(1) LIN PROG

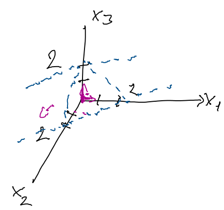
$\max\ 2x_1 - x_2 + x_3$

$x_1 + x_2 + x_3 = 2$

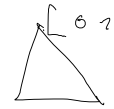
$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 1$

$x_3 \geq 0$



množina je trojúhelník mezi body $[0;2;0]$ $[0;1;1]$ $[1;1;0]$



optimální řešení je vrchol $[1;1;0]$

Duální úloha

$\min\ 2y_1$

$y_1 \in R$

$y_1 \leq 2$

$y_1 \leq -1$

$y_1 \leq 1$

Optimální úloha duální úlohy

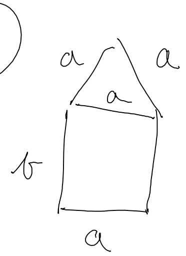
máme minimalizovat $2y_1$

podmínky můžeme shrnout do jedné $y_1 \leq -1$

a díky tomu, že $y \in R$, tak si můžeme vybrat řešení na množině $y \in (-\infty; -1]$

vzhledem k tomu, že chceme minimalizovat $2y_1$ tak zvolíme $-\infty$

(2)



máme dán obvodový materiál tedy

$3a + 2b = \sigma$ je dáno

chceme maximalizovat $a \cdot b + \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

tedy $\max \left\{ a \cdot b + \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \;\middle|\; 3a + 2b = \sigma;\ a > 0;\ b > 0 \right\}$, kde σ je dáno

$$b = \frac{\sigma - 3a}{2} \qquad \frac{\sigma - 3a}{2} \geq 0 \qquad \sigma - 3a > 0$$

$$a < \frac{\sigma}{3}$$

$\max \left\{ a \cdot \frac{\sigma - 3a}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \;\middle|\; 0 < a < \frac{\sigma}{3} \right\}$, kde σ je dáno

pro max zderivuji a položím rovno nule

$$\left(\frac{a\sigma - 3a^2}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \right)' = 0$$

$$\frac{\sigma}{2} - 3a + \frac{\sqrt{3}}{2} a = 0 \quad / \cdot 2$$

$$\sigma - 6a + \sqrt{3}a = 0$$

$$a(-6+\sqrt{3}) = -\sigma$$

$$a = \frac{-\sigma}{-6+\sqrt{3}} = \boxed{\frac{\sigma}{6-\sqrt{3}}}$$

Splňuje podíl?

$$0 < \frac{\sigma}{6-\sqrt{3}} < \frac{\sigma}{3}$$

ANO

tedy $b = \frac{\sigma - 3a}{2} = \frac{\sigma - \frac{3\sigma}{6-\sqrt{3}}}{2}$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{\frac{\sigma-3a}{2}} = \frac{2a}{\sigma-3a} = \frac{2}{\frac{\sigma}{a}-3} = \frac{2}{\frac{\sigma}{\frac{\sigma}{6-\sqrt{3}}}-3} = \frac{2}{6-\sqrt{3}-3} = \boxed{\frac{2}{3-\sqrt{3}}} = \frac{a}{b}$$

2

$$g(w) = (x+2)^2+(y+1)^2-4+(x-2)^2+(y+1)^2-4+(2x+1)^2-(y-2)^2-4+(x-1)^2+(2y-2)^2-4$$

$$= (x+2)^2+2(y+1)^2+(x-2)^2+(2x+1)^2-(y-2)^2+(x-1)^2+(2y-2)^2-16$$

$$= x^2+4x+4+2y^2+4y+2+x^2-4x+4+4x^2+4x+1-y^2+4y-4+x^2-2x+1+4y^2-8y+4-16$$

$$= 7x^2+5y^2+2x+0y+(-4)$$

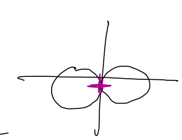
$$\frac{\partial g(u)}{\partial x} = 14x+2 = 0$$

$$\frac{\partial g(u)}{\partial y} = 10y = 0$$

$$y = 0 \quad x = -\frac{1}{7}$$

HESS je Pos. Def → bod $\left[-\frac{1}{7}; 0\right]$ je minimum

Řešení soustav → čísla h_1 a h_2 jsou kružnice, které se dotýkají jen v jednom bodě



tedy stačí zjistit, zda tento bod vyhovuje zbývajícím rovnicím

$$4+(y+1)^2 = 4$$

$(y+1)=0$

$y=-1$ tedy bod $[0;-1]$

dosadím do k_4

$$(x-1)^2+(2y-2)^2=4$$

$$1+(-4)^2=4$$

$$17 \neq 4$$

$\boxed{\text{Soustava nemá řešení!}}$

$$f(u)=\frac{1}{2}$$