Ejemplo

La derivada de la función f en x_0 es

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

para valores pequeños de h, simplemente podríamos hacer

$$\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

aunque esto nos llevaría a problemas, debido al error de redondeo

– Mediante la fórmula de diferencias finitas entonces

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} - \frac{h}{2} f''(\varepsilon)$$

Si $h > 0 \Rightarrow$ Forward

Si $h < 0 \Rightarrow$ Backward

Ejercicio 1: Mediante Forward aproxime la derivada de $f(x) = \ln x$ en $x_0 = 1{,}8$ mediante $h = 0{,}1$, $h = 0{,}05$ y $h = 0{,}01$.

Solución: $$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} \Rightarrow \frac{f(1{,}8+h) - f(1{,}8)}{h}$$

con $h = 0{,}1 \Rightarrow \dfrac{\ln(1{,}8+0{,}1) - \ln(1{,}8)}{0{,}1} = \dfrac{\ln(1{,}9) - \ln(1{,}8)}{0{,}1} = \dfrac{0{,}6418 - 0{,}5877}{0{,}1} = 0{,}5406$

Ya que $f''(x) = -\dfrac{1}{x^2}$ y $1{,}8 < \varepsilon < 1{,}9$, una cota para esta aproximación será

$$\frac{|hf''(\varepsilon)|}{2} = \frac{|h|}{2\varepsilon^2} < \frac{0{,}1}{2(1{,}8)^2} = 0{,}0154$$

Puesto que $f'(x) = 1/x$, el valor exacto de $f'(1{,}8) = 0{,}55\overline{5}$ lo que es bastante cercano a la aproximación