Módelos matemáticos para planificación de la operación

JUAN DAVID VELÁSQUEZ HENAO, MSc, PhD
Profesor Titular
Departamento de Ciencias de la Computación y la Decisión
Facultad de Minas
Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín

jdvelasq@unal.edu.co
@jdvelasquezh
https://github.com/jdvelasq
https://goo.gl/prkjAq
https://goo.gl/vXH8jy

Equivalente a certeza.

Se reemplazan los aportes por sus valores esperados.

$$\min z = \sum_{p=1}^{P} \left\{ CR_p R_p + \sum_{t=1}^{T} CC_{t,p} G_{t,p} \right\}$$

z Costo total sobre el periodo de planificación.

P Número de periodos de planificación.

CR_p Costo del racionamiento en la etapa p.

R_p Energía racionada en la etapa p.

$CC_{t,p}$ Costo de combustible de térmica t en el periodo p.

$G_{t,p}$ Generación de la térmica t en el periodo p.

Restricciones de cumplimiento de la demanda

Demanda(p) $\{p = 1, \dots, P\}$: una restricción por cada etapa de planificación.

$$R_p + \sum_{t=1}^{T} G_{t,p} + \sum_{h=1}^{H} \rho_h Q_{h,p} = d_p$$

H Número de plantas hidráulicas.

ρ_h Factor de conversión de volumen a energía para la hidráulica h.

$Q_{h,p}$ Volumen turbinado por la hidráulica h en la etapa p.

d_p Demanda de energía en la etapa p.

Continuidad en los embalses

Una restricción por cada embalse y cada periodo.

Continuidad(h,p)$\{h = 1, \dots, H; p = 1, \dots, P\}$:

$$V_{h,p-1} - Q_{h,p} - S_{h,p} + A_{h,p} = V_{h,p}$$

$V_{h,p}$ Volumen del embalse h en la etapa p.

$S_{h,p}$ Volumen vertido por el embalse h en la etapa p.

$A_{h,p}$ Aporte (en volumen) del embalse h en la etapa p.

Capacidad máxima de los embalses

Volumen_máximo$(h, p)\{h = 1, \ldots, H; p = 1, \ldots, P\}$:

$$V_{h,p} \leq V_h^*$$

V_h^* Volumen máximo del embalse h.

Generación máxima de las plantas

Generación_térmica_máxima$(t, p)\{t = 1, \dots, T; p = 1, \dots, P\}$:

$$G_{t,p} \leq G_t^*$$

G_t^* Generación máxima de la térmica t.

Descarga_máxima$(h, p)\{h = 1, \dots, H; p = 1, \dots, P\}$:

$$Q_{h,p} \leq Q_h^*$$

Q_h^* Descarga máxima de la hidráulica h.

Formulación por etapas.

$$\min z = \sum_{p=1}^{P} \left\{ CR_p R_p + \sum_{t=1}^{T} CC_{t,p} G_{t,p} \right\} = \sum_{p=1}^{P} z_p$$

$$= \left(z_1 + \left(z_2 + \left(z_3 + \left(\cdots + \left(z_{P-1} + (z_P) \right) \cdots \right) \right) \right) \right)$$

La ecuación anterior puede ser reescrita recursivamente aplicando el principio de optimalidad de Bellman:

$$\min z = \min(z_1 + \min(z_2 + \min(z_3 + \cdots)))$$

De forma recursiva:

$$z_p^* = \min\left(CR_p R_p + \sum_{t=1}^{T} CC_{t,p} G_{t,p} + z_{p+1}^* \right)$$

z_p^* es el costo de operación desde la etapa p hasta el final del periodo de planificación

Modelo para la etapa p.

$$z_p^* = \min\left(CR_pR_p + \sum_{t=1}^{T} CC_{t,p}G_{t,p} + z_{p+1}^*\right)$$

S/a:

$$R_p + \sum_{t=1}^{T} G_{t,p} + \sum_{h=1}^{H} \rho_h Q_{h,p} = d_p$$

Para $h = 1, \dots, H$: $\quad V_{h,p-1} - Q_{h,p} - S_{h,p} + A_{h,p} = V_{h,p}$

Para $t = 1, \dots, T$: $\quad G_{t,p} \leq H_p \cdot CT_{t,p}$ o $G_{t,p} \leq G_t^*$

Para $h = 1, \dots, H$: $\quad \rho_h Q_{h,p} \leq H_p \cdot CH_{h,p}$ o $Q_{h,p} \leq Q_h^*$

Para $h = 1, \dots, H$: $\quad V_{h,p} \leq V_h^*$

Con todas las variables ≥ 0.

Función de Costo Inmediato (FCI) vs. Función de Costo Futuro (FCF)

La ecuación:

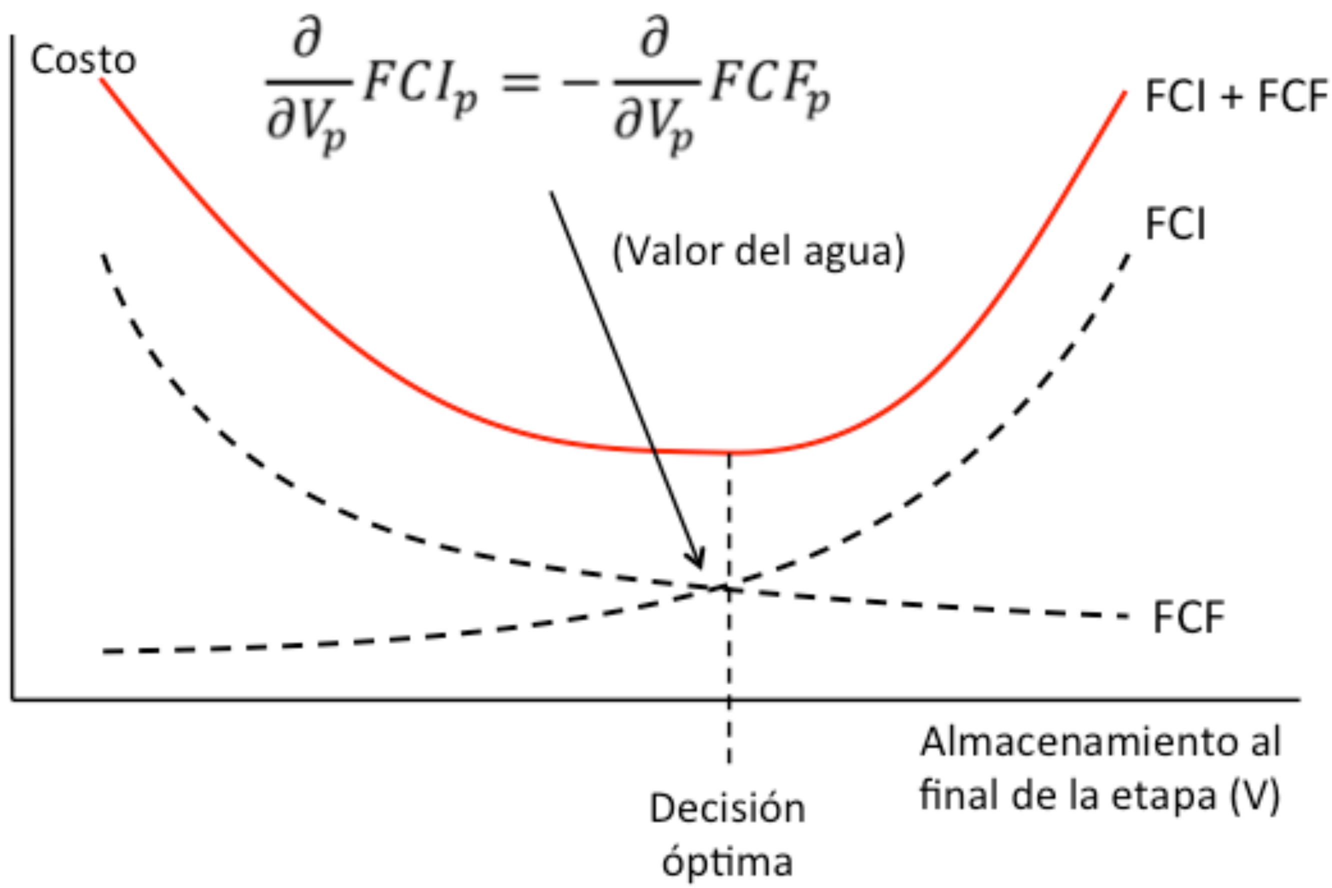
$$z_p^* = \min\left(CR_p R_p + \sum_{t=1}^{T} CC_{t,p} G_{t,p} + z_{p+1}^* \right)$$

Puede reescribirse como:

$$FCI_p = CR_p R_p + \sum_{t=1}^{T} CC_{t,p} G_{t,p} \qquad FCF_p = z_{p+1}^*$$

$$FCF_{p-1} = \min\left(FCI_p + FCF_p \right)$$

Relación entre la FCF y la FCI:



Formulación como un problema estocástico.

Se reconoce que los aportes futuros son desconocidos.

$$z_p^* = \underset{A_t/x_t}{\mathrm{E}} \left\{ \min \left(CR_p R_p + \sum_{t=1}^{T} CC_{t,p} G_{t,p} + z_{p+1}^* \right) \right\}$$

Programación dinámica estocástica:

Implícita: Se generan series sintéticas y se resuelve el modelo para cada serie sintética.

Explícita: Representación estocástica de los caudales. En las aproximaciones más tradicionales se discretizan los caudales y se usan matrices de probabilidad de transición.

Explique como podrían representarse los siguientes casos.

- Representación de cadenas de embalses.
- Mínimos operativos inferior, superior y técnico.
- Disponibilidad de combustibles.
- Incertidumbre en la demanda.
- Entrada/Salida de proyectos.
- Fuentes alteranativas de energía.
- Costo marginal de la demanda = precio de bolsa.
- Generación histórica vs Resultados del Modelo.
- Modelado de los caudales.

Gracias por su atención

JUAN DAVID VELÁSQUEZ HENAO, MSc, PhD
Profesor Titular
Departamento de Ciencias de la Computación y la Decisión
Facultad de Minas
Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín

jdvelasq@unal.edu.co
@jdvelasquezh
https://github.com/jdvelasq
https://goo.gl/prkjAq
https://goo.gl/vXH8jy