

# Analisi di un sistema multi energetico modellato come una rete multilivello e valutazione dell'importanza attraverso un approccio di multi-criteria decision making

Gabriele Ciccotelli\*, Roberto Iuliano<sup>+</sup>

**Abstract**—Questo studio si focalizza sui sistemi multi energetici, e sulla loro relativa modellazione tramite le reti multilivello. Lo scopo perseguito è stato quello di valutare la bontà e l'utilità del modello considerato nel dominio d'interesse. Partendo dal presupposto per cui, a ogni sistema corrispondano infiniti modelli, si è visto come prospettive diverse di uno stesso modello possano portare a valutazioni differenti in termini di rete. In particolar modo, si è posto l'accento sull'individuazione dei nodi "importanti" della rete. A tal proposito, si è fatto inizialmente ricorso a metodi d'indagine ampiamente utilizzati in letteratura, basati sulla valutazione della betweenness, della closeness, del grado e di altre note metriche di centralità. Dopodichè, sulla base dei dati ottenuti, è stato predisposto un problema di MCDM (*multi-criteria decision making*) finalizzato all'individuazione dei nodi rilevanti della rete. L'approccio utilizzato per tale scopo sfrutta il concetto di *information entropy* e fa uso del metodo TOPSIS. Infine, sono stati analizzati e discussi i risultati.

## I. INTRODUZIONE

Le infrastrutture energetiche come le reti elettriche o le reti gas sono state tradizionalmente studiate come delle entità indipendenti. Questo approccio è giustificato dal fatto che, in passato, era presente una minima interazione tra diversi vettori energetici. Tuttavia, con l'avvento della decarbonizzazione e le politiche poste in essere dall'UE in tema energia e ambiente, riassunte nel pacchetto Fit for 55, si propongono degli obiettivi ambiziosi da raggiungere entro il 2030, con la grandiosa visione di raggiungere la neutralità climatica entro il 2050.

Si sta delineando uno scenario in cui il sistema energetico sarà sempre più popolato da una moltitudine di agenti interagenti. Per capire i motivi alla base dell'evoluzione del sistema energetico europeo basta far riferimento ai *target* imposti dal pacchetto Fit for 55. In particolare, si mira a una riduzione dei gas serra del 55% rispetto ai livelli del 1990, a una riduzione dei consumi di energia primaria del 37% rispetto al tendenziale del 2007 e a una quota di energia da FER sui consumi finali lordi del 40%. Da questi dati si evince che il sistema energetico europeo dovrà evolvere, adattandosi ai cambiamenti imposti dalle politiche europee, al fine di mitigare gli effetti della crisi climatica in atto. Per cui è necessaria una prospettiva olistica per gestire questi

sistemi energetici emergenti. Quindi, sono essenziali nuovi modelli che tengano conto della forte interdipendenza tra diverse tipologie di infrastrutture energetiche.

Numerose ricerche hanno già proposto soluzioni per la modellazione di sistemi multi energetici. I framework per la modellazione di questi sistemi forniscono uno strumento importante per far fronte alla crescente complessità delle reti integrate. Tuttavia, gli studi sull'interdipendenza tra infrastrutture critiche sono ancora nelle loro fasi iniziali.

In questo documento ci si è voluti focalizzare sull'analisi di un sistema multi energetico modellato come proposto in [1]. Nello studio citato, per la prima volta, è stato modellato un sistema multi energetico tramite una rete multi livello. In questa soluzione ciascun livello rappresenta un insieme di infrastrutture interagenti e inoltre è possibile rappresentare e analizzare l'interazione tra livelli diversi.

Per cui, l'obiettivo principale di questo studio è stato quello di approfondire le metodologie di indagine del nuovo modello, al fine di poter validare l'utilità della soluzione proposta relativamente all'individuazione dei nodi critici della rete.

## II. HUB ENERGETICI

Le richieste energetiche variano a seconda del settore di consumo. In particolare, in ambito residenziale le principali forme di energia richieste sono: elettrica e termica per il condizionamento degli ambienti mentre, in ambito industriale, alle precedenti due si aggiunge l'energia termica per gli usi di processo.

I dispositivi tecnologici di conversione energetica (a cui si farà riferimento con il termine hub energetici) rendono possibile la trasformazione dell'energia primaria, potenzialmente racchiusa nelle fonti fossili, in energia secondaria: calore ed elettricità. Tali dispositivi sono molteplici, tuttavia, quelli principalmente utilizzati nei settori di interesse sono: le pompe di calore elettriche EHP (*Electric Heat Pump*), le pompe di calore a gas GHP (*Gas Heat Pump*), le pompe di calore ad assorbimento AHP (*Absorption Heat Pump*) e i sistemi di cogenerazione CHP (*Combined Heating Pump*) e trigenerazione CCHP (*Combined Cooling Heating and Power*).

Attraverso i dispositivi di cogenerazione si concretizza il concetto di hub energetico, in questo caso l'interconnessione della rete gas con la rete elettrica (le CHP sono in grado di operare la conversione da gas naturale ad energia elettrica). Va precisato che, la conversione energetica messa in atto dalle CHP è tanto più efficiente quanto maggiore è

\*Studente del corso di *Sistemi multiagente*, docente prof. F. Vasca, Dipartimento di Ingegneria, Università del Sannio, email: g.ciccotelli@studenti.unisannio.it, matricola 399000502

<sup>+</sup>Studente del corso di *Sistemi multiagente*, docente prof. F. Vasca, Dipartimento di Ingegneria, Università del Sannio, email: r.iuliano@studenti.unisannio.it, matricola 399000547

il rendimento di conversione energetica, ovvero un indice in grado di quantificare quanta dell'energia primaria viene valorizzata in energia secondaria. Quanto più il rendimento tende all'unità, minori saranno le perdite e tanto più efficiente sarà il processo di conversione energetica, viceversa quanto più prossimo a zero sarà il rendimento tanto meno efficiente sarà il processo di conversione energetica.

### III. FLUSSI MULTI ENERGETICI

La modellazione del sistema multi energetico ha previsto in [1] il calcolo dei flussi energetici tra i nodi della rete, in modo da assegnare un peso a ciascun arco nei diversi livelli.

#### A. Flusso elettrico

L'equazione del flusso di potenza modella il flusso di energia elettrica attraverso la rete:

$$P_{ij} = \frac{\delta_i - \delta_j}{X_{ij}} \forall i, j \in N_{el}, i \neq j.$$

Ogni nodo è caratterizzato da una fase  $\delta_i$  e i nodi generatore hanno anche una potenza generata  $P_i^G$ . I valori  $P_i^G$  e  $X_{ij}$  rappresentano il flusso di potenza e la reattanza della linea che connette il nodo  $i$  al nodo  $j$ , appartenenti all'insieme dei nodi della rete elettrica  $N_{el}$ .

#### B. Flusso gas

Similmente alla rete elettrica, il flusso di energia tramite le condutture della rete gas può essere modellato tramite un insieme di equazioni. Il flusso di gas, denotato con  $Q_{mn}$  può essere modellato come:

$$Q_{mn} = k_{mn} s_{mn} \sqrt{s_{mn}(p_m^2 - p_n^2)} \forall m, n \in N_{gas}, m \neq n.$$

Il parametro  $k_{mn}$ , caratterizzante il flusso nella conduttura che connette il nodo  $m$  al nodo  $n$ , dipende da differenti parametri fisici, come la temperatura, la lunghezza e il diametro della tubatura. Il valore di  $s_{mn}$  che può essere 1 o -1 dipende dalla direzione del flusso del gas. Inoltre, ogni generico nodo  $m$  è caratterizzato dal parametro  $p_m$  che indica la pressione.

### IV. MODELLARE UN SISTEMA MULTI ENERGETICO ATTRAVERSO UNA RETE MULTILIVELLO

Un sistema multi energetico può essere modellato come una rete multilivello in cui, ciascun livello, rappresenta delle infrastrutture energetiche dello stesso tipo e l'accoppiamento tra i livelli è gestito per mezzo degli hub energetici. Un esempio di un sistema multi energetico rappresentato come una rete multi livello è riportato in fig. 1.

In una rete di questo tipo i livelli rappresentano degli aggregati di infrastrutture interessati dallo stesso vettore energetico (e.g. una rete gas, una rete elettrica o una rete di fonti rinnovabili). I nodi possono rappresentare delle entità atomiche come un'abitazione, una centrale termoelettrica oppure un complesso di infrastrutture capaci di generare una quantità  $x$  di potenza e di assorbirne una quantità  $y$ . L'accoppiamento dei livelli è gestito per mezzo di sistemi capaci di utilizzare come sorgente un dato vettore energetico e di generare in uscita potenza distribuita sotto altra forma.

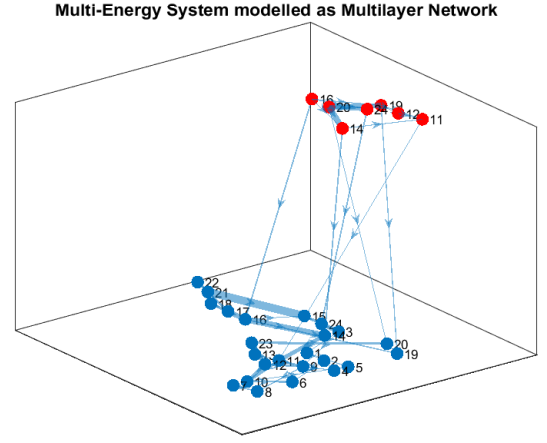


Fig. 1. Multi-energy system as multilayer network.

Un esempio sono i sistemi di cogenerazione (CHP) alimentati a gas e capaci di produrre energia elettrica.

In una rete multi livello, un arco è definito *intralayer* se connette nodi appartenenti allo stesso livello, mentre è detto *interlayer* nel caso in cui colleghi due nodi appartenenti a livelli differenti. In termini pratici questi archi identificano rispettivamente linee di trasmissione tra le infrastrutture energetiche e dispositivi di conversione energetica. In particolare, gli archi *intralayer* rappresentano flussi di potenza tra nodi della stessa infrastruttura energetica che, in una rete elettrica, corrispondono a delle potenze tipicamente misurate in Watt, mentre in una rete gas rappresentano il volume di gas misurato in normal metri cubi (il termine normal si riferisce alle condizioni di misurazione che prevedono una pressione di 1atm e una temperatura di 0°).

In termini formali una rete di questo tipo può essere definita come un insieme  $M = \{N, L, T, A\}$ , dove  $N$  è l'insieme degli  $n$  nodi della rete,  $L$  è l'insieme degli  $l$  livelli,  $T$  è una matrice  $n \times l$  in cui il generico elemento  $(i, j)$  è uguale a 1 se è incluso nel livello  $l$  e 0 in caso contrario,  $A$  è l'insieme delle matrici di adiacenza.

### V. CASO STUDIO

Il sistema multi energetico considerato in questo studio consiste in una rete elettrica interconnessa con una rete gas. La rete elettrica è la IEEE 24-bus test system, riportata in fig. 2, i cui dati possono essere recuperati in [2]. A tale rete è stata aggiunta una rete gas sintetica con 7 nodi sulla base di una estensione del sistema a 3 nodi proposto in [3]. La rete gas contiene il sottoinsieme di nodi  $N_{gas} = \{11, 12, 14, 16, 19, 20, 24\}$  in cui i fornitori di gas sono i nodi  $S_{gas} = \{12, 16, 20\}$ .

La rete elettrica e la rete gas sono accoppiate per mezzo di 6 hub energetici che corrispondono al sottoinsieme di nodi  $N_{EH} = \{11, 14, 16, 19, 20, 24\}$ . L'accoppiamento delle due reti può essere rappresentato sfruttando due livelli come mostrato in fig. 3. In questa rete gli archi *intralayer* sono diretti e rappresentano il flusso di potenza tra nodi della

stessa infrastruttura energetica. Gli archi *interlayer* sono anche essi diretti e rappresentano la conversione da gas a energia elettrica operata tramite CHP negli hub energetici. Il gas in ingresso in una CHP  $\nu P^{\text{gas}}$  è convertito in energia elettrica tramite il coefficiente  $\eta_{CHP}^{\text{el}} = 0.45$  e, il peso degli archi *interlayer* è calcolato proprio sulla base della conversione da gas a energia elettrica:  $\nu \eta_{CHP}^{\text{el}} P^{\text{gas}}$ .

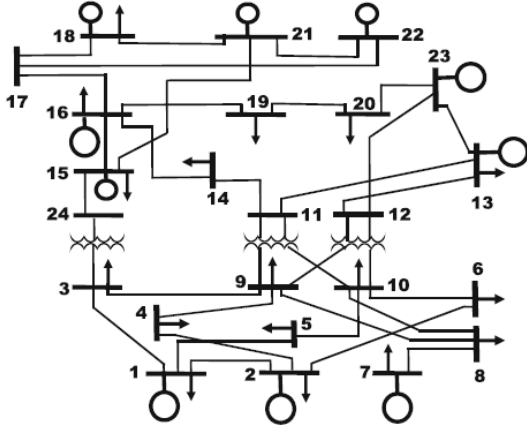


Fig. 2. IEEE RTS 24-bus network

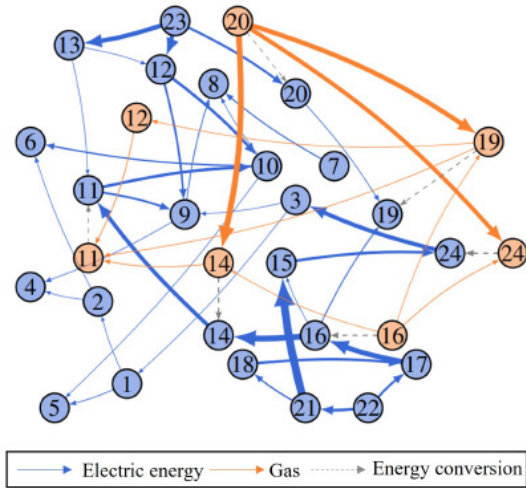


Fig. 3. Multilayer test network represented on a plane

Una volta definito il sistema lo scopo di questo studio è stato quello di mostrare come un sistema multi energetico modellato tramite rete multi livello possa essere analizzato in maniera approfondita. Durante lo studio si è posta particolare attenzione agli impatti che strategie di modellazione differenti possano avere sui risultati dell'analisi e quindi sull'individuazione di regole per la corretta interpretazione dei risultati. Seppure in [1] sia stata effettuata un'analisi della medesima rete non sono stati considerati gli impatti sui risultati relativi alla considerazione dei seguenti modelli:

- Grafo multi livello pesato con archi *interlayer*;
- Grafo multi livello pesato senza archi *interlayer*;
- Grafo multi livello non pesato con archi *interlayer*;

- Grafo multi livello non pesato senza archi *interlayer*.

#### A. Generalità della rete

Le caratteristiche principali del modello di rete considerato sono le seguenti:

- Numero di nodi pari a 31 di cui 7 appartenenti alla rete gas e 24 a quella elettrica;
- Numero di livelli pari a 2 (rete gas e rete elettrica);
- Numero di archi pari a 50 di cui 6 *interlayer*, 10 appartenenti al livello gas e 34 a quello elettrico.

Il grafo considerato appartiene alla famiglia dei DAG (grafi diretti aciclici).

Il grafo in analisi non risulta essere fortemente connesso. Infatti, la condizione

$$\sum_{k=0}^{n-1} A^k > 0$$

non risulta verificata (la matrice di adiacenza non è irriducibile). Inoltre, si evidenzia l'assenza di componenti fortemente connesse (sottoinsiemi massimali di nodi tutti tra loro fortemente connessi).

La struttura del grafo è ben evidenziata in fig. 4. In tale figura la dimensione dei nodi è proporzionale al grado di uscita (considerato come somma dei pesi degli archi uscenti), la dimensione degli archi è proporzionale al loro peso-importanza, gli archi in verde rappresentano le connessioni *interlayer*, mentre quelli in rosso e blu quelle *intralayer*.

Il grafo risulta essere debolmente connesso, in quanto la sua versione non orientata è costituita da una sola componente connessa. L'eventuale presenza di più componenti connesse, avrebbe individuato sistemi energetici non interagenti, che non sono oggetto di tale studio.

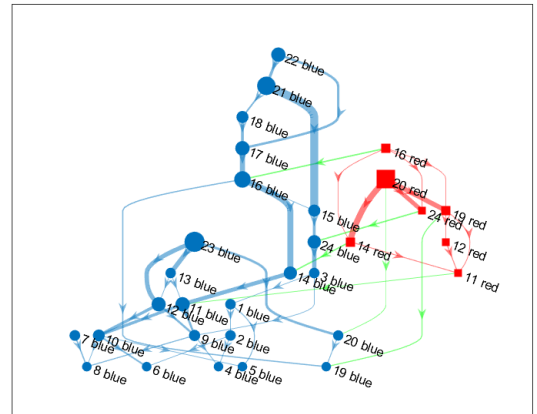


Fig. 4. Multilayer network with edges dimension proportional to flow intensity and nodes dimension proportional to weighted outdegree.

#### B. Densità

La densità è una misura globale della rete e si calcola come il rapporto tra il numero di archi esistenti e il massimo numero di archi possibili tra  $n$  nodi. Tipicamente la densità permette di valutare la resilienza e la robustezza di una rete.

1) *Analisi:* Nel grafo orientato considerato, composto da  $n = 31$  nodi, il numero di archi esistenti è pari a  $m = 50$  mentre, il numero di archi possibili è pari a  $n(n-1) = 930$ . Di conseguenza, la densità del grafo risulta essere pari a  $\rho = \frac{m}{n(n-1)} = 0.054$ .

Considerando la versione non orientata del medesimo grafo, risulta che il numero di archi possibili tra  $n$  nodi è pari a  $n(n-1)/2 = 465$  e di conseguenza il valore di densità risulta pari a  $\rho = 0.11$ .

Si evince come il valore di densità  $\rho$  sia molto basso e di conseguenza la rete poco densa. Questa caratteristica, considerate anche analisi passate su reti simili, sembrerebbe essere una tendenza comune nelle reti energetiche.

In termini concreti tale valore sta ad indicare che ci sono pochi archi nella rete rispetto al massimo numero di archi che potrebbero esserci. Quindi ogni nodo è mediamente poco connesso agli altri e tale considerazione è verificabile analizzando fig. 5. In effetti la media dei valori ottenuti dalla somma del grado d'ingresso e d'uscita di ciascun nodo, risulta essere pari circa a  $x = 3$ . Ciascun nodo è mediamente direttamente connesso con 3 nodi della rete.

Il valore di densità ottenuto, però, dev'essere valutato considerando il fatto che, anche se tra due generici nodi  $i$  e  $y$  appartenenti a un livello  $l$ , nella realtà, vi fossero più linee di connessione (e.g. più condutture), nel modello considerato tutte queste linee saranno rappresentate da un solo arco.

2) *Considerazioni:* In conclusione, è doveroso fare le seguenti osservazioni circa la valutazione della densità del grafo:

- La valutazione della densità non può acquisire una valenza significativa in termini di resilienza e robustezza per i motivi descritti precedentemente. Tuttavia, bisognerebbe tener conto anche della capacità della connessione, della sua locazione geografica, della sua incidenza ai guasti e di altri fattori. Si potrebbe pensare, laddove possibile, di assegnare a ciascun arco un'etichetta riassuntiva di tali metriche e riportare tale valore nel calcolo di una nuova densità. Inoltre, bisognerebbe definire in modo opportuno il valore del denominatore della formula, in quanto nella formula canonica questo porta in conto archi che nella realtà non potrebbero mai esistere. Ad esempio, non potrebbe esistere un arco che va dal nodo 8blue (carico) al nodo 20blue (generatore). Inoltre, si evidenzia come ciascun hub energetico (lato rete gas) possa essere collegato, in uscita, solo con il corrispondente hub energetico nella rete elettrica e in ingresso solo con nodi appartenenti al livello "gas".
- In caso contrario è prevedibile ottenere un valore basso di densità dovuto alla natura stessa del modello.

### C. Centralità di grado

La centralità di grado è una misura che caratterizza ciascun nodo della rete. Nell'ambito dei grafi orientati si fa riferimento al grado d'ingresso e d'uscita di un nodo. Tipicamente tali misure rappresentano il numero di archi in ingresso e in

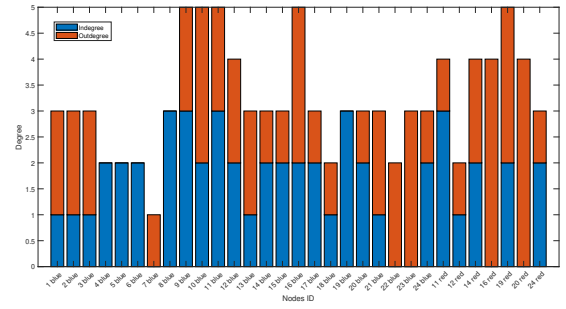


Fig. 5. Indegree and outdegree values for multilayer network calculated on binary matrix.

uscita da un dato nodo, tuttavia, nell'ambito dei grafi pesati è possibile prendere anche in considerazione il peso degli archi (inteso come peso importanza) per fare ulteriori valutazioni.

1) *Analisi:* La valutazione della centralità di grado è stata effettuata sulla rete multi livello considerando sia la matrice di adiacenza pesata (pesi-importanza) che quella binaria associata al grafo. I risultati ottenuti in entrambi i casi, per quanto riguarda il grado di ingresso, sono rispettivamente riportati in fig. 6 e fig. 7.

Dalle figure si può notare come i risultati ottenuti siano tra loro poco corrispondenti. Nel caso in cui si è considerata la matrice binaria associata al grafo, i dati ottenuti rappresentano, per ciascun nodo, il numero di archi in ingresso. Tanto più elevato è tale valore, maggiore è il numero di sorgenti di potenza dalle quali il nodo considerato attinge.

Ovviamente, si evince corrispondenza per quanto riguarda i nodi *source* (ovvero quelli con grado di ingresso nullo). Infatti, i nodi 7, 22 e 23 della rete elettrica e i nodi 16 e 20 della rete gas sono, in entrambi i casi, caratterizzati da un grado di ingresso nullo. Ciò, in termini di rete, è traducibile con l'identificazione dei nodi che non attingono potenza da alcuna sorgente e quindi possono essere considerati, a meno che non siano degli hub energetici, dei generatori o degli aggregati autosufficienti che contribuiscono ad alimentare il resto della rete. Tale deduzione è stata poi confermata dall'analisi dello schema elettrico della rete.

In seconda analisi, il grado di ingresso di un generico nodo  $i$  è stato calcolato come somma dei pesi degli archi in ingresso al nodo stesso. Il valore massimo è detenuto dal nodo 15 della rete elettrica e dal nodo 14 della rete gas. Il nodo 14 rappresenta un hub energetico della rete ed è caratterizzato da un valore ancor più elevato di grado d'ingresso nella rete elettrica.

In modo analogo, per il grado di uscita, la valutazione è stata effettuata sia tramite la matrice binaria associata al grafo che quella pesata (pesi-importanza). I risultati ottenuti sono riportati in fig. 9 e fig. 10.

Nel primo caso i nodi 10, 16, 23 della rete elettrica e 16, 20 della rete gas fanno registrare il valore massimo. Dall'analisi della rete è emerso che i nodi 23blue (nodo 23 della rete elettrica) e 20red (nodo 20 della rete gas) rappresentano degli aggregati autosufficienti in grado di alimentare il resto della rete, in accordo con quanto stabilito dalla valutazione del

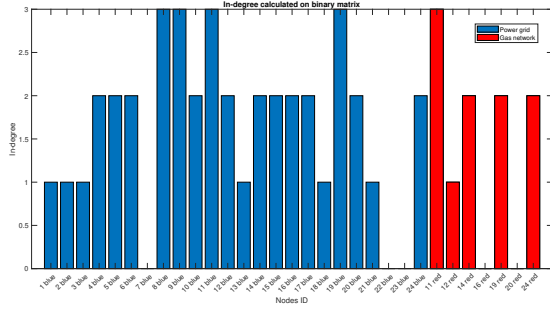


Fig. 6. In-degree values for multilayer network calculated on binary matrix.

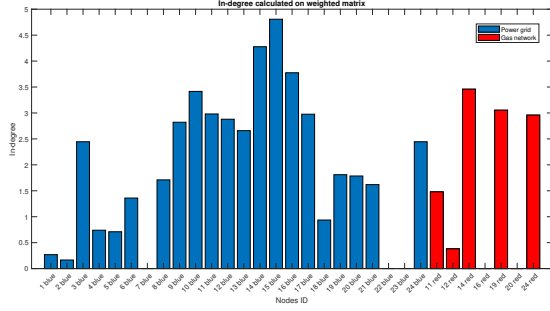


Fig. 7. In-degree values for multilayer network calculated on weighted matrix.

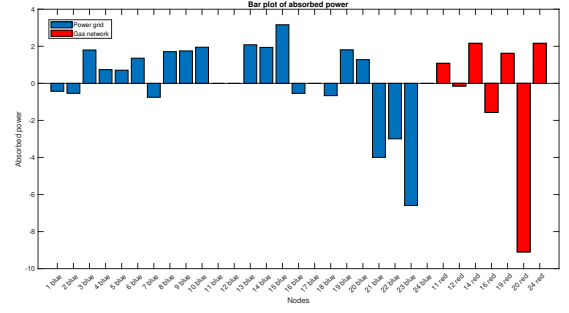


Fig. 8. Absorbed power function.

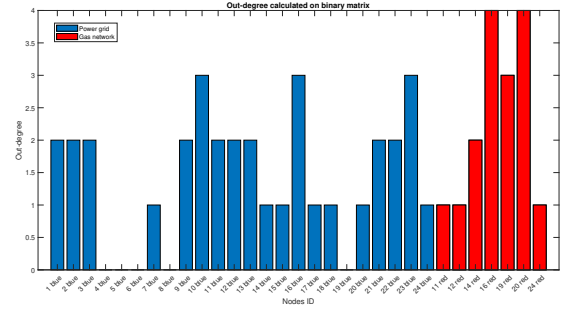


Fig. 9. Out-degree values for multilayer network calculated on binary matrix.

grado di ingresso. I nodi 16blue e 16red, invece, rappresentano un hub energetico capace di smistare la potenza dalla rete gas a quella elettrica.

Dalla valutazione pesata del grado di uscita è emerso che: i nodi 20red e 23blue hanno il valore massimo di grado di uscita e rappresentano le sorgenti primarie di tutta la rete. In entrambi i casi i nodi 4, 5, 6 e 8 della rete elettrica hanno un valore di grado di uscita nullo (detti nodi *sink*) e sembrerebbero rappresentare i carichi della rete. Tale deduzione è stata poi confermata dalla valutazione dello schema elettrico della rete stessa.

Inoltre, è stato valutato il grado medio, che è indipendente dal grado d'ingresso e d'uscita  $\theta_{av}^{in} = \theta_{av}^{out} = \theta_{av}$ . In particolare risulta che:

- Prendendo in considerazione i pesi degli archi,  $\theta_{av} = 1.868$ ;
- Invece, non prendendo conto dei pesi degli archi,  $\theta_{av} = 1.619$ .

Infine, è stata valutata la quantità di potenza assorbita da ciascun nodo, calcolata come la differenza tra il grado d'ingresso e quello d'uscita (valori negativi della funzione rappresentano l'immissione di potenza in rete). I risultati ottenuti sono riportati in fig. 8.

L'analisi è poi proseguita valutando la funzione di distribuzione di grado  $\rho(\theta)$  che, com'è noto, per ogni valore di grado individua la frazione di nodi della rete che possiedono quel valore di grado. I risultati ottenuti sono riportati in fig. 11.

2) *Considerazioni:* Nell'ambito del modello considerato, ai fini dell'analisi della centralità di grado, è risultato molto utile considerare la matrice pesata oltre alla matrice binaria.

Entrambe, infatti, hanno fornito informazioni utili. I *pattern* osservati risultano i seguenti:

- I nodi con grado di uscita nullo rappresentano dei carichi o degli aggregati non autosufficienti, cioè non capaci di produrre tanta potenza quanto necessaria a soddisfare il proprio fabbisogno, tuttavia, potrebbero rappresentare degli aggregati autosufficienti dal punto di vista energetico, quindi si configurerebbero nella rete come dei nodi isolati;
- I nodi con grado d'ingresso nullo rappresentano degli aggregati autosufficienti, ossia aggregati con una capacità di generazione sufficiente a soddisfare il proprio fabbisogno energetico (se presente) e capaci di alimentare il resto della rete;
- Per ciascun nodo, la differenza tra il grado d'uscita pesato e quello d'ingresso pesato, rappresenta la quantità di potenza assorbita dal nodo stesso;
- Nel caso di hub energetico, le considerazioni soprantanti vanno adattate alla specifica infrastruttura considerata.

#### D. Betweenness

La betweenness è una misura di centralità utile a identificare i nodi "critici" della rete, relativamente alla loro capacità di smistare i flussi di potenza. Tale misura, infatti, indica la capacità di un nodo di "trovarsi nel mezzo". Formalmente, tale misura valuta quanto un nodo risieda nelle geodetiche tra ogni coppia di nodi della rete.

1) *Analisi:* Considerato un nodo  $i$  la sua betweenness è calcolata come il rapporto tra il numero di geodetiche da un

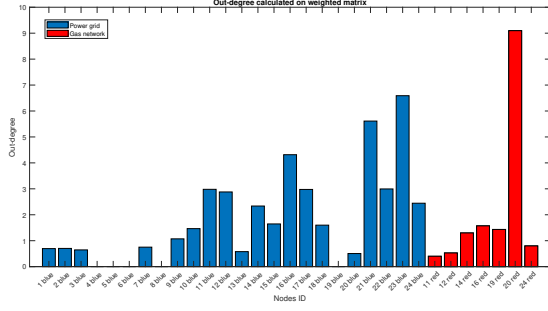


Fig. 10. Out-degree values for multilayer network calculated on weighted matrix.

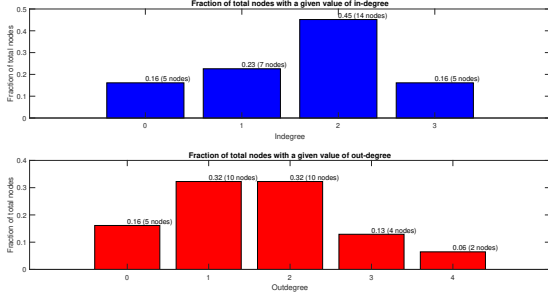


Fig. 11. Degree distribution for multilayer network calculated on binary matrix.

nodo  $s$  a un nodo  $t$  che passano per il nodo  $i$ , e il totale delle geodetiche che vanno da  $s$  a  $t$ , al variare dei nodi  $s$  e  $t$  della rete. Il tutto, poi, è normalizzato per  $n^2$ , che rappresenta il numero di possibili coppie di nodi della rete:

$$c_{bi} = \frac{1}{n^2} \sum_{s,t=1}^n \frac{n_{st}^i}{g_{st}}.$$

Nei grafici seguenti, i valori di betweenness riportati sono stati opportunamente normalizzati.

In prima analisi, i due livelli (*power grid* e *gas network*) sono stati considerati come due reti distinte. Quindi, è stata effettuata la valutazione di tale indice sui nodi delle stesse. I relativi risultati sono riportati in fig. 12 e fig. 13.

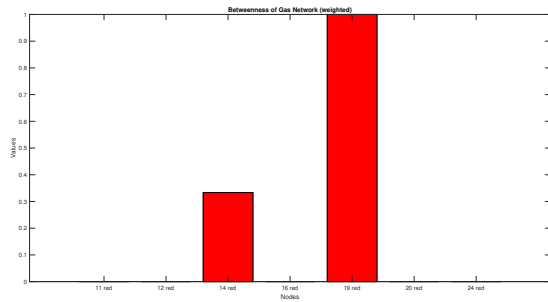


Fig. 12. Betweenness of gas network's nodes calculated on weighted matrix.

Successivamente, è stata considerata l'intera rete *multilayer*, priva degli archi *interlayer* e, per ogni nodo, è stata valutata la betweenness sia tenendo conto del peso-

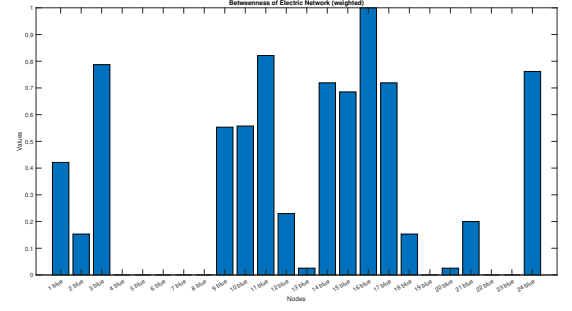


Fig. 13. Betweenness of electric network's nodes calculated on weighted matrix.

distanza, che escludendolo, cioè considerando sia la matrice di adiacenza pesata, che quella binaria associata al grafo. I risultati ottenuti sono rispettivamente riportati in fig. 14 e fig. 15.

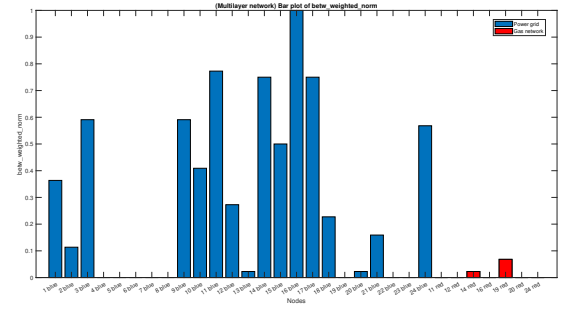


Fig. 14. Betweenness for multilayer network without *interlayer* edges calculated on weighted matrix.

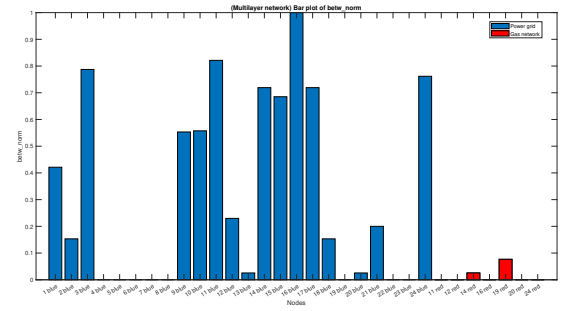


Fig. 15. Betweenness for multilayer network without *interlayer* edges calculated on binary matrix.

Al fine di effettuare una corretta e completa analisi, si è ritenuto opportuno tener conto anche dell'accoppiamento tra i livelli della rete e, di conseguenza, sono stati calcolati i valori di betweenness considerando anche gli archi *interlayer*. In tal caso, è stata effettuata una prima valutazione sulla matrice binaria associata al grafo. Questo ha permesso di analizzare l'importanza dei nodi dal punto di vista della centralità ma considerando esclusivamente la struttura topologica della rete e non il peso-distanza (risultati riportati in fig. 16).



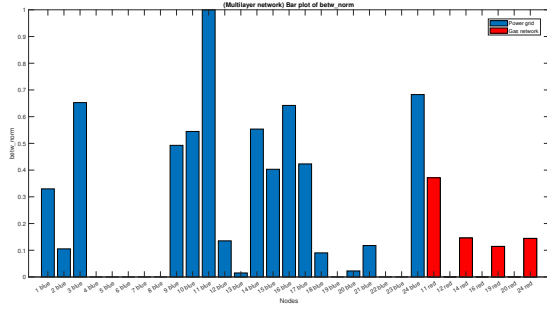


Fig. 16. Betweenness for multilayer network with *interlayer* edges calculated on binary matrix.

In ultima analisi, si è tenuto conto anche dei pesi-distanza. I risultati ottenuti sono riportati in fig. 17.

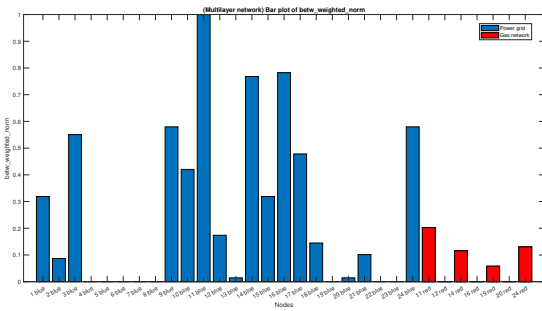


Fig. 17. Betweenness for multilayer network with *interlayer* edges calculated on weighted matrix.

2) *Considerazioni:* In tutti i casi analizzati, i nodi 4, 5, 6, 7, 8, 19, 22 e 23 della *power grid* e i nodi 12, 16 e 20 della *gas network* assumono un valore di betweenness nullo. Ciò accade perché si tratta di carichi o generatori (nodi periferici) e quindi non inseriti nelle geodetiche del grafo. Tali nodi, dal punto di vista della topologia della rete, si collocano nelle zone periferiche e non in posizioni centrali. Questi nodi non appartengono ai percorsi minimi sopracitati e ciò è dovuto anche al fatto che alcuni di essi hanno un indegree o un outdegree nullo.

Si noti anche che, nel caso dell'analisi dell'intera rete multilivello, provvista anche degli archi *interlayer*, sia che si consideri il peso degli archi, sia che non lo si faccia, il più alto valore di betweenness è quello relativo al nodo 11 della *power grid*.

Questo testimonia che, sia considerano la rete esclusivamente dal punto di vista della sua struttura, che considerando anche la forza e il peso delle sue connessioni, il nodo 11 rappresenta senza ombra di dubbio una criticità, cioè un punto di passaggio critico delle risorse all'interno della rete e, pertanto, un elemento cruciale anche dal punto di vista della vulnerabilità della rete stessa. Rafforza tale tesi anche l'analisi effettuata senza considerare gli archi *interlayer*, infatti anche in questi due casi il nodo 11 assume un valore molto elevato, in particolare il secondo valore più alto di betweenness. Il primo valore più elevato in questi ultimi

due casi, invece, appartiene al nodo 16 della *power grid*, il quale, anche nelle analisi fatte sulla rete provvista degli archi *interlayer*, assume un valore di betweenness molto alto.

Un'ulteriore considerazione, che vale la pena fare, è relativa al nodo 14 della *power grid*, il quale, prendendo in considerazione i pesi di tutti gli archi della rete e gli archi *interlayer* (fig. 17), assume il terzo valore più elevato di betweenness e, nonostante questo, possiede dei valori di grado d'ingresso e d'uscita abbastanza bassi, di conseguenza, è possibile affermare che tale nodo si configuri come un *broker* della rete.

In fig. 18 sono mostrati i valori di betweenness assunti dai nodi del grafo.

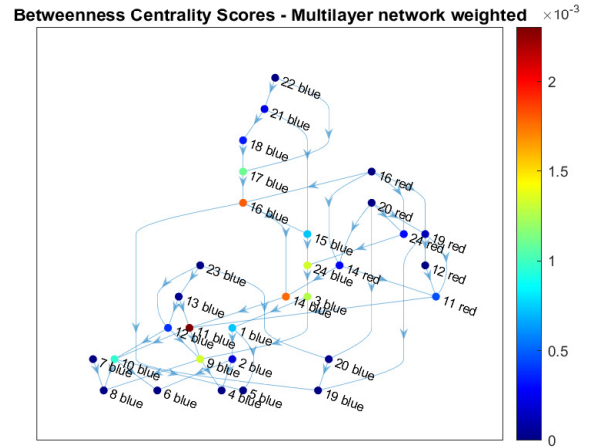


Fig. 18. Betweenness for multilayer network with *interlayer* edges calculated on weighted matrix.

### E. Closeness

Considerato che il grafo in analisi è un grafo diretto la valutazione della closeness ha previsto il calcolo della incloseness e della outcloseness. Le formule canoniche per il calcolo delle closeness sono le seguenti:

$$c_{li}^{out} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{1}{d_{ij}} \text{ e } c_{li}^{in} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1, j \neq i}^n \frac{1}{d_{ji}},$$

In cui i termini  $d_{ij}$  e  $d_{ji}$  indicano rispettivamente la distanza del percorso minimo dal nodo  $i$  al nodo  $j$  e quella del percorso minimo dal nodo  $j$  al nodo  $i$ , quindi le lunghezze delle geodetiche che connettono i due nodi in un verso e nell'altro.

I risultati derivanti da tale valutazione sono riportati in fig. 19. Dagli stessi emerge che i nodi 23blue e 16red sono caratterizzati dal massimo valore di outcloseness, mentre i nodi 4blue, 5blue, 6blue, 8blue e 19blue hanno un valore di outcloseness nullo.

Il valore nullo sta ad indicare che il denominatore  $d_{ij}$  nella formula per il calcolo della outcloseness risulta sempre pari a infinito. Da questo si evince che questi nodi hanno un grado di uscita nullo, e quindi non distribuiscono energia al resto della rete (agiscono da carichi).

I valori massimi di outcloseness si ottengono, invece, per

valori piccoli del denominatore  $d_{ij}$  nella formula. Dal punto di vista topologico, infatti, tali nodi sembrano raggiungere gli altri nodi della rete più facilmente.

Per quanto riguarda il nodo 23blue, questo rappresenta un generatore di energia elettrica, il cui compito, quindi, è quello di smistare l'energia prodotta ai nodi della rete. A tal proposito, risulta sensato e importante il fatto che sia vicino e in grado di raggiungere più facilmente gli altri nodi della rete. Inoltre, si noti come abbia anche un grado d'ingresso nullo (si limita ad alimentare la rete) e che, considerando i pesi, tale nodo è risultato possedere il grado di uscita massimo nella rete elettrica com'è possibile notare dalla fig. 10.

Il nodo 16red, il quale possiede il valore massimo di outcloseness tra i nodi della rete gas, rappresenta un hub energetico che ha il compito di distribuire gas tra i nodi "red" e, soprattutto, quello di trasformare gas in energia elettrica e smistarla nella rete, per cui anche in tal caso risulta opportuno che sia vicino e riesca a raggiungere gli altri nodi in modo relativamente facile.

La valutazione dell'outcloseness è poi proseguita prendendo in considerazione i pesi degli archi, ma considerando che, nel grafo in analisi, il peso di ciascun arco rappresenta l'intensità di una relazione, è stata definita una nuova matrice di adiacenza in cui i pesi rappresentassero il concetto di distanza. Tale matrice è stata ottenuta calcolando l'inverso di tutti gli elementi della matrice di adiacenza pesata diversi da zero e lasciando invariati quelli nulli. I risultati ottenuti da questa valutazione sono riportati in fig. 20.

Dal grafico si evince che, come ci si aspettava, i nodi con outcloseness nulla sono rimasti invariati, mentre i picchi sono raggiunti in corrispondenza di altri nodi. In particolare, i valori massimi si raggiungono per i nodi 22blue e 20red.

Il nodo 22blue rappresenta un generatore elettrico con grado d'ingresso nullo (si limita ad alimentare la rete) e un grado di uscita significativo.

Il nodo 20red, invece, è un hub energetico caratterizzato da un grado di ingresso nullo e, nel caso in cui si considerino i pesi-importanza, il grado di uscita massimo.

Anche in tale analisi, quindi, risulta che i due nodi con i valori più elevati svolgano ruoli per i quali sia necessario raggiungere gli altri nodi della rete in modo facile.

Aver considerato due strategie diverse per la valutazione della outcloseness: dapprima senza tener conto dei pesi degli archi e poi, invece, tenendone conto, ha portato a risultati leggermente discordanti. Tuttavia, normalizzando le misure ottenute nei due casi tra 0 e 1 e calcolando il coefficiente di correlazione, ne è derivato che  $\rho_{XY} = 0.80087$ , denotando una forte correlazione tra le variabili.

L'analisi della closeness è poi proseguita valutando la incloseness, i risultati ottenuti sono riportati in fig. 21 e fig. 22.

Dalla valutazione sulla matrice binaria associata al grafo emerge che i nodi 7blue, 22blue, 23blue, 16red e 20red abbiano una incloseness nulla, oltre che, come visto precedentemente, anche un grado d'ingresso nullo. Il valore di incloseness nullo è dovuto al fatto che il denominatore

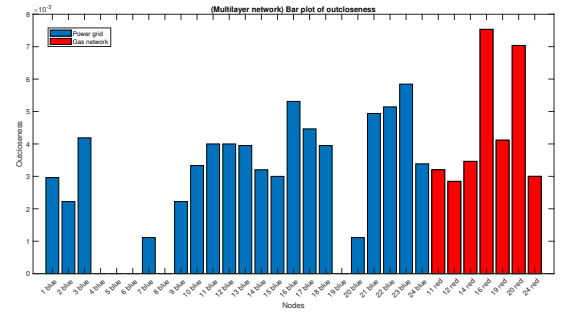


Fig. 19. Outcloseness for multilayer network with *interlayer* edges calculated on binary matrix.

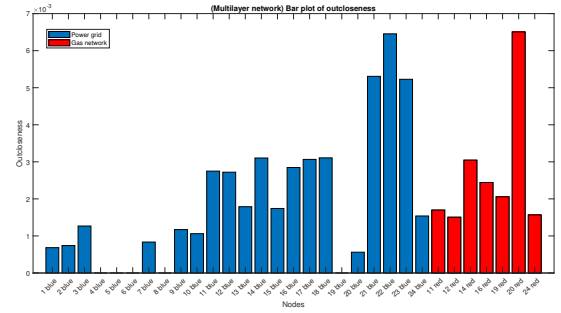


Fig. 20. Outcloseness for multilayer network with *interlayer* edges calculated on weighted matrix.

$d_{ji}$  è pari a infinito e questo significa che è impossibile raggiungere tali nodi da altri. È possibile affermare, dunque, che questi non vengano alimentati in alcun modo da altri nodi della rete.

I nodi 9blue e 11red hanno il valore massimo di incloseness nei rispettivi livelli. Il nodo 9blue è quindi vicino da raggiungere per gli altri nodi della rete, cioè, in termini pratici, un generico nodo di partenza  $j$  tenderà ad attraversare pochi nodi per raggiungere la sua destinazione  $i$ . In effetti tale nodo riceve una grande quantità di flussi di energia da differenti generatori della rete.

Il nodo 11red può essere raggiunto solo da nodi della rete gas in quanto non esistono archi che vanno dalla rete elettrica a quella gas. Questa caratteristica accomuna tutti i nodi della rete gas. Il fatto che esso assuma un valore elevato di incloseness, quindi, indica che gli altri nodi della rete gas, tendenzialmente, raggiungono il nodo 11red attraversando pochi archi. Quindi, è possibile affermare che, topologicamente, il nodo 11red rappresenta un importante collegamento tra i due livelli.

Anche in tal caso, i risultati tra il caso in cui sono stati considerati i pesi e quello in cui non sono stati presi in considerazione, ha portato all'individuazione di valori massimi differenti, ma si tratta comunque di risultati non molto distanti tra loro com'è dimostrato dal calcolo del coefficiente di correlazione:  $\rho_{XY} = 0.82155$ .

Una particolarità che inizialmente ha catturato l'attenzione, è il fatto che, sia avendo preso in considerazione i pesi degli archi, che non avendolo fatto, tendenzialmente, i nodi



nella rete gas hanno registrato valori di incloseness più bassi rispetto a quelli della rete elettrica, ciò è dovuto alla direzione degli archi *interlayer*, i quali partono tutti da nodi della rete gas e sono tutti quanti diretti verso la rete elettrica.

1) *Considerazioni:* In generale è emerso che:

- Tutti i nodi che hanno un valore di incloseness nullo corrispondono a generatori, ma non è possibile affermare il contrario in quanto alcuni generatori possono avere archi in ingresso;
- Tutti i nodi che hanno un valore di outcloseness nullo corrispondono a carichi, ma non è possibile affermare il contrario in quanto potrebbero esserci carichi con archi in uscita.

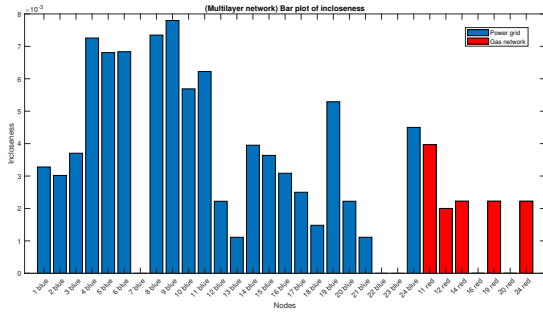


Fig. 21. Incloseness for multilayer network with *interlayer* edges calculated on binary matrix.

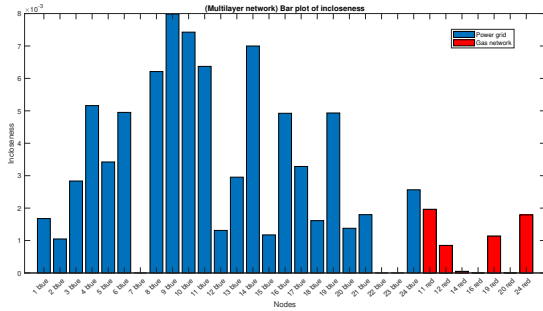


Fig. 22. Incloseness for multilayer network with *interlayer* edges calculated on weighted matrix.

## F. Coefficiente di clustering

Il coefficiente di *clustering* locale di un nodo  $i$ , indicato come  $c_{ci}$ , corrisponde alla densità dell'ego network del nodo  $i$ . In altre parole, tale coefficiente misura la probabilità che due nodi connessi a un nodo  $i$ , siano tra loro connessi, cioè misura la probabilità di chiusura delle triadi attorno al nodo ego. Il coefficiente assume valori tanto più vicini a 1, quanto maggiore sarà la densità della rete intorno al nodo ego e quindi quanto più sarà significativa la sua capacità di definire un *cluster*.

Si ricorda che la ego network di un nodo  $i^*$  è la rete che si ottiene considerando tutti i nodi connessi al nodo  $i^*$ , archi compresi, ed eliminando il nodo ego dalla rete. Informalmente può essere considerata come la porzione di

rete vista dalla prospettiva del nodo ego.

Nel caso di un grafo diretto, il coefficiente di *clustering* locale di un nodo  $i$  è calcolato come:

$$c_{ci}^d = \frac{m_i}{n_i(n_i - 1)}$$

Dove:

- $m_i$  rappresenta il numero di archi della ego network del nodo  $i$ ;
- $n_i$  indica il numero di nodi che compongono l'ego network del nodo  $i$ .

I risultati ottenuti sono riportati in tab. I.

TABLE I  
CLUSTERING COEFFICIENTS FOR NETWORK WITH *interlayer* EDGES

Clustering Coefficients in Power Grid	Value
Nodes 1 , 2, 3, 4, 5, 6	0
Node 7	0 (NaN)
Nodes 8, 9, 10, 11	0
Node 12	0.0833
Node 13	0.1667
Nodes 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22	0
Node 23	0.1667
Node 24	0
Clustering Coefficients in Gas Network	Value
Node 11	0.0833
Node 12	0.500
Nodes 14, 16	0
Node 19	0.050
Nodes 20, 24	0
Sample mean (two layer)	0.0339

1) *Analisi:* Com'è possibile notare, per il nodo 7 si è ottenuto un risultato indefinito, in quanto l'ego network di tale nodo è caratterizzata da un solo nodo: il nodo 8 e, di conseguenza, la formula precedente presenta un valore pari a zero al denominatore:  $n_i(n_i - 1) = 1(1 - 1) = 0$ .

Nell'ultima riga della tabella è riportato il coefficiente di *clustering* medio della rete. Nel calcolo di quest'ultimo valore, il coefficiente del nodo 7 è stato considerato pari a 0, in quanto non c'è alcuna probabilità che due nodi connessi a esso siano connessi tra loro, dato che questo presenta un'unica connessione con il nodo 8.

2) *Considerazioni:* Molti dei coefficienti di *clustering* sono nulli. Questa è una conseguenza della bassa densità della rete e implica che tutti i nodi con più di un solo vicino siano cruciali per garantire il flusso tra i vicini. La perdita di nodi con un elevato coefficiente di clustering locale non impatta significativamente sulla connettività della rete, tale considerazione può essere confermata da un'ispezione visiva del grafo. E.g. il nodo 12red ha un coefficiente di *clustering* pari a 0.5 e, infatti, una sua eventuale perdita non sarebbe significativa per la connettività della rete in quanto i suoi vicini (19red e 11red) sarebbero comunque connessi da un arco.

### G. Autorità e hub della rete

In un grafo diretto può essere utile individuare hub e autorità. Gli stessi vengono identificati calcolando, per ciascun nodo, i relativi punteggi e individuando i nodi che ottengono i valori maggiori.

Gli hub sono i nodi che puntano ai nodi importanti della rete: le autorità. In particolare, detto  $c_{hi}$  il peso di hub del nodo  $i$  e  $c_{aj}$  il peso di autorità del nodo  $j$ , si ha che:

$$c_{hi} = \alpha \sum_{j=1}^n [A]_{ij} c_{aj} \rightarrow c_h = \alpha A c_a$$

Le autorità, invece, sono i nodi puntati dagli hub. Detto  $c_{ai}$  il peso di autorità del nodo  $i$  e  $c_{hj}$  il peso di hub del nodo  $j$ , si ha che:

$$c_{ai} = \beta \sum_{j=1}^n [A]_{ji} c_{hj} \rightarrow c_a = \beta A^T c_h$$

Analiticamente, i punteggi di hub e autorità sono dati dagli autovettori destri associati allo stesso autovalore dominante delle matrici di co-citazione  $AA^T$  e di accoppiamento bibliografico  $A^T A$ , rispettivamente. Quindi, indicato con  $\rho$  il raggio spettrale delle matrici  $AA^T$  e  $A^T A$  risulta che:

$$\begin{aligned} AA^T c_h &= \rho c_h \\ A^T A c_a &= \rho c_a. \end{aligned}$$

1) *Strategia di analisi*: I valori di hub e autorità sono stati calcolati seguendo due strategie:

- La prima ha previsto di non prendere in considerazione il peso e quindi l'importanza degli archi;
- La seconda, invece, ha tenuto conto di tale fattore, quindi del flusso di potenza scambiato tra i nodi della rete.

I risultati ottenuti seguendo entrambe le strategie, sono riportati in fig. 23. Nella fig. 24 e nella fig. 25, invece, sono riportate prospettive diverse del grafo in analisi, anch'esse utili all'individuazione di hub e autorità nella rete.

2) *Analisi dei risultati - Prima Strategia*: Dagli stessi si evince che:

- I punteggi di hub più elevati, in ordine decrescente, appartengono ai seguenti nodi: 20red, 16red, 23blue, 17blue, 13blue, 14blue e 11blue;
- Per quanto riguarda i punteggi di autorità, i nodi che hanno ottenuto i punteggi più elevati, sempre ordinati in modo decrescente, sono: 14red, 19red e 24red, classificati a pari merito, e seguiti dai nodi 20blue, 16blue, 12blue, 13blue, 11blue.

3) *Analisi dei risultati - Seconda Strategia*: Seguendo la seconda strategia di analisi è risultato che:

- Il nodo 20red ha ottenuto il punteggio di hub più significativo, seguito dai nodi 16red, 23blue e 17blue.
- Il nodo 14red ha ottenuto il punteggio di autorità più elevato, seguito dai nodi 19red, 24red e 20blue.

4) *Considerazioni*: Dai risultati emerge che:

- I risultati ottenuti seguendo le due strategie sono, per linea di massima, coerenti e concordi;

- In entrambe le valutazioni, sia per i punteggi di hub che di autorità, i nodi che fanno registrare i valori maggiori appartengono alla rete gas;
- Le autorità sono i nodi 14, 19, 24 per la rete gas e 20, 16 per quella elettrica;
- Gli hub della rete sono i nodi 20, 16 della rete gas e i nodi 23 e 17 della rete elettrica;
- I valori di hub e autorità sono pari a 0 per la maggior parte dei nodi della rete;
- Sebbene i nodi caratterizzati da un punteggio di centralità di hub elevato non corrispondano ad hub energetici, come invece ci si aspetterebbe, è interessante osservare come tutti questi abbiano almeno un arco in uscita verso un hub energetico appartenente alla rete gas o a quella elettrica. Infatti, il nodo 20red che detiene il punteggio maggiore di centralità di hub è il nodo caratterizzato dal maggior numero di archi in uscita verso hub energetici. I nodi hub, quindi, corrispondono per lo più ai generatori della rete e, sempre riferendoci al nodo 20red, che detiene il punteggio di hub massimo, quest'ultimo è caratterizzato anche dal massimo valore di grado di uscita;
- Le autorità, dal punto di vista topologico, tendono a trovarsi in prossimità dei nodi hub e rappresentano per lo più proprio gli hub energetici, ovvero infrastrutture che espletano ruoli di conversione energetica. Tali nodi identificano i principali punti di diffusione di potenza tra i livelli. Si noti anche come i nodi con punteggio di centralità di autorità più elevato corrispondono proprio agli hub energetici con il valore di grado d'ingresso pesato più elevato.

5) *Considerazioni aggiuntive*: In seguito alle considerazioni fatte, è stata valutata la presenza di un'eventuale correlazione tra i punteggi di hub e autorità e i valori di grado d'ingresso e d'uscita. Indicato con  $\rho$  il coefficiente di correlazione di Pearson, da tale analisi è emerso che:

- Correlazione tra punteggi di hub e grado pesato d'uscita  $\rho = 0.6584$ ;
- Correlazione tra punteggi di hub e grado pesato d'ingresso  $\rho = -0.2753$ ;
- Correlazione tra punteggi di autorità e grado pesato d'uscita  $\rho = -0.1135$ ;
- Correlazione tra punteggi di autorità e grado pesato d'ingresso  $\rho = 0.3182$ .

Quindi, in conclusione, emerge una correlazione positiva tra i punteggi di hub e il grado pesato d'uscita dei nodi.

### H. Assortatività

Nell'ambito dell'analisi delle reti sociali, l'*assortativity* o *assortative mixing* è una misura che valuta la tendenza di un vertice ad essere direttamente connesso (tramite un arco) ad altri vertici nella rete, rispetto ad alcune caratteristiche specifiche. La prima misura di *assortativity* è stata proposta da Newman nel 2002 ed era definita per analizzare le tendenze nelle connessioni tra nodi sulla base del loro grado. Tuttavia, la metrica può essere definita su ogni caratteristica

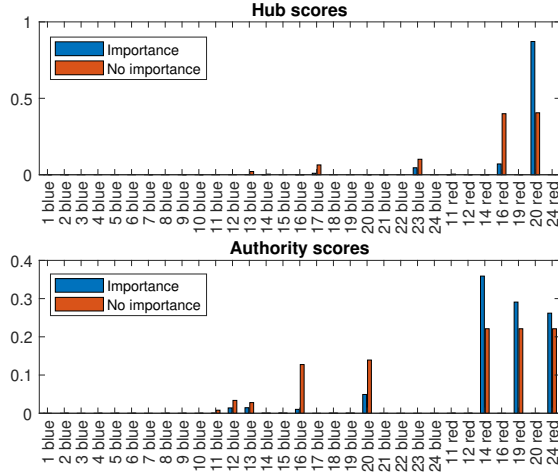


Fig. 23. Hub and authority ranks.

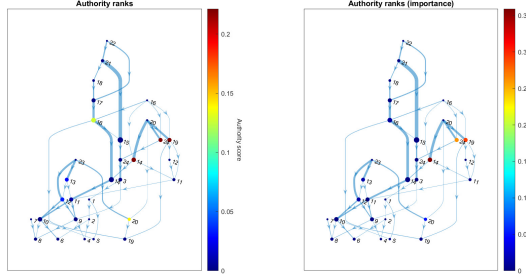


Fig. 24. Multilayer network with edges dimension proportional to flow intensity and nodes dimension proportional to weighted indegree. Color map on authority scores.

dei vertici, anche se il grado è la più popolare.

Diverse sono le strategie che è possibile utilizzare per la valutazione di tale tendenza nelle connessioni tra i nodi di una rete, e derivano tutte dalla formula per il calcolo dell'*assortativity* proposta da Newman per reti non orientate e non pesate che, a sua volta, deriva dalla formula per il calcolo del coefficiente di correlazione di Pearson.

In questo studio si è fatto riferimento a:

- Coefficiente di assortatività globale per grafi diretti e pesati: al fine di valutare le tendenze complessive dei nodi della rete;
- Coefficiente di assortatività locale o "*local assortativity*": al fine di analizzare le tendenze a creare determinate connessioni da parte dei singoli nodi della rete, quindi valutare il contributo di ciascun nodo rispetto al livello di *assortativity* globale.

1) *Assortatività Globale*: Con riferimento allo studio [4], dette  $X$  e  $Y$  due caratteristiche quantitative per tutti i vertici in un grafo pesato e orientato  $G(V, E)$  e stabilito che  $(X_i, Y_i)$  siano i valori che le due caratteristiche assumono per ogni vertice  $i \in V$ . Il coefficiente di *assortativity* per un grafo orientato e pesato, il cui calcolo è basato sul coefficiente di Pearson, è definito come:

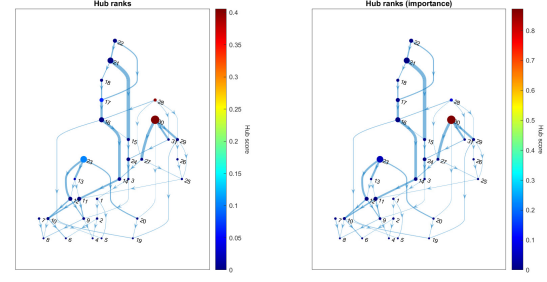


Fig. 25. Multilayer network with edges dimension proportional to flow intensity and nodes dimension proportional to weighted outdegree. Color map on hub scores.

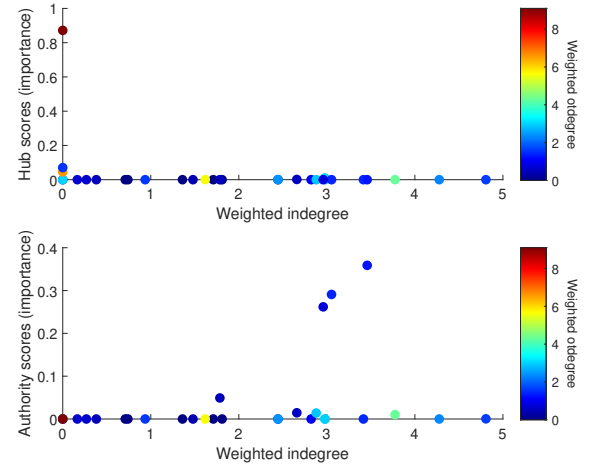


Fig. 26. Hub and authority scores related with degree centrality.

$$\rho_{X,Y}(G) = \frac{\sum_{i,j \in V} w_{ij} (X_i - X_{sou}^{av})(Y_i - Y_{tar}^{av})}{W \sigma_X \sigma_Y}$$

Con:

- $W$  che indica la somma dei pesi-importanza degli archi e viene calcolato come:  

$$W = \sum_{i,j \in V} w_{ij};$$
- $X_{sou}^{av}$  che è la media della caratteristica  $X$  calcolata sui nodi sorgente;
- $Y_{tar}^{av}$  che è la media della caratteristica  $Y$  calcolata sui nodi target;
- $\sigma_X$  e  $\sigma_Y$  che rappresentano le deviazioni standard delle caratteristiche  $X$  e  $Y$ ;

Naturalmente, le due caratteristiche  $X$  e  $Y$  possono coincidere e, in tal caso, si valuterebbe la tendenza che i nodi della rete con determinati valori di una certa caratteristica hanno, nel connettersi a nodi con valori simili della stessa caratteristica.

Il valore di  $\rho_{X,Y}$  è sempre compreso tra  $-1$  e  $1$ , dove il segno indica la direzione del legame.

In tab. II e tab. III sono riportati i valori di riferimento per l'interpretazione della misura.

Considerate due misure che caratterizzano i nodi di una rete, e.g. il grado d'ingresso e d'uscita, in una rete

TABLE II  
RANGE OF CORRELATION COEFFICIENT VALUES AND THE  
CORRESPONDING LEVELS OF CORRELATION.

Range of Correlation Coefficient	Level of Correlation
0.80 to 1.00	Very Strong Positive
0.60 to 0.79	Strong Positive
0.40 to 0.59	Moderate Positive
0.20 to 0.39	Weak Positive
0.00 to 0.19	Very Weak Positive
-0.01 to -0.19	Very Weak Negative
-0.20 to -0.39	Weak Negative
-0.40 to -0.59	Moderate Negative
-0.60 to -0.79	Strong Negative
-0.80 to -1.00	Very Strong Negative

TABLE III  
RANGE OF ASSORTATIVITY INDEX VALUES AND THE CORRESPONDING  
LEVELS OF ASSORTATIVITY.

Range of Assortativity	Level of Assortativity
0.60 to 1.00	Strongly Assortative
0.20 to 0.59	Weakly Assortative
0.00 to 0.19	Neutral
0.00 to -0.19	Neutral
-0.20 to -0.59	Weakly Dissortative
-0.60 to -1.00	Strongly Dissortative

assortativa i nodi con un valore di grado d'ingresso alto tenderebbero a essere connessi a nodi con un valore di grado d'uscita alto. Mentre, i nodi con un valore di grado d'ingresso basso tenderebbero a essere connessi a nodi con un valore di grado d'uscita basso. In una rete disassortativa, invece, si osserverebbe il comportamento contrario: nodi con un valore di grado d'ingresso alto tenderebbero a essere connessi a nodi con un valore di grado d'uscita basso e viceversa.

2) *Assortatività Locale*: L'assortatività locale in un grafo diretto  $\rho_d$ , si riferisce alla tendenza di un singolo nodo  $j$  di un grafo, nel connettersi preferenzialmente con nodi che hanno caratteristiche simili. Per il calcolo di tale indice, con riferimento a [5], è stata utilizzata la seguente formula:

$$\rho_d = \frac{(X_j)^2(\bar{Y}_j^{sou} - \mu_q^Y) + (Y_j)^2(\bar{X}_j^{tar} - \mu_q^X)}{2M\sigma_q^Y\sigma_q^X}.$$

Dove:

- $X_j$  indica il valore della misura di centralità  $X$  per il nodo  $j$ ;
- $Y_j$  indica il valore della misura di centralità  $Y$  per il nodo  $j$ ;
- $\bar{Y}_j^{sou}$  indica la media della misura di centralità  $Y$  calcolata solo sui vicini del nodo  $j$  che dal suo punto di vista fungono da nodi sorgente, ossia prendendo in considerazione solo i nodi dai quali parte un arco che entra nel nodo  $j$ ;
- $\bar{X}_j^{tar}$  indica la media della misura di centralità  $X$

calcolata solo sui vicini del nodo  $j$  che dal suo punto di vista fungono da nodi target, ossia prendendo in considerazione solo i nodi nei quali entra un arco che parte dal nodo  $j$ ;

- $M$  indica il numero totale di archi del grafo;
- $\mu_q^Y$  viene calcolato nel seguente modo:

$$\mu_q^Y = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M Y_m^{sou}.$$

Con  $Y_m^{sou}$  che indica il valore della misura di centralità  $Y$  del nodo sorgente di un arco  $m$ ;

- $\mu_q^X$  viene calcolato nel seguente modo:

$$\mu_q^X = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M X_m^{tar}.$$

Con  $X_m^{tar}$  che indica il valore della misura di centralità  $X$  del nodo target di un arco  $m$ ;

- $\sigma_q^Y$  che indica la deviazione standard della misura di centralità  $Y$ ;
- $\sigma_q^X$  che indica la deviazione standard della misura di centralità  $X$ .

TABLE IV  
RESULTS OF ASSORTATIVITY ANALYSIS (COEFFICIENT OF  
ASSORTATIVITY).

Feature X	Feature Y	$\rho_{X,Y}$	Level of Ass.
Indegree	Indegree	0.111	Neutral
Indegree	Outdegree	0.079	Neutral
Outdegree	Outdegree	-0.121	Neutral
Outdegree	Indegree	0.308	Weakly Ass.
Hub score	Authority score	0.942	Strongly Ass.
Outcloseness	Indegree	0.330	Weakly Ass.
Betweenness	Betweenness	0.574	Weakly Ass.

3) *Analisi assortativa d'insieme e considerazioni*: La prima analisi di assortatività è stata effettuata osservando i valori del coefficiente di *assortativity* per diverse combinazioni di misure di centralità. I risultati sono riportati in tab. IV e dagli stessi emerge che:

- Il legame assortativo tra il punteggio di hub dei nodi sorgenti e quello di authority dei target, esattamente come ci si aspettava, è di tipo *strongly assortative*. Per definizione, infatti, gli hub sono i nodi che puntano ai nodi importanti della rete, cioè alle autorità;
- Il legame assortativo tra il grado d'uscita e il grado d'ingresso dei nodi del grafo, risulta essere di tipo *weakly assortative*. Tale dato rappresenta la condizione per cui i nodi sorgente con un certo valore di grado d'uscita, tendono a connettersi con nodi target che hanno un valore simile di grado d'ingresso. Tale dato è facilmente interpretabile poiché, un nodo con un grado d'uscita elevato, rappresenta un'infrastruttura energetica capace di alimentare in modo significativo gli altri nodi della rete e, pertanto, tenderà a essere connesso a infrastrutture energetiche che richiedono grandi quantità di potenza. Tuttavia, va osservato che il legame è debolmente assortativo, *weakly*, questo accade poiché un'infrastruttura energetica con grandi capacità generative, in alcuni casi, potrebbe anche essere connessa a tanti carichi della rete

che, presi singolarmente, sono caratterizzati da un grado d'ingresso relativamente basso;

- Il legame assortativo tra la outcloseness delle sorgenti e l'indegree dei nodi target risulta essere di tipo *weakly assortative*. Da ciò si evince che i nodi con specifici valori di outcloseness (e.g. valori elevati di tale misura), ossia quelli che risultano essere più vicini al resto dei nodi della rete, tendenzialmente, sono connessi a nodi che hanno valori d'indegree simili (ossia valori altrettanto elevati di indegree);
- Il legame assortativo tra betweenness delle sorgenti e la betweenness dei target è di tipo *weakly*. In tal caso, vale la pena osservare che il valore del coefficiente di assortatività osservato, rientra nell'interpretazione *weakly* ma tende a coincidere con il limite superiore di tale interpretazione. Il dato, quindi, afferma che i nodi con alta betweenness tendono a collegarsi a nodi con lo stesso valore di betweenness mentre, quelli con valori bassi di tale metrica tendono a connettersi a nodi con valori di betweenness altrettanto bassi. Il dato è facilmente interpretabile considerando la natura stessa della misura;

4) *Analisi assortativa locale e considerazioni*: Nella seconda parte dell'analisi assortativa sono state approfondite le tendenze osservate nella prima parte dello studio. In particolare si è osservato che:

- Per la combinazione betweenness-betweenness il nodo *broker 14blue* è quello che contribuisce in maniera più significativa al legame assortativo. In termini pratici, esso è il nodo che più si connette a nodi che hanno valori di betweenness simili. Infatti, tale nodo ha un valore di betweenness pari a 0.7 ed è direttamente connesso ai nodi *11blue* e *16blue*, i quali, rispettivamente, sono caratterizzati da un valore di betweenness pari a 1 e a 0.7. Pertanto, tali dati permettono di avvalorare ulteriormente l'ipotesi secondo la quale i nodi 11, 14 e 16 della rete elettrica rientrano tra i più significativi della rete;
- Si è poi voluta valutare la tendenza dei singoli nodi con determinati valori di grado d'ingresso, nel connettersi a nodi con valori simili di grado d'uscita. In questo caso, il più alto valore di *local assortativity* è stato individuato in corrispondenza del nodo *15blue*, seguito dai nodi 14 e 16 della rete elettrica;
- L'analisi è proseguita valutando la tendenza inversa, ossia quella di nodi con specifici valori di grado d'uscita nel connettersi a nodi con valori di grado d'ingresso simili. In tal caso è stato notato come il nodo con il minor valore di assortatività locale fosse il nodo 20 della rete gas. In fig. 3 si nota come il nodo in questione sia caratterizzato da un alto numero di archi in uscita rispetto alla media degli altri nodi e ciò porta a pensare che il vertice in questione sia un hub della rete, cosa che troverebbe una corrispondenza anche dal punto di vista energetico, in quanto il nodo 20 della rete gas rappresenta proprio un hub energetico, nonché un

convertitore di energia in grado di trasformare un certo flusso di gas in energia elettrica.

## I. Clustering

L'obiettivo della *cluster analysis* è stato quello d'identificare *pattern* e relazioni significative all'interno del sistema, al fine di migliorare la comprensione della struttura. In particolare, per la costruzione dei gruppi, è stato utilizzato un approccio agglomerativo di *clustering* gerarchico.

1) *Strategia di analisi*: Sono stati condotti diversi esperimenti di raggruppamento. Di seguito se ne elencano i dettagli:

- Nel primo esperimento, l'insieme degli indicatori d'interesse considerati, per ciascun nodo, è stato  $p = [\beta, Cl_{in}, Cl_{out}]^T$ .

I criteri di raggruppamento adottati sono stati sia il metodo del legame completo che quello del legame singolo.

I relativi dendrogrammi sono riportati in fig. 27;

- Nel secondo esperimento, l'insieme degli indicatori d'interesse considerati, per ciascun nodo della rete, è stato  $p = [\beta, \theta_{out}]^T$ . Il grado di uscita ( $\theta_{out}$ ) è stato calcolato non prendendo in considerazione il peso degli archi.

Il criterio di raggruppamento adottato è stato il metodo del legame completo.

Il relativo dendrogramma è riportato in fig. 28;

- Nel terzo esperimento, l'insieme degli indicatori d'interesse considerati, per ogni nodo, è stato  $p = [\beta, \theta_{out}, \theta_{in}]^T$ . Il grado di uscita ( $\theta_{out}$ ) e di ingresso ( $\theta_{in}$ ) sono stati calcolati non considerando i pesi degli archi della rete.

Il criterio di raggruppamento adottato è stato il metodo del legame completo.

Il relativo dendrogramma è riportato in fig. 29;

- Nel quarto e ultimo esperimento, l'insieme degli indicatori d'interesse considerati, per ogni nodo, è stato  $p = [\beta, cl_{out}, cl_{in}, \theta_{out}, auth\_score, hub\_score]^T$ .

In tal caso, il grado di uscita ( $\theta_{out}$ ) è stato calcolato prendendo in considerazione i pesi degli archi.

Per tale esperimento, sono stati adottati sia il metodo del legame medio, che quello del legame completo.

Il relativo dendrogramma è riportato in fig. 30.

## 2) *Analisi dei risultati*:

- Analizzando i dendrogrammi relativi al primo esperimento si evince che:

- Adottando il metodo del legame completo, con una soglia di *cut-off* pari a 3, vengono individuati 2 cluster. In questo caso, i nodi appartenenti al cluster "azzurro" sono tutti caratterizzati da un grado d'uscita nullo, in particolare si tratta degli unici nodi della rete con tale caratteristica. Il cluster "rosso" risulta essere molto ampio e ingloba tutti gli altri nodi della rete, fatta eccezione per i nodi 9 e 11 della rete elettrica, accomunati da valori di incloseness tra i più significativi dell'intera rete.

- Adottando il metodo del legame singolo, con una soglia di *cut-off* pari a 1, sono stati individuati 3 cluster. Si evidenzia coerenza con i risultati precedenti per quanto riguarda il cluster "blu/azzurro". Gli altri nodi della rete risultano divisi in due gruppi.

Da questa prima analisi emerge che, anche considerando gli stessi indicatori d'interesse, si possono ottenere risultati significativamente diversi a seconda del criterio di raggruppamento considerato. In questo esperimento il metodo del legame singolo ha permesso di ottenere dei risultati più significativi.

- Dal dendrogramma relativo al secondo esperimento, si nota che, con una soglia di *cut-off* pari a 0.8, sono stati individuati tre cluster. I risultati in questo caso risultano essere poco interpretabili, infatti risulta complessa l'individuazione di una chiave di lettura della ripartizione dei nodi che sia coerente con la funzione espletata dagli stessi all'interno della rete;
- Nel dendrogramma relativo al terzo esperimento, è stata utilizzata una soglia di *cut-off* pari a 1, la quale ha permesso d'individuare 3 cluster. Innanzitutto è possibile notare come i gruppi individuati in questo caso, partizionino orizzontalmente il grafo di fig. 4 in tre fasce quasi equamente dense. Inoltre, tale risultato è interessante in quanto il cluster "blu" raccoglie approssimativamente tutti nodi con scarsa capacità di generazione, il cluster "rosso" i nodi cruciali dal punto di vista della distribuzione e, infine, il cluster "verde" quelli con le capacità di alimentazione della rete più significative (generatori più importanti);
- Analizzando il dendrogramma ottenuto tramite il metodo del legame completo, nel quarto esperimento, si nota come, con una soglia di *cut-off* pari a 0.7, i cluster individuati siano sette. I nodi appartenenti al cluster "fucsia" rappresentano i carichi della rete elettrica, ossia nodi con grado d'uscita nullo. I nodi negli ultimi due cluster a destra corrispondono ai principali generatori della rete e sono accomunati dal fatto che hanno alti valori di grado d'uscita e dei valori di betweenness nulli o prossimi allo zero. I nodi nel cluster "verde scuro" sono tutti accomunati da valori significativamente elevati di betweenness e, principalmente, il loro ruolo consiste nello smistare i flussi di potenza dai generatori ai carichi della rete. I nodi nel cluster "viola" sono accomunati da importanti valori di grado d'ingresso e rappresentano i principali punti di comunicazione tra generatori e nodi intermedi. Infine, nel cluster "giallo" sono rientrati i nodi con valori molto simili di grado d'uscita pesato e outcloseness.

3) *Considerazioni aggiuntive:* Dall'analisi effettuata è emerso che, in questi contesti, la *cluster analysis*, in assenza di una strategia di riferimento per la suddivisione dei nodi in gruppi coerenti, possa essere una tecnica di EDA (*exploratory data analysis*) utile per investigare circa la composizione della rete.

In tale indagine, il principale grado di libertà risulta essere l'insieme di indicatori di interesse considerati, che deve essere opportunamente definito in relazione alle finalità e gli obiettivi dello studio.

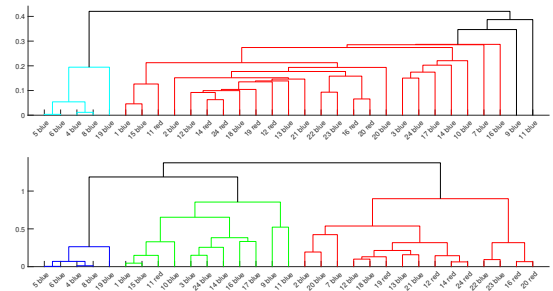


Fig. 27. Dendrogramma *clustering* gerarchico (betweenness, incloseness, outcloseness). In alto metodo del legame completo, in basso metodo del legame singolo.

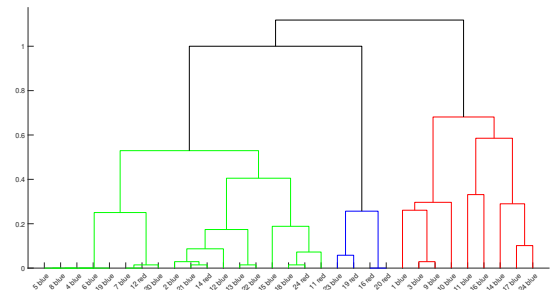


Fig. 28. Dendrogramma *clustering* gerarchico (betweenness, unweighted outdegree).

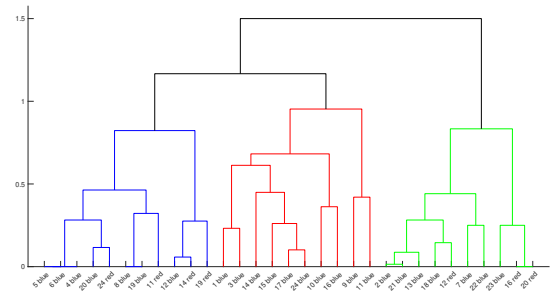


Fig. 29. Dendrogramma *clustering* gerarchico (betweenness, unweighted outdegree, unweighted indegree).

## VI. IDENTIFICARE I NODI INFLUENTI TRAMITE UN APPROCCIO BASATO SULLA CENTRALITÀ

Stimare l'importanza dei nodi in una complessa rete sociale, è utile a comprendere la robustezza e la stabilità della rete stessa. Nel contesto delle reti energetiche, l'identificazione dei nodi "importanti", può comportare benefici in diversi ambiti, tra i quali:



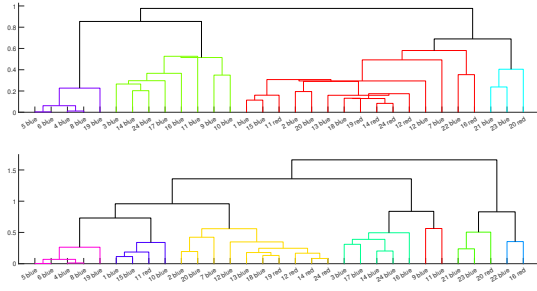


Fig. 30. Dendrogramma *clustering* gerarchico (betweenness, incloseness, outcloseness, outdegree weighted, authority score, hub score). In alto metodo del legame medio, in basso metodo del legame completo.

- Comprendere su quali infrastrutture concentrare i maggiori sforzi e risorse per la manutenzione;
- Indirizzare intelligentemente le risorse destinate al miglioramento della rete;
- Gestire progetti di ampliamento della rete;
- Migliorare la resilienza della rete.

In letteratura, si fa riferimento a diverse misure di centralità, utili a quantificare l'importanza dei nodi nella rete. Tuttavia, ogni misura di centralità, prende in considerazione solo alcuni aspetti della rete. Quindi, tale strategia di valutazione, mostra le sue principali limitazioni proprio a causa di ciò.

In questo studio si è utilizzato un nuovo modello di centralità, proposto in [6]. Lo stesso è basato su una combinazione delle misure di centralità esistenti, per l'individuazione dei nodi critici e importanti, in una rete complessa come quella considerata. Per questo motivo si parla di "centralità ibrida". La soluzione impiega la tecnica dell'entropia ponderata per assegnare un peso oggettivo a ogni singola misura di centralità (criterio) e il metodo TOPSIS (*technique for order preference by similarity to an ideal solution*) è utilizzato per generare un punteggio riepilogativo, associato a ciascun nodo, che viene impiegato nella classificazione per "importanza".

Si è deciso di impiegare tale modello di classificazione poiché, risultano interessanti i risultati ottenuti in altri contesti.

#### A. Information entropy

L'entropia è una grandezza fisica attraverso la quale si valuta il livello di disordine interno a un sistema. Maggiore è l'entropia e maggiore è il disordine del sistema, minore è tale valore e minore risulterà essere il caos.

Tale concetto è ampiamente utilizzato in termodinamica, ambito nel quale, considerato un sistema ordinato, si nota come la sua entropia tenda ad aumentare nel caso in cui questo venga riscaldato. In generale si osserva che se il sistema si trova a una temperatura più alta rispetto a un altro, sarà soggetto a un maggiore disordine interno, in quanto le particelle saranno dotate di una maggiore energia cinetica e tenderanno a muoversi di più.

Il concetto di entropia è anche utilizzato nei modelli di

trasporto, nei quali rappresenta una misura della dispersione in un viaggio da un'origine a una destinazione [7].

Spesso, tale concetto è impiegato anche per misurare l'estensione del disordine in un dataset [8].

In questo studio, l'entropia è stata utilizzata al fine di assegnare dei pesi in un processo MCDM (*multi-criteria decision making*). Il concetto di entropia risulta utile quando la matrice di decisione è nota, ma il decisore è confuso circa l'assegnazione di pesi alle caratteristiche da considerare nella valutazione [8]. Inoltre, l'entropia non veicola le interferenze dell'uomo e quindi i pesi assegnati risultano essere oggettivi.

#### B. Il modello TOPSIS

In degli scenari in cui un decisore deve valutare se prendere determinate scelte potrebbero dover essere considerati numerosi aspetti.

In questo dominio di problemi, spesso sono usate tecniche MCDM e il metodo TOPSIS è uno dei metodi decisionali più efficaci per risolverli.

Con tale metodo, una volta identificati i criteri di valutazione, che in questo caso corrispondono alle diverse misure di centralità che caratterizzano ciascun nodo della rete, si produce un punteggio di preferenza sulla base della vicinanza di ciascun'alternativa alla soluzione ideale.

In particolare, questo approccio si basa sul principio che una alternativa debba avere una piccola distanza geometrica dalla soluzione ideale positiva e una grande distanza dalla soluzione ideale negativa [9].

#### C. Approccio HCURank

Il framework HCURank consiste di tre passi principali:

- Nel primo passo viene creata la MCDM (*multi-criteria decision matrix*). La MCDM è una matrice  $n \times m$  dove  $n$  rappresenta il numero di nodi della rete, mentre  $m$  l'insieme di differenti misure di centralità considerate (e.g. betweenness, incloseness, outcloseness);
- Nel secondo passo vengono calcolati dei pesi da assegnare a ogni criterio, quindi a ogni misura di centralità. L'*information entropy* è uno dei metodi più utilizzati per l'assegnazione di pesi a un attributo o a un singolo criterio. Successivamente, i pesi sono incorporati nella MCDM;
- Infine, il metodo TOPSIS integra i criteri pesati in un singolo punteggio [10].

1) *Costruzione della MCDM*: Supposto che l'insieme  $U_c$  rappresenti i criteri, considerato in modo tale che  $U_c = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$ , ne deriva che la struttura della MCDM sia la seguente:

$$\begin{matrix} u_1(c_1) & u_1(c_2) & \dots & u_1(c_m) \\ u_2(c_1) & u_2(c_2) & \dots & u_2(c_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_n(c_1) & u_n(c_2) & \dots & u_n(c_m) \end{matrix}$$

In questa matrice il generico elemento  $u_i(c_j)$  rappresenta il valore della  $j$ -esima misura di centralità per il nodo  $u_i$ .

2) *Normalizzazione della MCDM*: Successivamente,  $A_{MCDM}$  viene normalizzata e gli elementi  $a_{ij}$  nella nuova matrice  $A'_{MCDM}$  sono calcolati attraverso la seguente equazione:

$$a_{ij} = \frac{r_i(c_j)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \{r_i(c_j)\}^2}}.$$

Quindi si ottiene la matrice normalizzata  $A'_{MCDM}[i, j]_{n \times m}$ .

3) *Calcolo dei pesi entropici per ogni criterio di centralità*: In questo passo viene calcolato il valore di *information entropy* per ogni elemento della matrice  $A'_{MCDM}$ , tramite la seguente equazione:

$$Inf\_Ent_{ij} = \frac{a_{ij}}{\sum_{i=1}^n a_{ij}}.$$

Dopodichè, l'*information entropy* relativa a ogni criterio di centralità, viene calcolata sulla base dei pesi ottenuti con la formula precedente:

$$IE_j = -\frac{1}{\ln(10)} \sum_{i=1}^n \{Inf\_Ent_{ij} * \ln(Inf\_Ent_{ij})\}.$$

Infine, il peso di ogni criterio di centralità è calcolato attraverso la seguente equazione:

$$WT_j = -\frac{1-IE_j}{\sum_{k=1}^m (1-IE_k)}.$$

Inoltre, la matrice di centralità pesata  $W_{[i,j]}$  è ottenuta moltiplicando gli elementi di ogni colonna della matrice  $A'_{MCDM}[i, j]$  per i corrispettivi pesi  $WT_j$ , utilizzando la seguente equazione:

$$w_{ij} = a_{ij} * wt_j.$$

In quest'equazione,  $a_{ij}$  rappresenta un elemento della matrice  $A'_{MCDM}[i, j]$  e  $wt_j$  denota un elemento della matrice  $WT_{[i,j]}$  in modo tale che la prima colonna della matrice  $A'_{MCDM}[i, j]$  sia moltiplicata per  $WT_1$ , gli elementi nella seconda colonna di  $A'_{MCDM}[i, j]$  per  $WT_2$  e così via.

4) *Calcolo delle soluzioni ideali negative e positive*: Nel caso considerato, i valori massimi delle misure di centralità, cioè quelli più alti, rappresentano l'ideale positivo, mentre i valori minimi, quelli più bassi, l'ideale negativo. Attraverso le seguenti equazioni si individua il massimo e il minimo valore di ogni misura di centralità:

$$V_i^+ = \{max_i(v)_{ij} | j \in J\}$$

$$V_i^- = \{min_i(v)_{ij} | j \in J\}.$$

$J$  rappresenta l'insieme dei criteri di centralità, ossia un insieme di misure di centralità dello stesso "tipo".

5) *Calcolo delle distanze dalla soluzione ideale*: La separazione (o distanza) tra le diverse soluzioni è determinata tramite una distanza n-dimensionale. Una misura della distanza dalla soluzione ideale positiva  $S_i^+$  è data da:

$$S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^m (w_{ij} - V_j^+)^2}.$$

Tale calcolo è basato sulla valutazione della distanza Euclidea. In modo analogo, la distanza dalla soluzione ideale negativa è data da  $S_i^-$ :

$$S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^m (w_{ij} - V_j^-)^2}.$$

6) *Calcolo delle similarità alla soluzione ideale*: Infine il valore HCURank di ogni nodo della rete è calcolato valutando la relativa vicinanza alla soluzione ideale. Quindi, il punteggio finale di un nodo della rete è calcolato tramite la seguente equazione:

$$HCURank_i = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-}.$$

Ordinando i punteggi  $HCURank_{ij}$  dal più alto al più basso si identificano i primi  $k$  nodi importanti della rete.

TABLE V

Cluster	HCURank SIQR
Sample "Violet"	0.0103
Sample "Purple"	0.0218
Sample "Yellow"	0.0721
Sample "Light green"	0.0234
Sample "Red"	0.0350
Sample "Green"	0.1149
Sample "Ski-blue"	0.0227
<b>Population</b>	<b>0.0519</b>

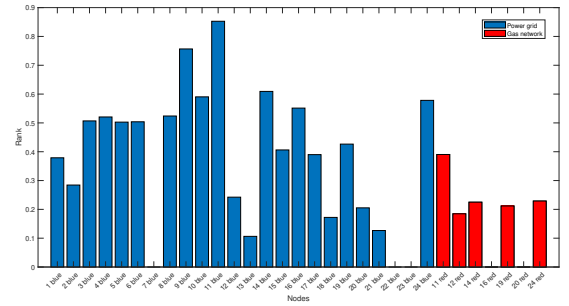


Fig. 31. Classifica sulla base dello HCURank ottenuto considerando l'insieme di criteri  $p = [\beta, Cl_{in}, Cl_{out}]^T$ .

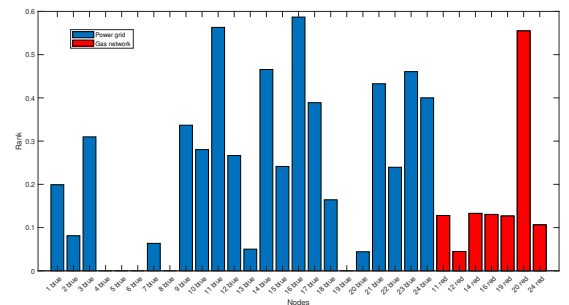


Fig. 32. Classifica sulla base dello HCURank ottenuto considerando l'insieme di criteri  $p = [\beta, \theta_{out}]^T$ .

#### D. Strategia di analisi

L'obiettivo dell'analisi è stato quello d'identificare *pattern* e relazioni significative all'interno del sistema, con il fine di migliorare la comprensione della sua struttura e del suo

comportamento. Sono stati condotti diversi esperimenti di raggruppamento e, di seguito, se ne elencano i dettagli:

- Nel primo esperimento, l'insieme degli indicatori d'interesse considerati, per ciascun nodo, è stato  $p = [\beta, Cl_{in}, Cl_{out}]^T$ .  
I risultati ottenuti sono riportati in fig.31;
- Nel secondo esperimento, l'insieme degli indicatori d'interesse considerati, per ciascun nodo della rete, è stato  $p = [\beta, \theta_{out}]^T$ .  
Il grado d'uscita ( $\theta_{out}$ ) è stato calcolato considerando i pesi-importanza.  
I risultati ottenuti sono riportati in fig.32.
- Nel terzo esperimento, l'insieme degli indicatori d'interesse considerati, per ciascun nodo della rete, è stato  $p = [\beta, \theta_{out}, \theta_{in}]^T$ .  
Il grado di uscita ( $\theta_{out}$ ) e di ingresso ( $\theta_{in}$ ) sono stati calcolati considerando i pesi.  
I risultati ottenuti sono riportati in fig.33.
- Nel quarto e ultimo esperimento, l'insieme degli indicatori d'interesse considerati, per ciascun nodo della rete, è stato  $p = [\beta, cl_{out}, cl_{in}, \theta_{out}, auth\_score, hub\_score]^T$ .  
Il grado di uscita ( $\theta_{out}$ ) è stato calcolato considerando i pesi.  
I risultati ottenuti sono riportati in fig.34.

#### E. Analisi dei risultati

Dai risultati emerge che:

- Analizzando il diagramma a barre relativo al primo esperimento, si evince che il nodo 11blue detiene la maggiore importanza nella rete, seguito dai nodi 9blue, 14blue e 24blue. Nella rete gas il nodo che ottiene il punteggio maggiore è il nodo 11red. I nodi 7blue, 22blue, 23blue, 16red e 20red ottengono un punteggio nullo;
- Analizzando il diagramma a barre relativo al secondo esperimento, si evince che il nodo 16blue detiene la maggiore importanza tra i nodi della rete, seguito dai nodi 11blue, 14blue, 23blue, 21blue e 24blue. Nella rete gas il nodo che ottiene il punteggio maggiore è il nodo 20red. I nodi 4blue, 5blue, 6blue, 8blue e 19blue ottengono un punteggio nullo;
- Analizzando il diagramma a barre relativo al terzo esperimento, si evince che il nodo 16blue detiene, ancora una volta, la maggiore importanza tra i nodi della rete, seguito, nuovamente, dai nodi 11blue e 14blue. Nella rete gas il nodo che ottiene il punteggio maggiore è ancora il nodo 20red, seguito dal nodo 14red. I nodi 7blue, 4blue, 5blue, 2blue e 12red ottengono i punteggi minimi;
- Analizzando il diagramma a barre relativo al quarto e ultimo esperimento, si evince che il nodo 20red detiene la maggiore importanza nella rete, seguito dai nodi 11blue, 16blue, 14red e 23blue. Il nodo 7blue ottiene il punteggio minimo.

In fig. 35 si riporta un boxplot riepilogativo delle misurazioni effettuate. Lo stesso è stato costruito considerando, per

ogni nodo, i punteggi ottenuti da ciascun nodo per ogni combinazione di criteri presa in esame.

Analizzando tale grafico emerge che il nodo 16blue, mediamente, ottiene il punteggio massimo di importanza, seguito dai nodi 11blue, 14blue e 20red. I nodi 7blue, 20blue e 12red, invece, ottengono i punteggi minimi. Inoltre, si evidenzia che in corrispondenza del nodo 7blue si registra la minima variazione di valori, ciò accade anche per i nodi 22blue e 18blue. In corrispondenza dei nodi 4blue, 5blue, 6blue e 8blue si registra la massima variazione di valori.

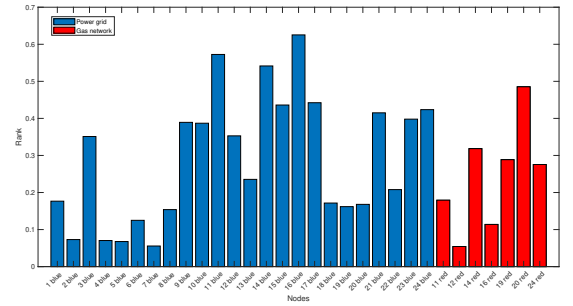


Fig. 33. Classifica sulla base dello HCURank ottenuto considerando l'insieme di criteri  $p = [\beta, \theta_{out}, \theta_{in}]^T$ .

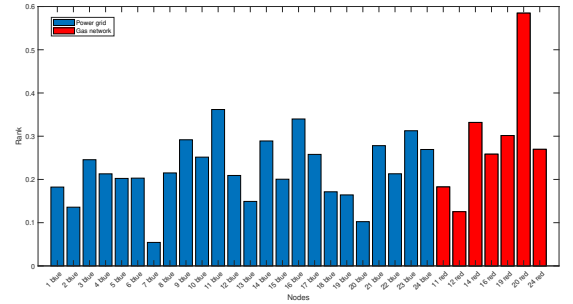


Fig. 34. Classifica sulla base dello HCURank ottenuto considerando l'insieme di criteri  $p = [\beta, cl_{out}, cl_{in}, \theta_{out}, auth\_score, hub\_score]^T$ .

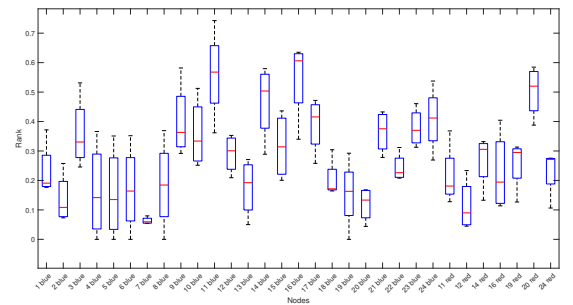


Fig. 35. Boxplot HCURank nodi della rete.

#### F. CONCLUSIONI

È immediato notare come, in tutti gli esperimenti realizzati, tra i valori significativamente alti, i nodi 11blue, 14blue, 16blue e 20red rappresentino una costante.

Sono molti, quindi, i punti di vista dai quali tali nodi assumono un'importanza significativa.

Appare chiaro, quindi, che siano probabilmente questi i vertici che risultano essere critici e nei quali potrebbe aver senso concentrare la maggior parte degli sforzi manutentivi e impiegare la maggior parte delle risorse.

Inoltre, considerando i valori di HCURank dei nodi nei singoli esperimenti, in relazione ai risultati delle analisi di clusterizzazione, entrambi ottenuti utilizzando i medesimi indicatori d'interesse, si individua coerenza nei risultati, in quanto nodi con punteggi simili risultano appartenere ad a uno stesso *cluster*. A tal proposito si possono considerare i valori di SIQR riportati in tab. V. Tali indici sono stati calcolati considerando i valori di HCURank dei nodi appartenenti ai *cluster* a cui si fa riferimento nella prima colonna della tabella.

L'approccio basato sul metodo TOPSIS, quindi, permette di quantificare la similitudine tra i nodi e il loro livello di "importanza" nella rete.

In conclusione si sottolinea come, tale strategia di analisi, potrebbe essere impiegata in sistemi di monitoraggio di reti energetiche dinamiche, capaci quindi di modificarsi in base a condizioni esogene o endogene al sistema.

#### REFERENCES

- [1] A. Pepiciello, C. Bernardo, and J. L. Domínguez-García, "Modeling of multi-energy systems as multilayer networks," in *2023 IEEE Belgrade PowerTech*. IEEE, 2023, pp. 01–06.
- [2] A. Soroudi, *Power System Optimization Modeling in GAMS*. Springer, 2017.
- [3] M. Geidl and G. Andersson, "Optimal power flow of multiple energy carriers," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, pp. 145–155, 2007. [Online]. Available: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:1461108>
- [4] Y. Yuan, J. Yan, and P. Zhang, "Assortativity measures for weighted and directed networks," *Journal of Complex Networks*, vol. 9, 05 2021.
- [5] M. Piraveenan, M. Prokopenko, and A. Zomaya, "Assortative mixing in directed biological networks," *IEEE/ACM transactions on computational biology and bioinformatics / IEEE, ACM*, vol. 9, 08 2010.
- [6] U. Ishfaq, H. U. Khan, and S. Iqbal, "Identifying the influential nodes in complex social networks using centrality-based approach," *Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences*, vol. 34, no. 10, Part B, pp. 9376–9392, 2022. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1319157822003457>
- [7] M. Borda, *Fundamentals in Information Theory and Coding*. Springer, 2011.
- [8] X. Que, S. Jiang, J. Yang, and N. An, "A similarity measurement with entropy-based weighting for clustering mixed numerical and categorical datasets," *Algorithms*, vol. 14, no. 6, 2021. [Online]. Available: <https://www.mdpi.com/1999-4893/14/6/184>
- [9] A. Borawska, "Multiple-criteria decision analysis using topsis method for interval data in research into the level of information society development," *Folia Oeconomica Stetinensia*, vol. 13, 01 2014.
- [10] S. Opricovic and G.-H. Tzeng, "Compromise solution by mcdm methods: A comparative analysis of vikor and topsis," *European Journal of Operational Research*, vol. 156, no. 2, pp. 445–455, 2004. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221703000201>