Algorítmica
Relación de Problemas de Eficiencia

Ejercicio 1

De las siguientes afirmaciones, indicar cuales son ciertas y cuales no:

(*i*)	$n^2 \in O(n^3)$	(*ix*)	$n^2 \in \Omega(n^3)$
(*ii*)	$n^3 \in O(n^2)$	(*x*)	$n^3 \in \Omega(n^2)$
(*iii*)	$2^{n+1} \in O(2^n)$	(*xi*)	$2^{n+1} \in \Omega(2^n)$
(*iv*)	$(n+1)! \in O(n!)$	(*xii*)	$(n+1)! \in \Omega(n!)$
(*v*)	$f(n) \in O(n) \Rightarrow 2^{f(n)} \in O(2^n)$	(*xiii*)	$f(n) \in \Omega(n) \Rightarrow 2^{f(n)} \in \Omega(2^n)$
(*vi*)	$3^n \in O(2^n)$	(*xiv*)	$3^n \in \Omega(2^n)$
(*vii*)	$\log n \in O(n^{1/2})$	(*xv*)	$\log n \in \Omega(n^{1/2})$
(*viii*)	$n^{1/2} \in O(\log n)$	(*xvi*)	$n^{1/2} \in \Omega(\log n)$

Ejercicio 2

Sea a una constante real, $0<a<1$. Usar las relaciones $\subset$ y $=$ para ordenar los órdenes de complejidad de las siguientes funciones: $n\log n$, $n^2\log n$, n^8, n^{1+a}, $(1+a)^n$, $(n^2+8n+\log^3 n)^4$, $n^2/\log n$, 2^n.

Ejercicio 3

Demostrar las siguientes inclusiones estrictas: $O(1) \subset O(\log n) \subset O(n) \subset O(n\log n) \subset O(n^2) \subset O(n^3) \subset O(n^k) \subset O(2^n) \subset O(n!)$.

Ejercicio 4

Considérense las siguientes funciones de n:

$f_1(n) = n^2$; $\qquad f_2(n) = n^2 + 1000n$;

$$f_3(n) = \begin{cases} n, & \text{si } n \text{ impar} \\ n^3, & \text{si } n \text{ par} \end{cases}; \qquad f_4(n) = \begin{cases} n, & \text{si } n \le 100 \\ n^3, & \text{si } n > 100 \end{cases}$$

Para cada posible valor de i,j indicar si $f_i \in O(f_j)$ y si $f_i \in \Omega(f_j)$.

Ejercicio 5

a) $T(n)=3T(n-1)+4T(n-2)$ si $n>1$; $T(0)=0$; $T(1)=1$.

b) $T(n)=2T(n-1)-(n+5)3^n$ si $n>0$; $T(0)=0$.

c) $T(n)=4T(n/2)+n^2$ si $n>4$, n potencia de 2; $T(1)=1$; $T(2)=8$.

d) $T(n)=2T(n/2)+n\log n$ si $n>1$, n potencia de 2.

e) $T(n)=3T(n/2)+5n+3$ si $n>1$, n potencia de 2.

f) $T(n)=2T(n/2)+\log n$ si $n>1$, n potencia de 2.

g) $T(n)=2T(n^{1/2})+\log n$ con $n=2^{2^k}$; $T(2)=1$.

h) $T(n)=5T(n/2)+(n\log n)^2$ si $n>1$, n potencia de 2; $T(1)=1$.

i) $T(n)=T(n-1)+2T(n-2)-2T(n-3)$ si $n>2$; $T(n)=9n^2-15n+106$ si $n=0,1,2$.

j) $T(n)=(3/2)T(n/2)-(1/2)T(n/4)-(1/n)$ si $n>2$; $T(1)=1$; $T(2)=3/2$.

k) $T(n)=2T(n/4)+n^{1/2}$ si $n>4$, n potencia de 4.

l) $T(n)=4T(n/3)+n^2$ si $n>3$, n potencia de 3.

Ejercicio 6

Suponiendo que $T_1 \in O(f)$ y que $T_2 \in O(f)$, indicar cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas:

a) $T_1 + T_2 \in O(f)$.

b) $T_1 - T_2 \in O(f)$.

c) $T_1 / T_2 \in O(1)$.

d) $T_1 \in O(T_2)$.

Ejercicio 7

Demostrar que para cualquier constante k se verifica que $\log^k n \in O(n)$.

Ejercicio 8

Consideremos la siguiente función que implementa el recorrido en inorden de un árbol binario:

```
void Inorden(bintree<int> &ab,bintree<int>::nodo n){
     if (!n.nulo()){
          Inorden(ab,ab.hizq(n));
          cout<<n.etiqueta()<<endl;
          Inorden(ab,ab,hdrcha(n)(M
      }
 }
```

Suponemos que nulo, hizq,hdrcha son O(1).

Calcular el tiempo de ejecución y sus órdenes de complejidad (O-grande,Omega, Theta).

Ejercicio 9

Consideremos la siguiente función que obtiene de un árbol binario:

```
int Altura (bintree<int> &ab,bintree<int>::nodo n){
        if (n.nulo()) return 0;
        else
           return 1+max(Altura(ab,ab.hizq(n)),Altura(ab,ab.hdrcah(n));

 }
```

Calcular el tiempo de ejecución y sus órdenes de complejidad (O-grande,Omega, Theta). Suponemos que nulo, hizq,hdrcha son O(1).

Ejercicio 10

Ordenar las siguientes funciones de acuerdo a su velocidad de crecimiento:
n, $\sqrt{n}$, $\log n$, $\log\log n$, $\log^2 n$, $n/\log n$, $\sqrt{n}\,\log^2 n$, $(1/3)^n$, $(3/2)^n$, 17, n^2.

Ejercicio 11

Resolver la ecuación $T(n) = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=0}^{n-1} T(i)\right) + cn$, siendo $T(0) = 0$.

Ejercicio 12

Dada la siguiente función:

```
int Raro(const int *a, int prim,int ult){
   if (prim>=ult) return a[ult];
   mitad=(prim+ult)/2;
   terc = (ult-prim)/3;
   return a[mitad]+Raro(a,prim,prim+terc)+Raro(a,ult-terc,ult);
}
```

1. Calcular el tiempo de ejecucion de la funcion Raro(a,0,n-1) suponiendo que n es potencia de 3.
2. Dar una cota de complejidad para dicho tiempo de ejecución.