

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO**  
**CURSO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO**  
**CURSO DE ENGENHARIA MECATRÔNICA**

**RELATÓRIO DA 05ª EXPERIÊNCIA**  
**CONTROLE NO ESPAÇO DE ESTADOS:**  
**OBSERVADORES DE ESTADO**

Grupo 02

Aluno 1 - Alexandre Luz Xavier da Costa 2016007810

Aluno 2 - Anderson Henrique de Araújo Dias – 20160153697

Aluno 3 - Higo Bessa Magalhães – 20160153928

Aluno 4 - Jaime Cristalino Jales Dantas - 2016008362

Natal-RN

2016

## **CONTROLE NO ESPAÇO DE ESTADOS: OBSERVADORES DE ESTADO**

Quarto Relatório Parcial apresentado à disciplina Laboratorial de Sistemas de Controle, correspondente à avaliação da 3ª unidade do semestre 2016.2 do 8º período dos cursos de Engenharia de Computação e Engenharia Mecatrônica da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, sob orientação do **Prof. Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo**.

Professor: Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo.

Natal-RN

2016

**LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

|            |  |
|------------|--|
| $V$        | <i>Tensão</i>                          |
| $s$        | <i>Segundos</i>                        |
| $cm$       | <i>Centímetros</i>                     |
| $PV$       | <i>Variável de Processos</i>           |
| $MV$       | <i>Variável Manipulada</i>             |
| $MF$       | <i>Malha Fechada</i>                   |
| $SP$       | <i>Set-Point, Resposta Desejada</i>    |
| $K_p$      | <i>Constante Proporcional</i>          |
| $e_{ss}$   | <i>Erro Atuante Estacionário</i>       |
| $P$        | <i>Proporcional</i>                    |
| $Mn$       | <i>Máximo Sobre Sinal Percentual</i>   |
| $T_p$      | <i>Tempo de Subida</i>                 |
| $T_p$      | <i>Tempo de Pico</i>                   |
| $T_s$      | <i>Tempo de Acomodação</i>             |
| $\omega_n$ | <i>Frequência natural de oscilação</i> |
| $\xi$      | <i>Coeficiente de amortecimento</i>    |
| $EDO$      | <i>Equações Diferenciais Ordinais</i>  |

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 1 - Sistemas de tanques Quanser.....                                  | 6  |
| Figura 2 - Sistema de Segunda Ordem .....                                    | 8  |
| Figura 3 - Resposta ao Degrau. ....  | 9  |
| Figura 4 - Diagrama de Bloco de Sistema de 2ª Ordem.....                     | 11 |
| Figura 5 - Diagrama de Blocos de um Sistema de 2ª Ordem com Controlador..... | 11 |
| Figura 6 - Representação gráfica de um sinal degrau.....                     | 15 |
| Figura 7 - Seleção de modo dos níveis observados. ....                       | 16 |
| Figura 8 - Seleção do Modo Observador de Estados.....                        | 16 |
| Figura 9 - Valores dos Ganhos para Pólos Desejados. ....                     | 17 |
| Figura 10 - Interface de Leitura.....  | 17 |

## SUMÁRIO

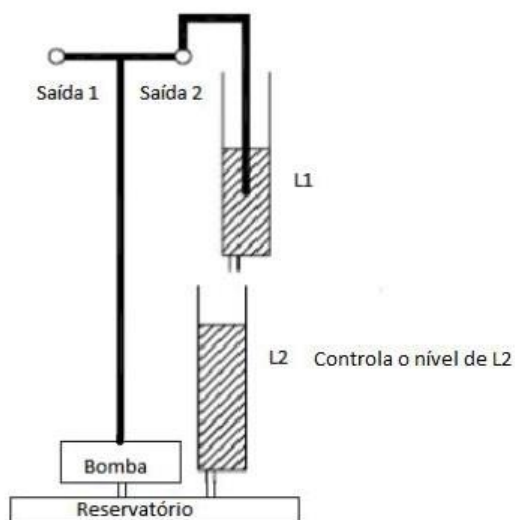
|   | <u>Pág.</u> |
|---|-------------|
| <b>1 INTRODUÇÃO</b>                         | <b>6</b>    |
| <b>2 REFERENCIAL TEÓRICO</b>                | <b>7</b>    |
| 2.1 Conceito .....                          | 7           |
| 2.2 Sistemas Dinâmicos de 2ª Ordem .....    | 7           |
| 2.3 Ações de Controle .....                 | 10          |
| <b>2.3.1. Controlador Proporcional (P)</b>  | <b>11</b>   |
| 2.4 Descrição por Variáveis de Estado ..... | 12          |
| <b>2.4.1. Estabilidade</b>                  | <b>12</b>   |
| <b>2.4.2. Observabilidade</b>               | <b>12</b>   |
| 2.5 Sistema Discreto no Tempo .....         | 13          |
| 2.6 Observador de Estados .....             | 13          |
| <b>3 METODOLOGIA</b>                        | <b>15</b>   |
| 3.1 Software de Controle .....              | 15          |
| <b>3.1.1 Interface de Leitura</b>           | <b>17</b>   |
| <b>4 DESENVOLVIMENTO</b>                    | <b>18</b>   |
| <b>5 CONCLUSÃO</b>                          | <b>19</b>   |
| <b>6 REFERÊNCIAS</b>                        | <b>20</b>   |

# 1 INTRODUÇÃO

O sistema de tanques da Quanser pode ser utilizado e controlado em até três configurações distintas. A configuração mais simplista foi usada na experiência I - Introdução ao Laboratório de Controle e na experiência II - Controle de Sistemas Dinâmicos: Sistema de Primeira Ordem.

Já para a segunda unidade da disciplina, a experiência III - Controle de Sistemas Dinâmicos: Sistema de Segunda Ordem e na experiência IV: Controle em Cascata, foi utilizada a configuração da Figura 1. Essa mesma configuração será utilizada na experiência atual onde o sistema terá o controle em malha fechada por meio do controlador do tipo P.

**Figura 1 - Sistemas de tanques Quanser.**



Em diversos sistemas não é possível observar todos os estados do processo, medindo-se apenas a saída do sistema, em outros pode-se evitar o custo e manutenção do uso de sensores, logo, usa-se apenas sensores na saída.

Nestes casos é importante o uso de observadores de estado, que consiste em utilizar o erro da estimativa da saída, que é facilmente calculada, para obter estimativas dos estados não medidos. Essa estimativa é realizada a partir do modelo do sistema e de valores de polos desejados que determinarão a dinâmica da correção de erro da estimativa.

No sistema de tanques da Quanser pode-se ler os níveis dos 2 tanques, entretanto para a experiência realizada será utilizado o valor do nível do tanque 1 apenas para avaliação da corretude da estimativa e da escolha dos polos, sendo omitido o seu valor para o cálculo da estimativa dos níveis.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 Conceito

Quando se trata de sistemas de controle de 2ª ordem, a definição de estabilidade requer atenção, uma vez que indica como um sistema irá agir de acordo com um sinal de entrada. Um sistema de controle de qualidade deve garantir que o processo tenderá a um valor estável e finito, dessa forma o sistema estará prevenido de uma saída que possa causar danos ou que nunca chega a um de SP.

Diz-se que um sistema é estável quando sua saída é prevista para toda e qualquer entrada limitada. Outro ponto importante é o erro atuante estacionário, isto é, dada uma entrada do tipo degrau o erro atuante estacionário é a diferença entre o SP e o sinal realimentado. Muitas vezes o sinal realimentado é o próprio valor de saída, devido a sensores que possuem função de transferência de valor unitário.

$$e_{ss} = \frac{1}{1 + G(0) * H(0)}$$

Onde  $G(0)*H(0)$  determina o valor do erro atuante estacionário. Portanto, para uma entrada do tipo degrau, haverá um valor de erro que diminuirá a medida que o valor de  $G(0)*H(0)$  aumenta, isso pode ser realizado aplicando um ganho constante na entrada do sistema. Quanto maior o valor do ganho, menor o valor do  $e_{ss}$ .

### 2.2 Sistemas Dinâmicos de 2ª Ordem

A análise de sistemas de controle é dada pelas de equações que descrevam o comportamento dinâmico desses sistemas ao longo do tempo. Em casos de sistemas lineares invariantes no tempo, é conveniente utilizar a função de transferência do sistema, onde esta é uma relação entre a função resposta e função excitação, com condições iniciais iguais a zero.

A ordem de um sistema dinâmico é definida pela potência do denominador, ou seja, se a maior potência de  $s$  no denominador for 1, o sistema é de primeira ordem. Se a 8 potência de  $s$  for  $n$ , o sistema será de  $n$ -ésima ordem. Além disso, a função de transferência é uma propriedade independente da entrada ou função de excitação e não guarda qualquer característica física do sistema, o que dá certa flexibilidade ao mesmo, fazendo com que possa ser utilizada em diversos sistemas.

Considere a seguinte equação diferencial de segunda ordem:

$$ac(t) + bc(t) + \ddot{dc}(t) = er(t)$$

Definido:

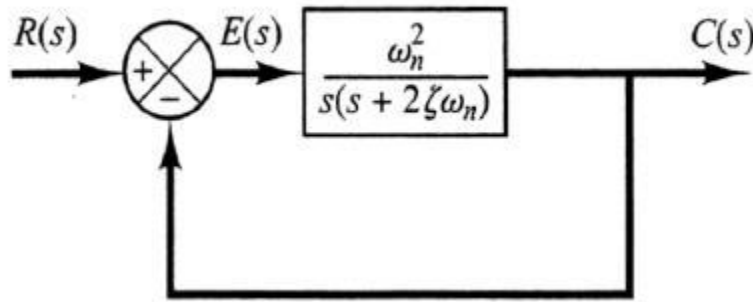
$$\frac{a}{b} = b\xi\omega_n \quad ; \frac{d}{a} = \omega_n^2 \quad ; \frac{e}{a} = k$$

Aplicando Laplace com condições iniciais nulas:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Admitindo  $k = \omega_n^2$

**Figura 2 - Sistema de Segunda Ordem**



Observa-se que a função de transferência de malha fechada de um sistema de controle de segunda ordem tem a forma:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

Tem-se os polos  $s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$

Isolando  $s$  tem-se que as raízes da equação característica, ou polos da relação de controle são:

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1}$$

Onde  $\xi$  é o fator de amortecimento,  $\omega_n$  é a frequência natural (frequência de oscilação do sistema sem amortecimento) e  $K$  é o ganho do sistema, tem-se:

$$C(\ddot{t}) + 2\omega_n\xi\dot{c}(t) + \omega_n^2 c(t) = kr(t)$$



Os parâmetros de  $\xi$  e  $W_n$  são muito importantes na caracterização da resposta de um sistema de segunda ordem.

Sabendo que  $\omega d$  é a frequência do sistema e é dado por:

$$W_d = W_n \sqrt{1 - \xi^2}$$

Algumas observações podem ser feitas a respeito de  $\xi$

Quando  $\xi = 0$  não há amortecimento. Nesse caso  $W_d = W_n$  e a resposta oscila com frequência natural  $W_n$ .

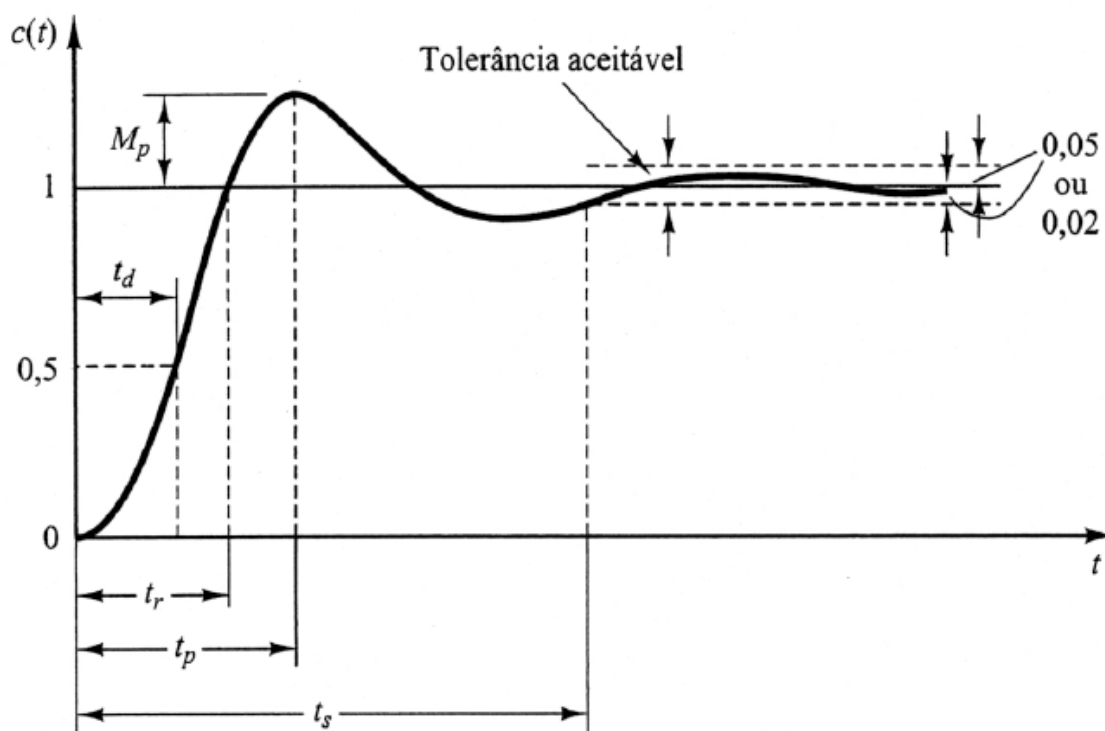
Quando  $0 < \xi < 1$  a oscilação vai sendo gradativamente amortecida, caracterizando assim o SOBREAMORTECIMENTO.

Quando  $\xi = 1$  ocorre a transição para o desaparecimento da oscilação e tem-se assim o AMORTECIMENTO CRÍTICO.

Quando  $\xi > 1$  não ocorre oscilação na resposta, caracterizando o SUPERAMORTECIMENTO.

A fim de analisar a resposta transitória para um sistema de controle de 2ª ordem com entrada degrau ilustrada, tem-se as observações:

**Figura 3 - Resposta ao Degrau.**



Onde:

$M_p$  – SOBRE-SINAL PERCENTUAL, é o máximo valor de pico da curva de resposta, medido a partir do valor unitário. Influenciado apenas por  $\xi$ .

$$M_p(\%) = 100e^{-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

$t_r$  – TEMPO DE SUBIDA, é o tempo para a resposta passar de 0% a 100% do seu valor final.

$$t_r = \pi - \beta W_d$$

$$\text{Onde } \beta = tg^{-1} \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$$

$t_p$  – TEMPO DE PICO, é instante de tempo em que a resposta atinge o primeiro pico do sobre-sinal.

$$t_p = \pi W_d$$

$t_s$  – TEMPO DE ACOMODAÇÃO, é o tempo necessário para a curva de resposta alcançar e permanecer dentro de uma faixa em torno do valor final.

Faixa de acomodação de  $\pm 2\%$  e  $\pm 5\%$  são os valores usuais para o tempo de acomodação, nesse experimento além desses valores, será abordado também  $\pm 7\%$  e  $\pm 10\%$ .

$$t_s = \frac{4}{W_n \xi}, \text{ para o critério de } 2\%.$$

$$t_s = \frac{3}{W_n \xi}, \text{ para o critério de } 5\%.$$

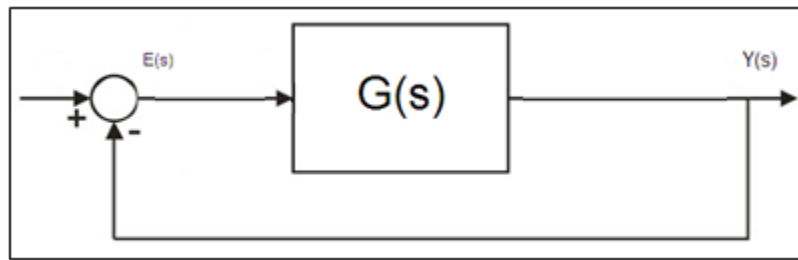
### 2.3 Ações de Controle

Quando em sistema realimentado, ações de controles são implementadas em controladores, fazendo com que a saída do processo seja mais próxima do valor desejado SP que é previamente definido.

Ao comparar a saída com o SP obtêm-se um erro que pode ser utilizado em várias ações de controle, onde cabe ao engenheiro escolher a melhor para cada aplicação.

As ações de controle mais implementadas em controladores industriais são: proporcional, integral, derivativa e combinações destas três. Para o melhor entendimento destas ações, será utilizado um sistema de 2ª ordem, esquematizado de acordo com a figura abaixo:

**Figura 4 - Diagrama de Bloco de Sistema de 2ª Ordem**



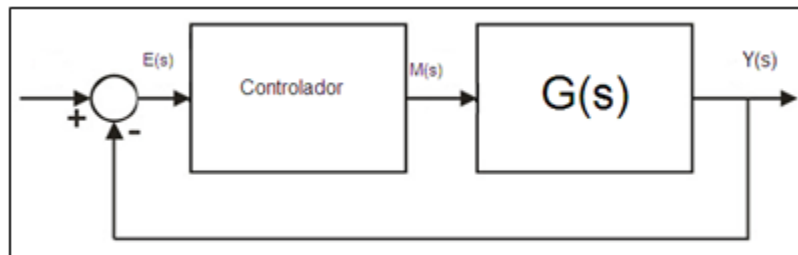
Onde:

$$E(s) = SP - Y(s)$$

$$Y(s) = G(s) * E(s)$$

Aplicar o sinal de erro à entrada do sistema implica que foi imposta uma ação de controle ao sistema do tipo proporcional com ganho  $k_p = 1$ , o que implica:

**Figura 5 - Diagrama de Blocos de um Sistema de 2ª Ordem com Controlador**



### 2.3.1. Controlador Proporcional (P)

Para um controlador proporcional, a relação entre sinal de saída  $M(s)$  e erro que atua  $E(s)$  é dada por:

$$M(s) = K_p E(s)$$

O controle proporcional pode ser visto como uma relação proporcional entre  $k_p$  e o ganho ajustável, isso é, com o aumento do valor do  $k_p$  o erro enviado ao sistema é amplificado, consequentemente o erro de regime diminui. Entretanto, diminuir o erro de regime não significa que será eliminado. Para que isso ocorra, o valor do  $k_p$  deve ser muito alto, o que pode levar o sistema a se fragilizar no que diz respeito à estabilidade.

## 2.4 Descrição por Variáveis de Estado

A descrição de um sistema por variáveis de estado é aplicável a sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas, que podem ser lineares ou não-lineares, variantes ou invariantes no tempo e com condições iniciais não-nulas.

O estado de um sistema no instante  $t_0$  é a quantidade de informação naquele instante que, junto à entrada  $u(t)$  em  $t \geq t_0$ , determina o comportamento do sistema para todo  $t \geq t_0$ . O sistema pode ser descrito da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{equação de estado}) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \quad (\text{equação de saída})\end{aligned}$$

### 2.4.1. Estabilidade

*Teorema:* Um sistema é estável se quando  $u(t) = 0$ , para todo  $x(0)$ , temos que  $\lim_{n \rightarrow \infty} x(t) = 0$ .

Outra forma de verificar a estabilidade é conferindo se todos os autovalores da matriz  $A$  apresentam parte real negativa.

*Corolário:* Um sistema é estável se todos os autovalores da matriz  $A$  apresentam parte real negativa.

### 2.4.2. Observabilidade

*Definição:* O sistema  $(A, B, C, D)$  é observável se para todo  $x(0)$ , o conhecimento da entrada  $u(t)$  e da saída  $y(t)$  em um tempo finito é suficiente para determinar  $x(t)$ .

*Teorema:* O sistema  $(A, B, C, D)$  é observável se e somente se o posto da matriz de observabilidade  $V = [C \ CA \ CA^2 \dots CA^{n-1}]$  igual a  $n$ .

## 2.5 Sistema Discreto no Tempo

Considere um sistema discreto linear e invariante no tempo descrito em variáveis de estado:

$$X(k+1) = GX(k) + Hu(k)$$

$$Y(k) = CX(k) + Du(k)$$

A representação no domínio discreto pode ser obtida a partir da representação contínua. Fazendo-se

$$G(T) = e^{AT}$$

$$H(T) = \int_0^T e^{At} B dt = \left( \int_0^T e^{At} dt \right) * B$$

## 2.6 Observador de Estados

A dinâmica do observador de estados é dada por:

$$\hat{x}(k+1) = G\hat{x}(k) + L(y(k) - \hat{y}(k)) + Hu(k)$$

$$\hat{y}(k) = C\hat{x}(k)$$

A dinâmica do erro e estimação dos estados é descrita então por:

$$\tilde{x}(k+1) = x(k+1) - \hat{x}(k+1)$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\hat{x}(k+1) = Gx(k) + Hu(k) - [G\hat{x}(k) + L(y(k) - \hat{y}(k)) + Hu(k)]$$

$$\hat{x}(k+1) = (G - LC)\tilde{x}$$

Vale observar que  $(G - LC)$  influencia na dinâmica do erro de estimativa e  $\tilde{x}$  é o erro de estimativa.

O projeto de observadores de estado consiste em determinar  $L$  para que  $G - LC$  tenha pólos desejados.

Utilizando-se a formula de Ackermann, tem-se:

$$L = q_l(G) * W_0^{-1} [0 \ 0 \ \dots \ 1]^T$$

### 2.3 Sistema de Tanques Acoplados Quanser

Com o uso de um computador e uma placa de aquisição de dados pode ocorrer o controle dos níveis dos tanques acoplados em laboratório, de modo que o computador enviasse sinais elétricos ao modulo de potência, que por sua vez multiplica a tensão por uma variável acionando a bomba.

Os componentes deste sistema de tanques são:

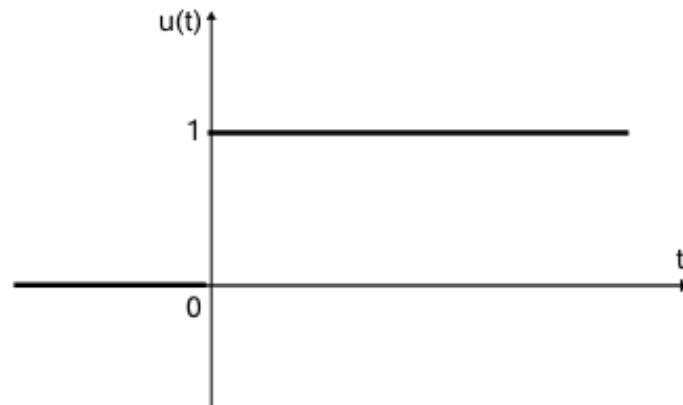
- I. 2 Tanques acoplados da Quanser
- II. 2 Sensores de nível
- III. 1 Bomba
- IV. 1 Reservatório
- V. Módulo de potência VoltPAQ-X1
- VI. Placa de aquisição de dados MultQ da Quanser
- VII. Computador

### 2.4 Sinais de Entrada na Planta

Dentre os sinais utilizados nos experimentos anteriores para o controle da planta temos: sinal senoidal, quadrado, degrau, tipo dente de serra e aleatório. Entretanto, para o experimento referente a este relatório utilizou-se apenas o sinal degrau como entrada. O motivo para se usar apenas esse sinal é que na prática se usa apenas o degrau como sinal de controle devido a sua estabilidade e melhor manipulação.

Os outros sinais utilizados anteriormente foram apenas de caráter ilustrativo, para mostrar o comportamento da planta com um sinal que mais se assemelhava as formas de ondas senoidais, quadradas, tipo dente de serra e aleatória.

**Figura 6 - Representação gráfica de um sinal degrau.**



### 3 METODOLOGIA

Neste momento, o projeto se adaptou ao desenvolvimento do observador de estados. Em sua interface gráfica o usuário terá esta nova opção de observar o nível do observador 1 e 2, de forma que o software receba os parâmetros dos pólos desejados e plote em tempo real a resposta da planta.

As principais alterações para elaboração deste experimento foram:

- I. Nova seleção dos observadores de estados pelo usuário;
- II. Plotagem em tempo real dos níveis de ambos os observadores;
- III. Campo para o preenchimento dos pólos desejados e observação dos valores dos ganhos.

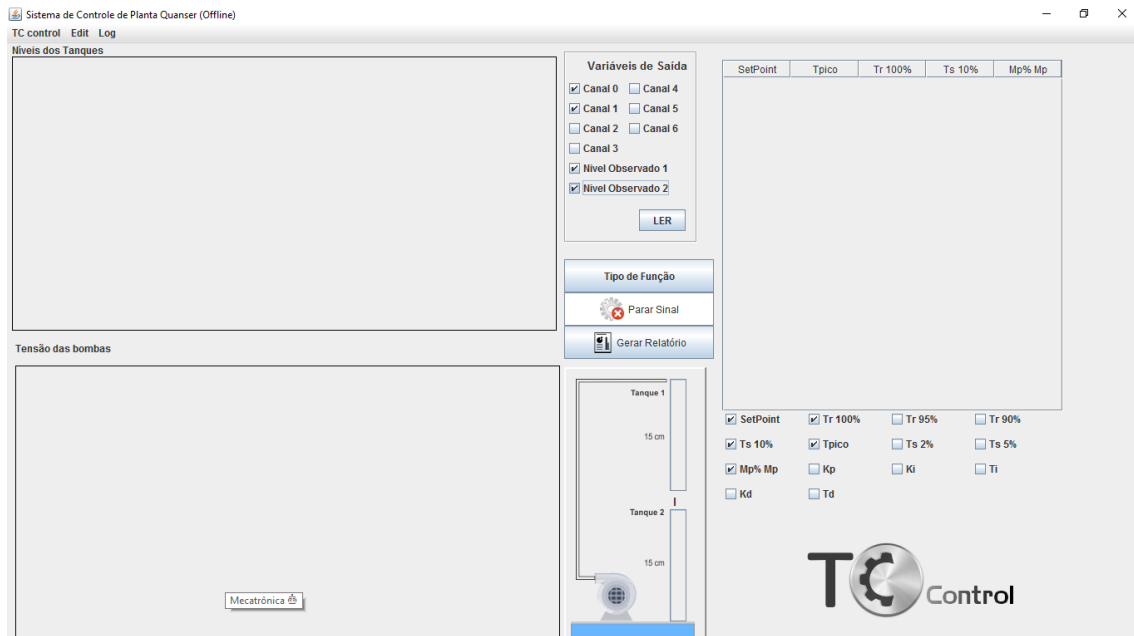
#### 3.1 Software de Controle

São solicitados parâmetros ao usuário em busca de um funcionamento aprimorado, estas variáveis e suas alterações no sistema são plotados em gráficos no software:

- I. Implementação do observador de estados em software, tendo em teste apenas o controlador do tipo P.
- II. Inserção dos pólos pelo usuário para observação do comportamento da planta.
- III. Plotagem em tempo real do nível observado para análise.

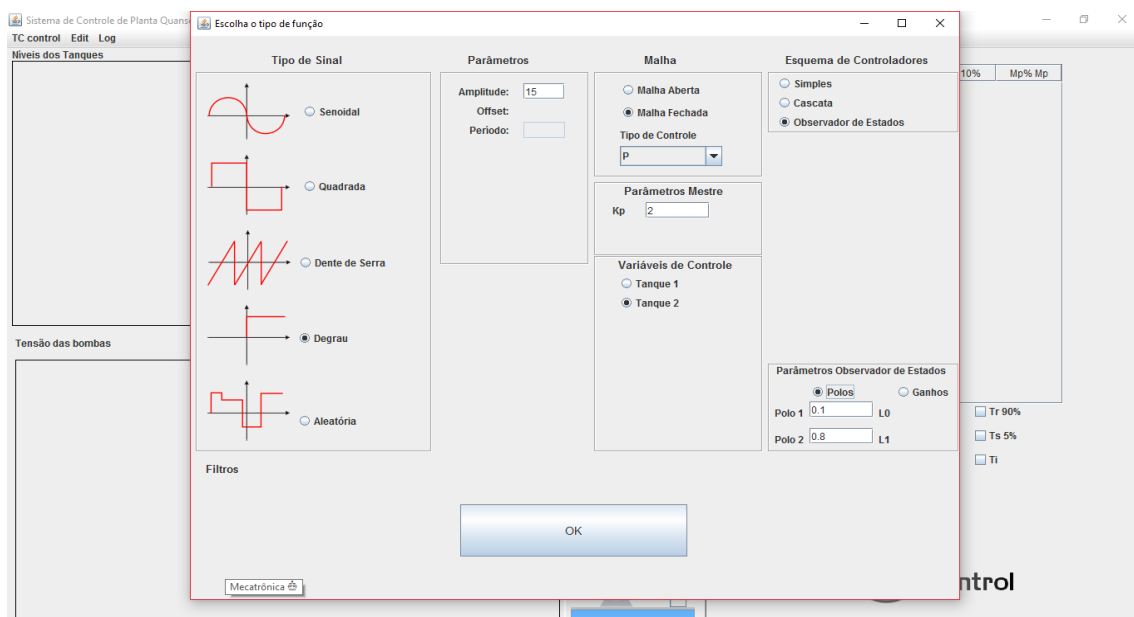
O usuário poderá selecionar dentre as variáveis de saída o Nível Observador 1 e/ou 2, para acompanhar em tempo real o comportamento da planta referente ao parâmetros dos pólos utilizados.

**Figura 7 - Seleção de modo dos níveis observados.**



É possível selecionar dentre os Esquemas de Controle o modo de Observador de Estados, tendo assim a aparição de um campo a ser preenchido com os pólos desejados.

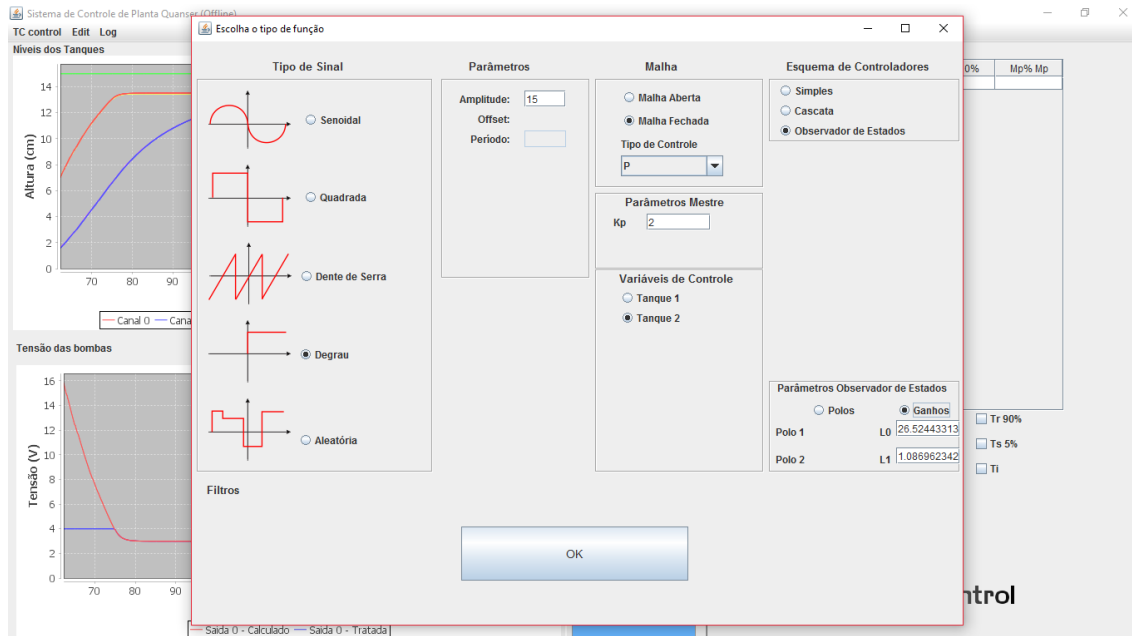
**Figura 8 - Seleção do Modo Observador de Estados.**





O usuário poderá observar os valores dos ganhos estimados pelo software após o início da simulação ou uso em planta.

**Figura 9 - Valores dos Ganhos para Pólos Desejados.**

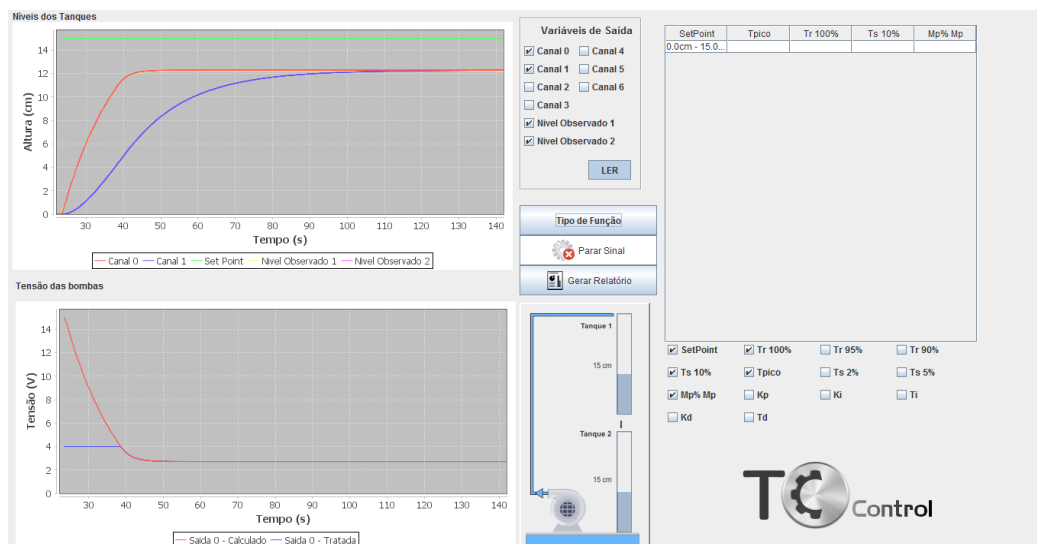


O relatório conta com os dados, gráficos e parâmetros inseridos seguem em anexo neste relatório, podendo ser visto em detalhe os valores obtidos e observados.

### 3.1.1 Interface de Leitura

O usuário acompanha os gráficos de níveis, contando agora com os níveis observados, como também a tensão gerada na bomba e o SP.

**Figura 10 - Interface de Leitura**



## 4 DESENVOLVIMENTO

Conhecendo-se as EDOs que descrevem as dinâmicas dos tanques 1 e 2:

$$\dot{L}_1 = -\frac{a_1}{A_1} * \sqrt{\frac{g}{2L_{10}}} * L_1 + \frac{K_m}{A_1} V_p$$

E

$$\dot{L}_2 = \frac{a_2}{A_2} * \sqrt{\frac{g}{2L_{20}}} * L_2 + \frac{a_1}{A_2} * \sqrt{\frac{g}{2L_{10}}} * L_1$$

Onde:

- $A_1 = A_2 = 15,5179$ ;
- $L_{20} = 15$ ;  $L_{10} = \frac{a_2^2}{a_1^2} * L_{20}$ ;
- $a_1 = 0,17813919765$ ;
- $a_2 = a_1$  (*Orifício Médio*);
- $g = 980 \text{ cm/s}^2$ ;

Foi encontrada a seguinte representação em espaço de estados onde  $L_1$  e  $L_2$  :

$$\dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a_1}{A_1} * \sqrt{\frac{g}{2L_{10}}} & 0 \\ \frac{a_1}{A_2} * \sqrt{\frac{g}{2L_{10}}} & -\frac{a_2}{A_1} * \sqrt{\frac{g}{2L_{20}}} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{K_m}{A_1} \\ 0 \end{bmatrix} * V_p$$

Onde

$$A = \begin{bmatrix} -0.0656 & 0 \\ 0.0656 & -0.0656 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{L}_1 \\ \dot{L}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-0.0656t} & 0 \\ (0.0656t)(-0.0656^t) & e^{-0.0656t} \end{bmatrix}$$

A representação no domínio discreto pode ser obtida a partir da representação contínua fazendo-se:

$$G(T) = e^{AT}$$

$$H(T) = \int_0^T e^{AT} B dt = \left( \int_0^T e^{AT} dt \right) B$$

Logo,

$$G(T) = \begin{bmatrix} 0.9935 & 0 \\ 0.0065 & 0.9935 \end{bmatrix}$$

$$H(T) = \begin{bmatrix} 0.0295 \\ 0.0001 \end{bmatrix}$$

## 5 CONCLUSÃO

Os testes em anexo foram realizados com os sinais de entrada Degrau para o sistema em malha fechada com controlador P,  $k_p = 1$  e  $SP$  do tanque 2 igual a 15 cm. Foram variados os valores dos polos e então foram registradas as estimativas correspondentes.

Comparando os gráficos, observa-se que possuem certo comportamento semelhante e que uma pequena diferença no valor dos polos já faz com que as estimativas dos testes venham ou não apresentar menor oscilação que o teste anterior.

Por fim, o estudo e implementação do observador de estados nessa experiência foi bastante importante para entender o seu funcionamento e para compreender a sua importância na estimação de estados não medidos. Além disso foi possível comprovar propriedades já conhecidas.

## **6 REFERÊNCIAS**

**OGATA, K. :** Engenharia de Controle Moderno { 4o Edi\_c~ao, 2003, Prentice-Hall. (OGATA, 2003).

**BAZANELLA, A.S. e SILVA JR, J.M.G.** Sistemas de Controle: Princípios e Métodos de Projeto. Editora UFRGS, 2005.

**APOSTILA DA DISCIPLINA DCA0206**

<http://www.dca.ufrn.br/~meneghet/FTP/Controle/scv20071.pdf>

# Capa De Anexos

**Obs:** Seguem aqui os relatórios gerados via software para todos os pólos inseridos pelo usuário.