UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO

CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO

MODELAGEM E ANÁLISE DE SISTEMAS DINÂMICOS

Modelagem de Sistema com ModSym

Aluno:
Jaime Cristalino Jales Dantas
Matrícula: 2016008362

Professor:
Dr. André Laurindo Maitelli

6 de maio de 2016

Enunciado do Problema

Considere o sistema abaixo, composto de dois motores de corrente contínua com imã permanente (campo constante) conectados a um mesmo corpo através de dois sistemas pinhão-cremalheira e duas molas. O deslizamento das cremalheiras sobre a superfície de apoio acontece praticamente sem atrito. O momento de inércia do pinhão e a massa da cremalheira são desprezíveis. O atrito entre o corpo e a superfície pode ser considerado viscoso. A indutância de armadura dos dois motores é desprezível. Assuma conhecidas as constantes necessárias para modelar o sistema: resistências de armadura ($R_1 e R_2$), constantes do motor ($K_1 e K_2$) e momentos de inércia dos rotores ($J_1 e J_2$) das máquinas, raios ($r_1 e r_2$) das engrenagens, constantes elásticas ($k_1 e k_2$) das molas, coeficiente de atrito viscoso (b) entre o corpo e o solo, massa (M) do corpo, etc.

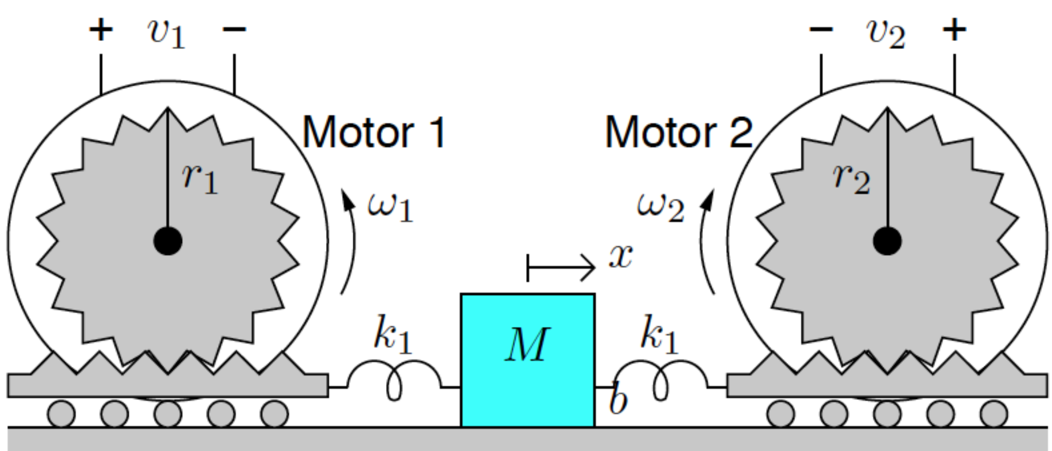

Figura 1: Sistema Mecânico

Modelagem Elétrica do Sistema

Foi realizado a modelagem do sistema descrito acima eletricamente. Os componentes mecânicos foram transformados nos seus respectivos componentes elétricos adotando-se o sistema padrão de conversão. Usando-se o ModSym foi modelado o circuito do sistema como apresentado abaixo.

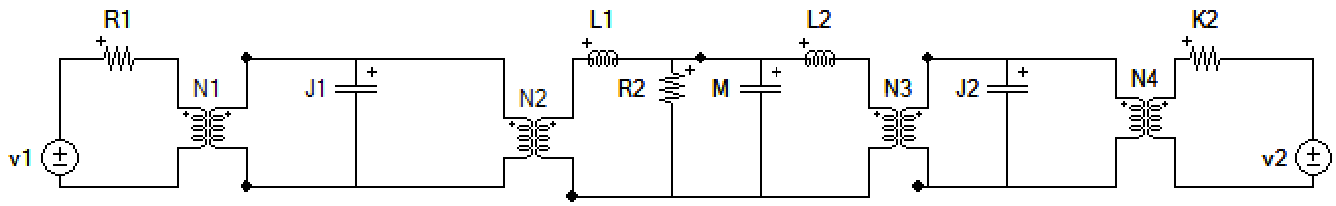

Figura 2: Sistema Elétrico

Usando o ModSym foi encontrado as função transferências $G_i(s)$ pedido no problema. A equação 2 abaixo representa a função $H_1(S) = \frac{X(s)}{V_1(s)}$. O $X(s)$ é a tensão sobre o capacitor M.

$$H_1(S) = \frac{Numerador}{Denominador} \tag{1}$$

Onde

Numerador $= (J_2.K_2.L_2.N_1.N_2.N_4^2.R_2)s^2 + (L_2.N_1.N_2.R_2)s + K_2.N_1.N_2.N_3^2.N_4^2.R_2$

Denominador $= (J_1.J_2.K_2.L_1.L_2.M.N_2^2.N_4^2.R_1.R_2)s^5 + (J_1.J_2.K_2.L_1.L_2.N_2^2.N_4^2.R_1)s^4 + (J_1.L_1.L_2.M.N_2^2.R_1.R_2)s^4 + (J_2.K_2.L_1.L_2.M.N_1^2.N_2^2.N_4^2.R_2)s^4 + (J_1.J_2.K_2.L_1.N_2^2.N_4^2.R_1.R_2)s^3 + (J_1.J_2.K_2.L_2.N_2^2.N_4^2.R_1.R_2)s^3 + (J_1.K_2.L_1.M.N_2^2.N_3^2.N_4^2.R_1.R_2)s^3 + (J_1.L_1.L_2.N_2^2.R_1)s^3 + (J_2.K_2.L_1.L_2.N_1^2.N_2^2.N_4^2)s^3 + (J_2.K_2.L_2.M.N_4^2.R_1.R_2)s^3 + (L_1.L_2.M.N_1^2.N_2^2.R_2)s^3 + (J_1.K_2.L_1.N_2^2.N_3^2.N_4^2.R_1)s^2 + (J_1.L_1.N_2^2.R_1.R_2)s^2 + (J_1.L_2.N_2^2.R_1.R_2)s^2 + (J_2.K_2.L_1.N_1^2.N_2^2.N_4^2.R_2)s^2 + (J_2.K_2.L_2.N_1^2.N_2^2.N_4^2.R_2)s^2 + (J_2.K_2.L_2.N_4^2.R_1)s^2 + (K_2.L_1.M.N_1^2.N_2^2.N_3^2.N_4^2.R_2)s^2 + (L_1.L_2.N_1^2.N_2^2)s^2 + (L_2.M.R_1.R_2)s^2 + (J_1.K_2.N_2^2.N_3^2.N_4^2.R_1.R_2)s + (J_2.K_2.N_4^2.R_1.R_2)s + (K_2.L_1.N_1^2.N_2^2.N_3^2.N_4^2)s + (K_2.M.N_3^2.N_4^2.R_1.R_2)s + (L_1.N_1^2.N_2^2.R_2)s + (L_2.N_1^2.N_2^2.R_2)s + (L_2.R_1)s + K_2.N_1^2.N_2^2.N_3^2.N_4^2.R_2 + K_2.N_3^2.N_4^2.R_1 + R_1.R_2$

A equação 2 abaixo representa a função $H_2(S) = \frac{X(s)}{V_2(s)}$

$$H_2(S) = \frac{Numerador}{Denominador} \tag{2}$$

Onde

Numerador $= (\mathrm{J}_1.L_1.N_2^2.N_3.N_4.R_1.R_2)s^2 + (L_1.N_1^2.N_2^2.N_3.N_4.R_2)s + N_3.N_4.R_1.R_2$

Denominador $= (\mathrm{J}_1.J_2.K_2.L_1.L_2.M.N_2^2.N_4^2.R_1.R_2)s^5 + (J_1.J_2.K_2.L_1.L_2.N_2^2.N_4^2.R_1)s^4 +$
$(J_1.L_1.L_2.M.N_2^2.R_1.R_2)s^4 + (J_2.K_2.L_1.L_2.M.N_1^2.N_2^2.N_4^2.R_2)s^4 + (J_1.J_2.K_2.L_1.N_2^2.N_4^2.R_1.R_2)s^3 +$
$(J_1.J_2.K_2.L_2.N_2^2.N_4^2.R_1.R_2)s^3 + (J_1.K_2.L_1.M.N_2^2.N_3^2.N_4^2.R_1.R_2)s^3 + (J_1.L_1.L_2.N_2^2.R_1)s^3 +$
$(J_2.K_2.L_1.L_2.N_1^2.N_2^2.N_4^2)s^3 + (J_2.K_2.L_2.M.N_4^2.R_1.R_2)s^3 + (L_1.L_2.M.N_1^2.N_2^2.R_2)s^3 +$
$(J_1.K_2.L_1.N_2^2.N_3^2.N_4^2.R_1)s^2 + (J_1.L_1.N_2^2.R_1.R_2)s^2 + (J_1.L_2.N_2^2.R_1.R_2)s^2 +$
$(J_2.K_2.L_1.N_1^2.N_2^2.N_4^2.R_2)s^2 + (J_2.K_2.L_2.N_1^2.N_2^2.N_4^2.R_2)s^2 + (J_2.K_2.L_2.N_4^2.R_1)s^2 +$
$(K_2.L_1.M.N_1^2.N_2^2.N_3^2.N_4^2.R_2)s^2 + (L_1.L_2.N_1^2.N_2^2)s^2 + (L_2.M.R_1.R_2)s^2 +$
$(J_1.K_2.N_2^2.N_3^2.N_4^2.R_1.R_2)s + (J_2.K_2.N_4^2.R_1.R_2)s + (K_2.L_1.N_1^2.N_2^2.N_3^2.N_4^2)s +$
$(K_2.M.N_3^2.N_4^2.R_1.R_2)s + (L_1.N_1^2.N_2^2.R_2)s + (L_2.N_1^2.N_2^2.R_2)s + (L_2.R_1)s +$
$K_2.N_1^2.N_2^2.N_3^2.N_4^2.R_2 + K_2.N_3^2.N_4^2.R_1 + R_1.R_2$

Por limitações do sistema ModSym não foi possível inserir valores fracionários literais para as resistências, indutores e transformadores do sistema. As relações apresentadas abaixo representam as equivalências do sistema. Para a relação dos tranformadores, o valor apresentador já é a relação de $\frac{N_{primario}}{N_{secundario}}$ como apresentado na equação 3, que representa o ganho do transformador.

$$i_2 = N_k * i_1 \ , \ onde \ N_k = \frac{N_{primario}}{N_{secundario}} \tag{3}$$

Transformadores (Expresso em função de seu respectivo ganho N_k):

$$N_1 = \frac{k_1}{L}$$
$$N_2 = \frac{L}{r_1}$$
$$N_3 = \frac{r_2}{L}$$
$$N_4 = \frac{L}{k_2}$$

Resistores:

$$R_2 = \frac{1}{b}$$

Indutores:

$$L_1 = \frac{1}{K_1}$$
$$L_2 = \frac{1}{K_2}$$

Por fim, devemos observar é que a função transferência $G(s)$ que queremos encontrar para os dois casos descritos acima está relacionada com a função $H(s)$ encontrada como mostrado na equação 4 abaixo.

$$G(s) = \frac{1}{s} * H(s) \tag{4}$$

Referências Bibliográficas

[1] Maitelli, André Laurindo ***Modelagem e Análise de sistemas Dinâmicos***, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, julho de 2010. Acesso em 5 de maio de 2016.

[2] Maitelli, André Laurindo ***APOSTILA DE USO DO SOFTWARE COMPUTACIONAL ModSym***, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Abril de 2008. Acesso em 5 de maio de 2016.