

Máster Universitario en  
Nuevas Tecnologías en Informática

Asignatura “Visión Artificial”

# Procesamiento de imagen (Técnicas más relevantes en aplicaciones de visión)

Facultad de Informática  
Universidad de Murcia  
Curso 2018/19

# Imágenes como funciones

- Una imagen es una función de  $R^2$  a  $R^M$ :

$$f: \underbrace{[a,b] \times [c,d]}_{\text{Dominio: } X \times Y} \rightarrow \underbrace{[0,255]}_{\text{Rango: } \textit{luminancia}}$$

- Imágenes discretas → muestreadas en un *grid* regular.
- Está definida sobre un **dominio** rectangular, y el **rango** es finito.
- P.e.,  $f(x,y)$  da la *luminancia* ( $M=1$ ) en la posición  $(x,y)$ .
- Para una imagen a color,  $M=3$ :

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} r(x, y) \\ g(x, y) \\ b(x, y) \end{bmatrix}$$

# Filtrado de imágenes

- Objetivos del filtrado:
  - Formar una nueva imagen cuyos píxeles se obtienen a partir de una cierta combinación de los píxeles de la(s) imagen(es) de entrada.
- Útil para:
  - Extraer información útil para procesos de interpretación/*matching* posteriores:
    - **Features** (bordes, esquinas, *blobs*, etc.)
  - Modificar o resaltar ciertas propiedades:
    - Superresolución, realce (*enhancement*), eliminación de ruido (*denoising*)...

# Procesamiento de imagen: ejemplos



Original



Incremento de contraste



Cambio en *Hue*



Color *quantization*



Suavizado (*Blurring*)

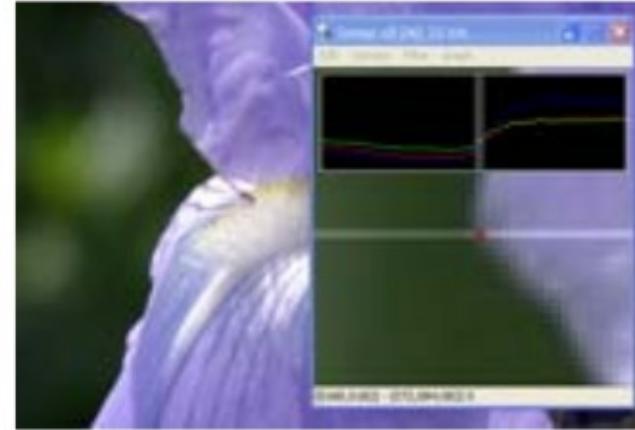


Rotación

# Visualización de los datos de imagen



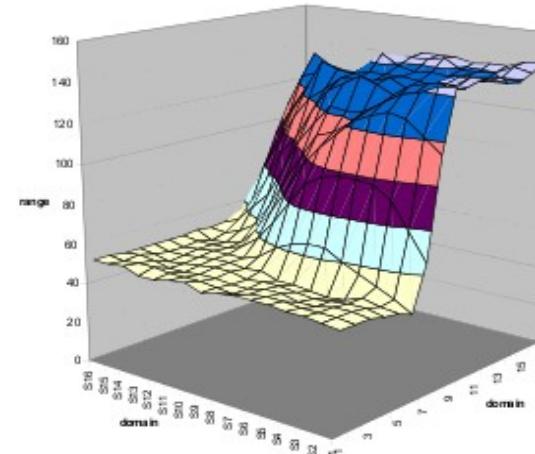
Imagen original



Scanline(s)

45	60	98	127	132	133	137	133
46	65	98	123	126	128	131	133
47	65	96	115	119	123	135	137
47	63	91	107	113	122	138	134
50	59	80	97	110	123	133	134
49	53	68	83	97	113	128	133
50	50	58	70	84	102	116	126
50	50	52	58	69	86	101	120

Array de números por plano  
(aquí, sólo luminancia)



Superficie(s) 3D

# Grupo 1: Transformaciones de píxel

Operadores “píxel a píxel”, toman una o más imágenes de entrada y generan una de salida:

$$g(\mathbf{x}) = h(f(\mathbf{x})) \text{ or } g(\mathbf{x}) = h(f_0(\mathbf{x}), \dots, f_n(\mathbf{x}))$$

- Dominio discreto X x Y:

$$g(i, j) = h(f(i, j)).$$

- Ejemplo lineal (*gain+bias*):

$$g(\mathbf{x}) = af(\mathbf{x}) + b.$$

- Ejemplo *blending* (mezcla de dos imágenes):

$$g(\mathbf{x}) = (1 - \alpha)f_0(\mathbf{x}) + \alpha f_1(\mathbf{x})$$

# Transformaciones de color



RGB



Red



Green



Blue



Luminancia



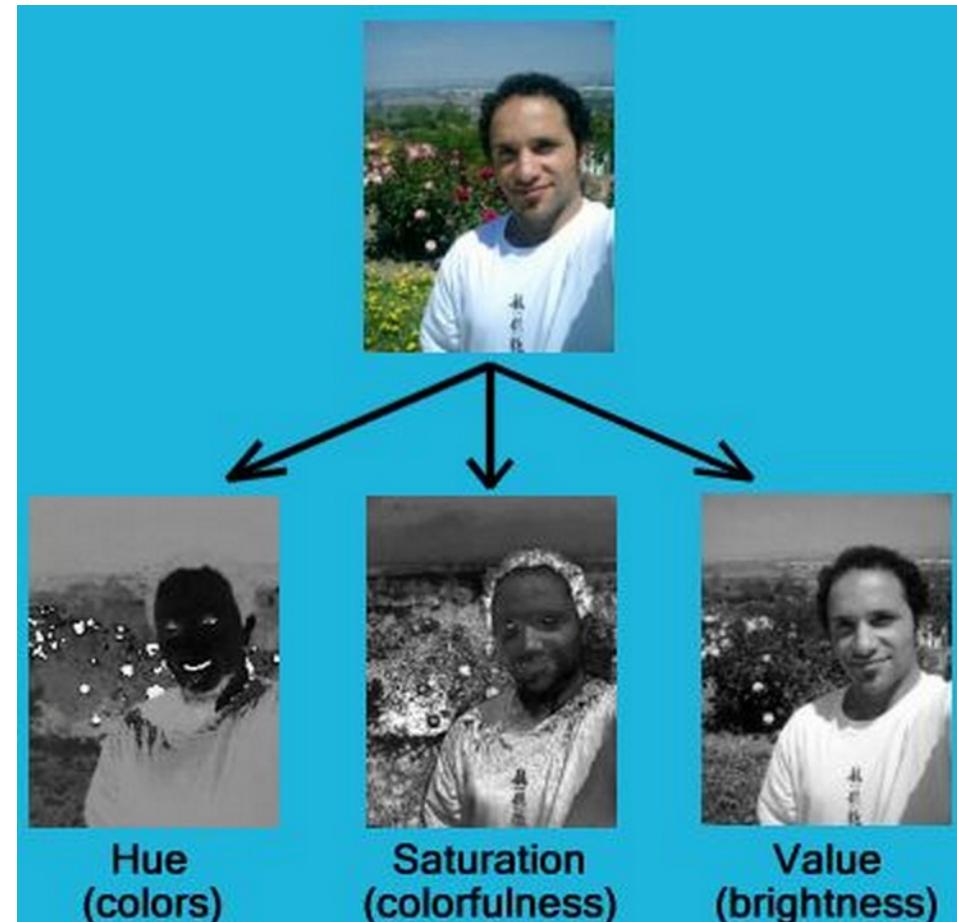
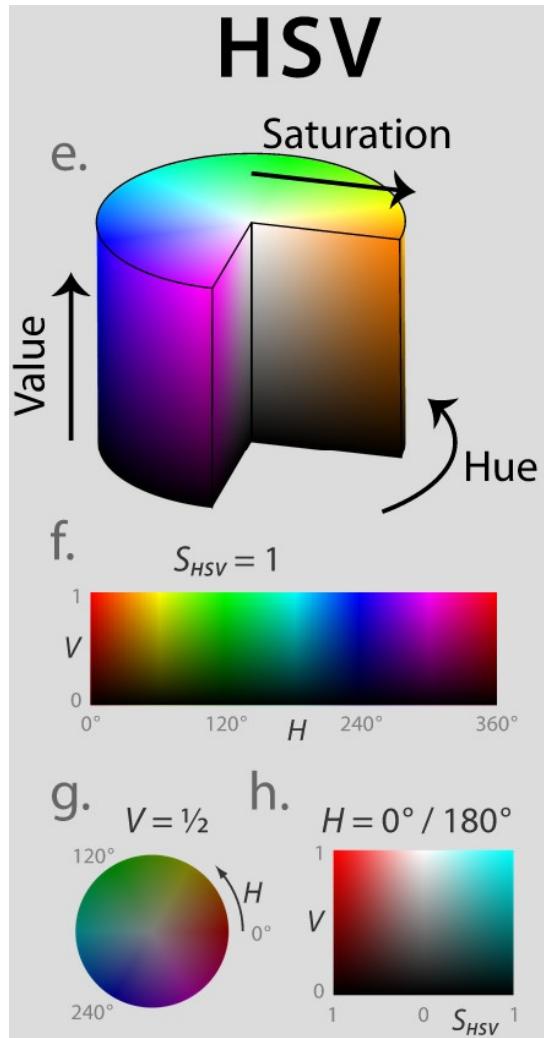
Crominancia 1



Crominancia 2

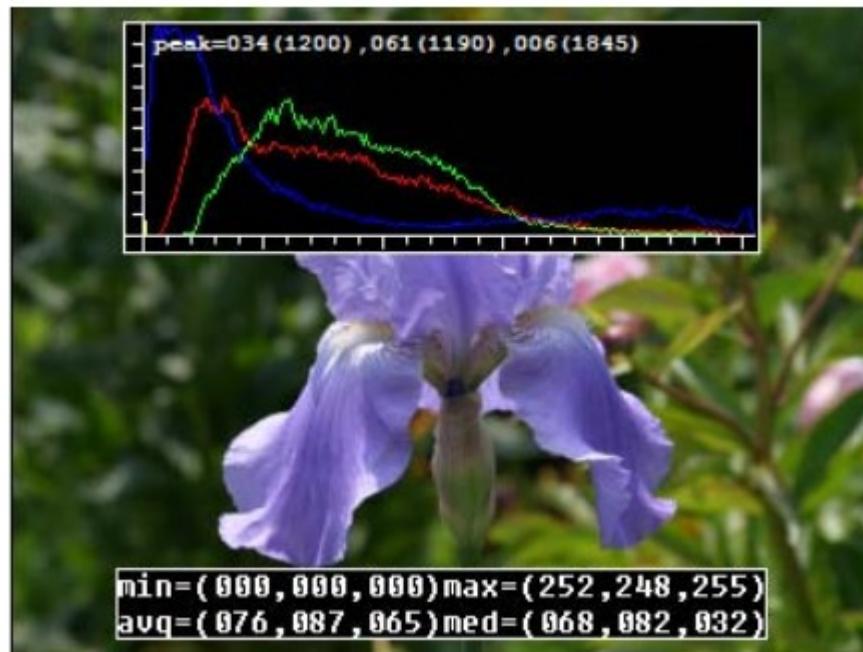
- RGB, YUV 420 (Y nivel de gris; planos U y V de crominancia, a mitad de resolución que plano Y)

# Transformaciones de color

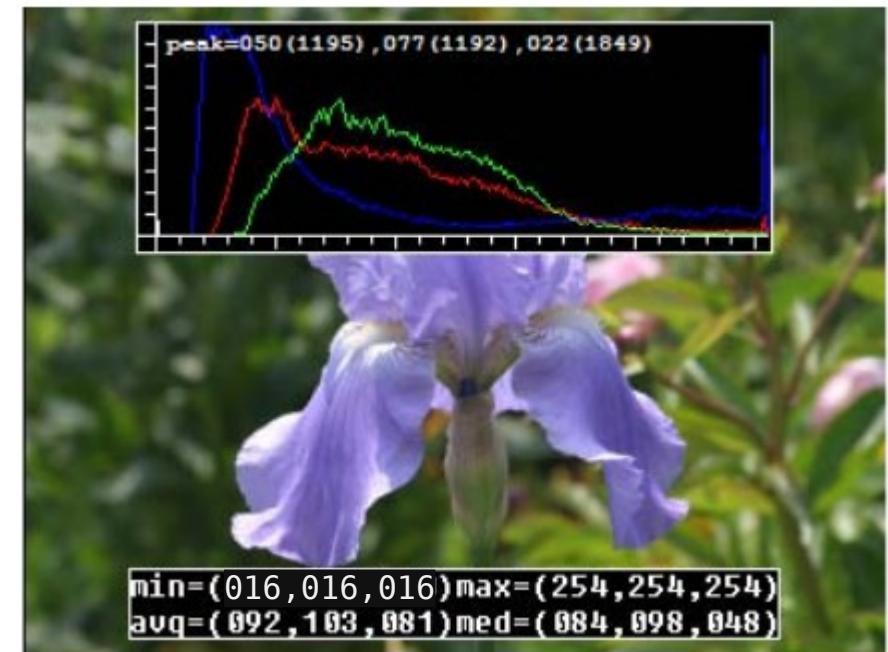


- HSV (Hue, Saturation, Value) → Separa “color puro”, grado de saturación e intensidad de luz

# Incremento de brillo



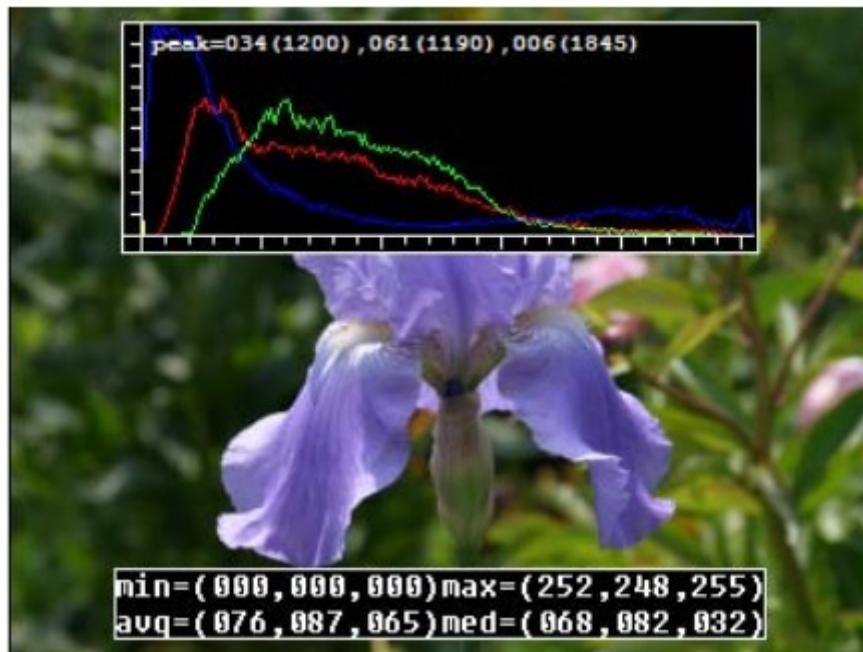
Original



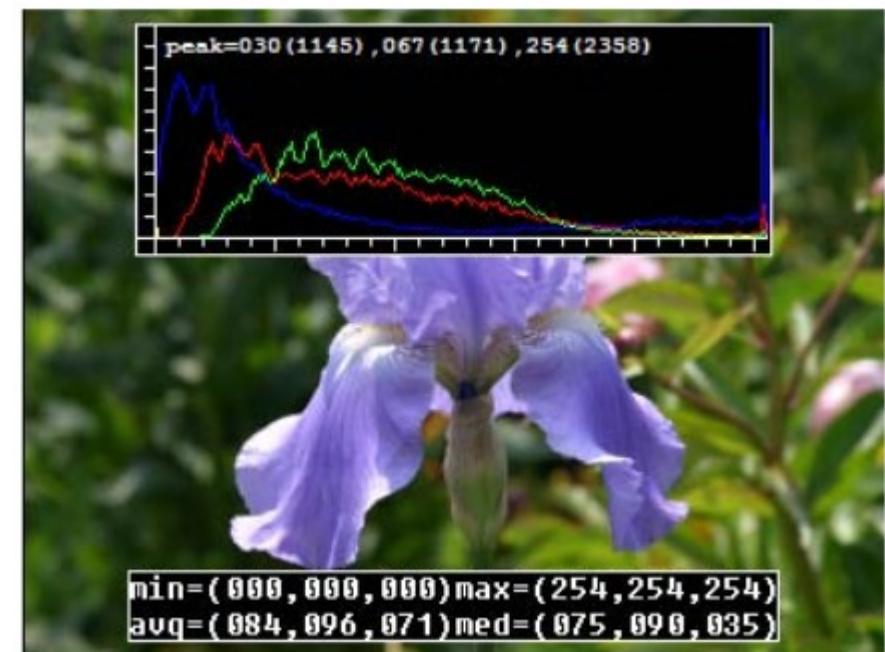
Brillo incrementado

- Observar el efecto del incremento de brillo en el histograma (*bias*, +16)

# Incremento de contraste



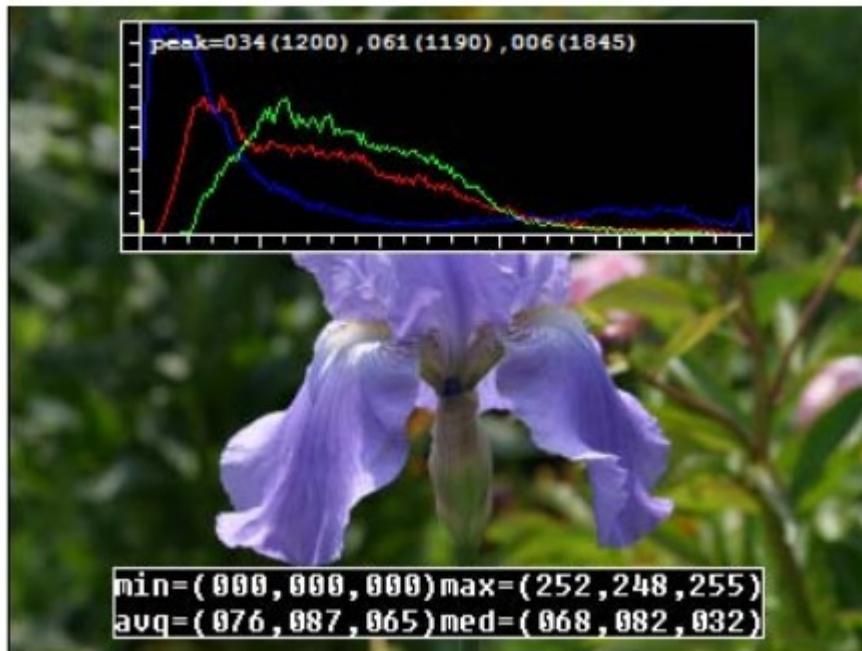
Original



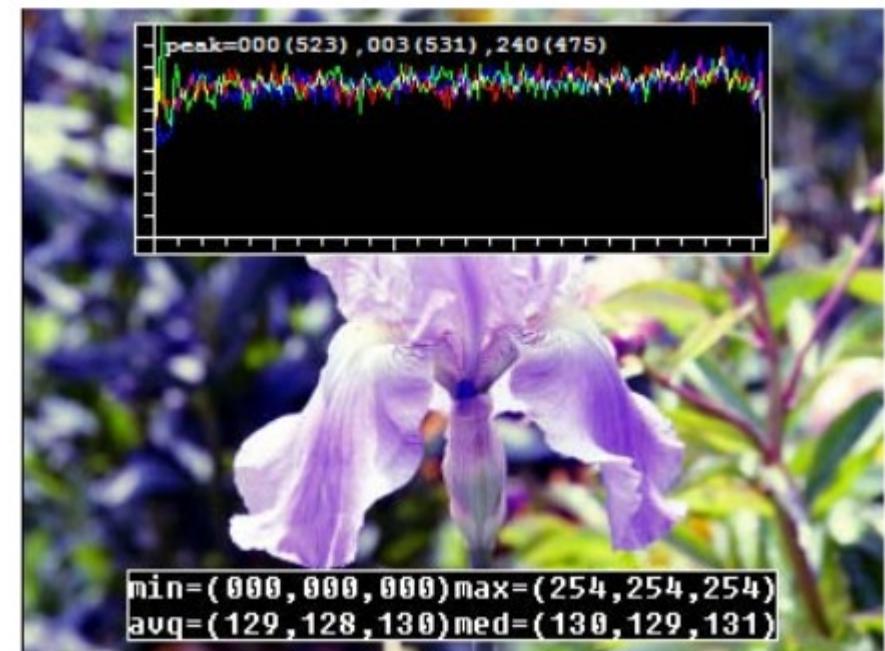
Contraste incrementado

- Observar el efecto del incremento de contraste en el histograma (*gain*, x 1.1)

# Ecuación de histograma

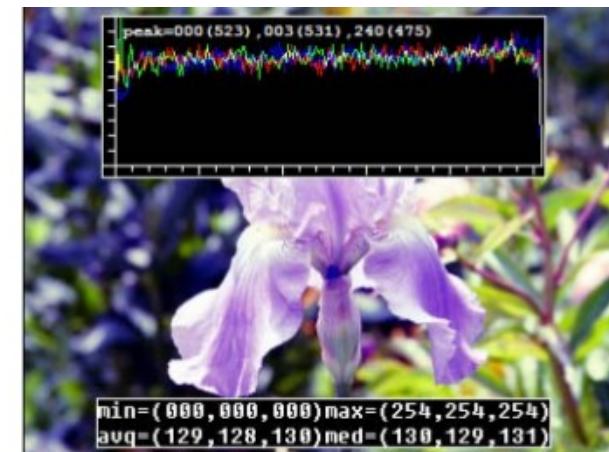
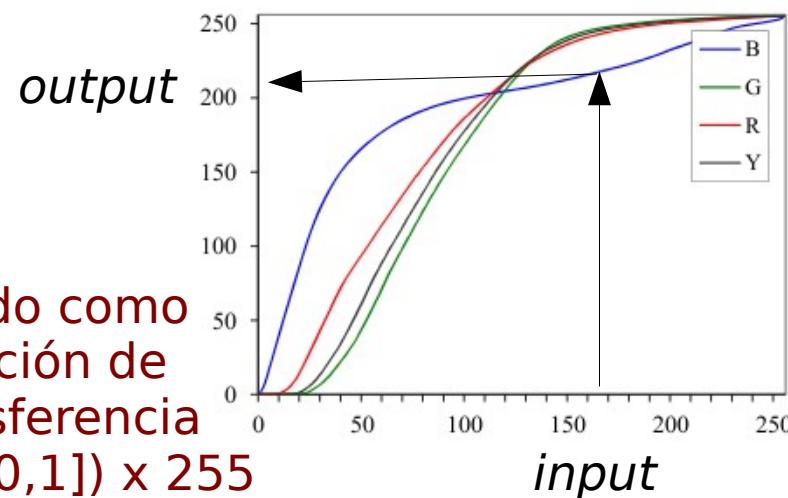
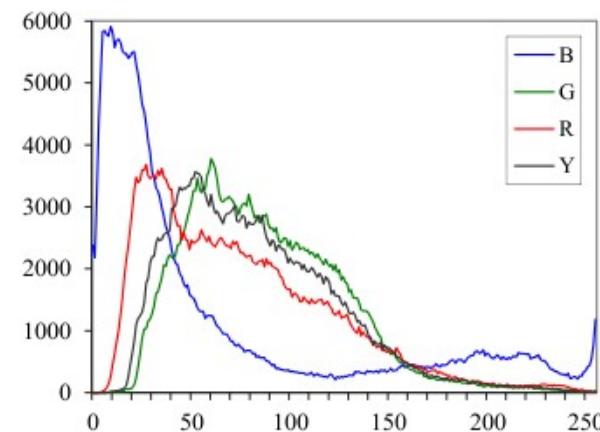
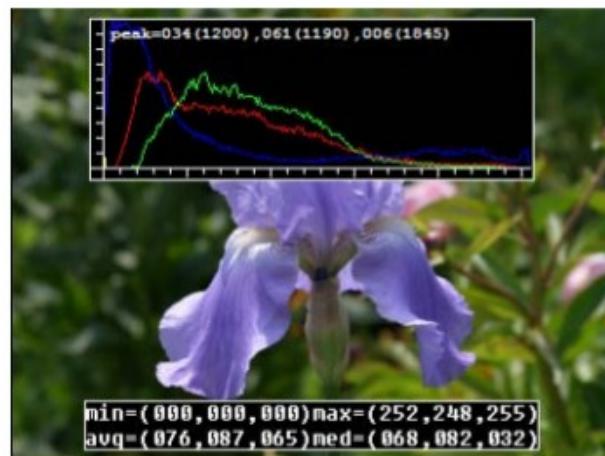


Original



Equalización de histograma

# Ecuación de histograma



→ Histograma acumulado

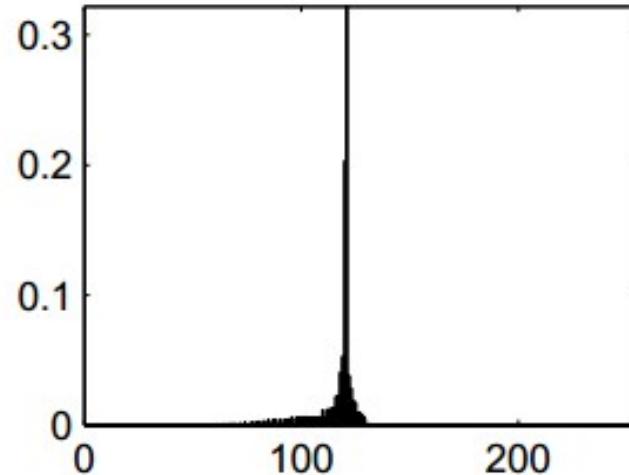
$$c(I) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^I h(i) = c(I-1) + \frac{1}{N} h(I)$$

# Ecualización de histograma

original image



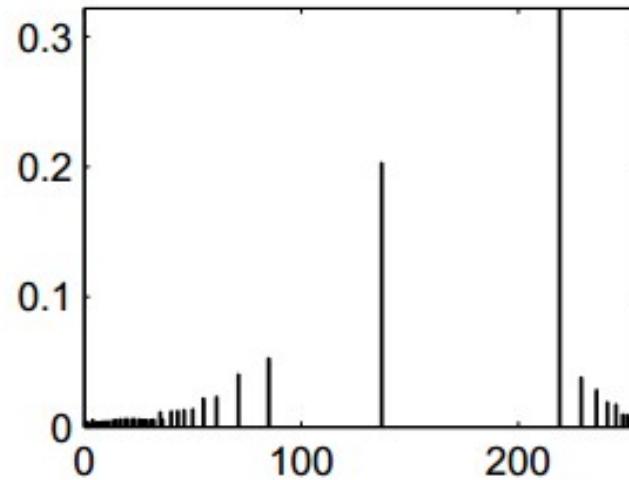
original histogram



transformed image

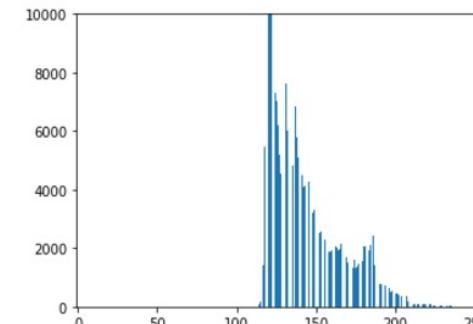
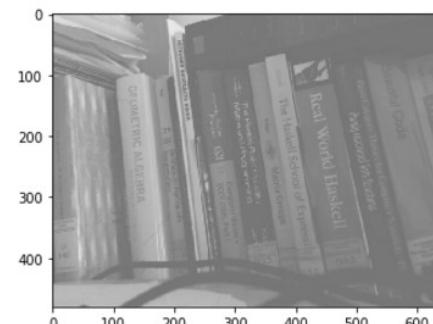
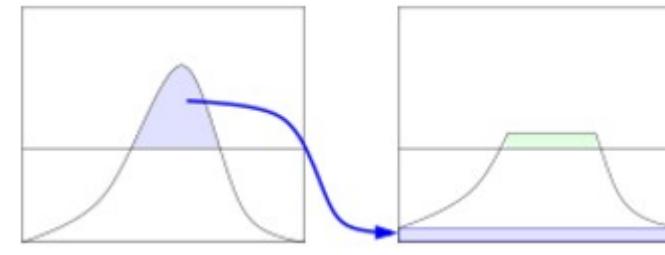
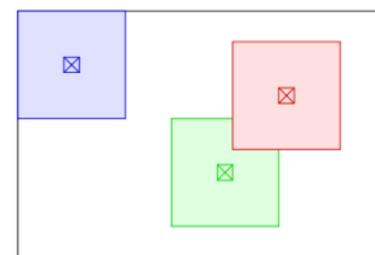


transformed histogram

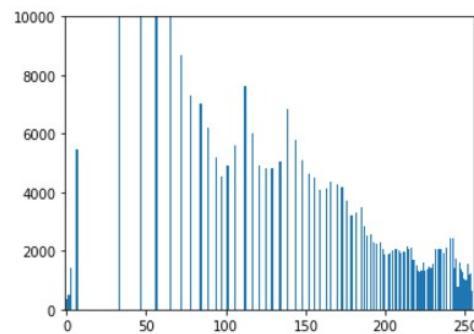
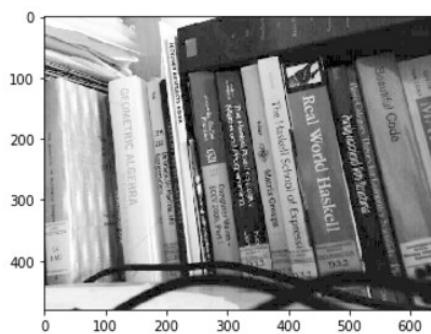


# Ecualización adaptativa

Variante: (Contrast Limited) Adaptive Histogram Equalization (**CLAHE**) →  
Histogramas locales, cortando picos y repartiendo uniformemente



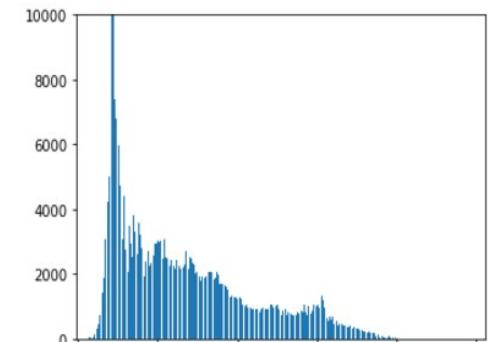
Original



Ecualización normal



Ecualización adaptativa



# Umbralizado

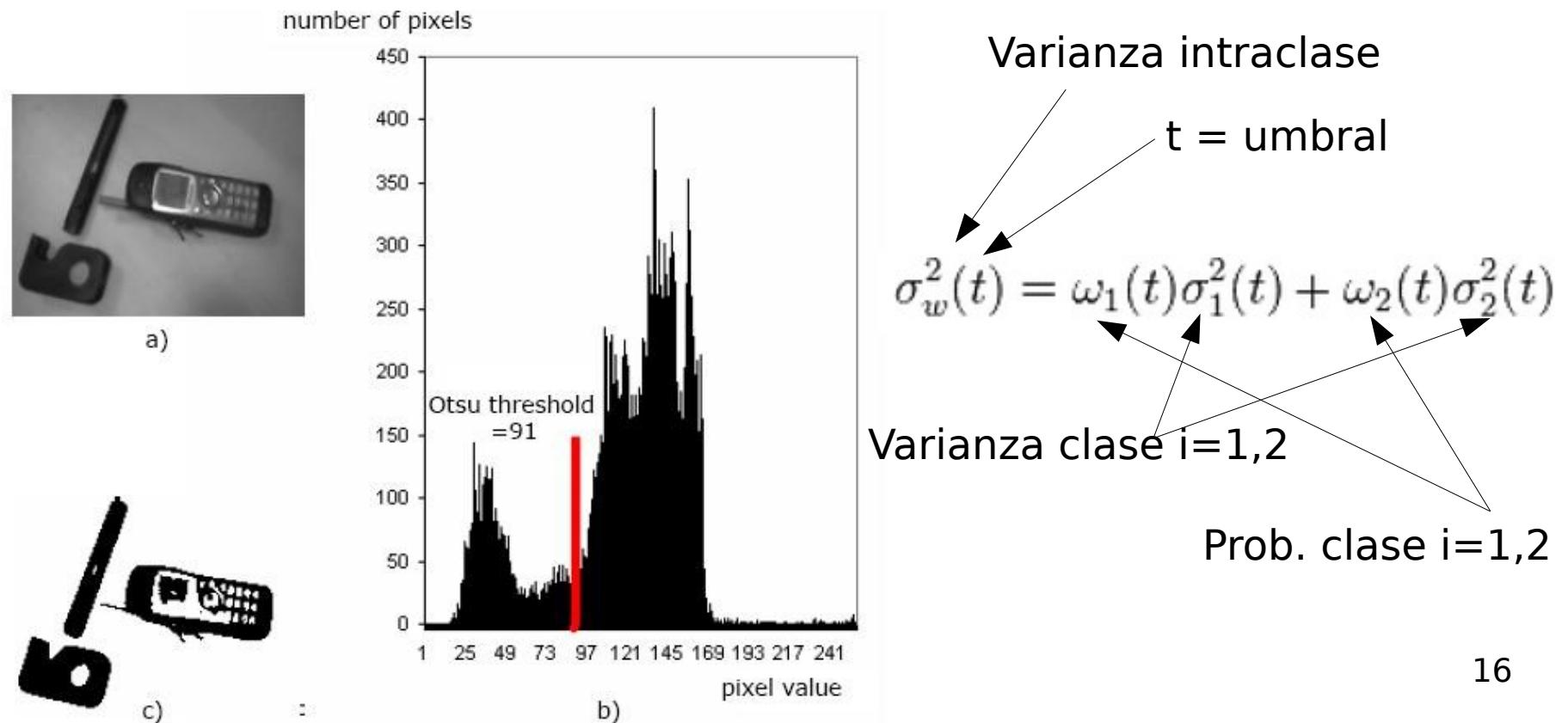
- Segmentación (habitualmente *binarización*) de imagen basada en umbralizado simple:



$$g[n, m] = \begin{cases} 1, & f[n, m] > 150 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

# Umbralizado

- Umbralizado de Otsu (“invariante” a iluminación):
  - Búsqueda exhaustiva del umbral que minimiza la varianza intraclasa (suma ponderada de varianzas de ambas clases):



# *Matting y compositing*

- Corte de objetos *foreground* para ponerlos en otro *background*:

Con fondo (B) 1



*Matted image* (F)



Máscara



Con otro fondo (B) 2



$$\xrightarrow{\quad} \begin{matrix} B \\ \times (1 - \alpha) \\ + \alpha F \end{matrix} = C$$

Diagram illustrating the blending operation:

The original background image  $B$  (represented by a 4x4 grid of blue and green pixels) is multiplied by  $(1 - \alpha)$  (represented by a 4x4 grid of gray pixels). This result is then added to  $\alpha F$  (represented by a 4x4 grid of brown pixels), resulting in the final composite image  $C$  (represented by a 4x4 grid of brown, green, and blue pixels).

Operación de *blending*:  $C = (1 - \alpha)B + \alpha F$

# Grupo 2: Operaciones en base a vecinos

- El valor de cada píxel de salida se obtiene a partir de su “vecindad” en la imagen de entrada:



Original



Suavizado (*blurred*)



Realizado



Suavizado con preservación  
de borde

# Grupo 2: Operaciones en base a vecinos

- Más ejemplos:



Original (binarizada)



Dilatación



Transformada de distancia



Componentes conexas

# Filtros lineales

- Cada píxel se obtiene como combinación lineal de sus vecinos (convolución):

$$g(i, j) = \sum_{k,l} f(i+k, j+l)h(k, l) \longrightarrow g = f \otimes h$$

45	60	98	127	132	133	137	133
46	65	98	123	126	128	131	133
47	65	96	115	119	123	135	137
47	63	91	107	113	122	138	134
50	59	80	97	110	123	133	134
49	53	68	83	97	113	128	133
50	50	58	70	84	102	116	126
50	50	52	58	69	86	101	120

Original (f)

\*

0.1	0.1	0.1
0.1	0.2	0.1
0.1	0.1	0.1

Filtro (h)

=

69	95	116	125	129	132
68	92	110	120	126	132
66	86	104	114	124	132
62	78	94	108	120	129
57	69	83	98	112	124
53	60	71	85	100	114

Resultado (g)

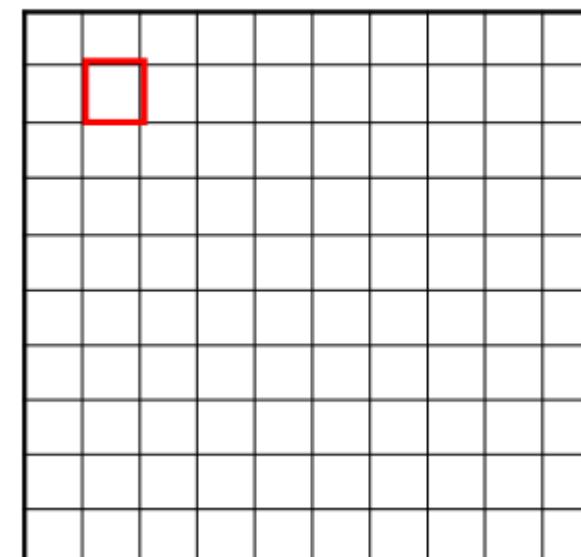
# Filtros lineales

- Operación (ejemplo filtro de media; a menudo llamado *FilterBox*):

Original

0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	0
0	0	90
0	0	0

Resultado



Máscara de convolución  
aquí: simplemente  
ventana 3x3 con  
valores = 1/9

# Filtros lineales

- Operación:

Original

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Resultado

0	10									

# Filtros lineales

- Operación:

Original

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Resultado

0	10	20								

# Filtros lineales

- Operación:

Original

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Resultado

0	10	20	30							

# Filtros lineales

- Operación:

Original

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Resultado

0	10	20	30	30

# Filtros lineales

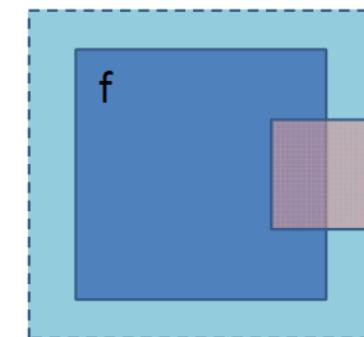
- Resultado final:

Original

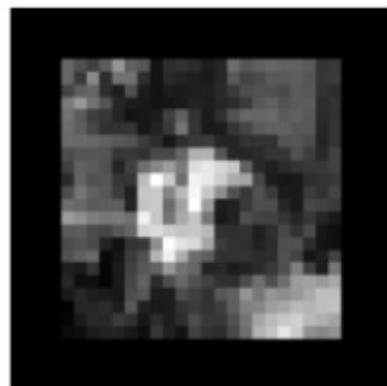
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	90	0	90	90	90	0	0
0	0	0	90	90	90	90	90	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	90	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Resultado

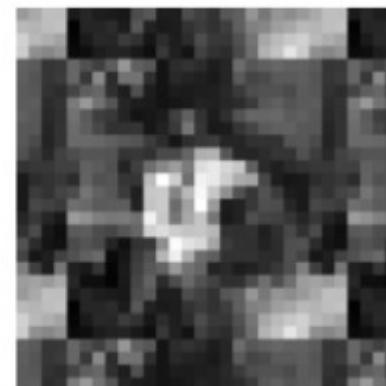
	0	10	20	30	30	30	20	10	
	0	20	40	60	60	60	40	20	
	0	30	60	90	90	90	60	30	
	0	30	50	80	80	90	60	30	
	0	30	50	80	80	90	60	30	
	0	20	30	50	50	60	40	20	
10	20	30	30	30	30	30	20	10	
10	10	10	0	0	0	0	0	0	



¡Ojo con los bordes!



zero



wrap

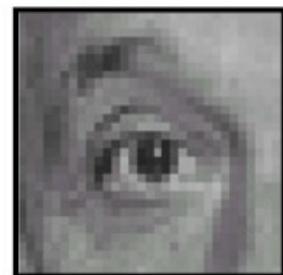


clamp



mirror

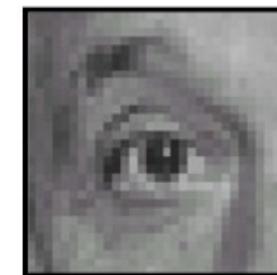
# Filtros lineales



Original

$$\begin{matrix} \bullet 0 & \bullet 0 & \bullet 0 \\ \bullet 0 & \bullet 1 & \bullet 0 \\ \bullet 0 & \bullet 0 & \bullet 0 \end{matrix}$$

=



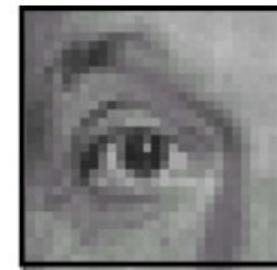
Filtered  
(no change)



Original

$$\begin{matrix} \bullet 0 & \bullet 0 & \bullet 0 \\ \bullet 0 & \bullet 0 & \bullet 1 \\ \bullet 0 & \bullet 0 & \bullet 0 \end{matrix}$$

=



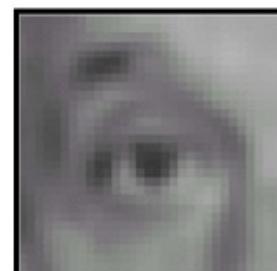
Shifted left  
By 1 pixel



Original

$$\frac{1}{9} \begin{matrix} \bullet 1 & \bullet 1 & \bullet 1 \\ \bullet 1 & \bullet 1 & \bullet 1 \\ \bullet 1 & \bullet 1 & \bullet 1 \end{matrix}$$

=



Blur (with a  
box filter)

# Filtros lineales

- Ejemplo FilterBox
  - Reemplaza el valor de cada píxel con la media de su vecindad 3x3 (8-vecinos).
  - Efecto suavizado (elimina detalles de alta frecuencia).

$$g[n, m] = \frac{1}{9} \sum_{k=n-1}^{n+1} \sum_{l=m-1}^{m+1} f[k, l]$$

$$= \frac{1}{9} \sum_{k=-1}^1 \sum_{l=-1}^1 f[n - k, m - l]$$

$$(f * h)[m, n] = \frac{1}{9} \sum_{k,l} f[k, l] h[m - k, n - l]$$

$$\frac{1}{9} \begin{matrix} h \\ \hline \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix} \end{matrix}$$



# Filtros lineales

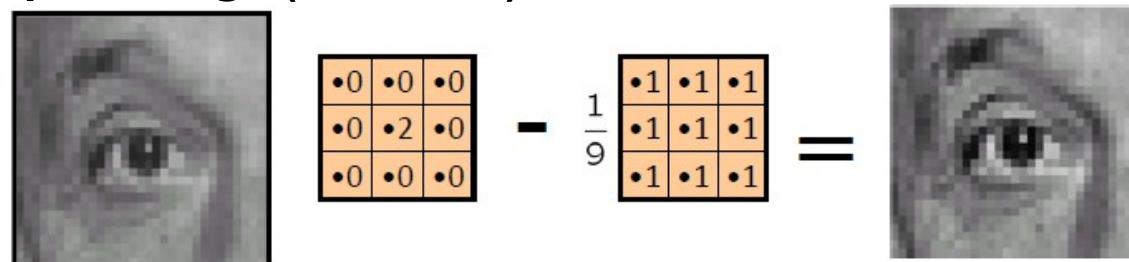
- ¿Qué se lleva el suavizado? → el detalle



- Si lo volvemos a añadir



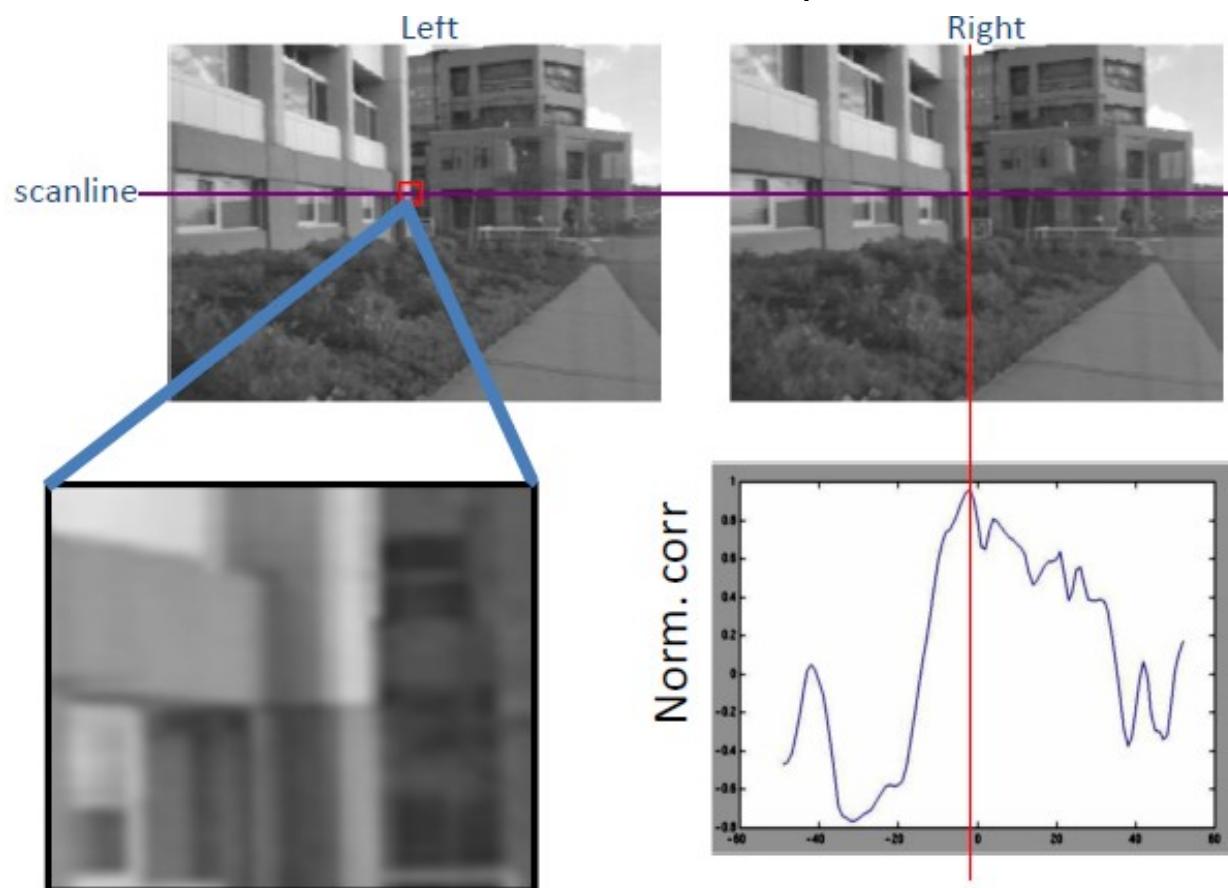
- Filtro *sharpening* (realce):



# Filtros lineales

- Correlación cruzada (*cross-correlation*):

- Medida de similaridad entre dos señales cuando la una es desplazada sobre la otra (alcanza un máximo cuando hay máxima similaridad)



Ejemplo: búsqueda de correspondencias en un par estéreo calibrado

$$\sum \tilde{f}[n+k, m+l] * \tilde{t}[k, l]$$

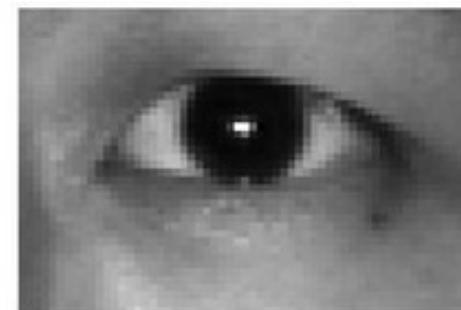
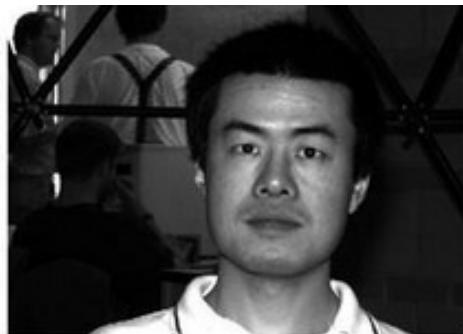
Se hace normalmente normalizando los parches de la imagen  $f$  y la plantilla  $t$  (restando la media y dividiendo por la desviación típica):

$$\frac{1}{n} \sum_{x,y} \frac{(f(x,y) - \bar{f})(t(x,y) - \bar{t})}{\sigma_f \sigma_t}$$

# *Template matching*

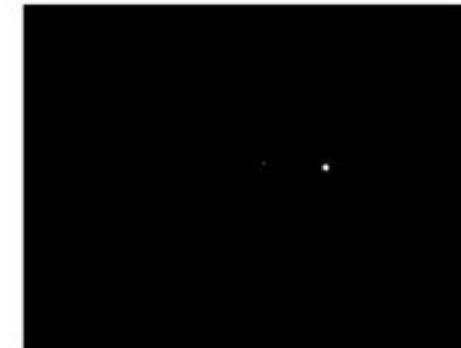
- Misma idea que lo anterior, para buscar zonas de imagen que se parezcan a un modelo dado:
  - Por supuesto, no es invariante a rotaciones, cambios de escala, etc. (método “ingenuo”).

1. Imagen  
de entrada



2. Plantilla  
(*template*)

3. NCC (Normalized  
cross-correlation)



4. Máximo NCC  
(posición de salida)

# Propiedades de los filtros lineales

- Principio de superposición:

$$h \circ (f_0 + f_1) = h \circ f_0 + h \circ f_1$$

- Invarianza al desplazamiento:

$$g(i, j) = f(i + k, j + l) \Leftrightarrow (h \circ g)(i, j) = (h \circ f)(i + k, j + l)$$

- Comutatividad:

$$f \circ h = h \circ f$$

- Asociatividad:

$$f \circ (h_1 \circ h_2) = (f \circ h_1) \circ h_2$$

# Filtrado separable

- Aquel que puede reducirse a una pasada por filas y otra por columnas:

$$\frac{1}{K^2}$$

1	1	...	1
1	1	...	1
:	:	1	:
1	1	...	1

$$\frac{1}{16}$$

1	2	1
2	4	2
1	2	1

$$\frac{1}{256}$$

1	4	6	4	1
4	16	24	16	4
6	24	36	24	6
4	16	24	16	4
1	4	6	4	1

$$\frac{1}{8}$$

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

$$\frac{1}{4}$$

1	-2	1
-2	4	-2
1	-2	1

$$\begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{matrix}$$

$$\frac{1}{2}$$

1	-2	1
---	----	---

$$\frac{1}{K}$$

1	1	...	1
---	---	-----	---

$$\frac{1}{4}$$

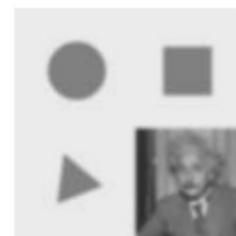
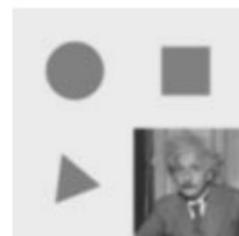
1	2	1
---	---	---

$$\frac{1}{16}$$

1	4	6	4	1
---	---	---	---	---

$$\frac{1}{2}$$

-1	0	1
----	---	---



# Filtrado separable

- ¿Cómo saber si el *kernel* de un filtro es separable?
- La matriz del filtro debe poder ponerse en la forma de un *outer product* de dos vectores:

$$\mathbf{K} = \mathbf{v}\mathbf{h}^T$$

- Se hace la descomposición SVD, y ha de salir un sólo valor singular ( $\sigma_1$ ) distinto de cero:

$$\mathbf{K} = \sum_i \sigma_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T$$

- Es decir, todas las filas son una combinación lineal de la primera.

# Más ejemplos de filtrado lineal

$$g_{\text{sharp}} = f + \gamma(f - h_{\text{blur}} * f)$$

Realce (*sharpening*)

$$G(x, y; \sigma) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

Filtro gaussiano (blurring)

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Operador laplaciano

$$\nabla^2 G(x, y; \sigma) = \left( \frac{x^2 + y^2}{\sigma^4} - \frac{2}{\sigma^2} \right) G(x, y; \sigma)$$

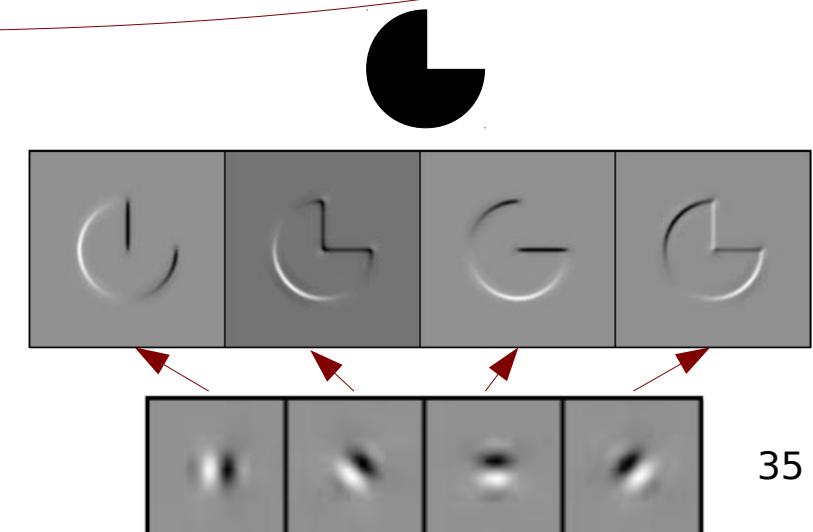
Importante  
para SIFT  
(Tema 5)

Laplaciana de la gaussiana

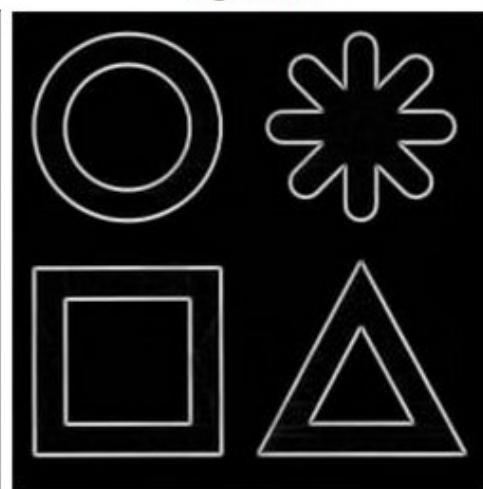
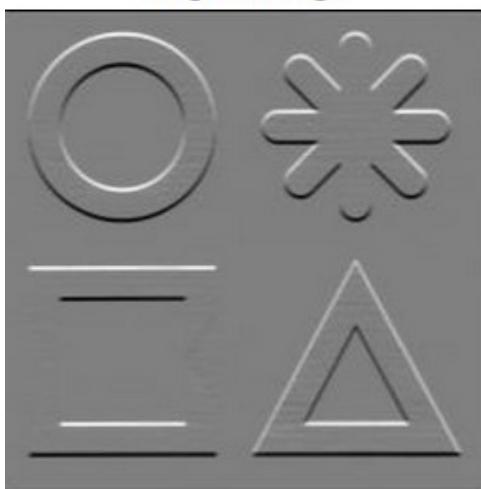
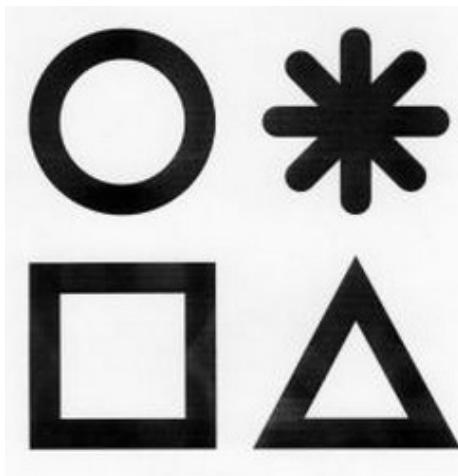
$$\hat{\mathbf{u}} \cdot \nabla(G * f) = \nabla_{\hat{\mathbf{u}}}(G * f) = (\nabla_{\hat{\mathbf{u}}} G) * f$$

$$G_{\hat{\mathbf{u}}} = uG_x + vG_y = u\frac{\partial G}{\partial x} + v\frac{\partial G}{\partial y}$$

Filtros direccionables (ej. Sobel Operator)



# Ejemplos



# Ejemplos numéricos de lo anterior

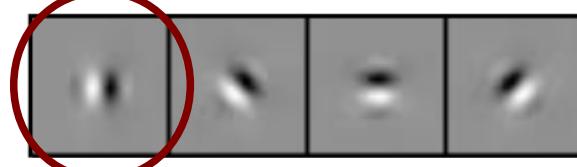
-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

Realce (*sharpening*)

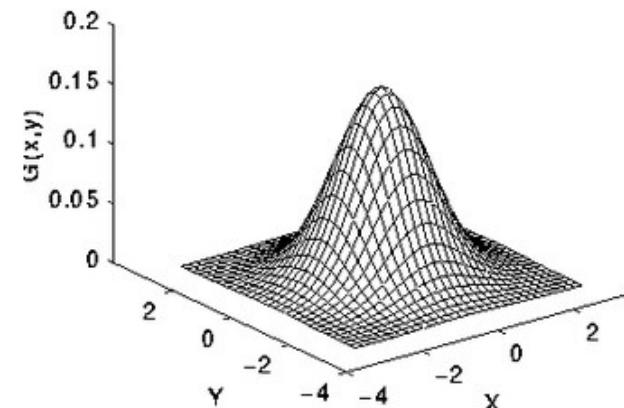
-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

Operador laplaciano

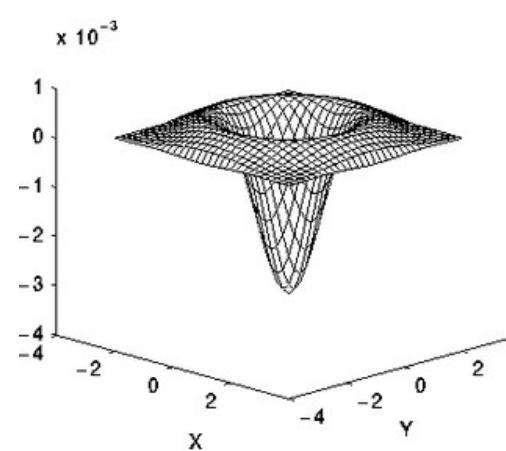
$$S_x = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -2 & -1 \\ 4 & 8 & 0 & -8 & -4 \\ 6 & 12 & 0 & -12 & -6 \\ 4 & 8 & 0 & -8 & -4 \\ 1 & 2 & 0 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$



Sobel Operator (en X)



Filtro gaussiano (blurring)



0	0	3	2	2	2	3	0	0
0	2	3	5	5	5	3	2	0
3	3	5	3	0	3	5	3	3
2	5	3	-12	-23	-12	3	5	2
2	5	0	-23	-40	-23	0	5	2
2	5	3	-12	-23	-12	3	5	2
3	3	5	3	0	3	5	3	3
0	2	3	5	5	5	3	2	0
0	0	3	2	2	2	3	0	0

Laplaciana de la gaussiana

# Imagen integral

- Ejemplo de filtrado recursivo:
  - También llamados “de respuesta infinita al impulso” (IIR), frente a los de respuesta finita (FIR).

3	2	7	2	3
1	5	1	3	4
5	1	3	5	1
4	3	2	1	6
2	4	1	4	8

S=24

3	5	12	14	17
4	11	19	24	31
9	17	28	38	46
13	24	37	48	62
15	30	44	59	81

s=28

3	5	12	14	17
4	11	19	24	31
9	17	28	38	46
13	24	37	48	62
15	30	44	59	81

S=24

Computación recursiva de la imagen integral (cada píxel resulta de sumar todos los píxeles que le quedan “arriba y a la izquierda”

$$s(i, j) = s(i - 1, j) + s(i, j - 1) - s(i - 1, j - 1) + f(i, j)$$

$$s(i, j) = \sum_{k=0}^i \sum_{l=0}^j f(k, l)$$

Suma de toda la ventana:  
 $48-14-13+3 = 24$   
 $(=5+1+3+\dots+2+1)$

Sólo 3 operaciones ¡para cualquier tamaño de ventana!

# Filtros no lineales

- La salida depende de una combinación no lineal de los vecinos.
- P.e., los usados para suavizado “edge-preserving”:



Original



Filtrado Gaussiano  
(lineal)



Filtrado de mediana  
(no lineal)

Muy utilizado (valor mediano, en lugar de medio como FilterBox) de los valores de la ventana

# Filtrados $\alpha$ -mean y bilateral

- Otras posibilidades para suavizado “edge-preserving”:

1	2	1	2	4
2	1	3	5	8
1	3	7	6	9
3	4	8	6	7
4	5	7	8	9

Mediana

1	2	1	2	4
2	1	3	5	8
1	3	7	6	9
3	4	8	6	7
4	5	7	8	9

$\alpha$ -mean

Se descartan los valores menores y mayores (prop.  $\alpha$ ) y se hace la media de los restantes

2	0.1	0.3	0.4	0.3	0.1
1	0.3	0.6	0.8	0.6	0.3
0	0.4	0.8	1.0	0.8	0.4
1	0.3	0.6	0.8	0.6	0.3
2	0.1	0.3	0.4	0.3	0.1

Filtro de dominio

0.0	0.0	0.0	0.0	0.2
0.0	0.0	0.0	0.4	0.8
0.0	0.0	1.0	0.8	0.4
0.0	0.2	0.8	0.8	1.0
0.2	0.4	1.0	0.8	0.4

Filtro de rango

$$d(i, j, k, l) = \exp\left(-\frac{(i - k)^2 + (j - l)^2}{2\sigma_d^2}\right)$$

$$r(i, j, k, l) = \exp\left(-\frac{\|f(i, j) - f(k, l)\|^2}{2\sigma_r^2}\right)$$

$$g(i, j) = \frac{\sum_{k, l} f(k, l) w(i, j, k, l)}{\sum_{k, l} w(i, j, k, l)}$$

$$w(i, j, k, l) = \exp\left(-\frac{(i - k)^2 + (j - l)^2}{2\sigma_d^2} - \frac{\|f(i, j) - f(k, l)\|^2}{2\sigma_r^2}\right)$$

# Filtrados $\alpha$ -mean y bilateral

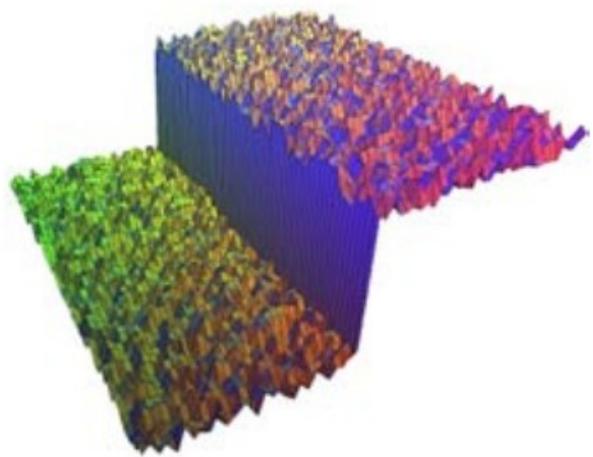
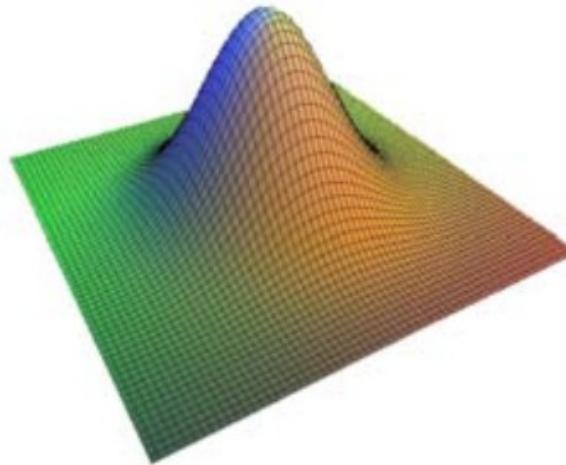
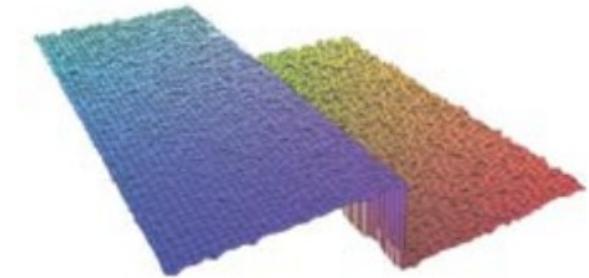


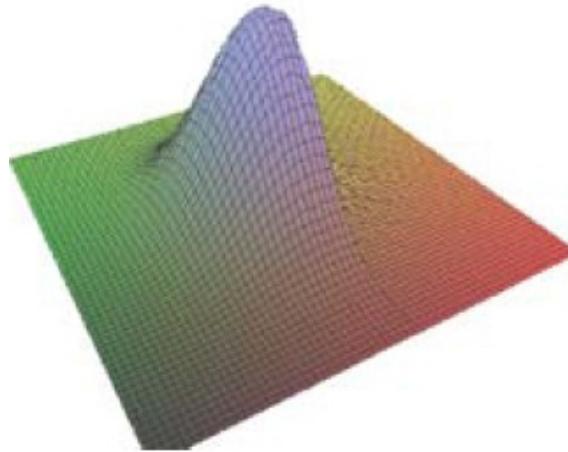
Imagen original



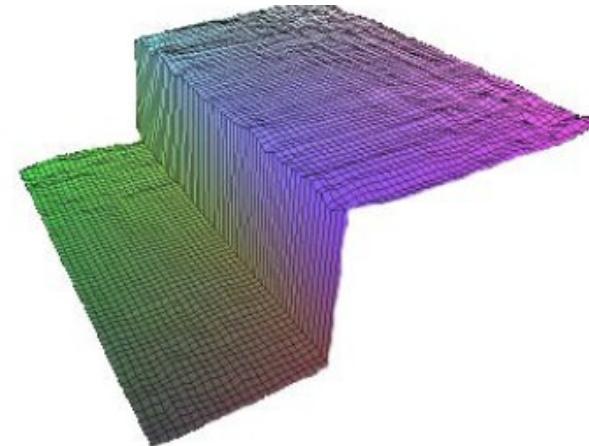
Filtro de dominio



Filtro de rango  
(similaridad al pixel central)



Filtro bilateral resultante  
(combinación dominio/rango)



Resultado

# Ejemplo de filtrado bilateral



Original

Resultado

Sigue eliminando ruido tipo “*salt and pepper*”,  
y respetando los bordes, pero el resultado es  
más “natural” que en el filtro de mediana

# Operaciones morfológicas

(Consideramos aquí blanco=0, negro=1)



Original



Dilatación



Erosión



Apertura



Cierre

Podría haberse  
eliminado el  
punto con un  
elemento estructural más grande

Se suelen aplicar tras  
*binarizar* la imagen, y la  
salida es también binaria:

$$\theta(f, t) = \begin{cases} 1 & \text{if } f \geq t, \\ 0 & \text{else,} \end{cases}$$

Cuenta de píxeles  
activos dentro de la  
máscara en la  
imagen de entrada

Umbral

$$\begin{aligned} \text{dilate}(f, s) &= \theta(c, 1) \\ \text{erode}(f, s) &= \theta(c, S) \\ \text{open}(f, s) &= \text{dilate}(\text{erode}(f, s), s) \\ \text{close}(f, s) &= \text{erode}(\text{dilate}(f, s), s) \end{aligned}$$

$c$  = cuenta de unos  
dentro del elemento  
estructural  $s$  (normal-  
mente ventana 3x3),  
de tamaño  $S$

# Transformada de distancia

- Cada píxel de salida almacenará la distancia al píxel activo (aquí  $b(k,l)=0$ ) de la entrada (imagen binaria  $b$ ) más cercano:

$$D(i, j) = \min_{k, l: b(k, l)=0} d(i - k, j - l)$$

$$d_1(k, l) = |k| + |l|$$

Distancia de Manhattan

$$d_2(k, l) = \sqrt{k^2 + l^2}$$

Distancia euclídea

- Ejemplo de cómputo con Manhattan (euclídea más difícil):

0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0	
0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0	
0	0	1	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	

Imagen binaria original  
(aquí “activo” = 0)

0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	2	0	0	
0	1	2	2	3	1	0	
0	1	2	3				

Mitad primera pasada  
(hacia adelante)

Cada pixel no cero se reemplaza por mínimo  
de 1 más la distancia de vecino N o W

0	0	0	0	1	0	0	
0	0	1	1	2	0	0	
0	1	2	2	3	1	0	
0	1	2	3				

Mitad segunda pasada  
(hacia atrás)

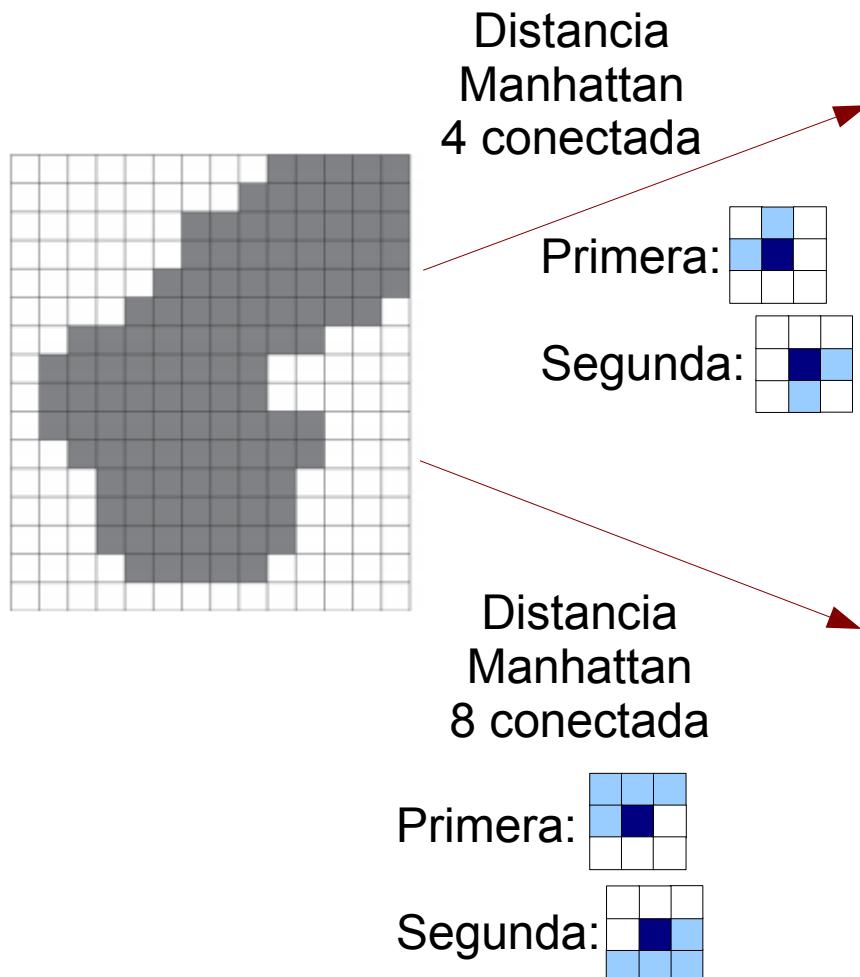
Idem, pero mínimo de valor  
actual, 1+dist(S),1+dist(W)

0	0	0	0	1	0	0	
0	0	1	1	1	0	0	
0	1	2	2	2	1	0	
0	1	2	2	1	1	0	
0	1	2	1	0	0	0	
0	0	1	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	

Resultado final

# Transformada de distancia

- Ejemplo completo:



Tras la primera pasada

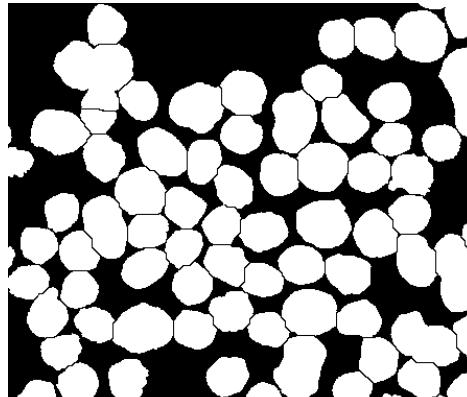
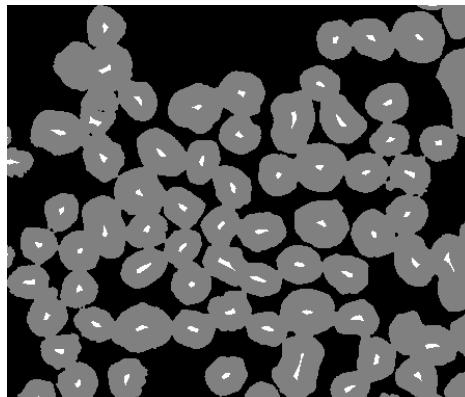
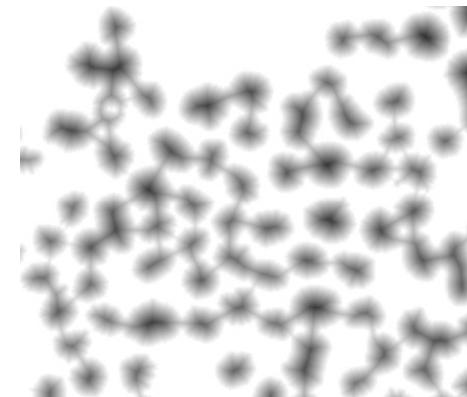
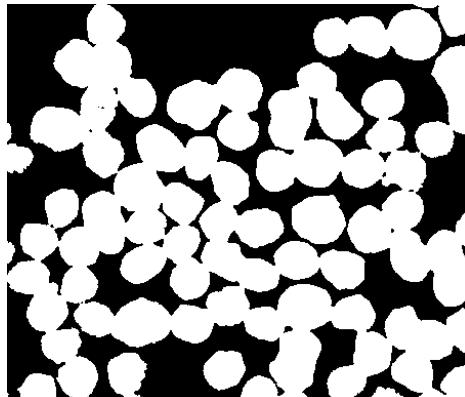
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1	1	2	3	3	3	3	3	3	3
1	2	3	4	4	4	4	4	4	4
1	2	3	4	5	5	5	5	5	5
1	2	3	4	5	6	6	6	6	6
1	1	2	3	4	5	6	7	7	7
1	2	2	3	4	5	6	7		
1	2	3	4	5	6	7	8		
1	2	3	4	5	6	7	8	1	1
1	2	3	4	5	6	7	2	2	2
1	2	3	4	5	6	3			
1	2	3	4	5	6	4			
1	2	3	4	5	6	5			
1	2	3	4	5					

Tras la segunda pasada (final)

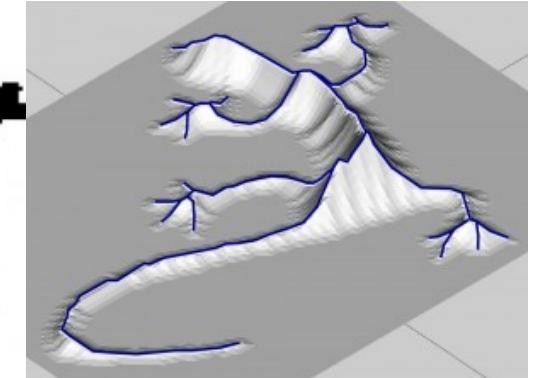
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1	1	2	3	3	3	3	2	1	1
1	2	3	4	4	4	4	3	2	1
1	2	3	4	3	3	3	2	2	1
1	2	3	4	3	2	2	2	2	1
1	1	2	3	4	3	2	1	1	1
1	2	2	3	4	3	2	1	1	1
1	2	3	4	3	2	1	1	1	1
1	2	2	3	3	2	1	1	1	1
1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
1	1	2	2	2	2	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1				

# Transformada de distancia

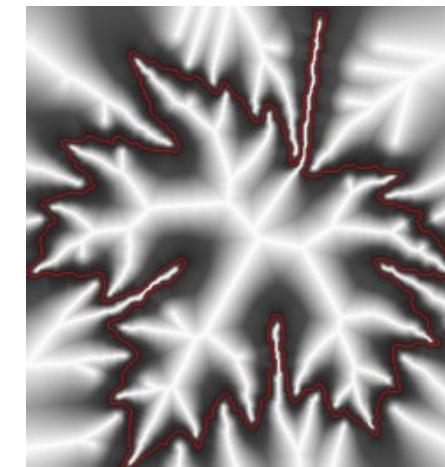
- Ejemplos de aplicación:



Conteo / separación de células  
(máximos locales de la DT +  
usar etiquetas de píxeles “fuente”)



“Esqueletización”  
*(Medial axis)*



Distancia entre  
contornos

# Componentes conexas

- Cada píxel de salida etiquetado con número (color) distinto para cada componente 4- u 8-conectada.
- Ejemplo 4-conectada:

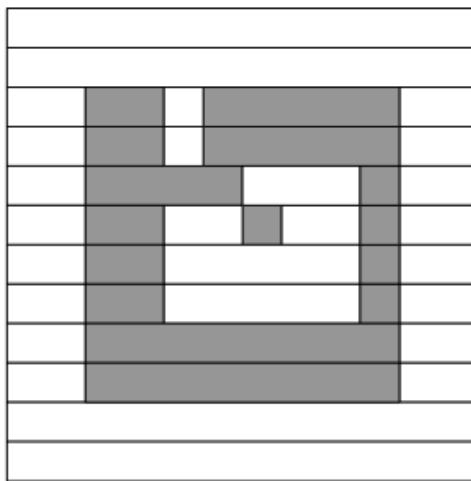
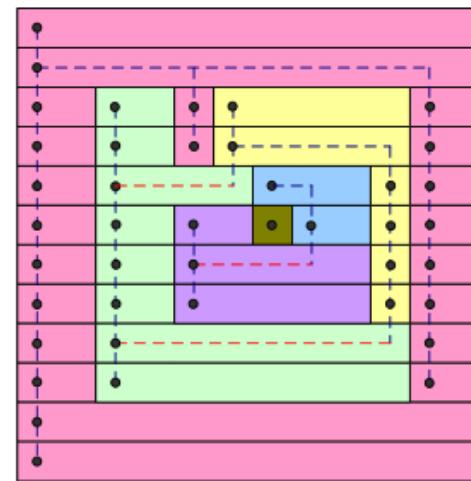
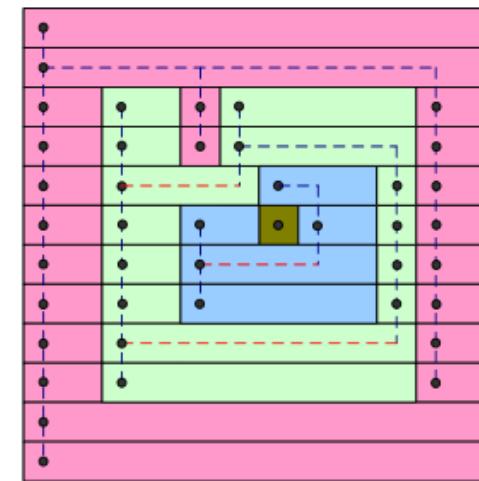


Imagen binaria  
original



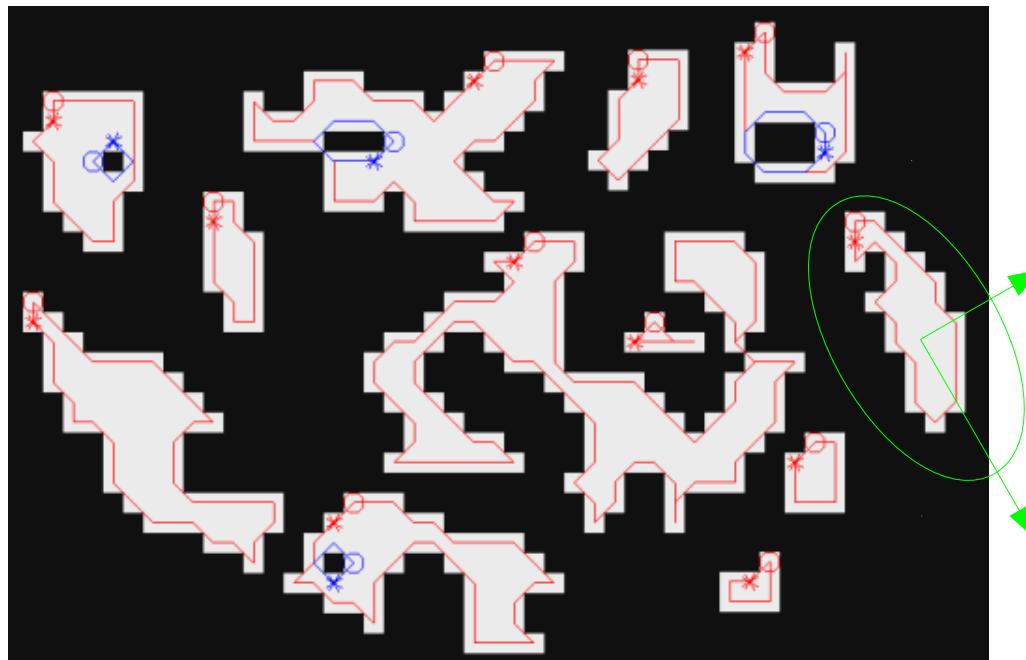
Primera pasada  
(mirando siempre  
arriba y a la izquierda)  
(conexiones negras)



Pasada final uniendo  
componentes no unidos  
en recorrido anterior  
(conexiones rojas)

# Componentes conexas

- Es habitual calcular después para cada componente su contorno, perímetro, centroide, ...
- ... incluso segundos momentos estadísticos y, a partir de ellos, las direcciones de los ejes principales (vectores principales, *eigensystem*):

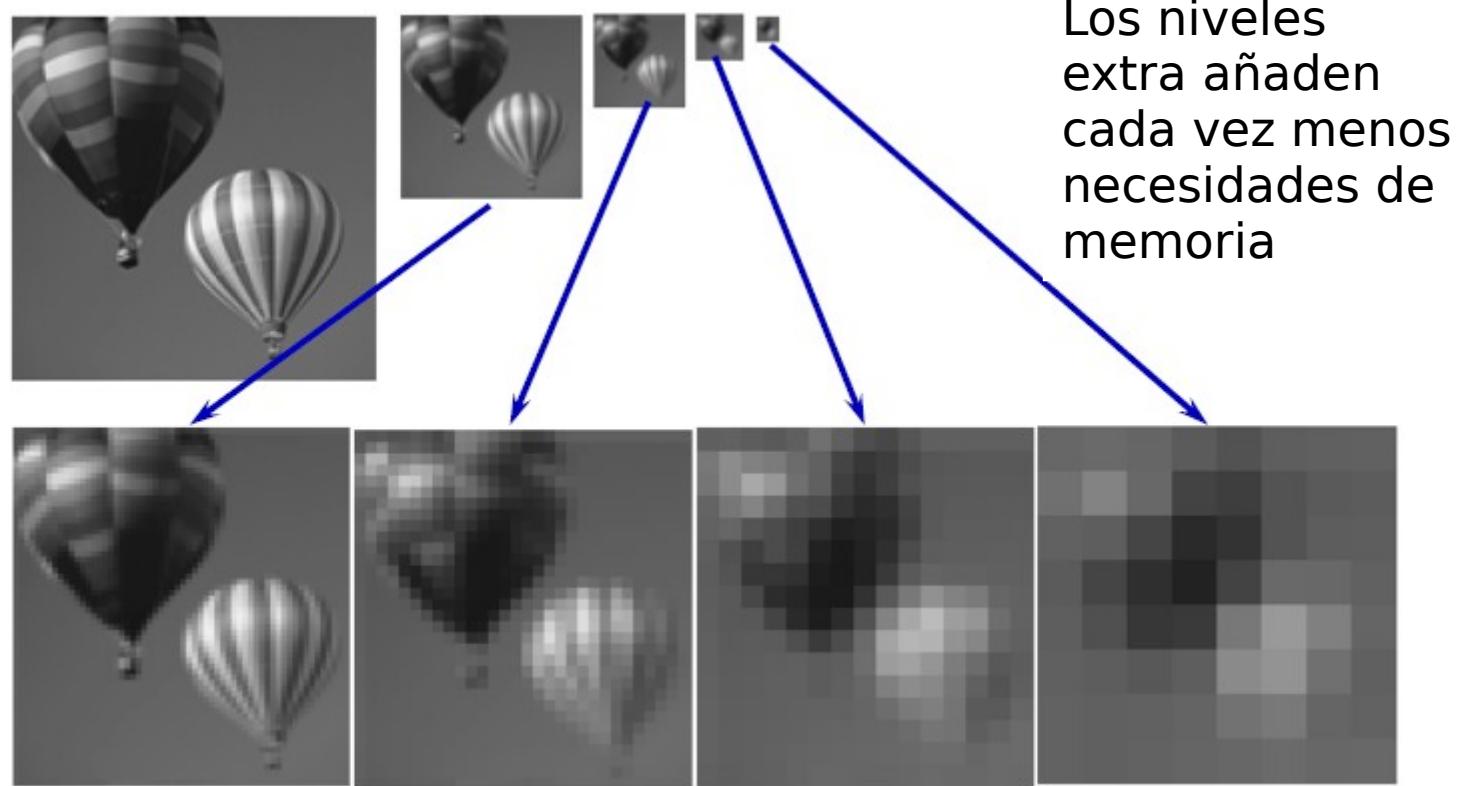


$$M = \sum_{(x,y) \in \mathcal{R}} \begin{bmatrix} x - \bar{x} \\ y - \bar{y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - \bar{x} & y - \bar{y} \end{bmatrix}$$

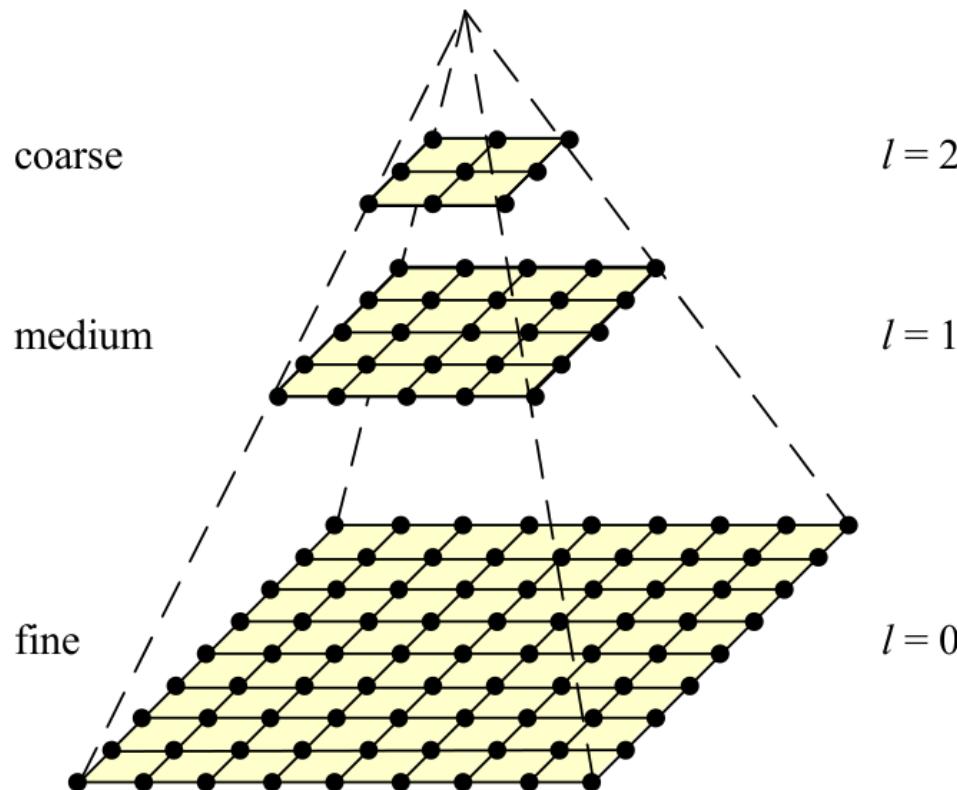
$$M = V D V^T$$

# Pirámides de imagen

- Reducción iterativa del tamaño de la imagen.
  - P.e. para realizar búsquedas multiescala.
- Suavizar antes de submuestrear → evita *aliasing*.



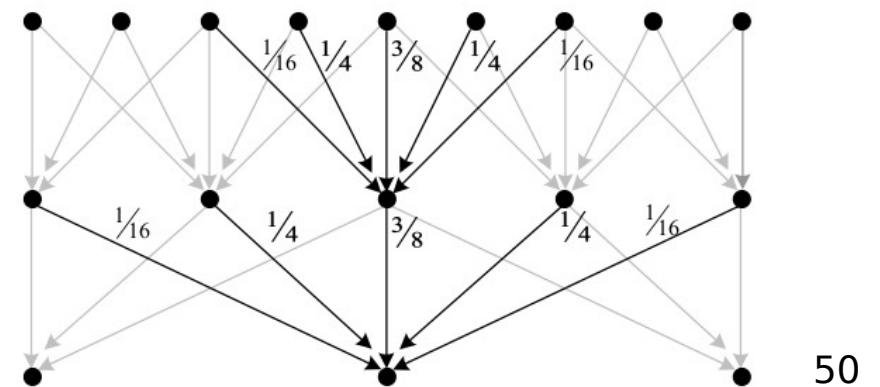
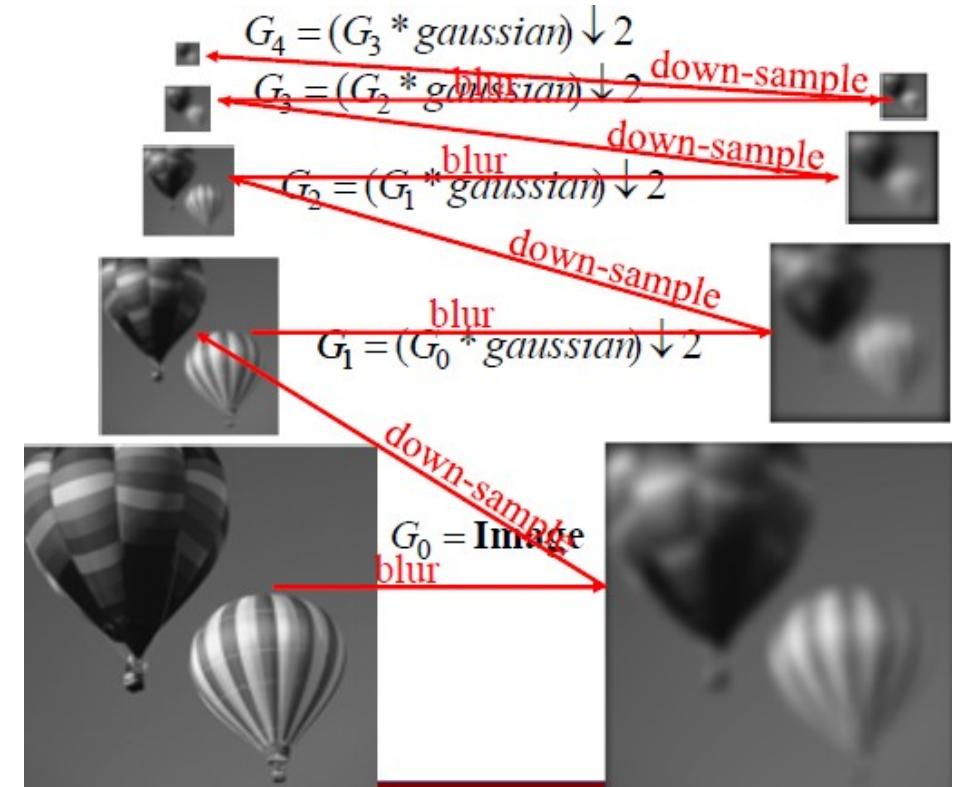
# Pirámides de imagen



$$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Típico filtro  
*five-tap*

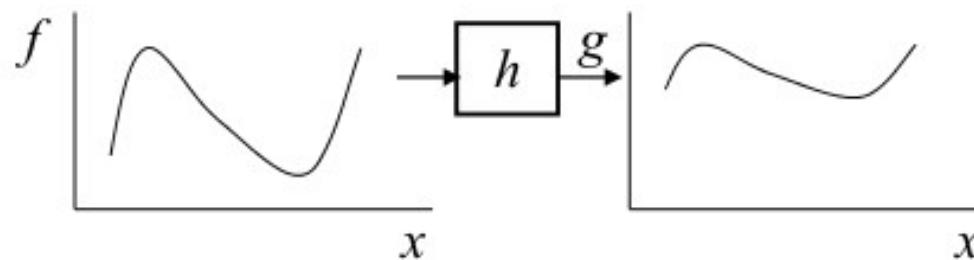
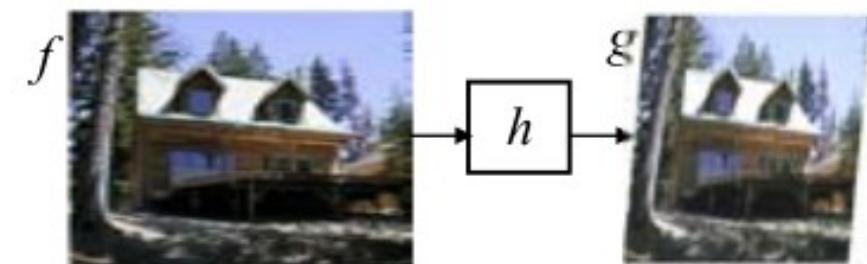
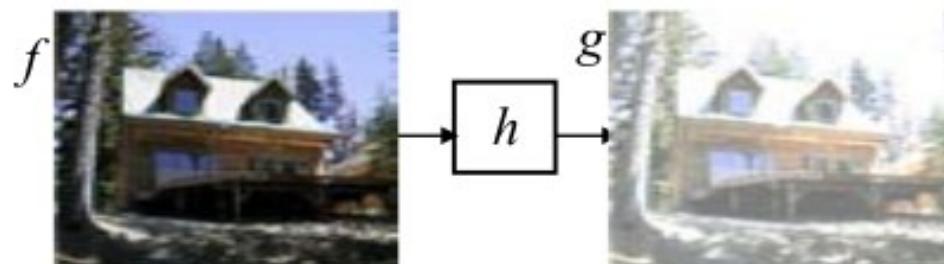
Importante  
para SIFT  
(Tema 5)



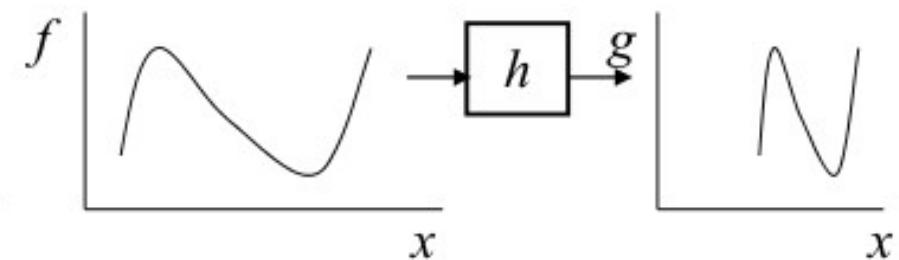
# Grupo 3: Transformaciones geométricas

- Se realiza una modificación del **dominio** de la imagen, en lugar del **rango** (*warping*):

$$g(\mathbf{x}) = f(h(\mathbf{x})) \text{ en lugar de } g(\mathbf{x}) = h(f(\mathbf{x}))$$



Transformación de RANGO



Transformación de DOMINIO

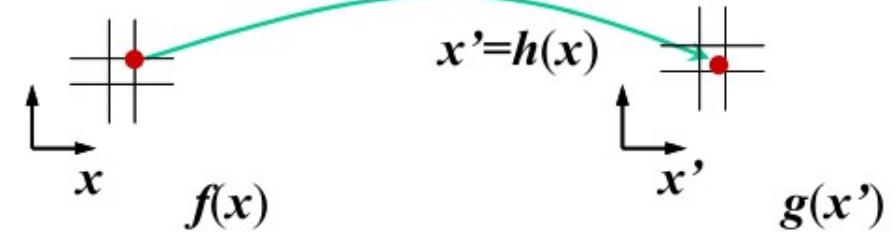
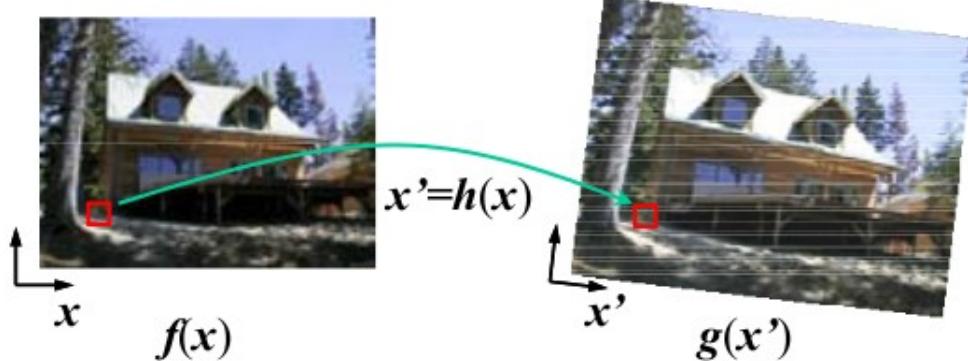
# Transformaciones geométricas

- Procedimiento de *warping*:

```
procedure forwardWarp( $f, h, \text{out } g$ ):
```

For every pixel  $x$  in  $f(x)$

1. Compute the destination location  $x' = h(x)$ .
2. Copy the pixel  $f(x)$  to  $g(x')$ .



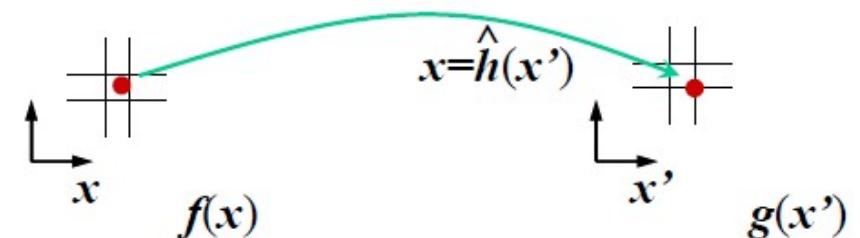
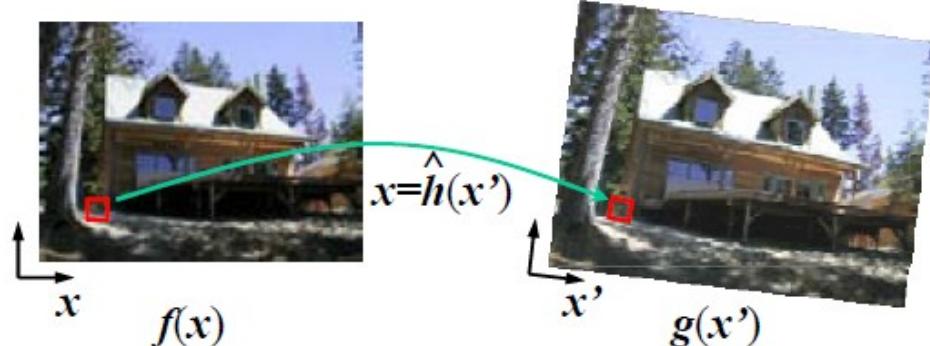
# Transformaciones geométricas

- Procedimiento de *warping inverso*:

```
procedure inverseWarp( $f, h$ , out  $g$ ):
```

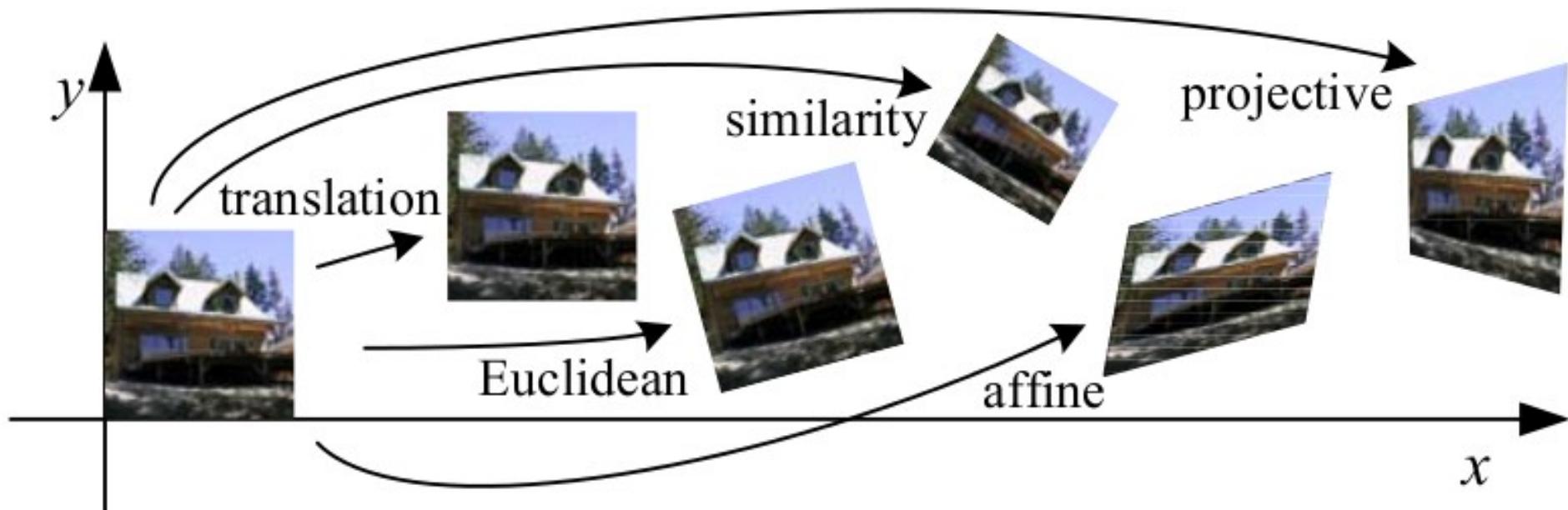
    For every pixel  $x'$  in  $g(x')$

1. Compute the source location  $x = \hat{h}(x')$
2. Resample  $f(x)$  at location  $x$  and copy to  $g(x')$



# Transformaciones geométricas

- Repertorio básico de transformaciones geométricas (*warpings*) 2D:



# Transformaciones geométricas

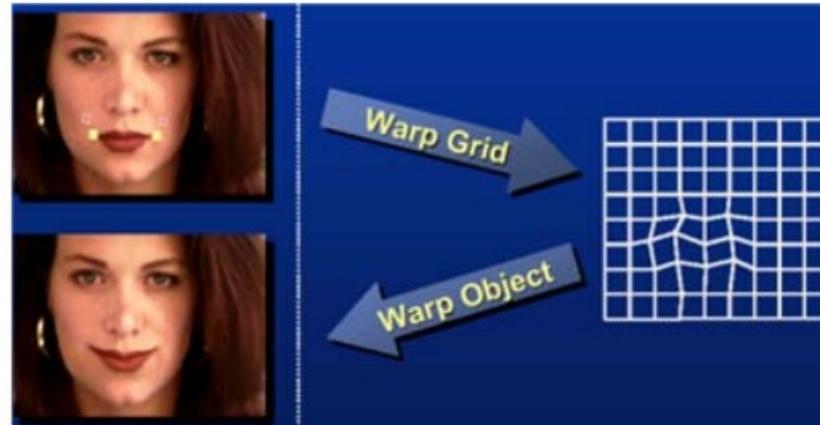
- Jerarquía de transformaciones 2D (funcionan con coordenadas homogéneas, esto es,  $(x, y, 1)^T$ ).
  - La coordenada adicional generada por la homografía  $H$  divide a las otras dos.

Transformation	Matrix	# DoF	Preserves	Icon
translation	$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	2	orientation	
rigid (Euclidean)	$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	3	lengths	
similarity	$\begin{bmatrix} s\mathbf{R} & \mathbf{t} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	4	angles	
affine	$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$	6	parallelism	
projective	$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}} \end{bmatrix}_{3 \times 3}$	8	straight lines	

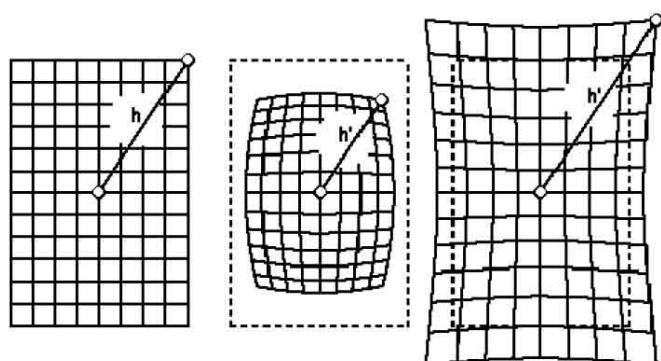
A menudo se extienden las matrices 2x3 con una tercera fila (0,0,1) para no tratar casos especiales.

# Otras transformaciones geométricas

- Transformaciones basadas en mallas (*meshes*):

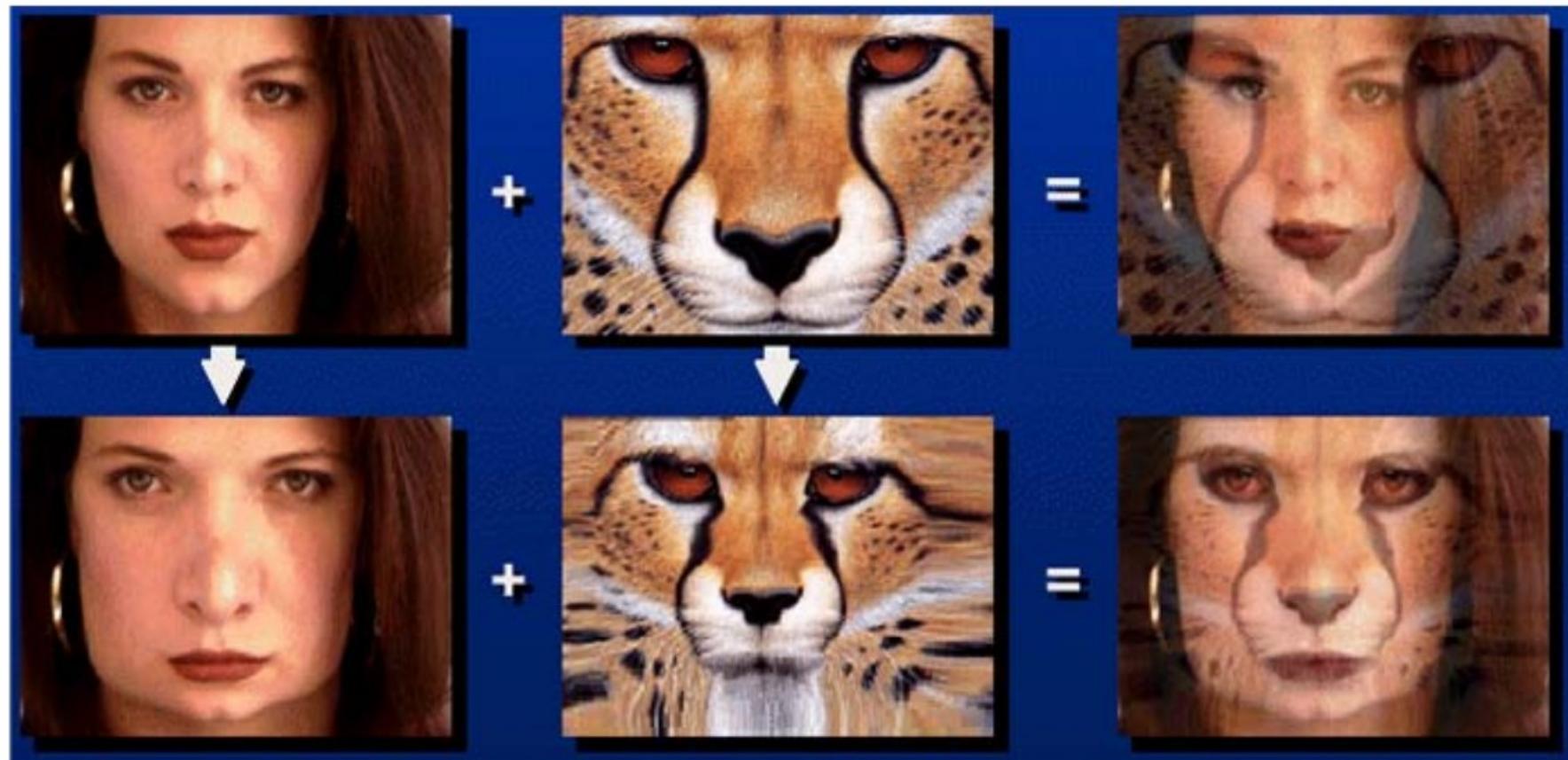


- Ejemplo: corrección de la **distorsión radial**:



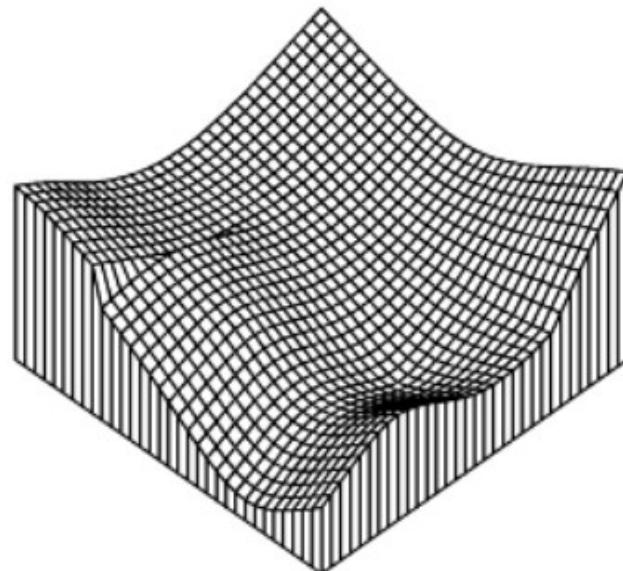
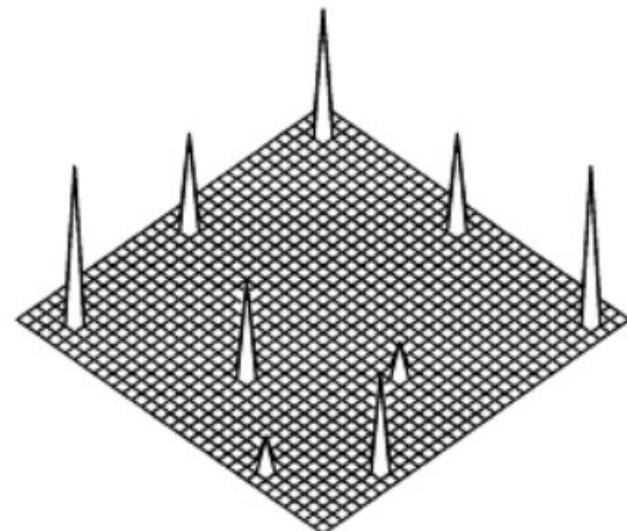
# Otras transformaciones geométricas

- *Warping* combinado con *blending* → *morphing* más suave:



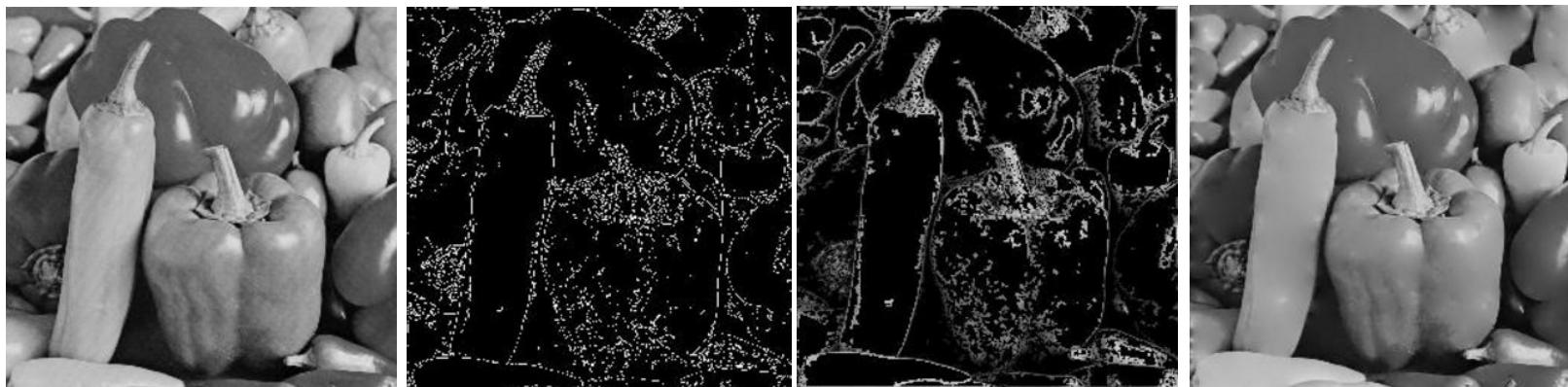
# Grupo 4: Optimización global sobre la imagen

- Inferir la imagen de salida optimizando algún criterio sobre la de entrada, dadas unas restricciones.
  - Ejemplo: interpolación “suave”, respetando ciertos valores prefijados:



# Grupo 4: Optimización global sobre la imagen

- Ejemplo de interpolación:
  - Reconstrucción de una imagen a partir de sus bordes.
  - Proceso de difusión (ecuación del calor):
    - A cada píxel de salida se asigna la media de sus vecinos, y se itera.
  - En realidad lo anterior minimiza el laplaciano de la imagen (módulo del vector de segunda derivada en cada píxel)



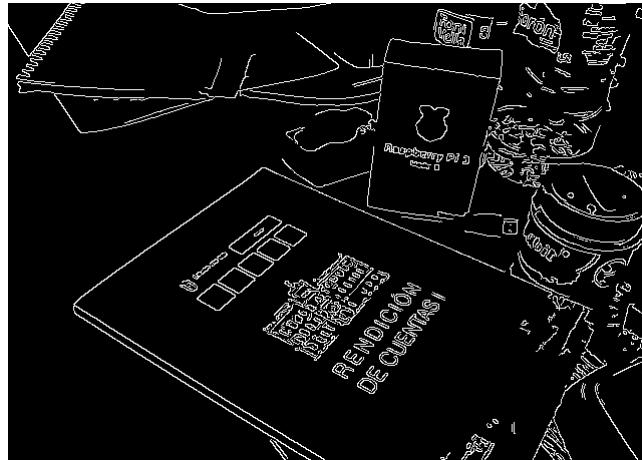
Original

Bordes (Canny)

Información  
relevante  
(intensidad)

Reconstrucción  
(final)

# Grupo 4: Optimización global sobre la imagen



1. Canny



2. Dilatación + Muestreo color



3. Rellenado color  
con transformada de distancia



4. Reconstrucción final  
tras difusión

# Otras técnicas globales



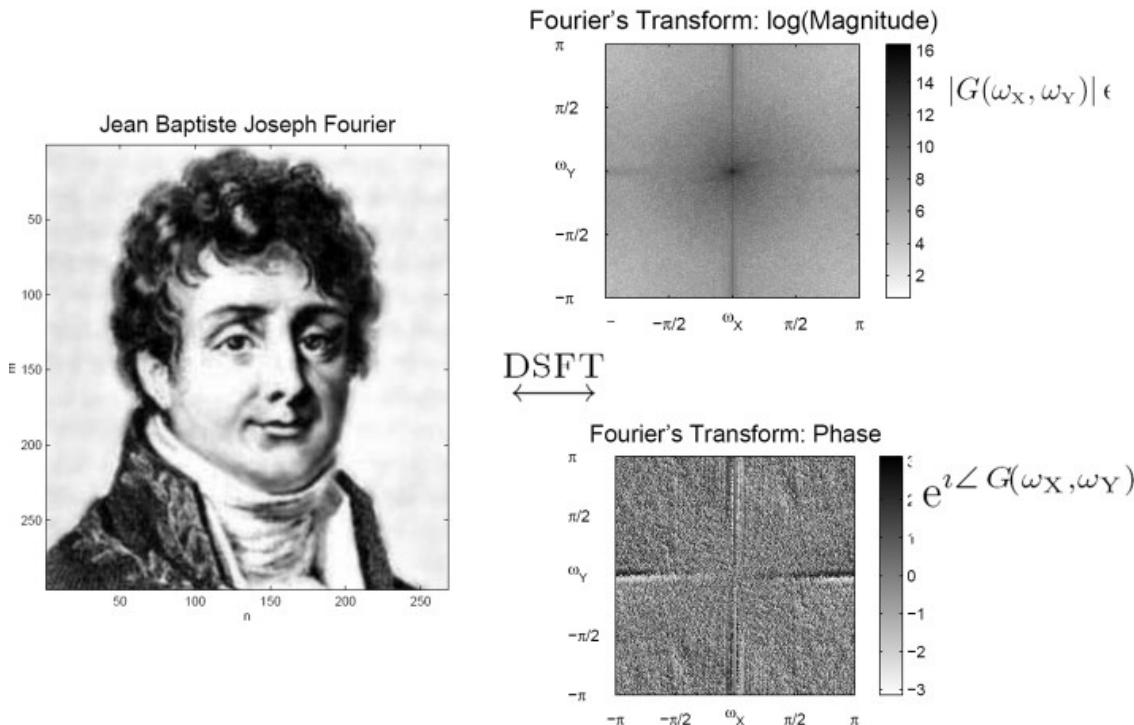
*Denoising and inpainting*



Mezcla de imágenes  
(algoritmos de corte de grafos, *Graph cuts*)

# Otras operaciones sobre imágenes

- Wavelets, transformadas de frecuencia...
  - FFT (*Fast Fourier Transform*)
  - DCT (*Discrete Cosine Transform*)
- Más usadas en compresión de imagen (JPG) o vídeo (MPEG, H264, etc.) que en visión.



# Procesamiento de imagen en OpenCV

- Prácticamente todas las operaciones estudiadas están disponibles en la OpenCV:
  - Una gran mayoría, a través de wrappers de las Librerías Intel IPP (*Integrated Performance Primitives*)
    - Operaciones vectorizadas (extensiones SIMD).
  - También hay implementaciones alternativas disponibles para compilar como extensiones a la OpenCV:
    - CUDA, OpenCL, Intel TBB (Threading Building Blocks), etc.

# Referencias

- "*Computer Vision: Algorithms and Applications*", R. Szeliski (2010), Springer (<http://szeliski.org/Book/>).
- Algunos notebooks de Python+OpenCV:
  - Primitivas gráficas, RGB ↔ gris, superficie imagen: [←](#)
  - Espacios de color: [←](#); segmentación por color (probabilística): [←](#)
  - Histogramas, ecualización: [←](#); Chroma (máscaras): [←](#)
  - Cuantización de color: [←](#)
  - Transformaciones de dominio, distorsión radial (con numpy): [←](#)
- Tutorial Python+OpenCV (secciones relevantes):
  - Image Processing in OpenCV:
    - Colorspace, geometric transformation of images, image thresholding, smoothing images, morphological transformations, image gradients, image pyramids, contours, histograms, image transforms (Fourier, cosine), template matching, grab cut.