Denotational Semantics

Ιάσονας
Νικολάου
(031 16129)

Θα ορίσουμε μια δηλωτική σημασιολογία για την γλώσσα τής μηχανής στοίβας που περιγράφεται στην άσκηση 7. Η σύνταξη τής γλώσσας είναι η ακόλουθη.

$$P ::= n \mid \text{true} \mid \text{false} \mid + \mid - \mid * \mid / \mid < \mid = \mid \text{and} \mid \text{not}$$
$$\mid \text{nop} \mid \text{dup} \mid \text{pop} \mid \text{swap} \mid \text{swap2} \mid$$
$$\mid p_1 p_2 \mid \text{cond}\, [p_1 \mid p_2] \mid \text{loop}\, [p]$$

Έστω s η κατάσταση τού Stack.
Έστω S ο τύπος του Stack.

Ο αυστηρός ορισμός των τύπων δίνεται στην άσκηση 7. Σε Haskell έχουμε:

```
data V = VI Integer | VB Bool
type S = [V]
```

Τέλος, συμβολίζουμε με x:s την τοποθέτηση τής τιμής x στην κορυφή τής στοίβας s.

Οι κανόνες τής δηλωτικής σημασιολογίας είναι οι ακόλουθοι:

$P[\![n]\!]s = n : s$, όπου n τύπου Integer

$P[\![true]\!]s = true : s$, όπου true τύπου Bool

$P[\![false]\!]s = false : s$, όπου false τύπου Bool

$P[\![+]\!]s = (n_1 + n_2) : s'$, αν $s = n_1 : n_2 : s'$ και n_1, n_2 τύπου Integer

$P[\![-]\!]s = (-n_1) : s'$, αν $s = n_1 : s'$ και n_1 τύπου Integer

$P[\![*]\!]s = (n_1 * n_2) : s'$, αν $s = n_1 : n_2 : s'$ και n_1, n_2 τύπου Integer

$P[\![/]\!]s = r : q : s'$, αν $s = n_1 : n_2 : s'$, n_1, n_2 τύπου Integer και $(q, r) = quotRem(n_2, n_1)$, $n_1 \neq 0$

$P[\![and]\!]s = (b_1 \wedge b_2) : s'$, αν $s = b_1 : b_2 : s'$ και b_1, b_2 Bool

$P[\![not]\!]s = (\neg b_1) : s'$, αν $s = b_1 : s'$ και b_1 Bool.

$P[\![<]\!]s = (n_2 < n_1) : s'$, αν $s = n_1 : n_2 : s'$ και n_1, n_2 τύπου Integer.

$P[\![=]\!]s = (n_2 = n_1) : s'$, αν $s = n_1 : n_2 : s$ και n_1, n_2 τύπου Integer.

$$P[\![\text{nop}]\!]\, s = s$$

$$P[\![\text{dup}]\!]\, s = v : v : s' \,, \quad \alpha v \quad s = v : s'$$

$$P[\![\text{pop}]\!]\, s = s' \,, \quad \alpha v \quad s = v : s'$$

$$P[\![\text{swap}]\!]\, s = v_2 : v_1 : s' \,, \quad \alpha v \quad s = v_1 : v_2 : s'$$

$$P[\![\text{swap2}]\!]\, s = v_3 : v_2 : v_1 : s' \,, \quad \alpha v \quad s = v_1 : v_3 : v_2 : s'$$

$$P[\![\text{seq } P_1\ P_2]\!]\, s = P[\![P_1]\!](P[\![P_0]\!]\, s)$$

$$P[\![\text{cond } P_1\ P_2]\!]\, s = \begin{cases} P[\![P_1]\!]\, s' \,, & \alpha v \quad s = b_1 : s' \ \kappa\alpha\iota\ \ b_1 = \text{true} \\ P[\![P_2]\!]\, s' \,, & \alpha v \quad s = b_2 : s' \ \kappa\alpha\iota\ \ b_2 = \text{false} \end{cases}$$

$$P[\![\text{loop } P_1]\!]\, s = \text{fix } F \ s \,,$$

$$F\ f\ s = \begin{cases} f(P[\![P]\!]\, s') \,, & \alpha v \quad s = b_1 : s' \ \kappa\alpha\iota\ \ b_1 = \text{true} \\ s' \,, & \alpha v \quad s = b_2 : s' \ \kappa\alpha\iota\ \ b_2 = \text{false}\,. \end{cases}$$
