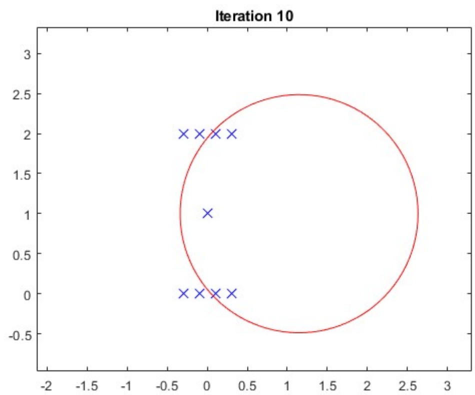
Jakub Jíra

1. Funkci $f(x) = \sum_{i=1}^{m} dist(x, a_i)^2$, si upravím. $dist(x, a_i)$ si označím jakožto $g_i(x)$ a tedy nový tvar bude vypadat následovně:
$$\mathrm{f}(x) = \sum_{i=1}^{m} g_i(x)^2 = \|g(x)\|^2 = g(x)^T g(x)$$
Nyní zderivuji – tabulka skripta strana 99 - $f'(x) = 2g(x)^T g'(x)$. Aby dávala derivace smysl, musí pro každé jednotlivé $g_i'(x)$ exitovat jeho derivace. A tedy z funkce dist: $\|x - a_i\|$ tato vdálenst musí být rozdílná od nuly. Tím pádem $x \neq a_i$. Což značí, že střed kružnice nesmí ležet v žádném z bodů a.

2. Nebude to vadit. Vzhledem k tomu, že v dist r odečítáme, tak se v případě záporného r, jak známe ze základní školy z $-\ -$ stane + a iterační metoda si sama dokonverguje ke kladnému r, které ji pomůže minimalizovat.
3. Ano určitě může. Vytvořil jsem si následovný obrzec, ke kterému se budu jednou blížit poprvé z prava a podruhé z dola.

   Pro příklad jsem si vybral body:
$$[0.3;\ 0][0.1;\ 0][-0.1;\ 0]\ [-0.3;\ 0][0; 1][0.3;\ 2][0.1;\ 2][-0.1;\ 2]\ [-0.3;\ 2]$$

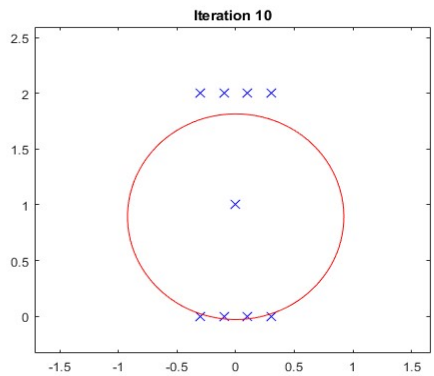
Poprvé jsem použil počáteční x1 jako
$$\mathrm{x1} = [1; 0.2; 0.2]$$
Po deseti iteracích vypadal obrázek následovně



$$\mathrm{x\_new1} = [1.1465; 1.0000; 1.4861]$$
$$\mathrm{f}(x\_new1) = 0.0309$$

Gradient:
$$\nabla f(x\_new1) = \begin{bmatrix} 0.0967 \\ 0.3098 \\ 0.0000 \end{bmatrix}$$

Podruhé jsem použil počáteční x2 jako
$$\mathrm{x2} = [0; 0.2; 0.2]$$
Po deseti iteracích vypadal obrázek následovně



$$\mathrm{x\_new2} = [0.0000; 0.8935; 0.9227]$$
$$\mathrm{f}(x\_new2) = 3.9199\mathrm{e} - 04$$

Gradient:
$$\nabla f(x\_new2) = \begin{bmatrix} -0.5645 \\ 0.4318 \\ 0.0000 \end{bmatrix}$$