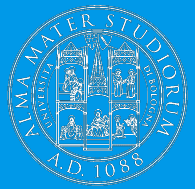


ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Informatica di base 2025/2026

Algoritmi e computabilità

Ivan Heibi
Dipartimento di Filologia Classica e Italianistica (FICLIT)
Ivan.heibi2@unibo.it
https://www.unibo.it/sitoweb/ivan.heibi2

Situazioni di tutti i giorni 1

Per la base (per una tortiera del diametro di 22 cm)

- Biscotti Digestive 240 g
- Burro 110 g

PER LA CREMA

- Formaggio fresco spalmabile 500 g
- Panna fresca liquida 100 g
- Zucchero 65 g
- Amido di mais (maizena) 25 g
- Uova (medie) 1
- Tuorli 1
- Succo di limone ½
- Baccello di vaniglia ½

PER LA COPERTURA

- Panna acida 100 g
- Frutti di bosco q.b.
- Menta q.b.
- Baccello di vaniglia ½

Preparazione

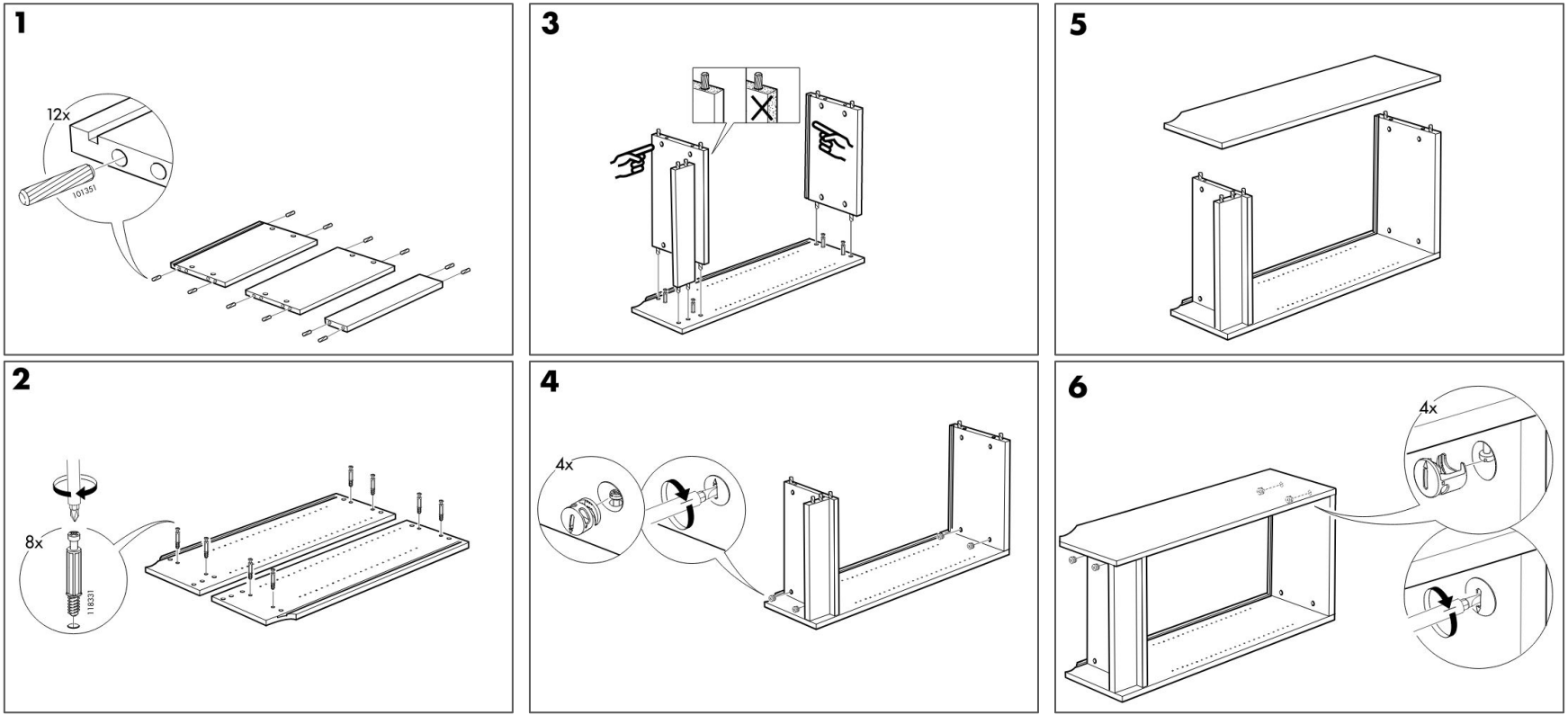
Come preparare la New York Cheesecake

Per preparare la New York cheesecake, per prima cosa fondete il burro e lasciatelo intiepidire; nel frattempo ponete i biscotti in un mixer (1) e frullateli fino a ridurli in polvere (2). Poi trasferiteli in una ciotola e versate il burro (3).

Mescolate con un cucchiaio fino ad uniformare il composto (4); prendete poi uno stampo a cerniera da 22 cm e foderate la base con la carta forno. Ponete metà dei biscotti all'interno e schiacciateli con il dorso del cucchiaio per compattarli (6).

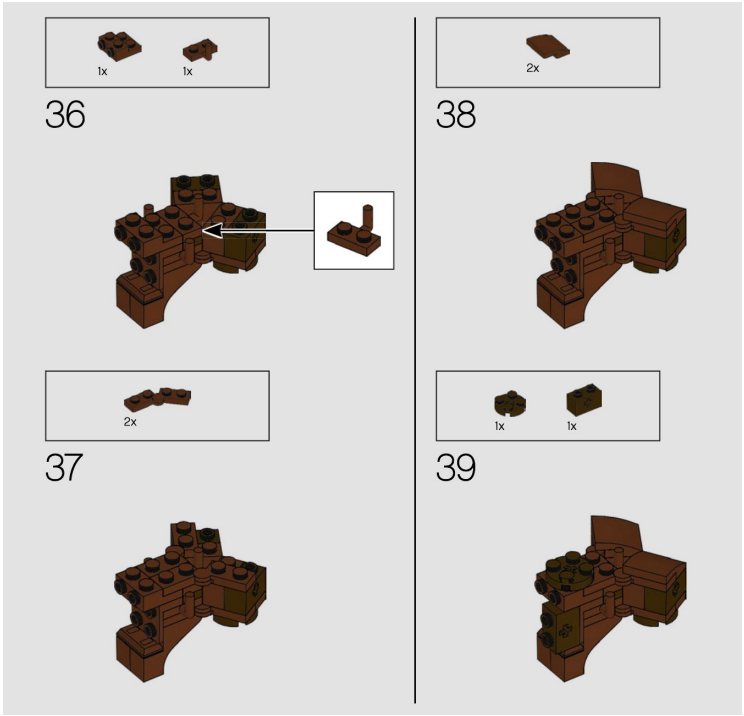
Sorgente: https://ricette.giallozafferano.it/New-York-Cheesecake.html

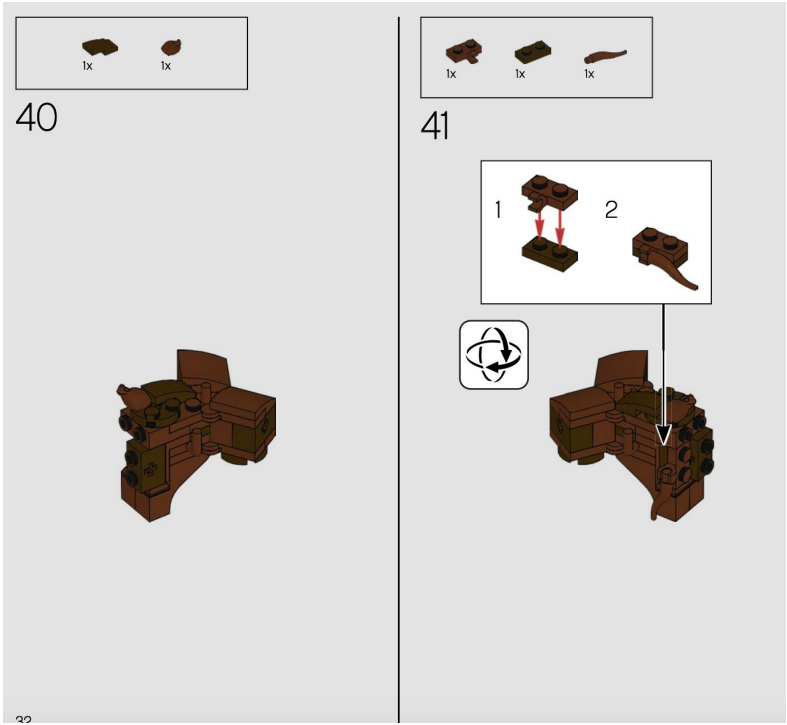
Situazioni di tutti i giorni 2



Sorgente: https://www.ikea.com/ch/it/catalog/products/S09017826/

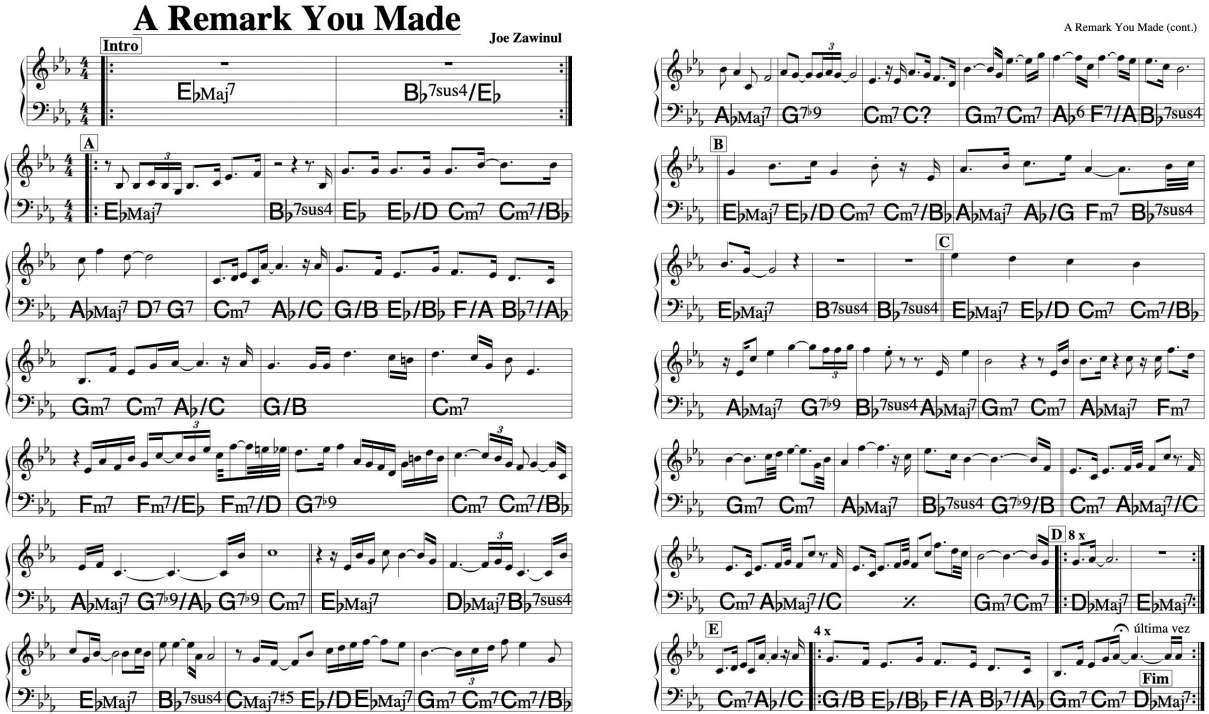
Situazioni di tutti i giorni 3





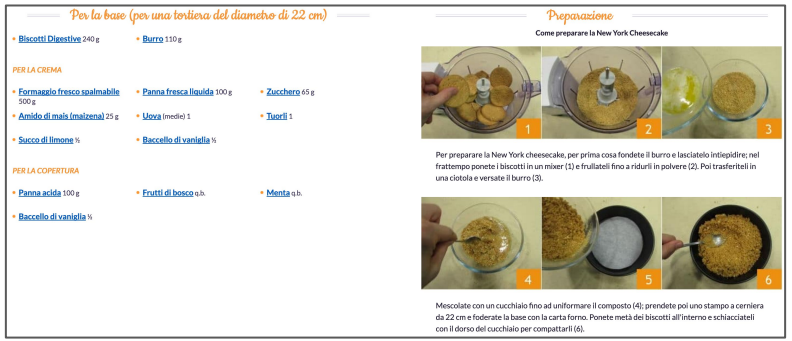
Sorgente: https://www.lego.com/cdn/product-assets/product.bi.core.pdf/6532381.pdf

Situazioni di tutti i giorni 4



Sorgente: https://www.swiss-jazz.ch/standards-jazz/RemarkYouMade.pdf

Cosa hanno in comune queste situazioni?



Per la base (per una tortiera del diametro di 22 cm)

- Biscotti Digestive 240 g
- Burro 110 g

PER LA CREMA

- Formaggio fresco spalmabile 500 g
- Panna fresca liquida 100 g
- Zucchero 65 g
- Amido di mais (maizena) 25 g
- Uova (medie) 1
- Tuorli 1
- Succo di limone ½
- Baccello di vaniglia ½

PER LA COPERTURA

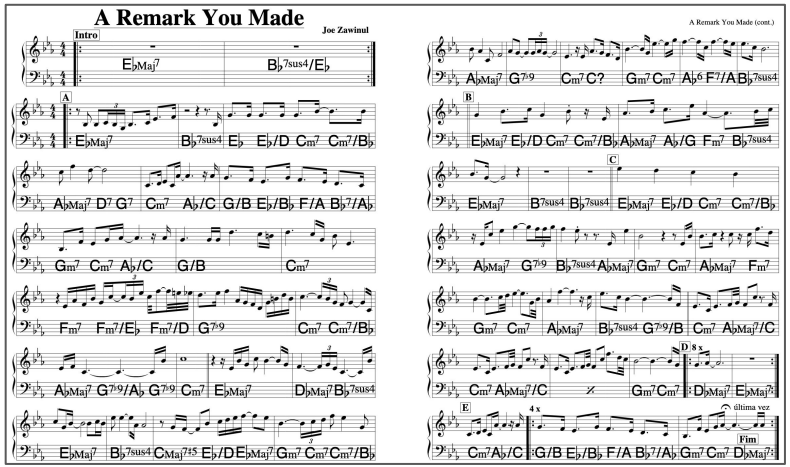
- Panna acida 100 g
- Frutti di bosco q.b.
- Menta q.b.
- Baccello di vaniglia ½

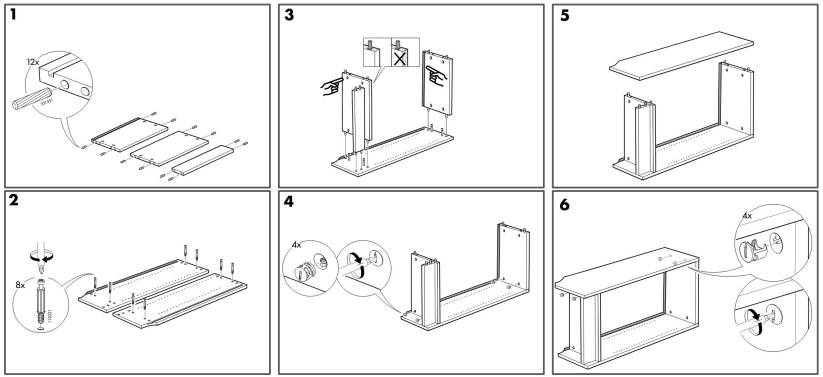
Preparazione

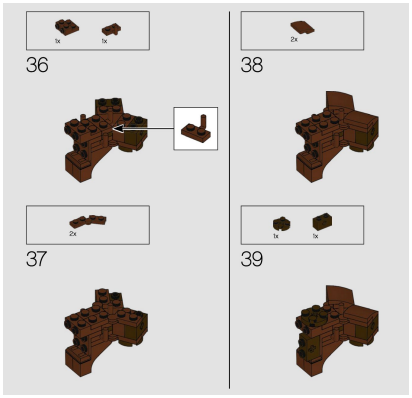
Come preparare la New York Cheesecake

Per preparare la New York cheesecake, per prima cosa fondete il burro e lasciatelo intiepidire; nel frattempo ponete i biscotti in un mixer (1) e frullateli fino a ridurli in polvere (2). Poi trasferiteli in una ciotola e versate il burro (3).

Mescolate con un cucchiaio fino ad uniformare il composto (4); prendete poi uno stampo a cerniera da 22 cm e foderate la base con la carta forno. Ponete metà dei biscotti all'interno e schiacciateli con il dorso del cucchiaio per compattarli (6).







Algoritmo

L'algoritmo è un'astrazione di una **procedura passo passo** che prende qualcosa come **input** e produce un certo **output**, **scritta in un linguaggio** specifico in modo che le **istruzioni** che definisce possano essere comunicate e comprese da un computer in modo da ottenere qualcosa come conseguenza dell'**elaborazione** di qualche materiale di input

Un **programmatore** è una persona che crea algoritmi e li specifica in programmi usando uno specifico linguaggio comprensibile dal computer (elettronico)

Un passo indietro

Ada Lovelace era una matematica inglese

Partecipò (1833) ad una festa organizzata da Charles Babbage per presentare la Macchina Differenziale, e ne fu così colpita che iniziò una corrispondenza epistolare con lui che durò 27 anni

Fu la traduttrice in inglese del primissimo articolo sulla Macchina Analitica scritto da Luigi Federico Menabrea, e che lei stessa arricchì con un grande numero di annotazioni personali e riflessioni

Il primo programma

Tra le varie annotazioni che Ada aggiunse al testo, c'era anche una descrizione di come usare la Macchina Analitica per calcolare i numeri di Bernoulli

Questo è riconosciuto come il primo programma della storia dei computer, creato senza avere a disposizione la macchina reale, visto che la Macchina Analitica era soltanto teorica, che di fatto fa di Ada la prima programmatrice della storia

"[La Macchina Analitica] potrebbe operare su altre cose oltre ai numeri, se si trovassero oggetti le cui relazioni fondamentali possano essere espresse da quelle della scienza astratta delle operazioni"

Scienza astratta delle operazioni = **informatica**

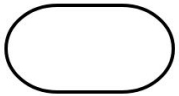
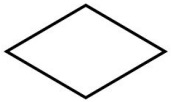
Che linguaggio usare per definire un algoritmo?

Non esiste un linguaggio standard per descrivere un algoritmo in modo che possa essere immediatamente comprensibile da un qualunque computer

Di solito si usa uno **pseudocodice**, ovvero un linguaggio informale per descrivere i passi principali di un algoritmo ad un umano, che non è direttamente eseguibile da un computer elettronico – anche se i suoi costrutti sono strettamente connessi con quelli tipicamente definiti nei linguaggi di programmazione

Un esempio di pseudocodice: i **diagrammi di flusso**

Oggetti grafici di un diagramma di flusso

Oggetto grafico	Nome	Definizione
	Linea di flusso	La freccia è usata per definire l'ordine in cui le operazioni sono eseguite. Il flusso indicato dalla freccia inizia in un terminale di partenza e finisce in un terminale di fine (vedi l'oggetto successivo).
	Terminale	Viene usato per indicare l'inizio e la fine di un algoritmo. Contiene un testo (solitamente o "inizio" o "fine", in italiano) in modo da disambiguare qual è il ruolo del particolare oggetto terminale nel contesto dell'algoritmo.
	Processo	Viene usato per esprimere un'istruzione che è eseguita e che può cambiare lo stato corrente di qualche variabile usata nell'algoritmo. Il testo che contiene descrive l'istruzione da eseguire.
	Decisionale	Permette di esprimere operazioni condizionali, dove una condizione è verificata e, a seconda del valore di alcune variabili usate nell'algoritmo, l'esecuzione continua in un particolare ramo del flusso invece che in un altro. Di solito, questa operazione crea due possibili rami: uno seguito se la condizione è vera, e un altro che viene seguito quando la condizione è falsa.
	Input / Output	Permette di specificare un possibile input o output che viene usato o restituito dall'algoritmo solitamente all'inizio o alla fine della sua esecuzione.

Il nostro primo algoritmo

Prendi in **input** tre *stringhe*: due parole e un *riferimento bibliografico* di un articolo

restituisci:

- 2 se **entrambe le parole** sono contenute nel riferimento bibliografico
- 1 se **solo una delle parole** è contenuta nel riferimento bibliografico
- 0 **altrimenti**

Esempio riferimento bibliografico:
Shannon, C. E. (1948). A Mathematical Theory of Communication. Bell System Technical Journal, 27(3), 379–423. doi:10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x

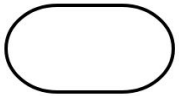
Esempio di due parole: *“Theory” e “Journal”*
risultato: 2

Versione parziale

Prendi in input due stringhe, una parola e un riferimento bibliografico, e restituisci 1 se la parola è contenuta nel riferimento bibliografico, 0 altrimenti

Versione parziale

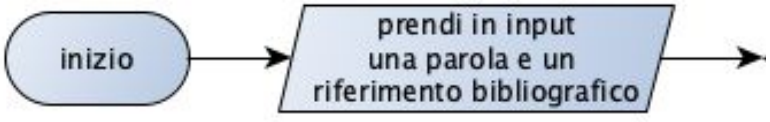
Prendi in input due stringhe, una parola e un riferimento bibliografico, e restituisci 1 se la parola è contenuta nel riferimento bibliografico, 0 altrimenti

Oggetto grafico	Nome	Definizione
	Terminale	Viene usato per indicare l'inizio e la fine di un algoritmo. Contiene un testo (solitamente o "inizio" o "fine", in italiano) in modo da disambiguare qual è il ruolo del particolare oggetto terminale nel contesto dell'algoritmo.

Versione parziale

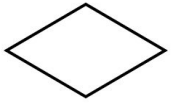
Prendi in input due stringhe, una parola e un riferimento bibliografico, e restituisci 1 se la parola è contenuta nel riferimento bibliografico, 0 altrimenti

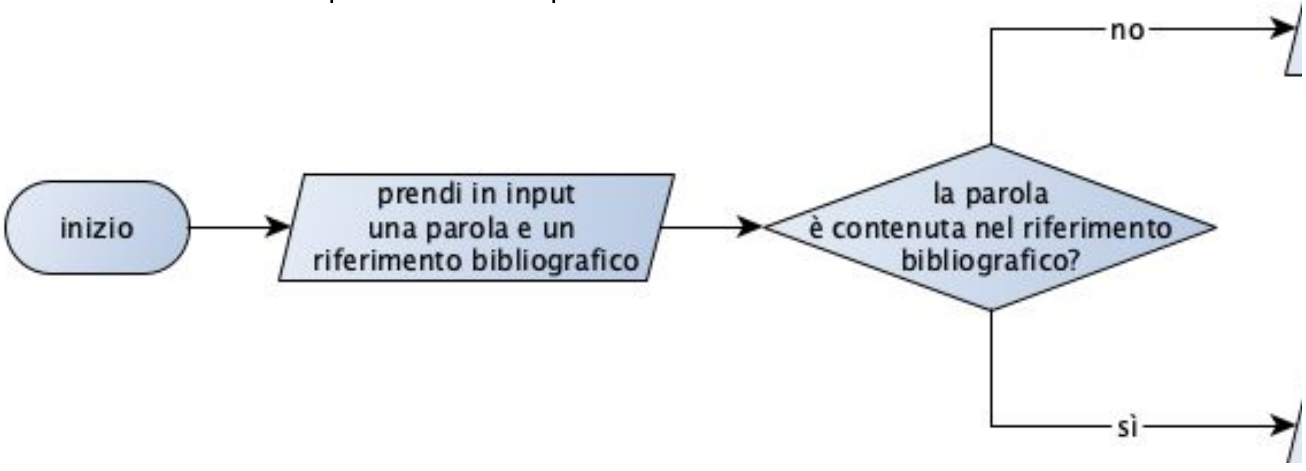
Oggetto grafico	Nome	Definizione
	Input / Output	Permette di specificare un possibile input o output che viene usato o restituito dall'algoritmo solitamente all'inizio o alla fine della sua esecuzione.



Versione parziale

Prendi in input due stringhe, una parola e un riferimento bibliografico, e restituisci 1 se la parola è contenuta nel riferimento bibliografico, 0 altrimenti

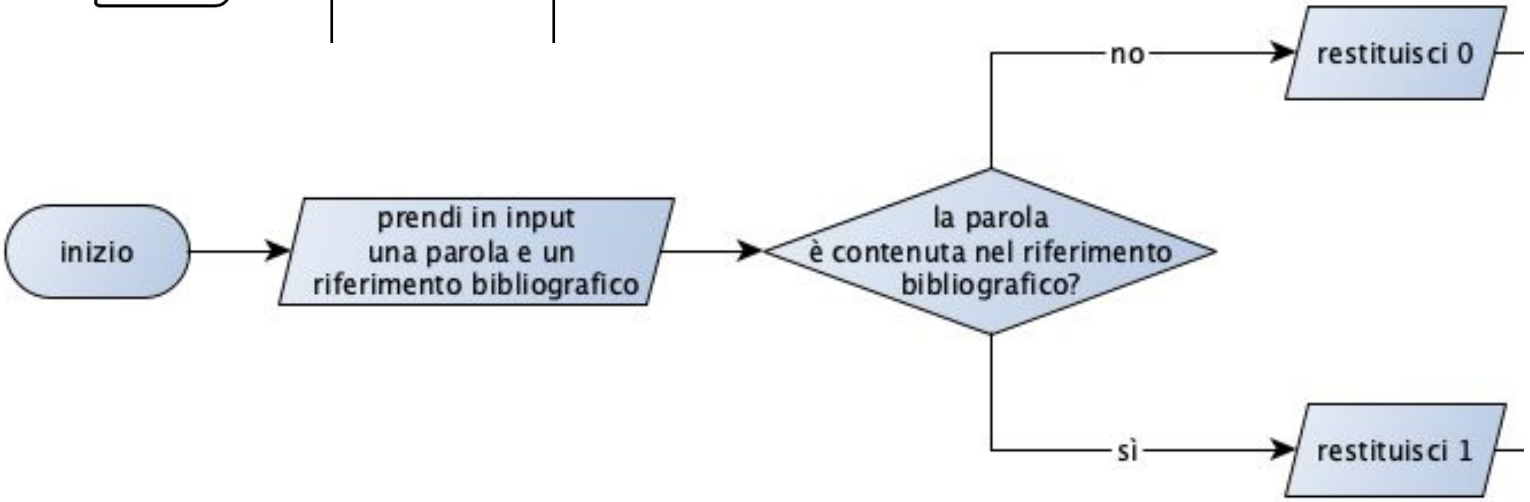
Oggetto grafico	Nome	Definizione
	Decisionale	Permette di esprimere operazioni condizionali, dove una condizione è verificata e, a seconda del valore di alcune variabili usate nell'algoritmo, l'esecuzione continua in un particolare ramo del flusso invece che in un altro. Di solito, questa operazione crea due possibili rami: uno seguito se la condizione è vera, e un altro che viene seguito quando la condizione è falsa.



Versione parziale

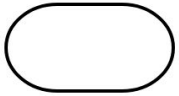
Prendi in input due stringhe, una parola e un riferimento bibliografico, e restituisci 1 se la parola è contenuta nel riferimento bibliografico, 0 altrimenti

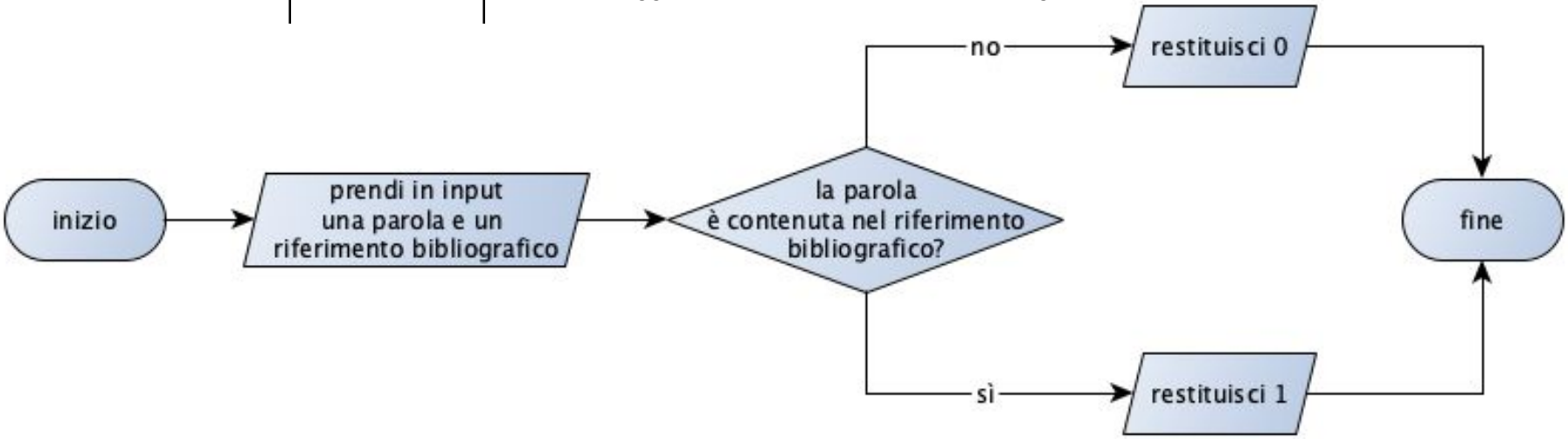
Oggetto grafico	Nome	Definizione
	Input / Output	Permette di specificare un possibile input o output che viene usato o restituito dall'algoritmo solitamente all'inizio o alla fine della sua esecuzione.



Versione parziale

Prendi in input due stringhe, una parola e un riferimento bibliografico, e restituisci 1 se la parola è contenuta nel riferimento bibliografico, 0 altrimenti

Oggetto grafico	Nome	Definizione
	Terminale	Viene usato per indicare l'inizio e la fine di un algoritmo. Contiene un testo (solitamente o "inizio" o "fine", in italiano) in modo da disambiguare qual è il ruolo del particolare oggetto terminale nel contesto dell'algoritmo.



Cosa abbiamo usato

Diverse linee di flusso

Due oggetti terminali di inizio e fine

Tre oggetti di input / output per acquisire i valori specificati come input e per restituire 0 o 1 dipendentemente da questo input

Un oggetto decisionale dei diagrammi di flusso

Versione finale

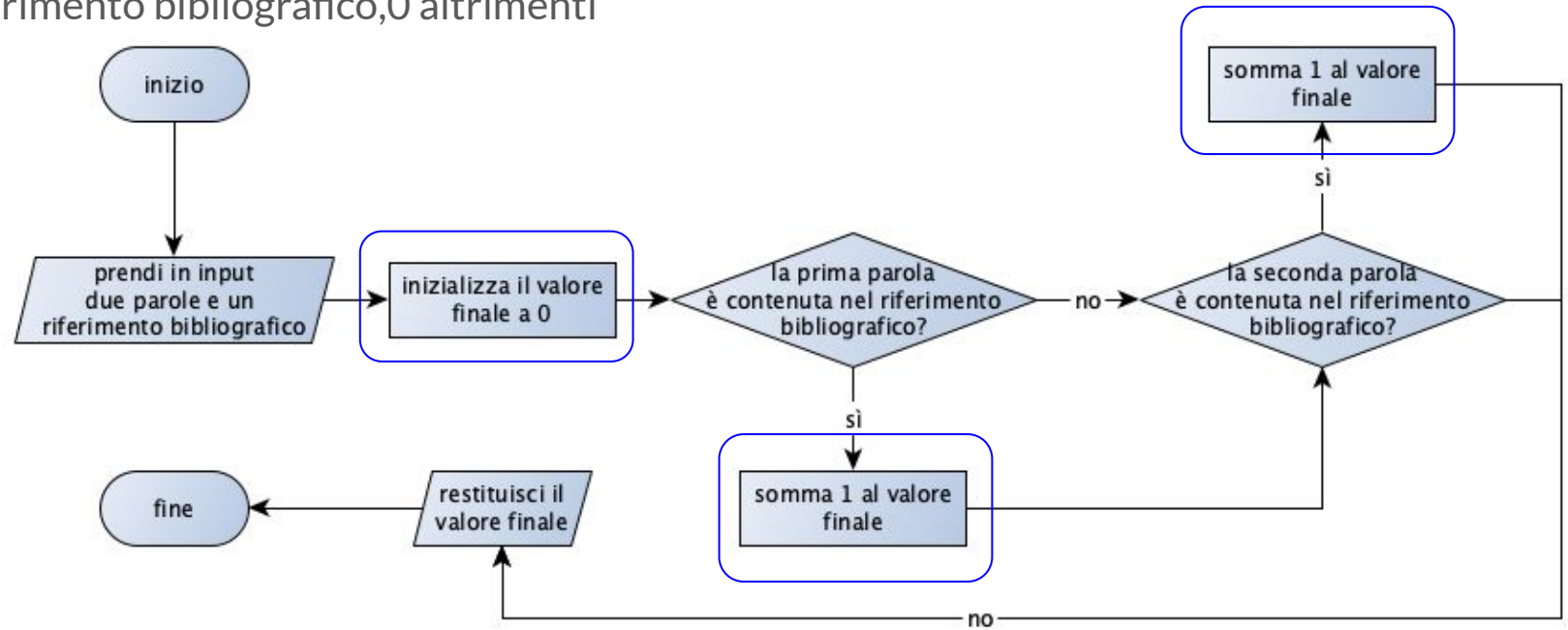
Prendi in input due parole e un riferimento bibliografico e restituisci 2 se entrambe le parole sono contenute nel riferimento bibliografico 1 se solo una delle parole è contenuta nel riferimento bibliografico,0 altrimenti

Non abbiamo ancora usato il **Processo!**

Oggetto grafico	Nome	Definizione
	Processo	Viene usato per esprimere un'istruzione che è eseguita e che può cambiare lo stato corrente di qualche variabile usata nell'algoritmo. Il testo che contiene descrive l'istruzione da eseguire.

Versione finale

Prendi in input due parole e un riferimento bibliografico e restituisci 2 se entrambe le parole sono contenute nel riferimento bibliografico 1 se solo una delle parole è contenuta nel riferimento bibliografico,0 altrimenti



Tre domande chiave del pensiero computazionale

Possiamo usare gli algoritmi per computare qualsiasi cosa vogliamo?

Esiste un limite a quello che possiamo computare?

È possibile definire un **problema computazionale** – ovvero un problema che può essere risolto algoritmicamente da un computer – che non può essere risolto da nessun algoritmo?

Digressione: il paradosso

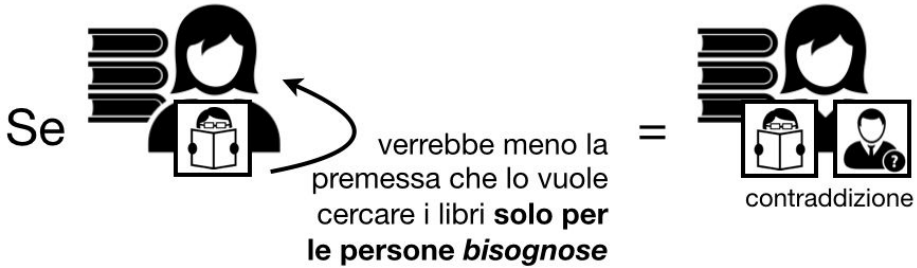
I paradossi possono essere considerati:

- delle storie divertenti da usare per insegnare
- strumenti potenti che mostrano i limiti di particolari aspetti **formali** di una situazione

Definizione: data una situazione che descrive un particolare problema, qualunque strada che si intraprende per trovare la soluzione del suddetto problema porta ad una contraddizione

Vediamone uno: la biblioteca di Babele

Risoluzione

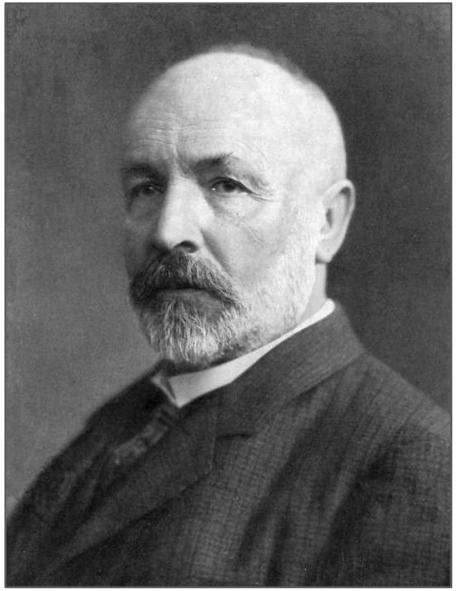


Perché i paradossi sono utili

Uno degli approcci più usati per dimostrare che qualcosa non esiste è quello di costruire una situazione in apparenza plausibile che, poi, si rivela paradossale e auto-contraddittoria – in cui, per esempio, **l'esistenza di un algoritmo contraddice se stessa**

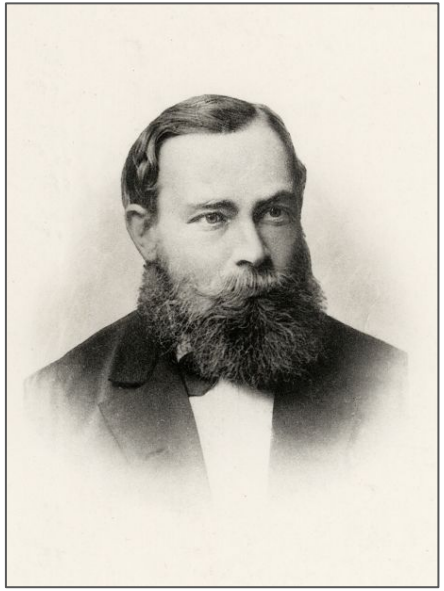
Questo approccio dimostrativo porta il nome di **reductio ad absurdum** (dimostrazione per assurdo): stabilire che una situazione è contraddittoria cercando di derivare un'assurdità dalla sua negazione, in modo da dimostrare che una tesi deve essere accettata perché la sua negazione non può essere difesa e, alla fine, genera un paradosso

Storia



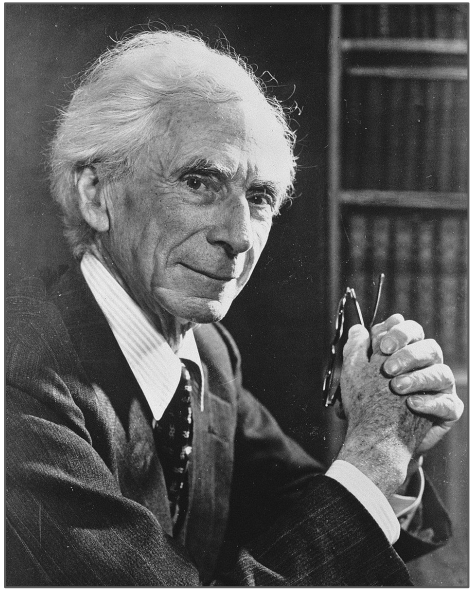
Georg Cantor

Crea la teoria degli insiemi (1874-1884), osteggiata da vivo ma compresa come rivoluzionaria in seguito



Gottlob Frege

Pubblica il primo volume dei *Principi dell'Aritmetica* (1893) interamente basati sulle idee di Cantor



Bertrand Russell

Scopre (1902) un problema nella teoria di Cantor che la invalida, rendendo vana la formalizzazione di Frege

I problemi aperti della matematica

23 problemi aperti della matematica proposti da David Hilbert 1900

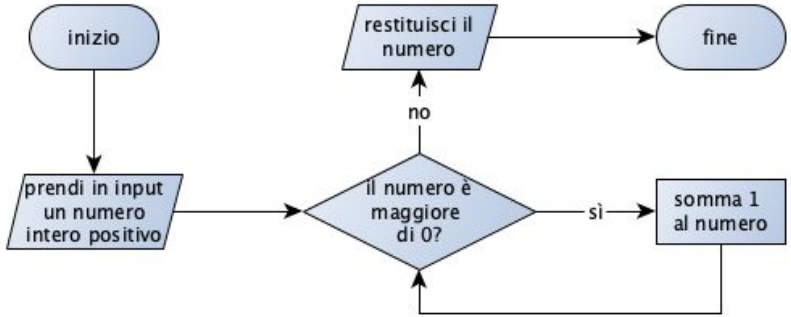
Includono (indirettamente) il **problema della terminazione**: capire se fosse possibile sviluppare un algoritmo che fosse in grado di rispondere se **un altro** algoritmo, specificato come input, terminasse la sua esecuzione o no

I problemi aperti della matematica

23 problemi aperti della matematica proposti da David Hilbert 1900

Includono (indirettamente) il **problema della terminazione**: capire se fosse possibile sviluppare un algoritmo che fosse in grado di rispondere se **un altro** algoritmo, specificato come input, terminasse la sua esecuzione o no

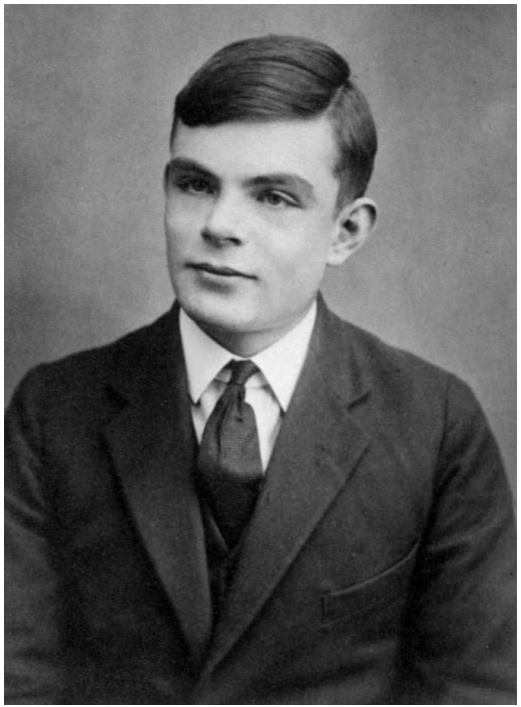
È possibile sviluppare un algoritmo che non termina mai la sua esecuzione?

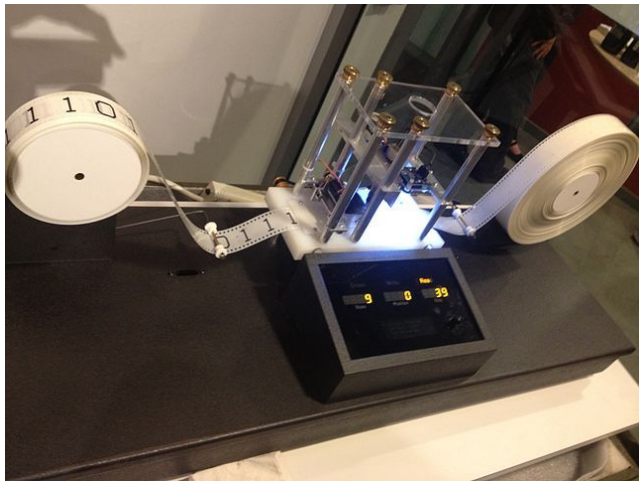


Alan Turing

Alan Mathison Turing è stato un informatico, padre dell'informatica teorica e dell'intelligenza artificiale

Turing sviluppò la sua macchina teorica (1936) proprio per cercare di rispondere al problema della terminazione di Hilbert

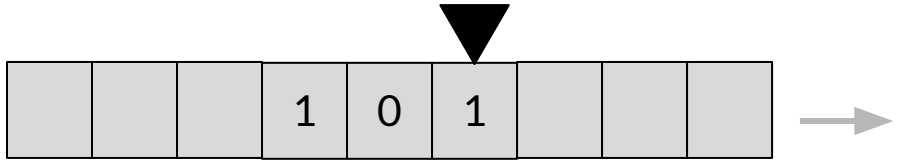




La macchina è in grado di simulare l'esecuzione di qualunque algoritmo realmente implementabile

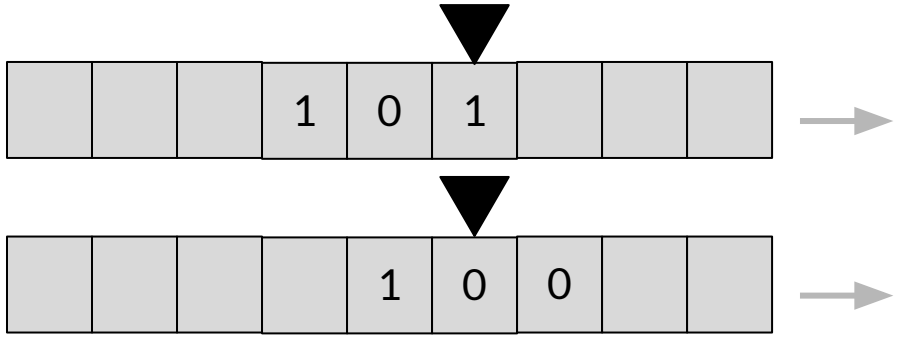
Macchina teorica di Turing

Simbolo letto	Istruzione di scrittura	Istruzione di movimento
VUOTO	--	--
0	Scrivi 1	Muovi il nastro a destra
1	Scrivi 0	Muovi il nastro a destra



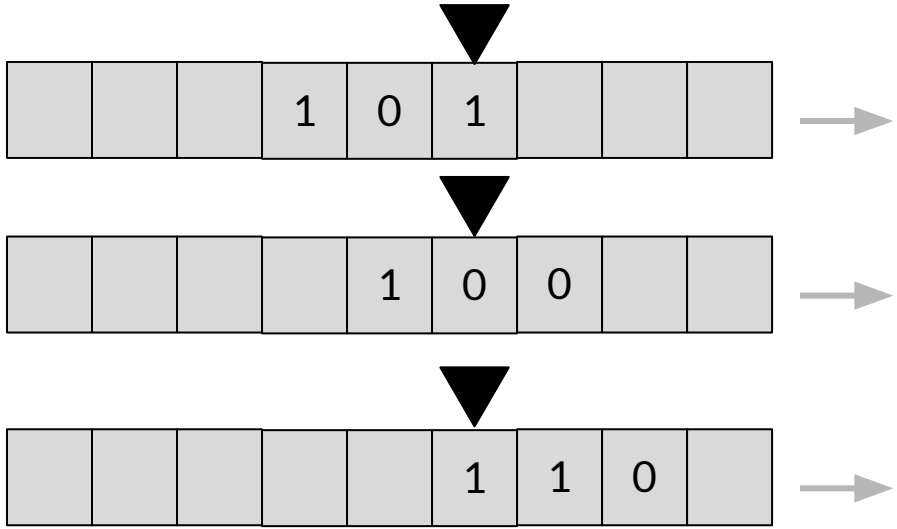
Macchina teorica di Turing

Simbolo letto	Istruzione di scrittura	Istruzione di movimento
VUOTO	--	--
0	Scrivi 1	Muovi il nastro a destra
1	Scrivi 0	Muovi il nastro a destra



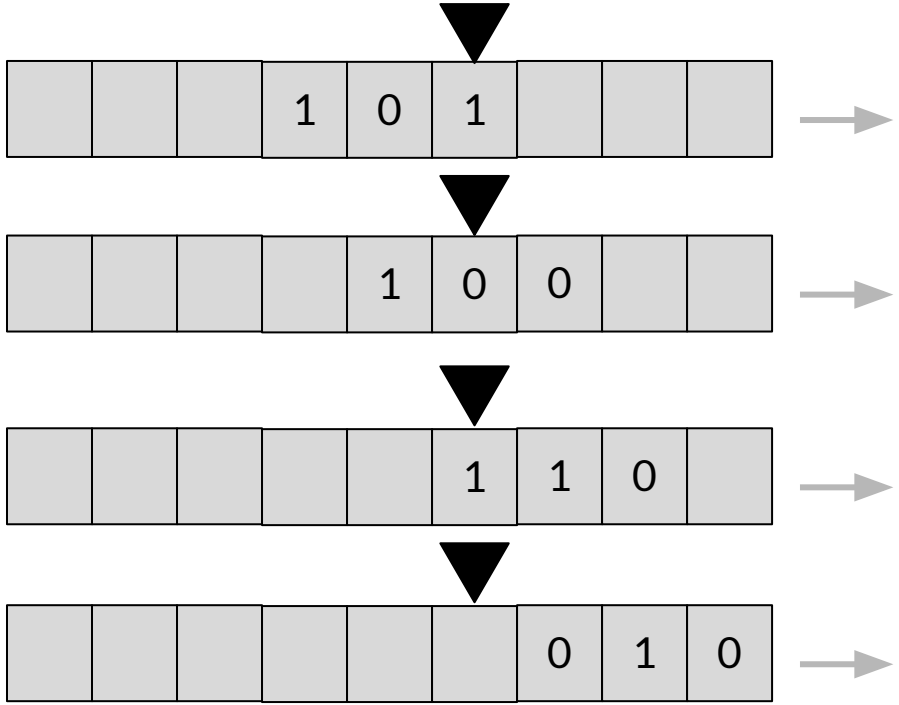
Macchina teorica di Turing

Simbolo letto	Istruzione di scrittura	Istruzione di movimento
VUOTO	--	--
0	Scrivi 1	Muovi il nastro a destra
1	Scrivi 0	Muovi il nastro a destra

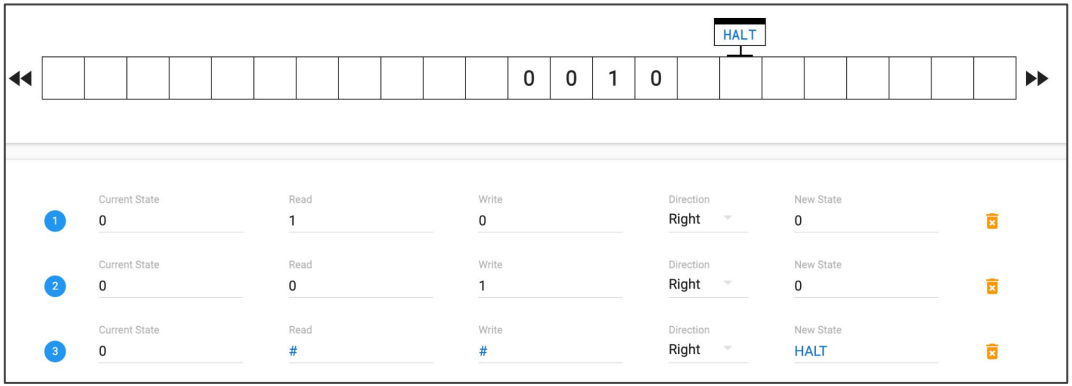


Macchina teorica di Turing

Simbolo letto	Istruzione di scrittura	Istruzione di movimento
VUOTO	--	--
0	Scrivi 1	Muovi il nastro a destra
1	Scrivi 0	Muovi il nastro a destra



Macchina di Turing – demo online



http://turingmachine.vassar.edu/pQ10hDdA

Approssimazione della soluzione di Turing

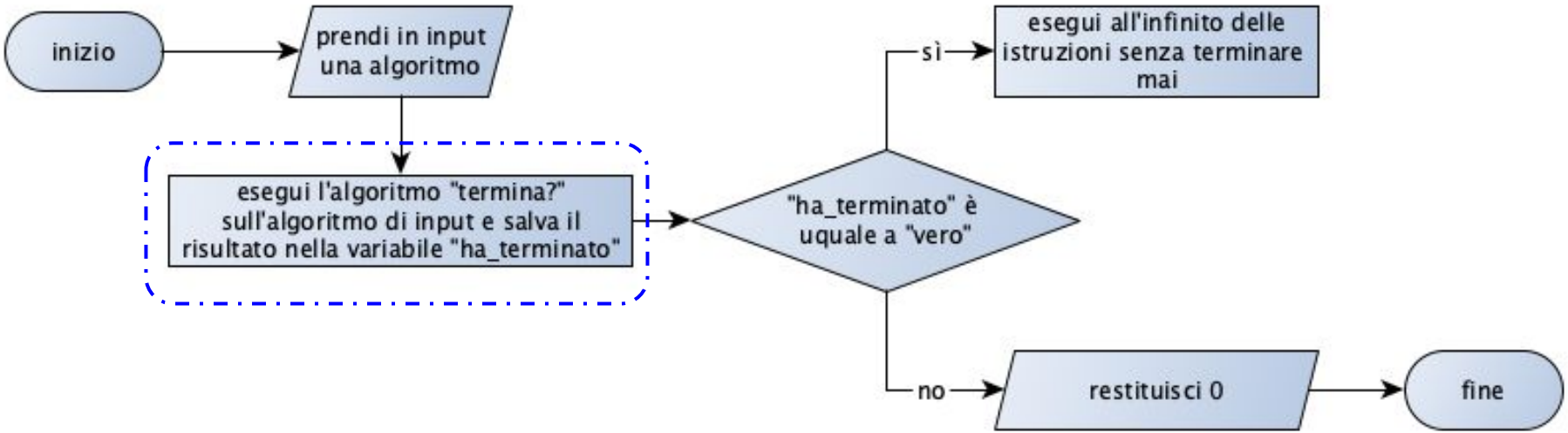
Premessa: supponiamo **sia possibile sviluppare** l'algoritmo "termina?", che prende in **input un certo algoritmo** e restituisce **"vero"** nel caso in cui l'algoritmo specificato come **input termina**, mentre restituisce **"falso" in caso contrario**

NB: è soltanto un algoritmo ipotetico, stiamo supponendo che possiamo svilupparlo in qualche modo, senza mostrare come farlo davvero

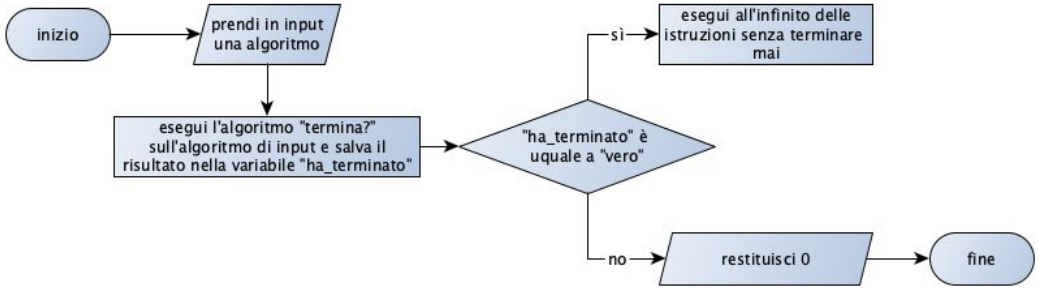
Usiamo questo algoritmo per crearne un altro …

Nuovo algoritmo

Nuovo algoritmo: prendi in input un algoritmo e restituisci 0 se l'algoritmo in input non termina, mentre non termina in caso contrario



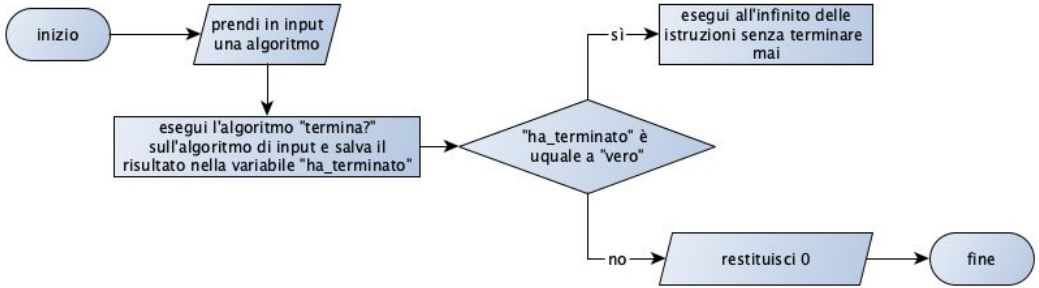
E se usiamo il nuovo algoritmo come suo input?



Caso 1: se l'algoritmo "termina?" afferma che il nuovo algoritmo **termina**, conseguentemente (per come è definito) il nuovo algoritmo **non termina** l'esecuzione

Caso 2: se l'algoritmo "termina?" afferma che il nuovo algoritmo **non termina**, e conseguentemente (per come è definito) il nuovo algoritmo restituisce 0 e **termina** l'esecuzione

E se usiamo il nuovo algoritmo come suo input?



Caso 1: se l'algoritmo "termina?" afferma che il nuovo algoritmo **termina**, conseguentemente (per come è definito) il nuovo algoritmo **non termina** l'esecuzione

Caso 2: se l'algoritmo "termina?" afferma che il nuovo algoritmo **non termina**, e conseguentemente (per come è definito) il nuovo algoritmo restituisce 0 e **termina** l'esecuzione

Paradosso: l'algoritmo che verifica se un altro termina **non può esistere**

I limiti della computazione

Questo risultato ha avuto un effetto dirompente sulla percezione delle abilità computazionali che un computer può avere

La macchina di Turing e le relative analisi effettuate su di essa hanno imposto dei **limiti** chiarissimi a quello che possiamo calcolare, e hanno permesso di dimostrare che determinati problemi computazionali interessanti, come quello della terminazione, non possono essere risolti **da nessun approccio algoritmico**

Tutto questo è stato possibile solo grazie all'applicazione di un pensiero computazionale esclusivamente astratto, considerando che la macchina di Turing è solo uno strumento prettamente teorico