

Modelos lineales

Justo Andrés Manrique Urbina

24 de octubre de 2019

1. Pregunta 1

Sea Y una variable aleatoria discreta con distribución binomial negativa μ y parámetro de dispersión ϕ , cuya función de distribución es dada por

$$f(y) = \frac{\Gamma(y + \phi)}{\Gamma(y + 1)\Gamma(\phi)} \left(\frac{\mu}{\mu + \phi}\right)^y \left(\frac{\phi}{\mu + \phi}\right)^\phi, y = 0, 1, 2, \dots$$

Demuestre que para ϕ conocido, la distribución de Y pertenece a la familia exponencial.

Solución: La función de probabilidad de Y se puede reexpresar como:

$$f(y) = \exp\left(\phi \log\left(\frac{\phi}{\mu + \phi}\right) + y \log\left(\frac{\mu}{\mu + \phi}\right) + \log\left(\frac{\Gamma(y + \phi)}{y!\Gamma(\phi)}\right)\right).$$

$$f(y) = \exp\left(\phi \log(\phi) + y \log(\mu) - (\log(\mu + \phi))(y + \phi) - \log(\Gamma(\phi)) - \log(y!) - \log(\Gamma(y + \phi))\right).$$