами вещества, позволяют предположить, что ферромагнетизм по своему происхождению не является магнитным эффектом, а обусловлен кулоновскими силами связи атомных носителей магнетизма в твердом теле. Естественно предположить, что именно обменное взаимодействие за возникновение спонтанной намагниченности ферромагнетика.

Феноменологическая теория ферромагнетизма была построена до создания квантовой механики. Для описания взаимодействия соседних электронов было предложено, что в ферромагнетике имеется некоторое эффективное магнитное поле. Такой подход позволил объяснить наличие особой точки, называемой *точкой Кюри*, когда вещество переходит из ферромагнитного состояния в парамагнитной.

Магнитные свойства редкоземельных металлов существенно отличаются от магнетиков группы железа, так как в последних за магнетизм ответственны электроны $3d$ -оболочки, а у редкоземельных элементов, например, гадолиния, магнетизм определяется спиновым магнитным моментом $4f$ -оболочки, расположенной в глубине атома.

3 Теоретические положения

3.1 Квантово-механическая природа обменного взаимодействия

Рассмотрим происхождение обменного взаимодействия на примере системы из двух электронов. Пренебрегая спин-орбитальным взаимодействием, представим волновую функцию как произведение координатной функции $\Phi(r_1, r_2)$ на спиновую функцию $S(s_{z1}, s_{z2})$:

$$\Psi(1, 2) = \Phi(r_1, r_2)S(s_{z1}, s_{z2}) \quad (1)$$

Согласно принципу Паули, волновая функция Ψ должна быть антисимметричной. Тогда один из множителей должен быть симметричным, а другой – антисимметричным.

Представим волновую функцию в виде произведения волновых функций отдельных частиц. Пусть Ψ_α – координатная волновая функция одного из электронов в состоянии α , Ψ_β – координатная функция другого электрона в состоянии β , тогда координатная функция системы двух электронов:

$$\Phi(r_1, r_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Psi_\alpha(r_1)\Psi_\beta(r_2) \pm \Psi_\alpha(r_2)\Psi_\beta(r_1)] \quad (2)$$

Если оба электрона находятся возле одного силового центра, то формула (2) справедлива при $\alpha \neq \beta$, если электроны находятся у разных силовых центров, то выполняется и для $\alpha = \beta$.

Средняя потенциальная энергия взаимодействия между электронами (оператор энергии $\hat{U} = e^2/r_{12}$):

$$\langle U \rangle = \int \Phi^* \hat{U} \Phi dv_1 dv_2 \quad (3)$$

Введём обозначения:

$$\rho_\alpha(r_1) = -e|\Psi_\alpha(r_1)|^2; \quad \rho_\beta(r_2) = -e|\Psi_\beta(r_2)|^2; \quad \rho_{\alpha\beta}(r_1) = -e\Psi_\alpha(r_1)^*\Psi_\beta(r_1); \quad \rho_{\alpha\beta}^*(r_2) = -e\Psi_\alpha(r_2)\Psi_\beta(r_2)^* \quad (4)$$

Тогда

$$\langle U \rangle = \int \frac{\rho_\alpha(r1)\rho_\beta(r2)}{r_{12}} dv_1 dv_2 \pm \frac{\rho_{\alpha\beta}(r1)\rho_{\alpha\beta}^*(r2)}{r_{12}} dv_1 dv_2 = K \pm A \quad (5)$$

Первый член K характеризует классическое взаимодействие двух заряженных тел с плотностями зарядов $\rho_\alpha(r1)$ и $\rho_\beta(r2)$. Второе слагаемое имеет существенно квантовый характер и называется обменной энергией. Обменная энергия отлична от нуля только в том случае, когда волновые функции Ψ_α и $\Psi_{\beta\alpha}$ перекрываются. Чем больше степень перекрытия волновых функций, тем больше обменная энергия. Также обменная энергия может иметь любой знак в зависимости от того, симметрична или антисимметрична спиновая функция. Поэтому, благодаря обменной энергии, в одной и той же системе могут существовать как силы притяжения, так и отталкивания.

Простейшая модель ферромагнетизма основывается на представлении, что вся обусловленная принципом Паули зависимость энергии от намагниченности проявляется посредством энергии обмена, и фактически она является обобщением теории молекулы водорода на случай большого числа атомов. Предполагается, что имеется кристалл, состоящий из N водородоподобных атомов, электроны которых находятся в S -состоянии. Обменная энергия кристалла есть сумма обменных энергий между соседними атомами:

$$U_{ex} = -2 \sum_{i < j} J_{ij} \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j, \quad (6)$$

где $\mathbf{S}_i \mathbf{S}_j$ - скалярное произведение i -го и j -го спинов. Для молекулы водорода: магнитное спиновое число $m_s = \pm 1/2$, если обменный интеграл $J < 0$, то энергия триплетного состояния равна $U_{ex} = \frac{1}{2}|J|$, энергия синглетного состояния $U_{ex} = -\frac{1}{2}|J|$. Разность энергий этих состояний, равная $|J|$, связана с переворотом спина, и равна обменному интегралу. Если обменный интеграл положителен, то низшую энергию имеет симметричное состояние (ферромагнитное), а если отрицателен - антисимметричное (антиферромагнитное).

3.2 Феноменологическая теория ферромагнетизма

Намагниченность I - магнитный момент в единице объёма, связан с внешним магнитным полем H через магнитную восприимчивость вещества κ :

$$I = \kappa H \quad (7)$$

Рассмотрим, чем определяется восприимчивость парамагнитного вещества, в котором магнитный момента атома обусловлен только спином одного электрона. Проекция спинового магнитного момента электрона может иметь значения $\mu_z = \mp \mu$, где μ - абсолютное значение проекции магнитного момента. Магнитный момент взаимодействует с внешним полем B , у атома возникают два возможных уровня энергии: $E_- = -\mu B$ (магнитный момент параллелен полю) и $E_+ = +\mu B$ (магнитный момент антипараллелен полю). Можно вычислить разность числа электронов с энергией E_+ и E_- (через распределение Больцмана):

$$\Delta N \simeq N \frac{\mu H}{k_B T}, \quad (8)$$

тогда магнитная восприимчивость (через магнитный момент $I = \mu \Delta N$):

$$\kappa = N \frac{\mu_{Bohr}^2}{k_B T} \quad (9)$$

В более общем виде с учётом связи магнитного момента электрона μ с механическим моментом J ($\mu = g\mu_{Bohr}J$), а также выражений для среднего квадрата спина и квадрата магнитного момента:

$$\langle \mu_z^2 \rangle = \frac{1}{3} \mu^2 = \frac{g^2 \mu_{Bohr}^2 S(S+1)}{3}, \quad (10)$$

общее выражение для парамагнитной восприимчивости (закон Кюри):

$$\kappa = \frac{N g^2 \mu_{Bohr}^2 S(S+1)}{3 k_B T} \quad (11)$$

Введём эффективное магнитное поле $H_{ef} = \lambda I$, $\lambda > 0$ у ферромагнетиков и $\lambda < 0$ у антиферромагнетиков. С учётом поля H_{ef} :

$$I = N \frac{\mu^2 H}{k_B (T - \Theta)}, \quad (12)$$

где Θ - параметр, имеющий размерность температуры:

$$\Theta = \frac{N g^2 \mu_{Bohr}^2 S(S+1)}{3 k_B} \lambda \quad (13)$$

Тогда получаем формулу Кюри-Вейсса:

$$\kappa = \frac{I}{H} = \frac{Ng^2\mu_{Bohr}^2 S(S_1)}{3k_B(T - \Theta)} \propto \frac{1}{T - \Theta} \quad (14)$$

3.3 Связь эффективного поля Вейсса с обменным интегралом

Энергия обменного взаимодействия атомов i и j выражается соотношением

$$U_{ex} = -2JS_iS_j \quad (15)$$

Величина обменного интеграла J зависит от степени перекрытия волновых функций соответствующих электронов. Найдём энергию, требуемую для переворота спина в присутствии других спинов: $U \simeq 2(2JnS^2)$. При феноменологическом описании каждый магнитный атом испытывает действие эффективного поля Вейсса $H_{ef} = \lambda I$. Воздействие всех спинов на данный характеризуется намагниченностью, энергию переворота запишем в виде

$$U = 2\mu H_{ef} = 2\mu \frac{\lambda\mu}{V}, \quad (16)$$

с учётом $\mu = gS\mu_{Bohr}$:

$$= \frac{2nJV}{g^2\mu_{Bohr}^2} \quad (17)$$

Объём, занимаемый одним атомом, $V = 1/N$, тогда окончательно

$$J = \frac{3k_B\Theta}{2nS(S+1)} \quad (18)$$

У гадолиния, исследуемого в работе, суммарный спин равен $S = 7/2$, орбитальный момент $L = 0$, а число ближайших соседей у каждого иона в гранецентрированной решётке $n = 12$

4 Экспериментальная установка

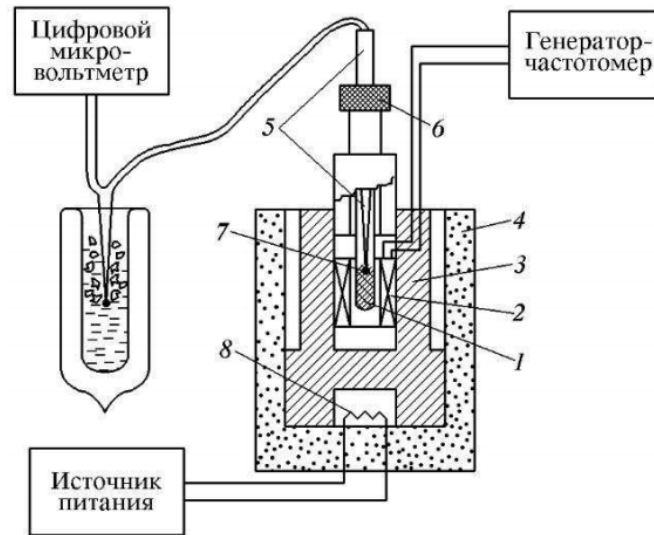


Рис. 1: Схема экспериментальной установки: 1 – капсула с образцом; 2 – катушка самоиндукции; 3 – медный цилиндр; 4 – пенопластовый корпус; 5 – штук; 6 – цанговый зажим; 7 – измерительный спай термопары; 8 – электронагреватель

Экспериментальная установка для измерения восприимчивости магнетиков представлена на рис. 1. Ферромагнитный образец может перемещаться в катушке, которая является индуктивностью колебательного контура, входящего в состав LC -генератора. Катушка самоиндукции помещена в термостат. Исследуемый ферромагнетик является проводником тока; для того, чтобы в образце не возникали токи Фуко, он изготовлен из мелких гранул. Магнитная восприимчивость образца определяется по изменению самоиндукции, происходящем при его введении в катушку. Самоиндукция катушки с образцом $L = \mu \frac{4\pi n^2 S}{l}$,

без образца $L_0 = \frac{4\pi n^2 S}{l}$, тогда $\frac{L-L_0}{L_0} = \mu - 1 = 4\pi\kappa$. Частота f колебательного контура определяется как $1/f = 2\pi\sqrt{LC}$. Тогда рабочая формула:

$$\frac{1}{\kappa} = \frac{4\pi f^2}{f_0^2 - f^2} \quad (19)$$

Измерения проводятся в интервале температур от 10°C до 70°C. Температура образца измеряется медно-константановой термопарой.

5 Ход работы

1. Включим установку: печь, блок генератора и вольтметр.
2. Приступим к охлаждению образца, затем, начиная с самых нижних температур, снимем показания частот контура с образцом в катушке f и без образца f_0 при повышении температуры. Результаты измерений занесём в таблицу 1.

Таблица 1: Зависимость частоты колебательного контура от температуры

Напряжение на термопаре, мВ	-0,82	-0,7	-0,53	-0,38	-0,27	-0,2	-0,11	-0,05	-0,03	0
Температура образца, К	277,15	280,08	284,22	287,88	290,56	292,27	294,47	295,93	296,42	297,15
f , кГц	849,2	848,77	848,87	849,82	850,77	853,86	858,2	861,82	863,14	864,69
f_0 , кГц	870,14	870,11	870,16	870,1	870,14	870,21	870,35	870,3	870,53	870,67
$f^2/f_0^2 - f^2$	20,03	19,64	19,69	20,71	21,71	25,86	35,07	50,57	58,15	72,05
Напряжение на термопаре, мВ	0,08	0,19	0,32	0,39	0,52	0,62	0,72	0,82	0,94	
Температура образца, К	299,10	301,78	304,95	306,66	309,83	312,27	314,71	317,15	320,08	
f , кГц	867,95	869,04	869,46	869,69	869,73	869,89	870,1	870,32	870,1	
f_0 , кГц	870,38	870,52	870,56	870,83	870,7	870,62	870,91	870,99	870,81	
$f^2/f_0^2 - f^2$	178,34	293,34	394,96	381,19	448,06	595,57	536,85	649,24	612,50	

3. По результатам измерений построим график зависимости $f^2/f_0^2 - f^2(T)$ (рис. 2). Экстраполируя прямую, определим температуру Кюри исследуемого образца ($T_C = -\frac{Intercept}{Slope}$):

$$T_C = \Theta = 292.32 \pm 1.62 \text{ K}$$

6 Анализ полученных результатов

1. Сравним полученное значение температуры Кюри исследуемого образца (гадолиний) с табличным:

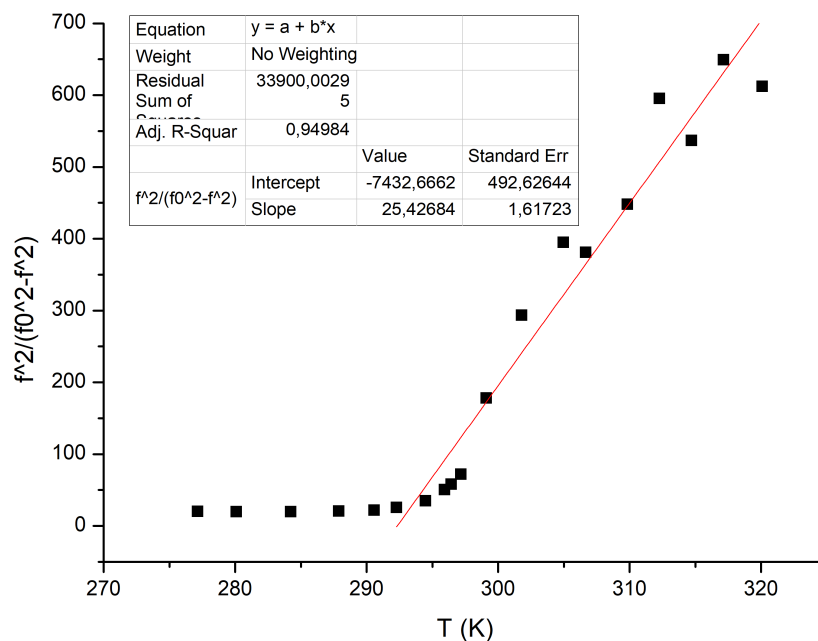
$$\text{Экспериментальное значение: } T_C = 292.32 \pm 1.62 \text{ K}$$

$$\text{Табличное значение: } T_C = 293.4 \text{ K}$$

Значения совпадают в пределах погрешности.

2. Оценим величину обменного интеграла по формуле (18). Суммарный спин гадолиния $S = 7/2$, число ближайших соседей у каждого иона в гранецентрированной решётке $n = 12$:

$$J = \frac{3k_B\Theta}{2nS(S+1)} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ эВ} = 2.32 \text{ K}$$

Рис. 2: Зависимость $f^2/f_0^2 - f^2(T)$ и определение температуры Кюри

7 Вывод

В ходе работы была изучена физическая суть явления обменного взаимодействия и ферромагнетизма. Была исследована температурная зависимость магнитной восприимчивости гадолиния от температуры в парамагнитной области выше точки Кюри, по этим данным было получено значение температуры Кюри исследуемого образца. Полученное значение практически совпало с табличным:

$$T_{Cexp} = 292.32 \pm 1.62 \text{ K} \quad T_{Cth} = 293.4 \text{ K}$$

Также была оценена величина обменного интеграла, $J = 2 \cdot 10^{-4} \text{ эВ} = 2.32 \text{ K}$