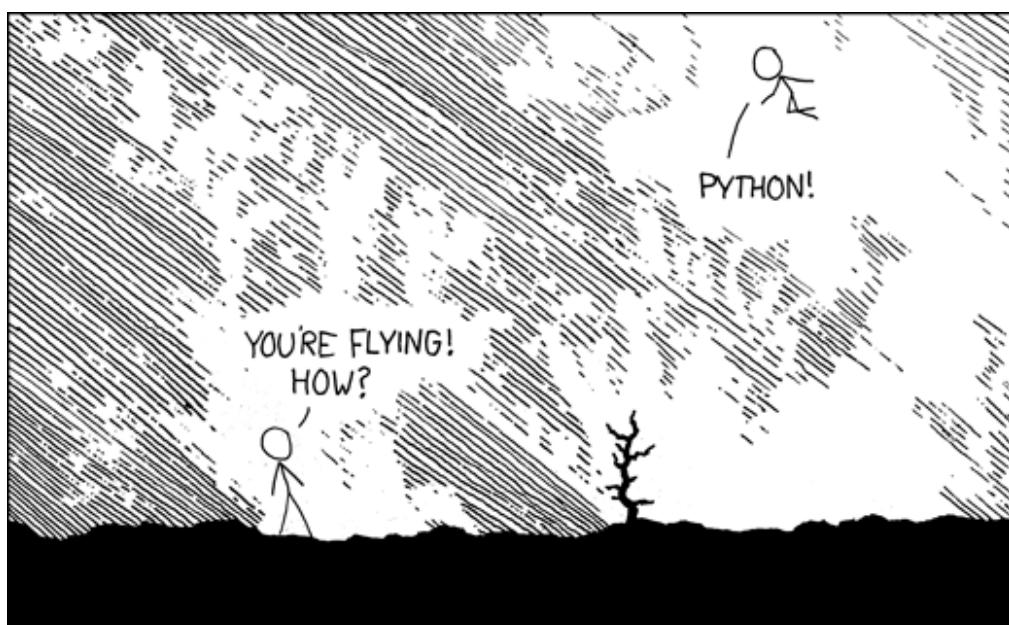


Py4Phys I

Bloc Signal



I wrote 20 short programs in Python yesterday. It was wonderful.
Perl, I'm leaving you.

xkcd.com

Table des matières

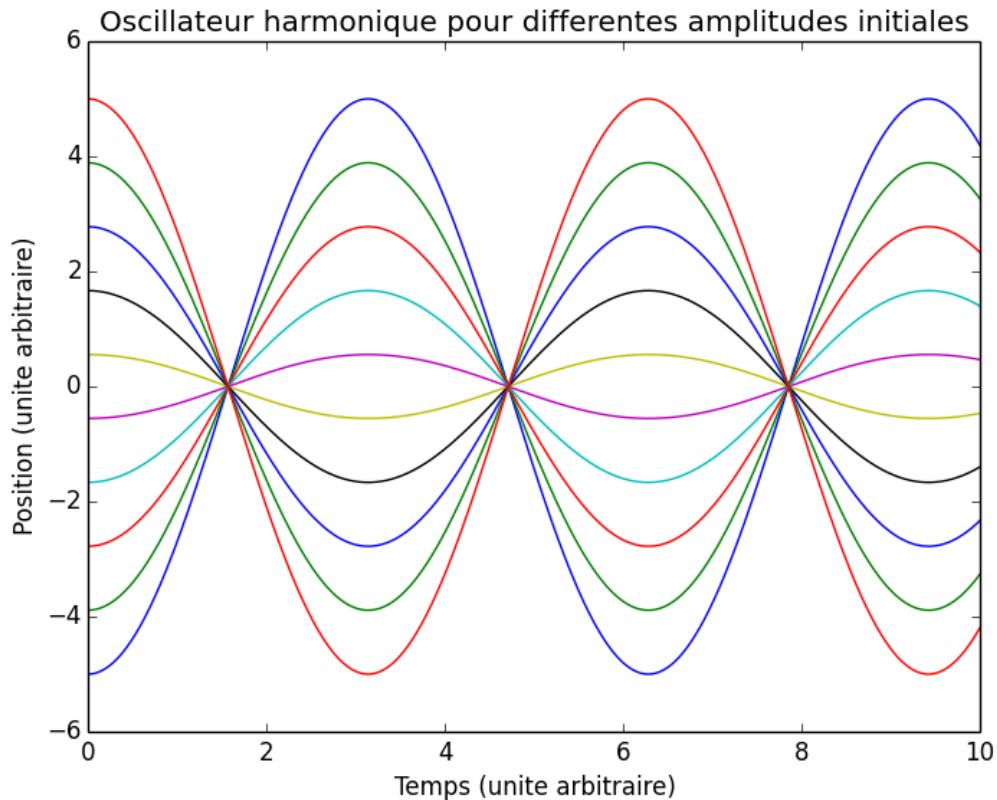
I Bloc Signal	1
1 <i>S01</i> Oscillateur harmonique: isochonisme des oscillations	4
2 <i>S01</i> Oscillateur harmonique: conservation de l'énergie	5
3 <i>S02</i> Onde progressive: visualisations temporelles et spatiales	7
4 <i>S02</i> Ondes progressives: animation d'une superposition	9
5 <i>S03</i> Construction d'un diagramme de Fresnel	12
6 <i>S03</i> Interférences	16
7 <i>S03</i> Interférences, animation interactive	19
8 <i>S03</i> Battements	21
9 <i>S03</i> Battements interactifs	22
10 <i>S03</i> Battements et diagramme de Fresnel	24
11 <i>S03</i> Ondes stationnaires	26
12 <i>S03</i> Simulation d'une corde de Melde	28
13 <i>S03</i> Diffraction	30
14 <i>S04</i> La lumière: une onde électromagnétique transverse	33
15 <i>S04</i> Lois de Descartes	35
16 <i>S04</i> Réfraction dans une goutte: explication de l'arc-en-ciel	36
17 <i>S05</i> Lentilles minces: construction graphique	38
18 <i>S05</i> Distortion chromatique au passage d'une lentille	42
19 <i>S05</i> Illustration de la règle des 4P: Plus Près, Plus Plat	44
20 <i>S06</i> Construction d'un paquet d'onde pour la Mécanique Quantique	47
21 <i>S06</i> Interférences quantique avec des atomes froids	48
22 <i>S06</i> Interférences à un photon	49
23 <i>S06</i> Évolution temporelle d'une fonction d'onde dans un potentiel donné	53
24 <i>S06</i> Tracé des fonctions d'onde propre de l'oscillateur harmonique quantique	57
25 <i>S07</i> Résolution électrique par pivot de Gauss	58
26 <i>S08</i> Réseau électrique du premier ordre simple	58
27 <i>S08</i> Réseau électrique complexe	58
28 <i>S09</i> Oscillateur amorti en régime libre	58
29 <i>S10</i> Oscillateur amorti en régime forcé	60
30 <i>S11</i> Module pour dessiner un diagramme de Bode	60
31 <i>S11</i> Filtre intégrateur	61
32 <i>S11</i> Filtre Dérivateur	62
33 <i>S11</i> Filtre bizarre	63

34	<i>S11</i>	Diagrammes en amplitude et échelle linéaire	64
35	<i>S11</i>	Filtres du second ordre	66
II Bloc Mécanique			69
1	<i>M2</i>	Exploration numérique de l'influence de la trainée	69
2	<i>M2</i>	Influence de la trainée: portrait de phase	69
3	<i>M4</i>	Module de génération de portrait de phase	69
4	<i>M4</i>	Pendule simple: non isochronisme des oscillations	71
5	<i>M4</i>	Pendule simple: portrait de phase	71
6	<i>M4</i>	Pendule simple: portrait de phase	76
7	<i>M4</i>	Pendule simple: Oscillations amorties et portrait de phase	78
8	<i>M4</i>	Oscillateurs de Landau: effets non linéaires	78
9	<i>M4</i>	Oscillateur de Landau: Portrait de phase	78
10	<i>M4</i>	Oscillateur de Landau: Portrait de phase	81
11	<i>M5</i>	Mouvement hélicoïdal dans un champ magnétique	83
12	<i>M5</i>	Mouvement dans les champs E et B	83
13		Papillon de Lorenz	83
14		Pendule double: sensibilité aux conditions initiales	86
15		Hypéron: rotation chaotique et section de Poincaré	90
III Bloc Thermodynamique			97
1	<i>T1</i>	Balles rebondissantes en boîte: illustration du facteur de Boltzmann	97
2	<i>T1</i>	Particules dans une boîte: illustration du mouvement brownien	104
3	<i>T1</i>	Particules libres dans une boîte: distribution des vitesses	104
4	<i>T2</i>	Isothermes d'Andrews via CoolProp	109
5	<i>T2</i>	Diagramme (P, v) via CoolProp	113
6	<i>T2</i>	Diagramme (P, T) via CoolProp	116
7	<i>T5</i>	Comparaison des isentropiques pour un gaz réel et pour un gaz parfait	117
8	<i>T6</i>	Cycle de Carnot: gaz réel et gaz parfait	117
9	<i>T6</i>	Résolution d'un exercice sur un cycle Diesel	120
10	<i>T6</i>	Diagramme (P, h) via CoolProp	126
11	<i>T6</i>	Diagramme (T, s) via CoolProp	131
IV Bloc Induction			136
1	<i>I1</i>	Tracé de lignes de champ magnétique	136
2	<i>I2</i>	Champ tournant diphasé	142
3	<i>I2</i>	Champ tournant triphasé	142
4	<i>I4</i>	Couplage inductif de deux circuits	142
V Spé			143
1	<i>PSI</i>	Pont de Wien	143
2	<i>PSI</i>	Pont de Wien, version avec odeint	144
3	<i>PC</i>	Strioscopie	146
VI Misc			152
1		Module <code>film.py</code>	152
2		Figuiers de Feigenbaum	153

Exemple I.1

S01 Oscillateur harmonique: isochochonisme des oscillations

```
1   ''',
2   Simple résolution numérique de l'équation d'un oscillateur harmonique pour
3   illustrer l'isochronisme des oscillations quelle que soit l'amplitude de départ.
4   ''',
5
6   import numpy as np                      # Pour np.linspace
7   import scipy as sp                       # Simple alias usuel
8   import scipy.integrate                   # Pour l'intégration
9   import matplotlib.pyplot as plt          # Pour les dessins
10
11 omega0 = 1     # On définit la pulsation propre
12
13 def equadiff(y,t):
14     '''Renvoie l'action du système  $dx/dt = vx$  et  $dvx/dt = -\omega_0^{**2} * x$ 
15     soit bien l'oscillateur harmonique  $x' + \omega_0^{**2} * x = 0$ '''
16     x,vx = y                           # y contient position et vitesse
17     return [vx,- omega0**2 * x]        # On renvoie un doublet pour [dx/dt,dvx/dt]
18
19 nb_CI = 10 # Nombre de conditions initiales explorées
20
21 t = np.linspace(0,10,1000)             # Le temps total d'intégration
22 x0= np.linspace(-5,5,nb_CI)          # Les positions initiales choisies
23 v0= [0]*nb_CI                        # Les vitesses initiales choisies
24
25 for i in range(nb_CI):               # Pour chaque condition initiale
26                         # L'intégration proprement dite
27     sol = sp.integrate.odeint(equadiff,[x0[i],v0[i]],t)
28     x = sol[:,0]                      # Récupération de la position
29     plt.plot(t,x)                   # et affichage
30
31 # Il ne reste que le traitement cosmétique
32
33 plt.title('Oscillateur harmonique pour différentes amplitudes initiales')
34 plt.ylabel('Position (unité arbitraire)')
35 plt.xlabel('Temps (unité arbitraire)')
36 plt.savefig('PNG/S01_oscillateur_harmonique_periode.png')
```



Exemple I.2

S01 Oscillateur harmonique: conservation de l'énergie

```

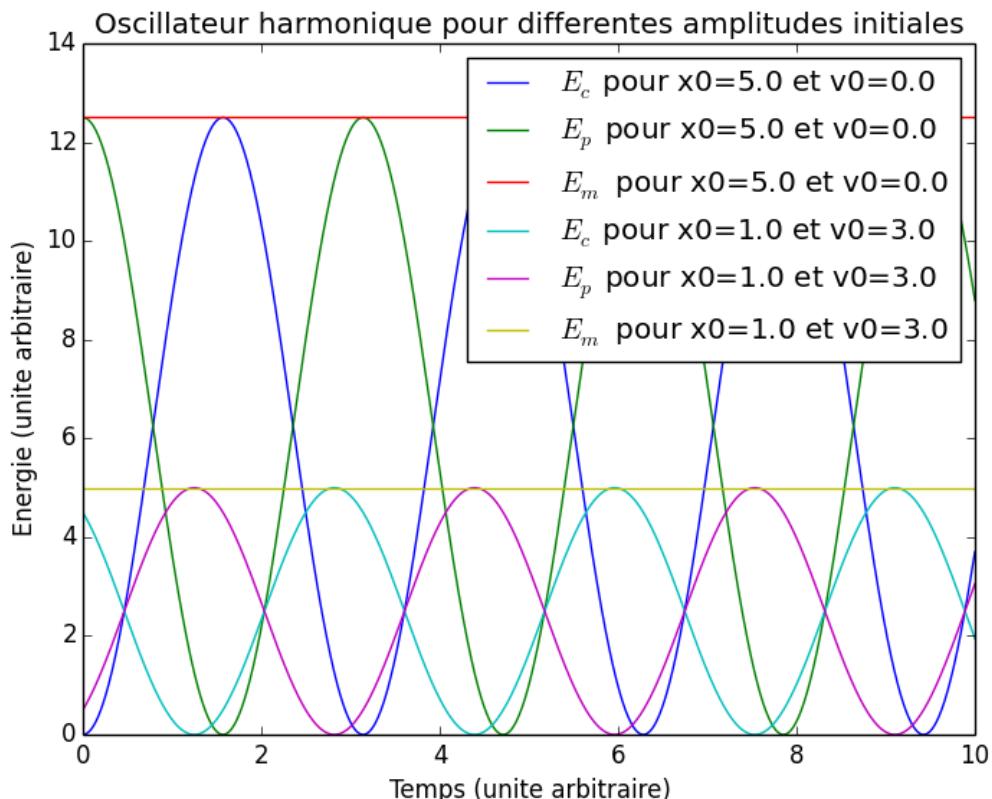
1   ''
2   Illustration numérique de la conservation de l'énergie mécanique pour
3   une équation d'oscillateur harmonique.
4   ''
5
6   import numpy as np                      # Pour np.linspace
7   import scipy as sp                       # Simple alias usuel
8   import scipy.integrate                   # Pour l'intégration
9   import matplotlib.pyplot as plt          # Pour les dessins
10
11  m = 1                                    # Masse du mobile
12  k = 1                                    # Constante de raideur du ressort
13  omega0 = (k/m)**0.5                      # On définit la pulsation propre
14
15  def equadiff(y,t):
16      '''Renvoie l'action du système  $dx/dt = vx$  et  $dvx/dt = -\omega_0^2 * x$ 
17      soit bien l'oscillateur harmonique  $x'' + \omega_0^2 * x = 0$ '''
18      x,vx = y                                # y contient position et vitesse
19      return [vx,- omega0**2 * x]              # On renvoie un doublet pour  $[dx/dt, dvx/dt]$ 
20
21  nb_CI = 2 # Nombre de conditions initiales explorées
22

```

```

23 t = np.linspace(0,10,1000)           # Le temps total d'intégration
24 x0= np.linspace(5,1,nb_CI)          # Les positions initiales choisies
25 v0= np.linspace(0,3,nb_CI)          # Les vitesses initiales choisies
26
27 for i in range(nb_CI):              # Pour chaque condition initiale
28     # L'intégration proprement dite
29     sol = sp.integrate.odeint(equadiff,[x0[i],v0[i]],t)
30     x = sol[:,0]                      # Récupération de la position
31     v = sol[:,1]                      # et de la vitesse
32     Ec = 0.5*m*v**2                 # Energie cinétique
33     Ep = 0.5*k*x**2                 # Energie potentielle
34     Em = Ec + Ep                   # Energie mécanique
35     lab = ' pour x0={} et v0={}'.format(round(x0[i],1),round(v0[i],1))
36     plt.plot(t,Ec,label='$E_c$'+lab) # Affichage Ec
37     plt.plot(t,Ep,label='$E_p$'+lab) # Affichage Ep
38     plt.plot(t,Em,label='$E_m$'+lab) # Affichage Em
39
40 # Il ne reste que le traitement cosmétique
41
42 plt.title('Oscillateur harmonique pour differentes amplitudes initiales')
43 plt.ylabel('Energie (unite arbitraire)')
44 plt.xlabel('Temps (unite arbitraire)')
45 plt.legend()
46 plt.savefig('PNG/S01_oscillateur_harmonique_energie.png')

```

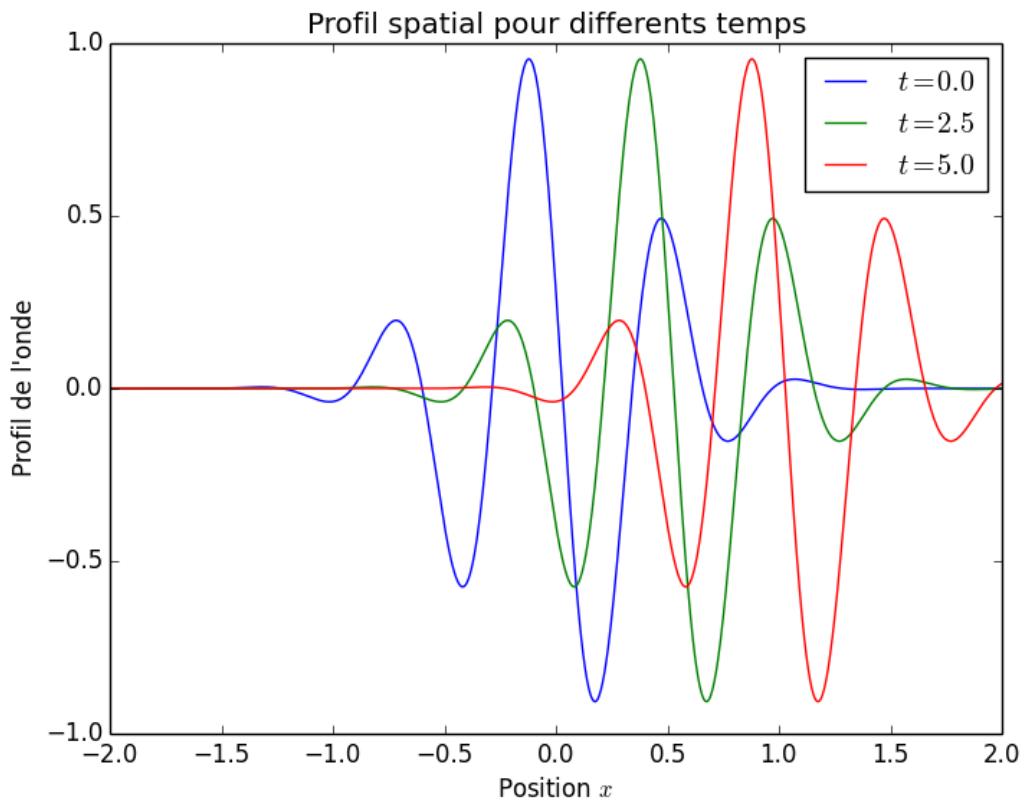


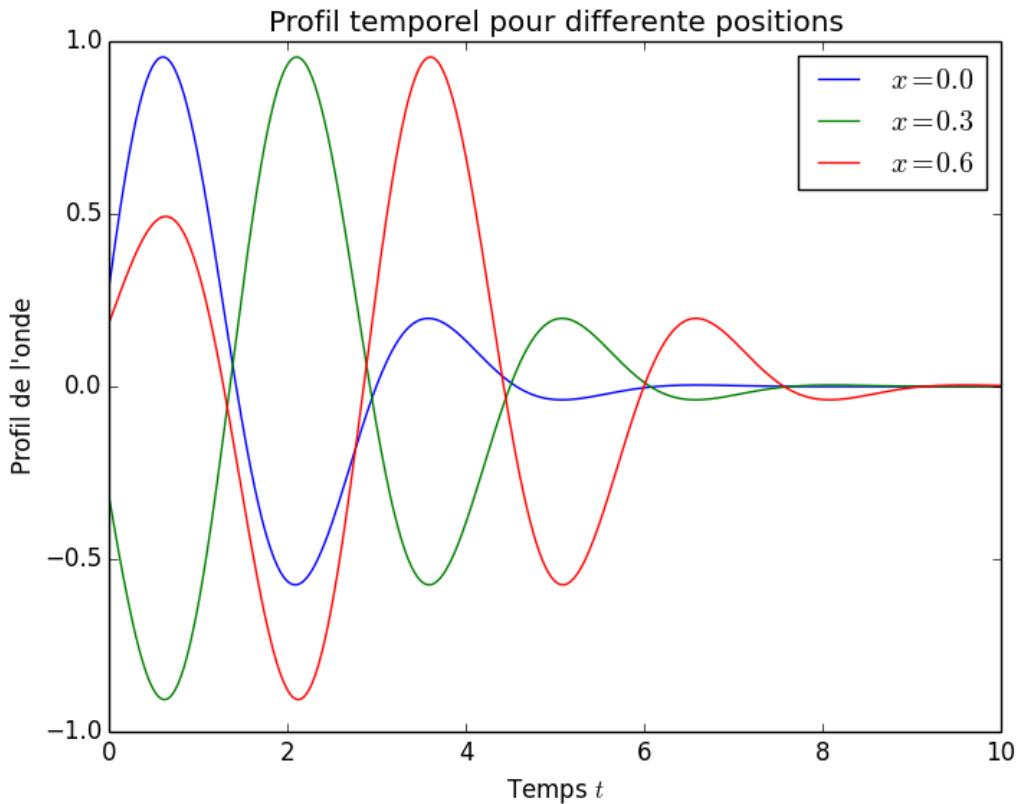
Exemple I.3

S02 Onde progressive: visualisations temporelles et spatiales

```
1   ''
2   Illustration du phénomène de propagation vers la droite d'une onde de forme
3   quelconque à la fois au cours du temps dans un profil spatial, et spatialement
4   dans un profil temporel.
5   ''
6
7   import numpy as np          # Pour np.linspace, np.exp et np.cos
8   import matplotlib.pyplot as plt # Pour les dessins
9
10
11  def f(u,k=10):
12      '''Le profil de l'onde à propager: une gaussienne multipliée par un cosinus.'''
13      return np.exp(-3*u**2) * np.cos(k*u-5)
14
15  nb_points = 1000    # Le nombre de points d'échantillonnage du graphe
16  nb_courbes = 3       # Le nombre de courbes à représenter
17
18  # Tout d'abord la visualisation spatiale
19
20  x = np.linspace(-2,2,nb_points)    # Echantillonnage en position
21  t = np.linspace(0,5,nb_courbes)  # On regarde le profil à différents temps
22  c = 0.2 # Vitesse de propagation de l'onde
23
24  for ti in t:
25      fi = f(x-c*t) # Echantillonnage du profil pour les différents x
26      plt.plot(x,fi,label='$t={}$'.format(round(ti,1))) # Affichage
27
28  # La cosmétique
29
30  plt.title('Profil spatial pour différents temps')
31  plt.xlabel('Position $x$')
32  plt.ylabel("Profil de l'onde")
33  plt.legend()
34  plt.savefig('PNG/S02_onde_progressive_spatial.png')
35  plt.clf()
36
37  # Tout d'abord la visualisation spatiale
38
39  t = np.linspace(0,10,nb_points)  # Echantillonnage en temps
40  x = np.linspace(0,0.6,nb_courbes) # On regarde le profil à différentes positions
41  c = 0.2 # Vitesse de propagation de l'onde
42
43  for xi in x:
44      fi = f(xi-c*t) # Echantillonnage du profil pour les différents t
45      plt.plot(t,fi,label='$x={}$'.format(round(xi,1))) # Affichage
46
```

```
47 # La cosmétique
48
49 plt.title('Profil temporel pour differente positions')
50 plt.xlabel('Temps $t$')
51 plt.ylabel("Profil de l'onde")
52 plt.legend()
53 plt.savefig('PNG/S02_onde_progressive_temporel.png')
54 plt.clf()
```





Exemple I.4

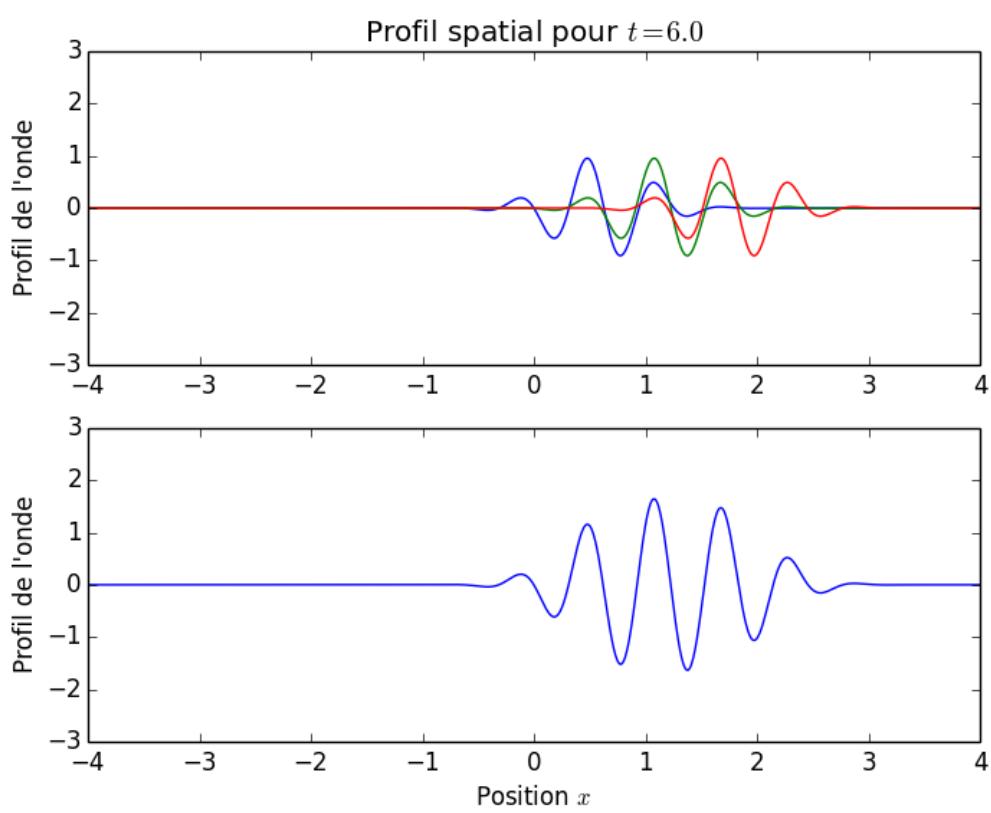
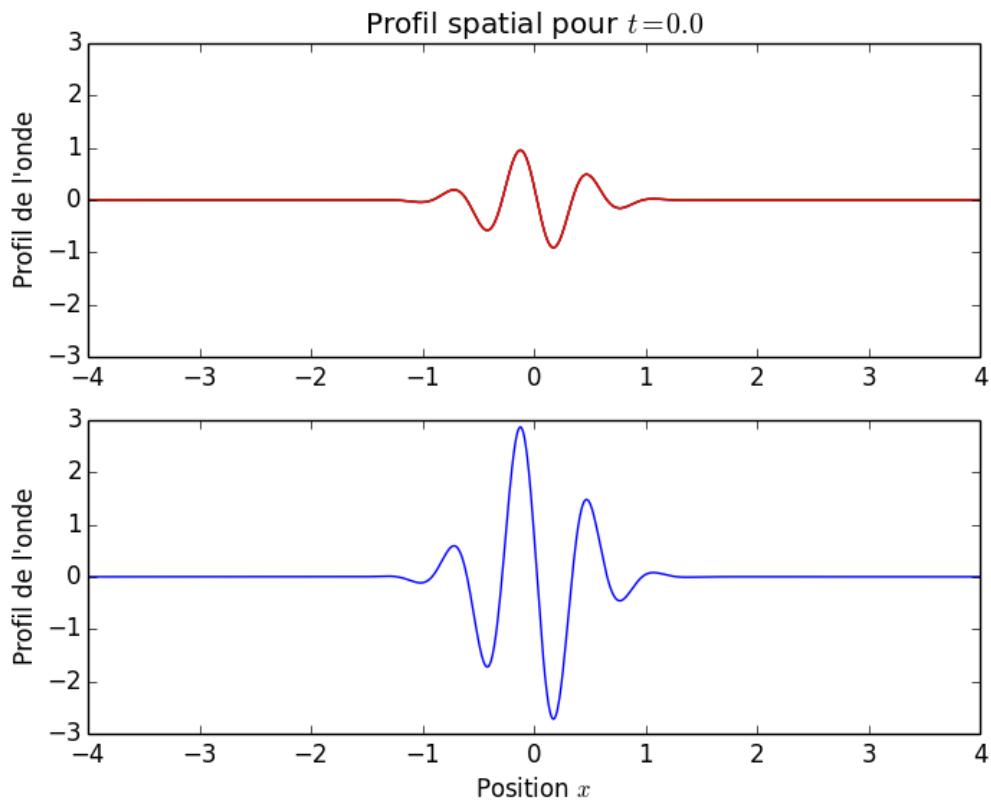
S02 Ondes progressives: animation d'une superposition

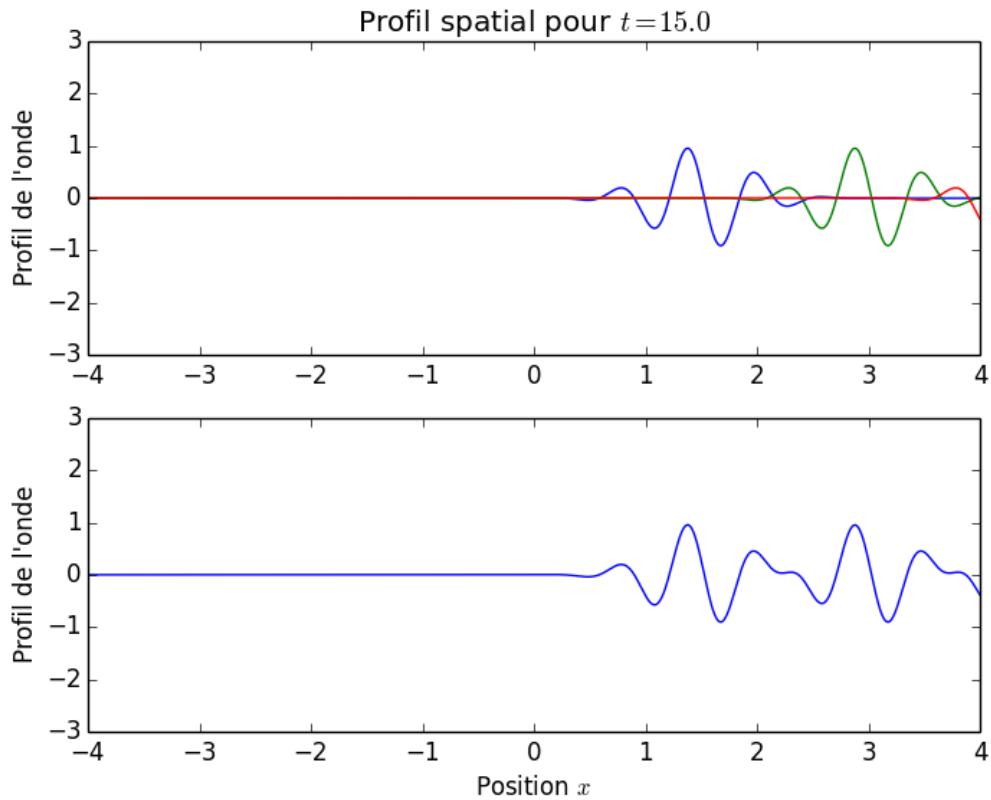
```
1   """
2   Animation montrant la propagation de trois ondes de profil identique mais de
3   vitesse différente ainsi que leur superposition. Peut servir à illustrer
4   qualitativement la notion d'étalement du paquet d'onde.
5   """
6
7   import numpy as np          # Pour np.linspace, np.exp et np.cos
8   import matplotlib.pyplot as plt # Pour les dessins
9
10
11  def f(u,k=10):
12      '''Le profil de l'onde à propager: une gaussienne multipliée par un cosinus.'''
13      return np.exp(-3*u**2) * np.cos(k*u-5)
14
15  nb_points = 1000    # Le nombre de points d'échantillonnage du graphe
16  nb_courbes = 3      # Le nombre de courbes à représenter
17  nb_images = 151     # Le nombre d'images à créer.
18  c = np.linspace(0.1,0.3,nb_courbes) # Les différentes vitesses de propagation
19
20  # On fait une visualisation spatiale
21
22  x = np.linspace(- 4, 4,nb_points)    # Echantillonnage en position
```

```
23 t = np.linspace(-15,15,nb_images)      # On regarde le profil à différents temps
24
25 base_name = 'PNG/S02 onde_progressive_superposition_'
26
27 for i,ti in enumerate(t):
28     plt.subplot(211)                      # La première sous-figure
29     plt.ylim(-3,3)                        # et ses limitations
30     plt.ylabel("Profil de l'onde")# ainsi que le label des ordonnées
31     plt.title('Profil spatial pour $t={}{}'.format(round(ti,2)))
32     ftot = np.zeros(len(x))              # Initialisation du signal superposé
33     for cj in c:                       # On regarde chaque vitesse
34         fi = f(x-cj*ti) # Echantillonnage du profil pour les différents x
35         plt.plot(x,fi)    # Affichage
36         ftot += fi       # On ajoute à l'onde totale
37     plt.subplot(212)                      # La seconde sous-figure
38     plt.ylim(-3,3)                        # et ses limitations
39     plt.ylabel("Profil de l'onde")# ainsi que le label des ordonnées
40     plt.plot(x,ftot)                    # Affichage du signal superposé
41     plt.xlabel('Position $x$')        # et label des abscisses
42     fichier = base_name + '{:03d}'.format(i)
43     plt.savefig(fichier)               # On sauvegarde un fichier par temps
44     plt.clf()                         # et on nettoie pour le suivant
45
46 # Ne reste plus qu'à rassembler en un fichier gif à l'aide de convert
47
48 import subprocess
49
50 cmd = "convert -delay 1 -dispose Background +page {}".format(base_name + '*.png')
51 cmd+= " -loop 0 {}".format(base_name + 'film.gif')
52
53 print("Execution de la commande de conversion")
54 print(cmd)
55 p = subprocess.Popen(cmd, shell=True)
56 print("Fin de la commande de conversion")
```

L'animation complète peut être trouvée à l'adresse suivante (le lien devrait être cliquable):

http://pcsi.kleber.free.fr/IPT/doc/S02_onde_progressive_superposition_film.gif





Exemple I.5

s03 Construction d'un diagramme de Fresnel

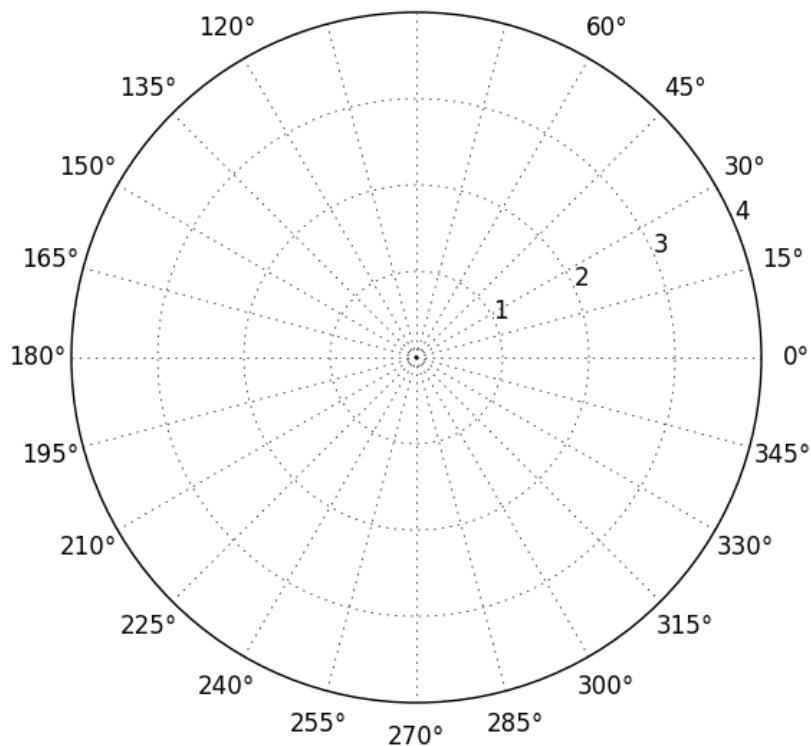
```
1     ''
2     Programme complet permettant la construction de diagrammes de Fresnel pour que
3     les élèves puissent s'entraîner. On génère à la fois un énoncé (avec les ondes
4     à sommer) et le corrigé correspondant. Le programme a été pensé pour pouvoir
5     sommer plus que deux ondes, même si au-delà de trois, cela devient
6     difficilement lisible (de plus, comme on ne doit pas dépasser le cadre, la
7     génération aléatoire peut prendre du temps avant de converger).
8
9     L'idée est de rassembler les divers énoncés sur certaines pages d'un document
10    LaTeX avec les corrigés correspondants sur la page suivant pour que les élèves
11    aient tout de suite le corrigé en vue.
12    ''
13
14    from math import *          # Pour sqrt, pi, cos et Cie
15    from cmath import *         # Pour les complexes, notamment phase()
16    import random               # Pour les tirages aléatoires
17    import matplotlib.pyplot as plt # Pour les dessins
18
19    # Décommenter pour débugguer: afin que l'aléatoire soit toujours le même !
20    #random.seed(20)
21
22    # Les angles dont on prendra des multiples
```

```
23 angles_dict = {'\pi/{}'.format(i):pi/i for i in range(2,7)}
24 angles = list(angles_dict.keys())
25 # Les tailles de flèches disponibles
26 tailles= [1,2,3]
27 max_size = 4 # Taille max pour l'affichage
28
29 def new_polar(z):
30     '''Bien sûr, il y a incohérence entre le couple (r,theta) renvoyé par les
31     complexes et l'attente de (theta,r) pour les coordonnées polaires de
32     matplotlib...'''
33     p = polar(z)
34     return tuple(reversed(p))
35
36 def ajoute_fleche(couple, ultra=False, origine = 0j, thin=False):
37     '''Rajoute une flèche correspond au complexe du couple (module,phase)
38     donné en argument. Paramètres optionnels:
39     * origine (complex): pour décaler l'origine ;
40     * ultra (bool): pour une trait plus gros.'''
41     if ultra : w,hw = 3,10           # Veut-on un trait plus épais ?
42     elif thin: w,hw = 0.1,0.1        # ou plus fin ?
43     else      : w,hw = 1,7           # sinon une taille normale
44     c = rect(*couple)              # Conversion en complexe
45     if abs(c) > max_size: raise    # Si on dépasse, c'est la fin !
46     plt.annotate(' ',xytext=new_polar(origine),
47                 xy=new_polar(origine+c),
48                 arrowprops=dict(width=w,facecolor='black',headwidth=hw))
49
50 def pointilles(liste_de_couples,reverse=False):
51     '''Construit les pointillés pour relier le départ à l'arrivée.'''
52     s = ''
53     ldc = liste_de_couples[:]
54     if reverse: ldc.reverse()
55     somme = rect(*ldc[0])
56     R,THETA = [ldc[0][0]],[ldc[0][1]]
57     for i in range(len(liste_de_couples)-1):
58         ajoute_fleche(ldc[i+1],origine=somme,thin=True)
59         somme += rect(*ldc[i+1])
60
61 def get_one(iterable):
62     '''Histoire de pouvoir récupérer un élément au hasard dans une liste.'''
63     nb = random.randint(0,len(iterable)-1)
64     return iterable[nb]
65
66 def enonce_et_corrige(nb_ondes=2,num_fichier = 1):
67     '''Tirage au sort de valeurs et construction d'un énoncé et du corrigé
68     correspondant. Renvoie un couple de nom des fichiers (énoncé,corrigé).'''
69     # Initialisation
70     ondes_enonce = [] # liste de strings
71     ondes_corrige= [] # liste de couples (norme,argument)
```

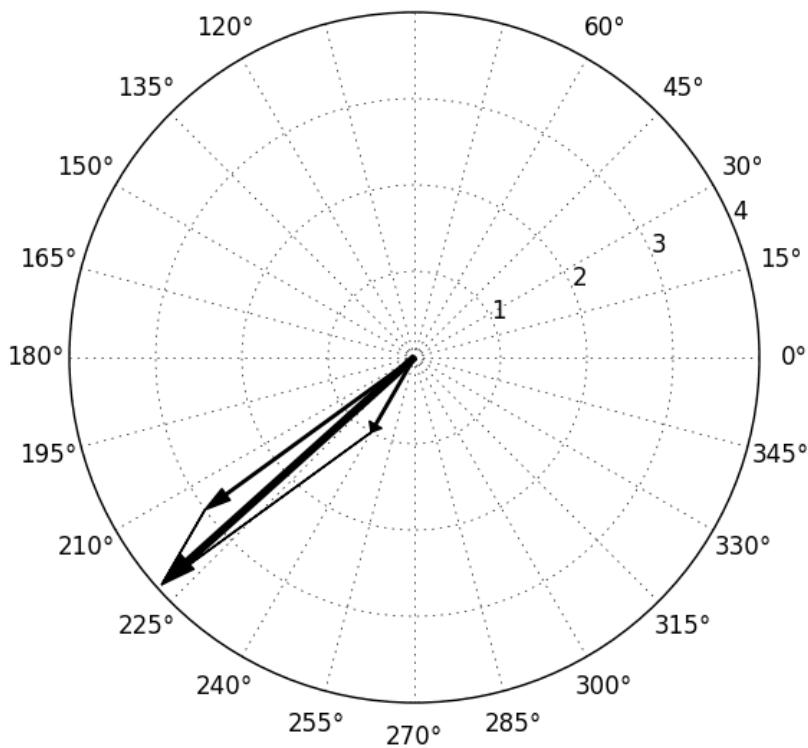
```
72      # Quelques tableaux utiles
73      sin_cos = [r'\cos',r'\sin']
74      signes = [ , , '+', '-']    # 1 -> +, -1 -> -
75      # Et c'est parti pour la sélection !
76      for i in range(nb_ondes): # Tirage des ondes
77          nb_phi = random.randint(0,10) # Le nombre multipliant l'angle
78          sincos = random.randint(0,1) # Tirage à pile ou phase pour sinus ou cosinus
79          signeA = (-1)**random.randint(0,1) # Signe aléatoire pour l'amplitude
80          signeP = (-1)**random.randint(0,1) # et pour la phase
81          A = signeA * get_one(tailles)
82          phi = get_one(angles)
83          # Le cas particulier où l'amplitude est unitaire
84          if   A == 1: Astring = ''
85          elif A == -1: Astring = '_'
86          else :         Astring = str(A)
87          # Et si le facteur multiplicatif est nul ou unitaire
88          if   nb_phi == 0: phi_string = ''
89          elif nb_phi == 1: phi_string = '{}{}'.format(signes[signeP],phi)
90          else :             phi_string = '{}{}{}'.format(signes[signeP],nb_phi,phi)
91          # Construction de la chaîne de l'énoncé
92          enonce = "{}{}(\omega t{})".format(Astring,sin_cos[sincos],phi_string)
93          ondes_enonce.append(enonce)
94          # Maintenant on calcule module et argument
95          module = A
96          # sin(x) = cos(x -*- pi/2)
97          argument = angles_dict[phi]*nb_phi*signeP - sincos*pi/2
98          ondes_corrigé.append((module,argument))
99          # Reste à faire le corrigé et l'énoncé
100         enonce = fabrique_enonce_fresnel(ondes_enonce,num_fichier)
101         try:    # Cas où cela dépasse du cadre
102             corrigé=fabrique_corrigé_fresnel(ondes_corrigé,ondes_enonce,num_fichier)
103         except: # Et on reessaie un coup !
104             return enonce_et_corrigé(nb_ondes)
105         # Sinon c'est bon.
106         return enonce,corrigé
107
108 def initialisation_graphe(ondes,enonce=True):
109     plt.clf()                  # Nettoyage, on commence un nouveau graphe
110     plt.axes(polar=True) # On initie un graphe en polaires
111     # Puis on définit le titre
112     if enonce: titre = 'Enoncé: Sommer '
113     else : titre = 'Corrigé: Sommer '
114     titre += ", ".join(['${}{}'.format(o) for o in ondes[:-1]])
115     titre += " et ${}{}".format(ondes[-1])
116     plt.title(titre)
117     # et finalement les grilles en distances
118     plt.rgrids([i+1 for i in range(max_size)])
119     plt.thetagrids([i*15 for i in range(360//15)]) # et en angles
120
```

```
121
122 def fabrique_enonce_fresnel(ondes,num_fichier):
123     '''À partir d'une série d'ondes sous forme de chaînes de caractère,
124     construit l'énoncé de la résolution avec Fresnel. Renvoie le nom du
125     fichier sauvegardé'''
126     initialisation_graphe(ondes)
127     fichier = 'PNG/{}ondes_enonce_{:03d}'.format(len(ondes),num_fichier)
128     plt.savefig(fichier)
129     return fichier
130
131 def fabrique_corrige_fresnel(liste_des_couples,ondes_enonces,num_fichier):
132     '''Fabrication du corrigé pour les diagrammes de Fresnel correspondant à
133     une somme d'au moins deux ondes (mais potentiellement plus). La liste des
134     ondes se présente sous forme d'une liste de couples (norme,argument) à
135     chaque fois. Renvoie une chaîne correspondant au dessin TikZ final, ainsi
136     que l'amplitude et la phase (en degrés) pour possible affichage.'''
137     # Première étape: initialisation
138     initialisation_graphe(ondes_enonces,enonce=False)
139     # Puis, on ordonne par angle croissant
140     ldc = sorted(liste_des_couples, key=lambda c: (c[1]-pi)%(2*pi) )
141     point_final = 0
142     for c in ldc:
143         ajoute_fleche(c)          # Les flèches individuelles
144         point_final += rect(*c)  # On ajoute au total (en complexe)
145     ajoute_fleche(polar(point_final),ultra=True) # La flèche finale
146     # On rajoute aussi la construction en pointillés
147     pointilles(ldc)           # dans un sens
148     pointilles(ldc,reverse=True) # et dans l'autre
149     fichier = 'PNG/{}ondes_corrige_{:03d}'.format(len(ondes_enonces),num_fichier)
150     plt.savefig(fichier)
151     return fichier
152
153 # Exemple d'utilisation de tout ceci:
154 for i in range(5):
155     fichier_enonce,fichier_corrige = enonce_et_corrige(2,i)
156     # Ne reste plus qu'à faire quelque chose de ces noms de fichier, par
157     # exemple écrire un fichier .tex au vol...
```

Enoncé: Sommer $-3\cos(\omega t - 9\pi/5)$ et $-\sin(\omega t + 5\pi/6)$.



Corrigé: Sommer $-3\cos(\omega t - 9\pi/5)$ et $-\sin(\omega t + 5\pi/6)$.



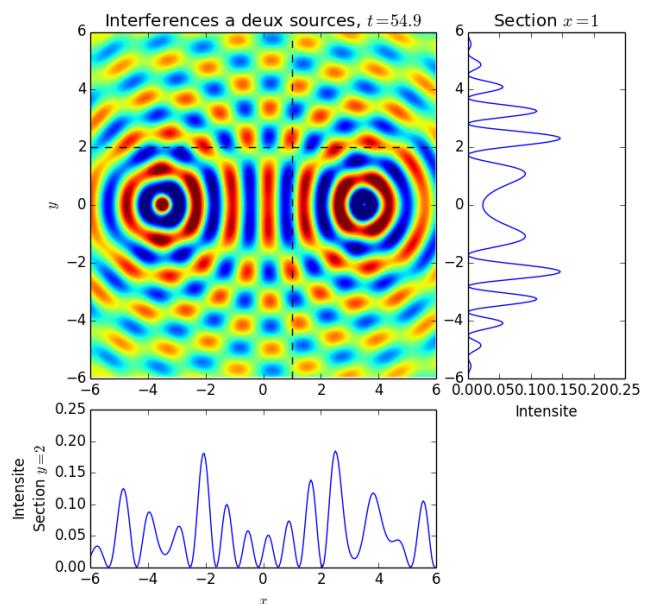
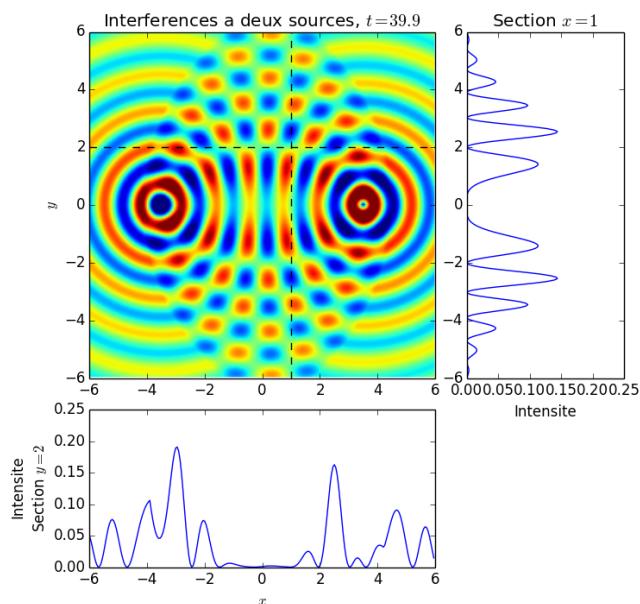
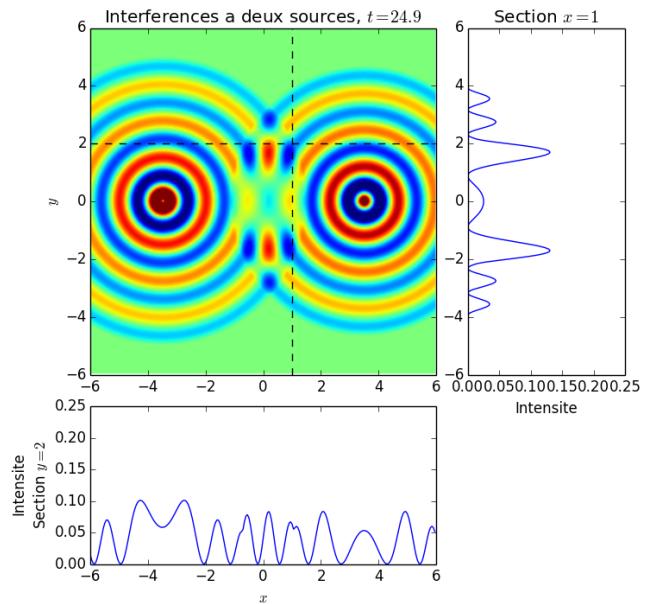
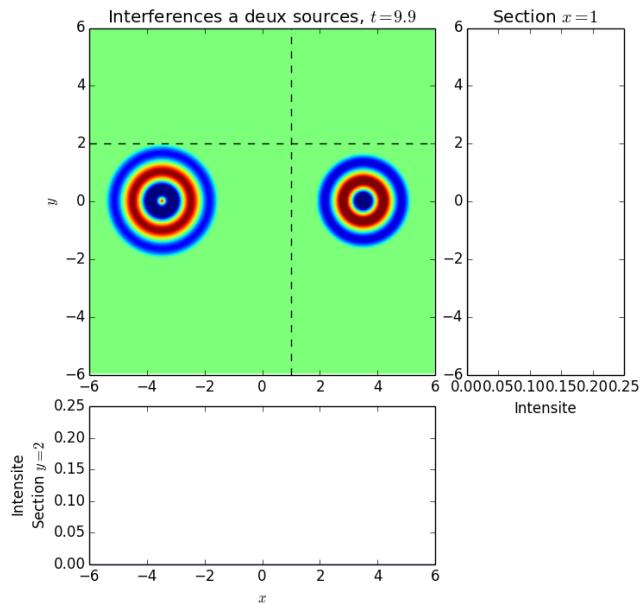
```
1      ''
2      Simulation d'un phénomène d'interférences à deux ondes circulaires (comme
3      des ronds dans l'eau). Les graphes du bas et de la droite représentent des
4      coupes respectivement à  $x$  et à  $y$  fixé.
5
6      On peut simuler une décroissance de l'onde en  $1/r$  (sauf au centre pour éviter
7      toute divergence) ou simplement avoir une fonction sinusoïdale en jouant sur
8      la fonction 'source'. En cas de changement, il faut penser à modifier les
9      valeurs  $v_{\min}, v_{\max}$  qui définissent les extrêmes du code couleur adopté.
10     ''
11
12     import numpy as np          # Pour les facilités de calcul
13     import matplotlib.pyplot as plt # Pour les dessins
14     from matplotlib.colors import LightSource # Pour l'aspect en relief
15
16     def source(x,y,t,x0=0,y0=0,phi=0):
17         '''La fonction représentant notre source située en ( $x_0, y_0$ )'''
18         k,w,epsilon = 5,1,1           # Quelques constantes
19         r = np.sqrt((x-x0)**2+(y-y0)**2) # La distance à la source
20         u = k*r - w*t + phi        # La variable de déplacement
21         #res = np.sin(u)            # Simple sinus
22         res = np.sin(u)/(r+epsilon) # ou décroissance de l'amplitude...
23         res[u > 0] = 0.0           # Pour s'assurer qu'à  $t < 0$ , il n'y a pas d'onde
24         return res
25
26     shading = False               # Si on veut un "effet 3D"
27     ext = 6.0                    # Les limites de la fenêtre d'étude
28     pos = 3.5                    # Positions des sources symétriquement selon  $x$ 
29     phi = np.pi/2                # Déphasage de la deuxième source
30     tmin,tmax = 0,60             # L'intervalle de temps d'étude
31     dt = 0.1                     # et le pas
32     xcut = 1                     # Les plans de coupe en  $x$ 
33     ycut = 2                     # et en  $y$ 
34     vmin,vmax=-0.5,0.5          # Les valeurs extrêmes de l'amplitude
35     dx,dy = 0.05,0.05            # Resolution
36     x = np.arange(-ext,ext, dx) # Axe en  $x$ 
37     y = np.arange(ext,-ext,-dy) # et en  $y$ 
38     X,Y = np.meshgrid(x,y)      # pour produire la grille
39
40     # Pour définir correctement les limites de la fenêtre.
41     xmin, xmax, ymin, ymax = np.amin(x), np.amax(x), np.amin(y), np.amax(y)
42     extent = xmin, xmax, ymin, ymax
43
44     base_name = 'PNG/S03_interferences' # Le nom par défaut
45
46     i = 0                         # Initialisation du compteur
47     for t in np.arange(tmin,tmax,dt): # On boucle sur le temps
48         i += 1                      # Incrémentation du compteur
49         print(t)                   # Un peu de feedback
```

```
50     Z1 = source(X,Y,t,-pos,0)      # La première source
51     Z2 = source(X,Y,t, pos,0,phi)  # et la seconde
52
53     # Ouverture de la figure et définition des sous-figures
54     plt.figure(figsize=(8,7.76))
55     ax1= plt.subplot2grid((3,3),(0,0),colspan=2, rowspan=2)
56     plt.title('Interferences a deux sources, $t={}$.format(round(t,1)))
57     plt.ylabel('$y$')
58     if shading:
59         ls = LightSource(azdeg=20,altdeg=65) # create light source object.
60         rgb = ls.shade(Z1+Z2,plt.cm.copper) # shade data, creating an rgb array.
61         plt.imshow(rgb,extent=extent)
62     else:
63         plt.imshow(Z1+Z2,interpolation='bilinear',extent=extent,cmap='jet',vmin=vmin,vma
64
65     # Pour visualiser les deux plans de coupes
66     plt.plot([-ext,ext],[ycut,ycut],'-k')
67     plt.plot([xcut,xcut],[-ext,ext],'-k')
68
69     # La figure du bas
70     ax2= plt.subplot2grid((3,3),(2,0),colspan=2,sharex=ax1)
71     plt.xlabel('$x$')
72     plt.ylabel('Intensite\nSection $y={}$.format(ycut)')
73     plt.ylim((0,vmax**2))
74     plt.plot(x,(source(x,ycut,t,-pos,0)+source(x,ycut,t,pos,0,phi))**2)
75
76     # et celle de la droite
77     ax3= plt.subplot2grid((3,3),(0,2),rowspan=2,sharey=ax1)
78     plt.xlabel('Intensite')
79     plt.xlim((0,vmax**2))
80     plt.title('Section $x={}$.format(xcut)')
81     plt.plot((source(xcut,y,t,-pos,0)+source(xcut,y,t,pos,0,phi))**2,y)
82     plt.savefig(base_name + '_{:04d}.png'.format(i))
83     plt.close()
84
85     # Ne reste plus qu'à rassembler en un fichier mpeg à l'aide de convert puis de
86     # ppmtoy4m et mpeg2enc (paquet mjpegtools à installer sur la machine)
87
88 from film import make_film
89
90 make_film(base_name,resize="700x500")
91
92 #import os
93 #
94 #cmd = '(for f in ' + base_name + '*png ; '
95 #cmd+= 'do convert -density 100x100 $f -depth 8 -resize 700x500 PNM:- ; done)'
96 #cmd+= ' | ppmtoy4m -S 420mpeg2'
97 #cmd+= ' | mpeg2enc -f1 -b 12000 -q7 -G 30 -o {}film.mpeg'.format(base_name)
98 #
```

```
99 #print("Execution de la commande de conversion")
100 #print(cmd)
101 #os.system(cmd)
102 #print("Fin de la commande de conversion")
```

L'animation est disponible à l'adresse

http://pcsi.kleber.free.fr/IPT/doc/S03_interferences_film.mpeg



— Exemple I.7 —

S03 Interférences, animation interactive

1 ///

2

3 *Ce programme est proposé par Vincent Grenard (PCSI, Lycée Poincaré, Nancy).*

```
4
5 Visualisation d'un réseau d'interférences à deux sources en utilisant une
6 animation "au vol" plutôt qu'une conversion en images. Nécessite d'avoir
7 Python installé sur la machine mais cela permet de modifier les paramètres
8 (comme par exemple la valeur de y1 qui détermine la distance entre les deux
9 points sources) et montrer immédiatement les modifications aux élèves.
10
11 Néanmoins, une sauvegarde dans un fichier .mp4 est possible: voir la fin du
12 programme !
13
14 """
15
16 import numpy as np # Boîte à outils numériques
17 import pylab as py # Boîte à outils graphiques
18 from matplotlib import animation # Pour l'animation en temps réel
19
20 taille=400 # Largeur en pixels de l'image
21 lim=10 # Largeur maximale de l'image
22 x=np.linspace(-lim,lim,taille) # L'axe des x
23 y=x # Le même en y
24
25 X,Y=np.meshgrid(x,y,indexing='xy') # La "grille" sur laquelle seront évaluées les fonct
26
27 y1=3 # Position verticale de la première source
28 y2=-y1 # Position verticale de la seconde source
29 r1=np.sqrt(X**2+(Y-y1)**2) # Grille des distances à la première source
30 r2=np.sqrt(X**2+(Y-y2)**2) # Pareil pour la seconde
31
32 w=4*np.pi # Pulsation des oscillations
33 delta_t=0.01 # Intervalle de temps entre deux images
34 t=0 # Temps initial
35 k=1.0*np.pi # Nombre d'onde
36 a1=1 # Amplitude de la première source
37 a2=1 # Amplitude de la seconde source
38
39 # Calcul de l'amplitude résultante (ne prend pas en compte la décroissance en
40 # 1/r que devrait avoir les ondes)
41 S1 = a1*np.cos(k*r1-w*t)
42 S2 = a2*np.cos(k*r2-w*t)
43 amplitude= S1 + S2
44
45 # Préparation des figures
46 fig=py.figure(figsize=[16,8],facecolor='w') # Taille globale
47 fig.add_axes([0.5,0.05,0.45,0.9],aspect='equal') # Figure de droite
48 image=py.imshow(amplitude, extent = [-lim,lim,-lim,lim]) # La superposition
49 py.plot([0],y1,'wo',markersize=5) # Position source 1
50 py.plot([0],y2,'wo',markersize=5) # Position source 2
51 py.axis([-lim,lim,-lim,lim]) # Avec axes gradués
52 #py.axis('off') # ou sans (au choix)
```

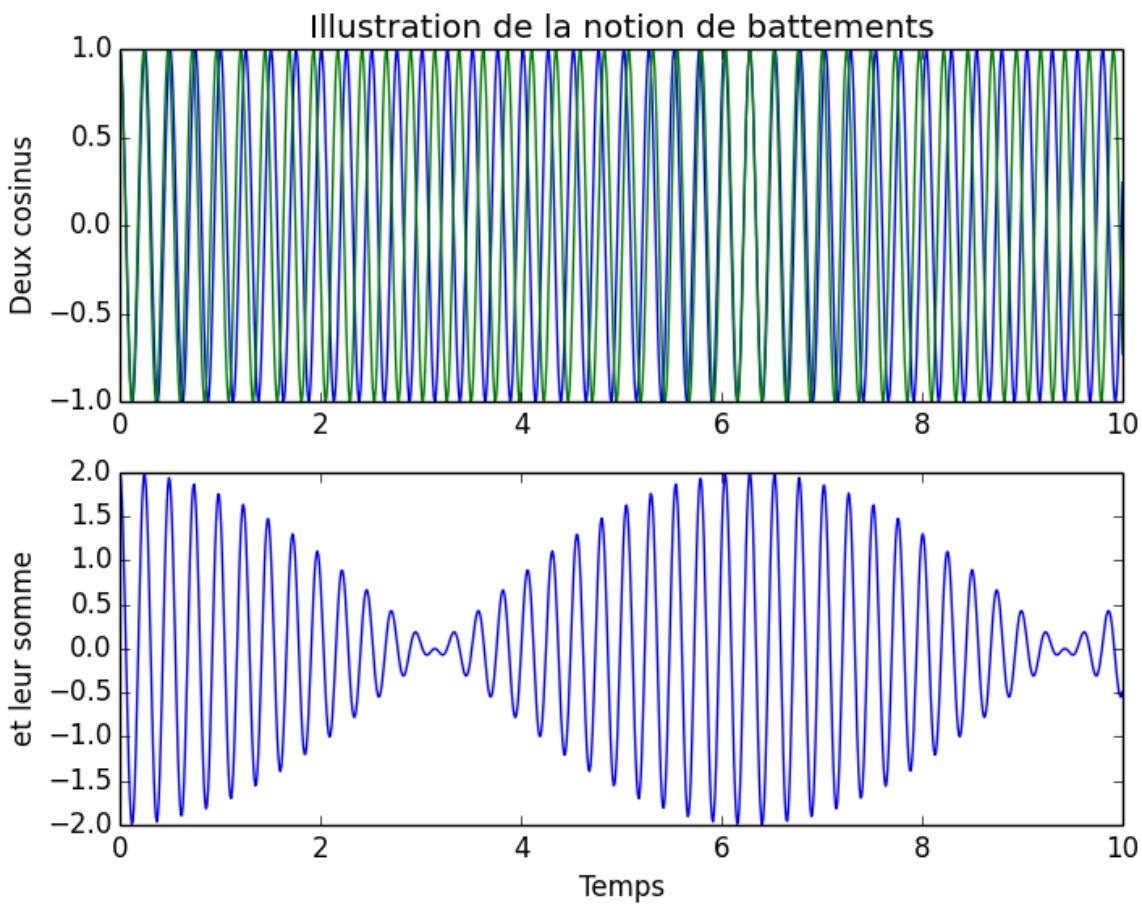
```
53 fig.add_axes([0.05,0.05,0.4,0.4],aspect='equal')          # Figure en bas à gauche
54 image2=py.imshow(S1, extent =[-lim,lim,-lim,lim])       # Action de S1 seule
55 py.plot([0],y1,'wo',markersize=5)                         # Position source 1
56 py.plot([0],y2,'wo',markersize=5)                         # Position source 2
57 py.axis([-lim,lim,-lim,lim])                                # Avec axes gradués
58 #py.axis('off')                                         # ou sans
59 fig.add_axes([0.05,0.5,0.4,0.4],aspect='equal')          # Figure en haut à gauche
60 image3=py.imshow(S2, extent = [-lim,lim,-lim,lim])        # Action de S2 seule
61 py.plot([0],y1,'wo',markersize=5)                         # Position source 1
62 py.plot([0],y2,'wo',markersize=5)                         # Position source 2
63 py.axis([-lim,lim,-lim,lim])                                # Avec axes gradués
64 #py.axis('off')                                         # ou sans
65
66 def animate(i): # Mise à jour des figures à chaque nouvelle frame
67     t=i*delta_t                                         # Nouveau temps
68     print(t)                                            # Feedback en cas de sauvegarde
69     S1 = a1*np.cos(k*r1-w*t)                            # Source 1
70     S2 = a2*np.cos(k*r2-w*t)                            # Source 2
71     amplitude= S1 + S2                                  # Superposition
72     image.set_data(amplitude)                           # Mise à jour données superposition
73     py.title('t=% .2f s'%(t))                          # Le titre avec l'instant choisi
74     image2.set_data(S1)                                 # Mise à jour source 1
75     image3.set_data(S2)                                 # Mise à jour source 2
76
77 # L'animation proprement dite
78 anim = animation.FuncAnimation(fig,animate,frames=int(10/delta_t),interval=20)
79
80 # À décommenter pour sauvegarder dans un fichier .mp4
81 #anim.save('PNG/S03_interferences_animation.mp4', fps=30)
82
83 # Sinon, on montre en direct
84 py.show()
```

Exemple I.8

S03 Battements

```
1 """
2 Simple illustration de la notion de battements par superposition de deux ondes
3 sinusoïdales de pulsation proches.
4 """
5
6 import numpy as np
7 import matplotlib.pyplot as plt
8
9
10 t = np.linspace(0,10,1000)      # Echantillonnage en temps
11 w1 = 25                         # La pulsation du premier signal
12 w2 = w1*1.04                     # La pulsation du second signal
```

```
13 S1 = np.cos(w1*t)          # Le premier signal proprement dit
14 S2 = np.cos(w2*t)          # Le second signal proprement dit
15 S3 = S1+S2                # La somme des deux
16
17 plt.subplot(211)            # La figure du dessus contient
18 plt.title('Illustration de la notion de battements')
19 plt.plot(t,S1)              # le premier signal et
20 plt.plot(t,S2)              # le second signal.
21 plt.ylabel('Deux cosinus')
22 plt.subplot(212)            # La figure du dessous
23 plt.plot(t,S3)              # contient leur somme
24 plt.ylabel('et leur somme')
25 plt.xlabel('Temps')
26 plt.savefig('PNG/S03_battements.png')
```



Exemple I.9

S03 Battements interactifs

```
1 """
2 Ce programme est proposé par Vincent Grenard (PCSI, Lycée Poincaré, Nancy).
3
4 Il produit une boîte de dialogue qui permet un tracé interactif des battements
```

```
5 en permettant de modifier les divers paramètres pour illustrer la notion de
6 battements.
7
8 """
9 import numpy as np
10 import pylab as py
11 from matplotlib.widgets import Slider, Button, RadioButtons
12
13 def s(t,w=1,a=1,phi=0):
14     return a*np.cos(3*w*t+phi)
15
16 t=np.linspace(0,100,5000)
17
18 fig = py.figure('Battement')
19 ax = fig.add_subplot(1,1,1)
20
21 py.subplots_adjust(left=0.2, bottom=0.35)
22 py.axis([0,0.8,0,0.8])
23
24 l1,l2 =py.plot([],[],'-k',[],[],'-r')
25
26 def rebond (event):
27     a1 = amplitude1.val
28     a2 = amplitude2.val
29     f2 = frequence2.val
30     phi = phase.val
31
32     t=np.linspace(0,100,1000)
33     l1.set_xdata(t)
34     y=s(t,a=a1)+s(t,f2,a2,phi)
35     l1.set_ydata(y)
36     l2.set_xdata(t)
37
38     if(a2==a1):
39         l2.set_ydata(s(t,(f2-1)/2.0,2*a2,phi/2.0))
40     else:
41         l2.set_ydata(np.sqrt(a1**2+a2**2+2*a1*a2*s(t,f2-1,1,phi)))
42 #     elif(a1>a2):
43 #         l2.set_ydata(np.abs(a1-a2)+np.abs(s(t,(f2-1)/2.0,2*a2,phi/2.0)))
44 #     else:
45 #         l2.set_ydata(np.abs(a2-a1)+np.abs(s(t,(f2-1)/2.0,2*a1,phi/2.0)))
46
47     ax.axes.axis([0,100,1.1*min(y),1.1*max(y)])
48     py.draw()
49
50
51
52
53
```

```
54 sld_amplitude1 = py.axes([0.2, 0.1, 0.7, 0.03], axisbg='grey')
55 sld_amplitude2 = py.axes([0.2, 0.15, 0.7, 0.03], axisbg='grey')
56 sld_frequence2 = py.axes([0.2, 0.2, 0.7, 0.03], axisbg='grey')
57 sld_phase2      = py.axes([0.2, 0.25, 0.7, 0.03], axisbg='grey')
58
59 amplitude1      = Slider(sld_amplitude1, 'amplitude 1', 0.0, 2.0, valinit=1)
60 amplitude2      = Slider(sld_amplitude2, 'amplitude 2', 0, 2.0, valinit=1)
61 frequence2       = Slider(sld_frequence2, r'$f_2/f_1$', 0.9, 1.1, valinit=1)
62 phase            = Slider(sld_phase2, r'$\varphi_2-\varphi_1$', 1, 5.0, valinit=0)
63
64 button_demarre = py.axes([0.7, 0.02, 0.2, 0.05])
65 button = Button(button_demarre, 'animation', color='grey', hovercolor='white')
66 button.on_clicked(rebond)
67
68 py.show()
```

Exemple I.10

S03 Battements et diagramme de Fresnel

```
1 """
2 Ce programme est proposé par Vincent Grenard (PCSI, Lycée Poincaré, Nancy).
3 Il a été adapté par JJ Fleck pour les cas d'amplitudes non égales.
4
5 Il s'agit de visualiser la construction de battements tout en regardant
6 l'évolution du diagramme de Fresnel correspondant.
7 """
8
9
10
11 import numpy as np           # Boîte à outils numériques
12 import matplotlib.pyplot as plt # Boîte à outils graphique
13 from matplotlib import animation # Pour les animations "au vol"
14 from cmath import *          # Pour les complexes, notamment phase()
15
16 omega=0.5                   # Pulsation principale
17 delta_omega=0.045            # Ecart de pulsation
18 delta_t=0.09                 # Intervalle de temps entre deux points
19 N=3000                       # Nombre total de points
20 A = 1.5                      # Amplitude du deuxième signal
21
22 # Définition des flèches "à la main"
23 fleche_x=np.array([0,1,0.95,1,0.95,1]) # Dessin suivant x
24 fleche_y=np.array([0,0,0.05,0,-0.05,0]) # Dessin suivant y
25
26 def rotation_fleche(theta):
27     """ Rotation du dessin de base d'une flèche """
28     fleche_rot_x=0.65*(fleche_x*np.cos(theta)-fleche_y*np.sin(theta))
29     fleche_rot_y=0.65*(fleche_x*np.sin(theta)+fleche_y*np.cos(theta))
```

```
30     return fleche_rot_x,fleche_rot_y
31
32 # On démarre le dessin proprement dit.
33 fig=plt.figure(figsize=(16,10),facecolor='w') # Définition de la figure
34 fig.add_axes([0.1,0.4,0.8,0.5])           # Partie supérieure
35 # Les flèches de bases
36 F1, =plt.plot(fleche_x,fleche_y,'g',lw=2)
37 F2, =plt.plot(A*fleche_x,A*fleche_y,'b',lw=2)
38 # Les flèches pour compléter les parallélogrammes
39 F21,=plt.plot(fleche_x+fleche_x[1],fleche_y+fleche_y[1],'-b',lw=2)
40 F12,=plt.plot(fleche_x+fleche_x[1],fleche_y+fleche_y[1],'-g',lw=2)
41 # La flèche totale
42 Ft ,=plt.plot((1+A)*fleche_x,(1+A)*fleche_y,'r',lw=2)
43 plt.axis('equal')                      # Aspect carré
44 plt.axis([-4.2,4.2,-2.2,2.2])        # Centrage de la figure
45 plt.axis('off')                       # On enlève les numéros
46 fig.add_axes([0.1,0.05,0.8,0.34])    # Partie inférieure
47 temps=np.arange(0,N*delta_t,delta_t) # Le temps et la somme des cosinus
48 somme=A*np.cos((omega+delta_omega)*temps)+np.cos(omega*temps)
49 S,=plt.plot(temps,somme)            # Le graphique correspondant
50
51 def init(): # On initialise tout avec des données vides
52     F1.set_xdata([])
53     F1.set_ydata([])
54     F2.set_xdata([])
55     F2.set_ydata([])
56     F21.set_xdata([])
57     F21.set_ydata([])
58     F12.set_xdata([])
59     F12.set_ydata([])
60     Ft.set_xdata([])
61     Ft.set_ydata([])
62     S.set_xdata([])
63     S.set_ydata([])
64     return F1,F2,F12,F21,Ft,S
65
66
67 def animate(i):                      # Fonction qui met à jour les données
68     t=delta_t*i                      # Le temps
69     # On utilise les complexes pour trouver le résultat final.
70     c1 = rect(1,omega*t)
71     c2 = rect(A,(omega+delta_omega)*t)
72     c3 = c1 + c2
73     # On effectue les trois rotations de la flèche de base
74     fx,fy=rotation_fleche(omega*t)
75     fx2,fy2=rotation_fleche((omega+delta_omega)*t)
76     fx3,fy3=rotation_fleche(phase(c3))
77     F1.set_xdata(fx)                 # Mise à jour de la flèche 1
78     F1.set_ydata(fy)
```

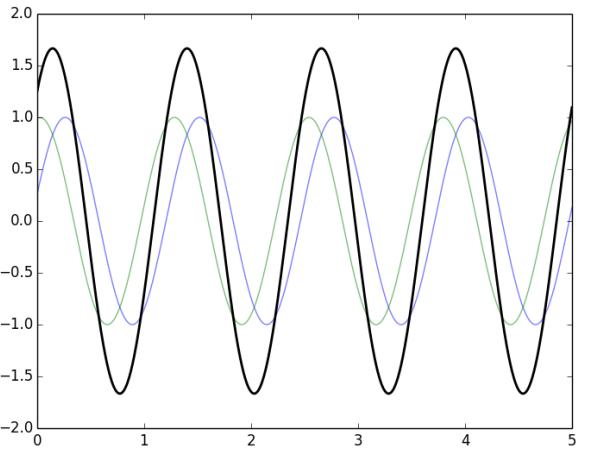
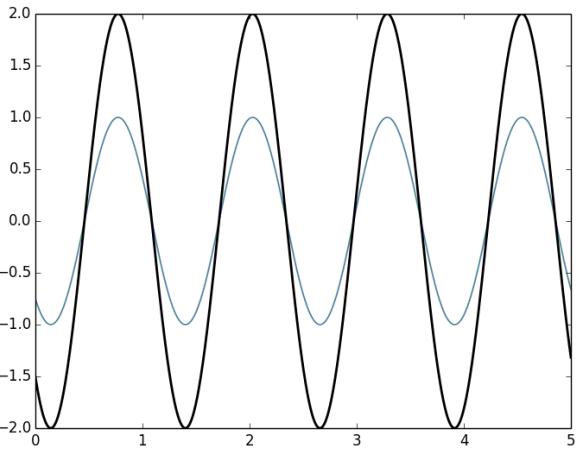
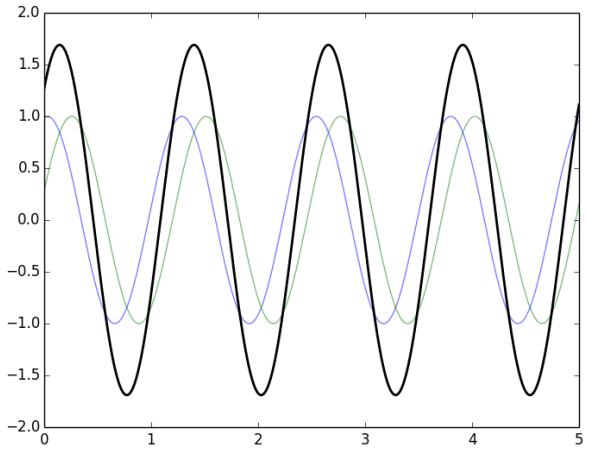
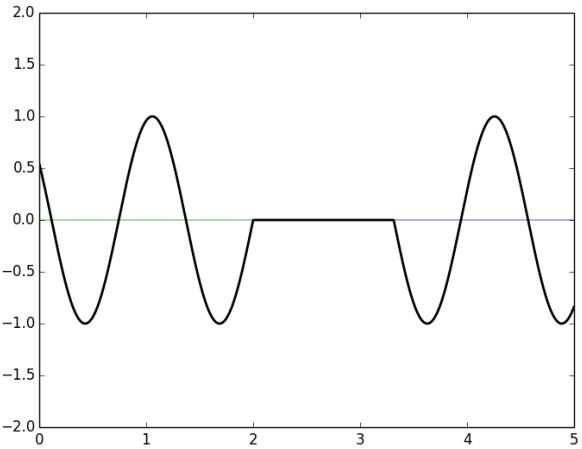
```
79     F2.set_xdata(A*fx2)      # Mise à jour de la flcèh 2
80     F2.set_ydata(A*fy2)
81     F21.set_xdata(A*fx2+fx[1])# Premier parallèlogramme
82     F21.set_ydata(A*fy2+fy[1])
83     F12.set_xdata(fx+A*fx2[1])# Second parallèlogramme
84     F12.set_ydata(fy+A*fy2[1])
85     Ft.set_xdata(abs(c3)*fx3)
86     Ft.set_ydata(abs(c3)*fy3)
87     S.set_xdata(temp[0:i])    # Mise à jour du graphique
88     S.set_ydata(somme[0:i])
89     return F1,F2,F12,F21,Ft,S
90
91 # Fabrication de l'animation
92 anim = animation.FuncAnimation(fig,animate,N,interval=20,init_func=init,
93                               blit=False,repeat=False)
94 # Décommenter la ligne suivante pour convertir l'animation en film .mp4
95 #anim.save('PNG/S03_battements_fresnel.mp4', fps=30,bitrate=50)
96
97 # Sinon on affiche l'animation à l'écran
98 plt.show()
```

Exemple I.11

S03 Ondes stationnaires

```
1 """
2 Mise en place d'ondes stationnaires par superposition d'ondes qui se propagent
3 dans les deux sens
4 """
5
6 import numpy as np          # Boîte à outils numériques
7 import matplotlib.pyplot as plt # Boîte à outils graphiques
8 import film                  # Boîte à outils vidéos
9
10 def source(x,t,x0=0,phi=0):
11     '''La fonction représentant notre source située en x0.'''
12     k,w = 5,1                  # Quelques constantes
13     r = np.sqrt((x-x0)**2)      # La distance à la source
14     u = k*r - w*t + phi        # La variable de déplacement
15     res = np.sin(u)            # Simple sinus
16     res[u > 0] = 0.0           # Pour s'assurer qu'à t<0, il n'y a pas d'onde
17     return res
18
19 x2 = 5                      # Position de la deuxième source (première en 0)
20 xmin,xmax = 0,x2             # Limites de la fenêtre d'échantillonnage
21 nb_points = 1000              # Nombre de points d'échantillonnage
22 phi = np.pi/2                # Déphasage de la deuxième source
23 tmin,tmax = 0,60              # L'intervalle de temps d'étude
24 dt = 0.1                     # Incrément de temps
```

```
25
26 base_name = 'PNG/S03_ondes_stationnaires'
27
28 t = tmin
29 i = 0
30 while t < tmax: # On commence la boucle temporelle
31     print(t) # Un peu de feedback
32     x = np.linspace(xmin,xmax,nb_points) # Échantillonnage horizontal
33     S1= source(x,t,0) # Effet de la première source
34     S2= source(x,t,x2,phi) # Effet de la seconde source
35     S = S1+S2 # Effet résultant
36     plt.plot(x,S1,alpha=0.5) # Affichage première source (bleu)
37     plt.plot(x,S2,alpha=0.5) # Affichage seconde source (vert)
38     plt.plot(x,S,'k',linewidth=2) # Affichage résultante (noir)
39     plt.ylim(-2,2) # On constraint l'échelle verticale
40     plt.savefig(base_name + '_{:04d}.png'.format(i)) # Sauvegarde
41     plt.clf() # Nettoyage
42     i+= 1 # et incrémentation
43     t+=dt # des compteurs
44
45 film.make_film(base_name) # Fabrication du film à la fin
```

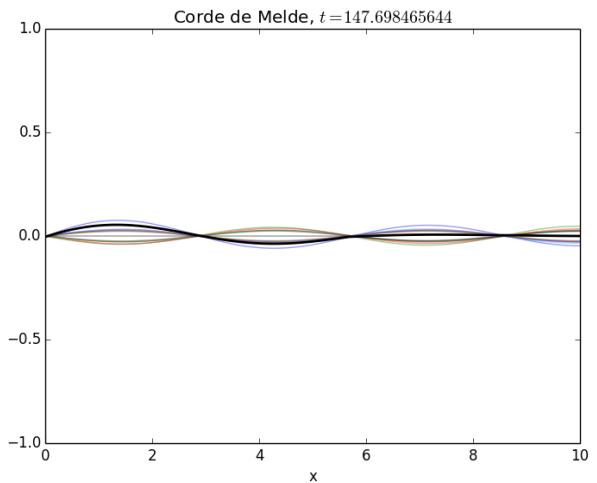
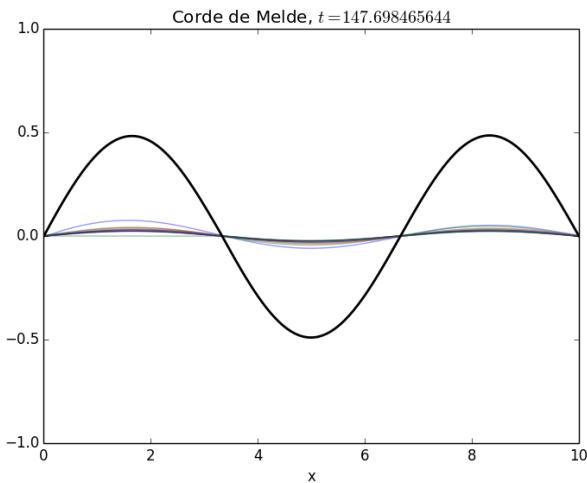


Exemple I.12

S03 Simulation d'une corde de Melde

```
1  """
2  Simulation d'un corde de Melde. Le but est de visualiser comment une onde de
3  faible amplitude au départ peut s'amplifier à mes que se réflexions
4  successives se superposent. On introduit une atténuation arbitraire de l'onde
5  pour forcer la convergence.
6  """
7
8  import numpy as np          # Boîte à outils numériques
9  import matplotlib.pyplot as plt # Boîte à outils graphiques
10 import film                  # Boîte à outils vidéos
11
12 def corde_de_melde(base_name,w=1,k=1,L=1,A=0.1,tmax=10,N=1000,ylim=None):
13     """
14     Produit un film (base_name + '_film.mpeg') d'une corde de Melde de
15     longueur L, fixée à droite et excitée à gauche par un moteur de pulsation
16     w imposant la propagation d'une onde d'amplitude de nombre d'onde k en
17     observant les réflexions régulièrre de l'onde jusqu'au temps tmax sur un
18     total de N images. Si ylim est précisé, il contiendra les limites
19     verticales, sinon c'est matplotlib qui décidera, ce qui déclenchera une
20     adaptation progressive de l'amplitude.
21     """
22     t = np.linspace(0,tmax,N)    # Échantillonnage en temps
23     for i,ti in enumerate(t):   # On les prends l'un après l'autre
24         print(ti)              # Un peu de feedback
25         fichier = base_name + '{:04d}'.format(i) # Nom du fichier
26         fait_corde(ti,file=fichier,w=w,k=k,L=L,A=A,ylim=ylim) # Dessin de la corde
27         film.make_film(base_name) # Fabrication du film à la fin
28
29 def fait_corde(t,file=None,w=1,k=1,L=1,A=0.1,ylim=None,nb_points=400):
30     """
31     Dessine effectivement la corde de Melde à l'instant t.
32     Si 'file' n'est pas renseigné, on l'affiche à l'écran.
33     """
34     x = np.linspace(0,L,nb_points)
35     plt.plot(x,corde(x,t,w,k,L,A),'k',linewidth=2.0)
36     if ylim: plt.ylim(ylim)
37     plt.title('Corde de Melde, $t={}$$'.format(t))
38     plt.xlabel('x')
39     if file:
40         plt.savefig(file)
41         plt.clf()
42     else:
43         plt.show()
44
45 def corde(x,t,w,k,L,A):
46     """
```

```
47      Calcul itératif de l'état de la corde
48      """
49      c = w/k                                # Vitesse de l'onde
50      u = w*t - k*x                         # Phase courante
51      u0= w*t                               # Phase maximale
52      resultat = A*f(u,u0)*be_positive(u)   # On commence par l'onde primordiale
53      plt.plot(x,resultat,alpha=0.4)         # que l'on représente en sus
54      for i in range(1,int(c*t/L)+1):        # Puis, on va "déplier la corde"
55          u -= k*L                            # On l'a déjà parcourue une fois
56          if i%2 == 0:                        # Si on cogne à gauche
57              addition = A*f(u,u0)*be_positive(u) # propagation vers la droite
58          else:                             # Sinon, il faut inverser (vers la gauche)
59              addition = list(reversed(- A*f(u,u0)*be_positive(u)))
60          plt.plot(x,addition,alpha=0.4)       # On représente l'onde après i réflexions
61          resultat += addition               # et on ajoute au total
62      return resultat                      # que l'on renvoie.
63
64 def be_positive(u):
65     """Fonction qui vaut 1 quand la phase est positive et zéro sinon."""
66     res = np.ones(u.shape)
67     res[u<0] = 0.0
68     return res
69
70 def f(u,u0):
71     """Fonction correspondant à l'onde proprement dite avec une atténuation
72     (un peu) arbitraire pour améliorer la convergence."""
73     return np.sin(u)/(1 + u0-u)**0.3
74
75 L=10                           # Longueur totale de la corde
76
77 lambda1 = 2*L/(3)             # Résonance: L = n * lambda/2
78 lambda2 = 2*L/(3+0.5)         # Anti-résonance: L = (n+1/2) * lambda/2
79
80 # Appel aux fonctions qui font effectivement les films.
81 corde_de_melde('PNG/S03_corde_de_melde_amplif',
82                 L=L,k=2*np.pi/lambda1,N=1500,ylim=(-1,1),tmax=150)
83 corde_de_melde('PNG/S03_corde_de_melde_non_amplif',
84                 L=L,k=2*np.pi/lambda2,N=1500,ylim=(-1,1),tmax=150)
```



Exemple I.13

S03 Diffraction

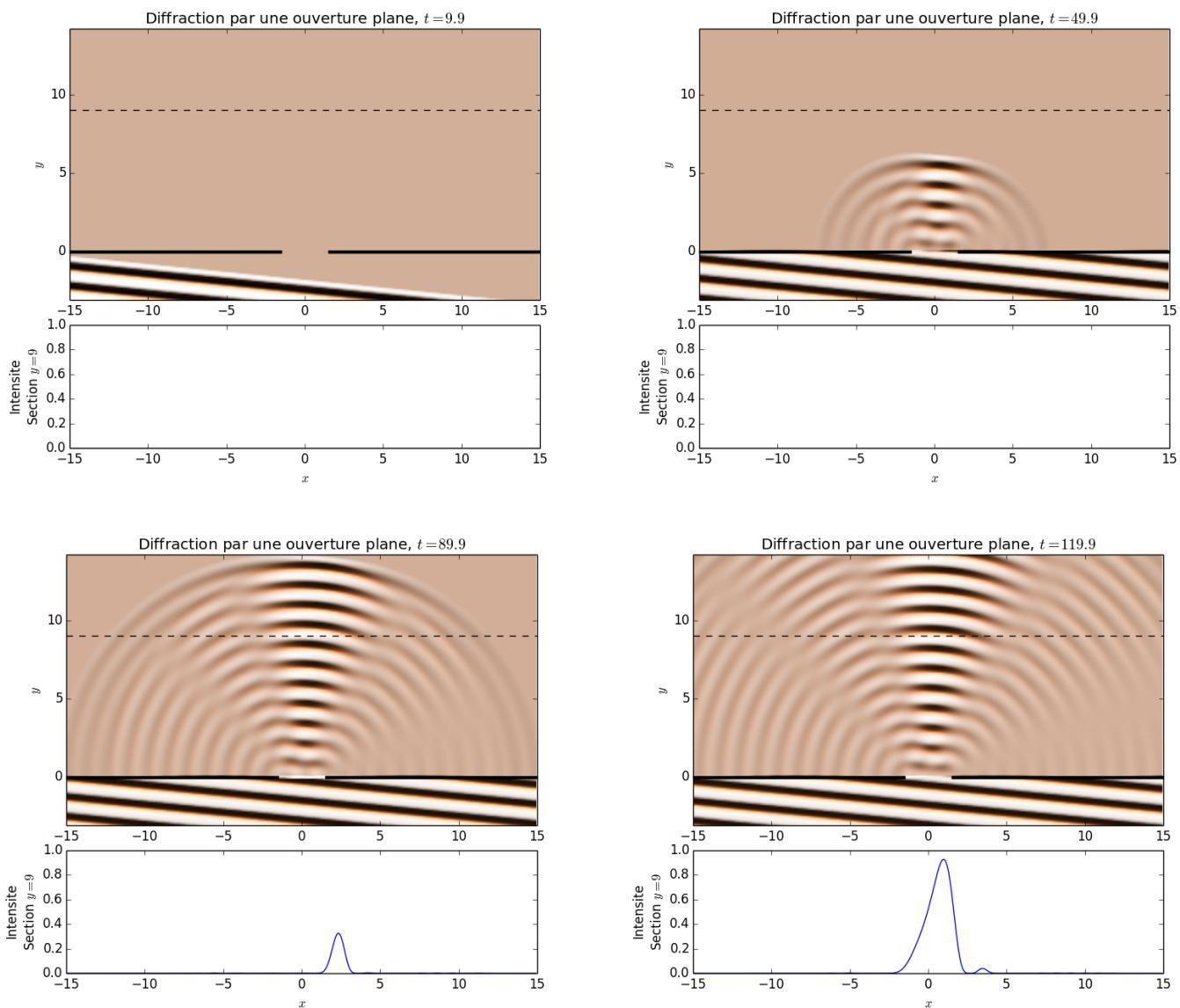
```
1   ''
2   Simulation d'un phénomène de diffraction par une ouverture rectangulaire après
3   arrivée d'une onde plane inclinée d'un certain angle theta0 par rapport à la
4   normale.
5
6   Le graphe du bas représente la coupe en intensité (amplitude au carré) sur un
7   écran situé à y fixé.
8
9   ''
10
11  import numpy as np          # Pour les facilités de calcul
12  import matplotlib.pyplot as plt # Pour les dessins
13  from matplotlib.colors import LightSource # Pour l'aspect en relief
14
15  shading = True               # Pour un "effet 3D"
16  k,w,epsilon = 5,1,1           # Quelques constantes
17  c = w/k                      # La vitesse des ondes
18  tmin,tmax = 0,150            # L'intervalle de temps d'étude
19  dt = 0.1                     # Le pas de temps
20  ycut = 9                      # Le plan de coupe en y
21  vmin,vmax=-1,1                # Les valeurs extrêmes de l'amplitude
22  trou = 3                      # La taille du trou
23  theta= 0.1                   # L'angle d'incidence (en radians)
24  ext = 15.0                   # Les limites de la fenêtre d'étude
25  dx,dy = 0.1,0.1              # Resolution
26  x = np.arange(-ext,ext,dx)    # Axe en x
27  y = np.arange(ext,-4,-dy)     # et en y (à l'envers du fait de imshow)
28  X,Y = np.meshgrid(x,y)        # pour produire la grille
29
30  # Pour définir correctement les limites de la fenêtre.
31  xmin, xmax, ymin, ymax = np.amin(x), np.amax(x), np.amin(y), np.amax(y)
```

```
32 extent = xmin, xmax, ymin, ymax
33
34 base_name = 'PNG/S03_diffraction' # Le nom par défaut
35
36 def point_source(x,y,t,x0=0,y0=0,theta=0):
37     '''La fonction représentant une source située en (x0,y0) produite par un
38     front d'onde incliné de theta.'''
39     u0= front(x0,y0,t,theta)          # Le front au niveau de la source secondaire
40     r = np.sqrt((x-x0)**2+(y-y0)**2) # La distance à la source
41     u = u0 + k*r                    # La variable de déplacement
42                                         # (w*t est déjà dans le u0)
43     res = np.sin(u)                # Simple sinus
44     res[u > 0] = 0.0              # Le facteur n'est pas passé...
45     return res
46
47 def front(x,y,t,theta=0):
48     '''Définition de la ligne du front d'onde plane.
49     À t=0, le front d'onde passe au point (0,ymin).'''
50     return k*(np.sin(theta)*x + np.cos(theta)*(y-ymin)) - w*t
51
52
53 def onde_plane(x,y,t,theta=0):
54     '''Fonction représentative d'une onde plane faisant un angle theta avec
55     la normale. À t=0, le front d'onde passe au point (0,ymin).'''
56     u = front(x,y,t,theta)
57     res = np.sin(u)                # Simple sinus
58     res[u > 0] = 0.0              # Pour s'assurer qu'à t<0, il n'y a pas d'onde
59     return res
60
61 def superposition(x,y,t,largeur_trou,theta=0):
62     '''Fonction calculant automatiquement la superposition des ondes après
63     passage pour l'ouverture de largeur 'largeur_trou'.'
64     # On commence par mettre l'onde plane partout.
65     res = onde_plane(x,y,t,theta)
66     # Ensuite, on réfléchit et on corrige pour le valeurs de y > 0
67     x_trou = np.arange(-largeur_trou/2,largeur_trou/2,dx)
68     S = sum([point_source(x,y,t,xt,0,theta) for xt in x_trou])/len(x_trou)
69     res[y > 0] = S[y > 0]
70     print(t)      # Un tout petit peu de feedback
71     return res    # et on renvoie le résultat à afficher
72
73 i = 0                      # Initialisation du compteur
74 for t in np.arange(tmin,tmax,dt): # On boucle sur le temps
75     i += 1                      # Incrémentation du compteur
76     Z = superposition(X,Y,t,trou,theta)
77
78     # Calcul à part pour la section de coupe.
79     x_trou = np.arange(-trou/2,trou/2,dx)
80     Zcut = (sum([point_source(x,ycut,t,xt,0,theta) for xt in x_trou])/len(x_trou))**2
```

```
81
82     # Ouverture de la figure et définition des sous-figures
83     plt.figure(figsize=(8,6.9))
84     ax1= plt.subplot2grid((3,2),(0,0),colspan=2, rowspan=2)
85     plt.title('Diffraction par une ouverture plane, $t={}$'.format(round(t,1)))
86     plt.ylabel('$y$')
87     plt.xlim((xmin,xmax))
88     plt.ylim((ymin,ymax))
89     if shading:
90         ls = LightSource(azdeg=20, altdeg=65) # create light source object.
91         rgb = ls.shade(Z,plt.cm.copper)      # shade data, creating an rgb array.
92         plt.imshow(rgb,extent=extent)
93     else:
94         plt.imshow(Z,interpolation='bilinear',extent=extent,cmap='jet',vmin=vmin,vmax=vmax)
95
96     # On rajoute deux barres pour les murs
97     plt.annotate(' ',xytext=(-ext,0),xy=(-trou/2,0),
98                  arrowprops=dict(facecolor='black',width=2,frac=0,headwidth=2))
99     plt.annotate(' ',xytext=( ext,0),xy=( trou/2,0),
100                  arrowprops=dict(facecolor='black',width=2,headwidth=2,frac=0))
101
102    plt.plot([-ext,ext],[ycut,ycut],'-k') # et l'endroit de la section.
103
104    # La figure du bas
105    ax2= plt.subplot2grid((3,2),(2,0),colspan=2,sharex=ax1)
106    plt.xlabel('$x$')
107    plt.ylabel('Intensité\nSection $y={}$'.format(ycut))
108    plt.ylim((0,vmax**2))
109    plt.plot(x,Zcut**2)
110
111    plt.savefig(base_name + '{:04d}.png'.format(i))
112    plt.close()
113
114    # Ne reste plus qu'à rassembler en un fichier mpeg à l'aide de convert puis de
115    # ppmtoy4m et mpeg2enc (paquet mjpegtools à installer sur la machine)
116
117    import os
118
119    cmd = '(for f in ' + base_name + '*png ; '
120    cmd+= 'do convert -density 100x100 $f -depth 8 -resize 700x500 PNM:- ; done)'
121    cmd+= ' | ppmtoy4m -S 420mpeg2'
122    cmd+= ' | mpeg2enc -f1 -b 12000 -q7 -G 30 -o {}film.mpeg'.format(base_name)
123
124    print("Execution de la commande de conversion")
125    print(cmd)
126    os.system(cmd)
127    print("Fin de la commande de conversion")
```

L'animation est disponible à l'adresse

http://pcsi.kleber.free.fr/IPT/doc/S03_diffraction_film.mpeg



Exemple I.14

S04 La lumière: une onde électromagnétique transverse

```
1     """
2     Ce programme est proposé par Vincent Grenard (PCSI, Lycée Poincaré, Nancy).
3
4     L'idée est de visualiser l'aspect transverse de la propagation d'une onde
5     électromagnétique pour introduire le cours d'optique et suite au cours sur la
6     propagation d'un signal.
7     """
8
9     import numpy as np
10    import matplotlib.pyplot as plt
11    from matplotlib import animation
12
13    w=2*np.pi
14    t=0
```

```
15 k=2
16
17 fleche_x=np.array([0,1,0.95,1,0.95,1])
18 fleche_y=np.array([0,0,0.05,0,-0.05,0])
19 fleche=np.zeros((2,len(fleche_x)))
20 fleche[0,:]=fleche_x
21 fleche[1,:]=fleche_y
22 #fleche[:,i]=les coordonnées du point i en colonne
23 theta=np.pi/6+np.pi#rotation pour donner une impression de projection 3D
24 fleche_rot_x=0.65*(fleche_x*np.cos(theta)-fleche_y*np.sin(theta))
25 fleche_rot_y=0.65*(fleche_x*np.sin(theta)+fleche_y*np.cos(theta))
26
27 fig=plt.figure(facecolor='w',figsize=[12,6])
28 plt.plot(fleche_x,fleche_y,lw=2)
29 #plt.plot(fleche_y,fleche_x,'-r',lw=2)
30 X=np.linspace(0,4,20)
31 plt.plot(X,0*X,'-b')
32 plt.plot([0,0],[-2,2],'-r')
33 plt.plot([2*fleche_rot_x[1],-2*fleche_rot_x[1]],[2*fleche_rot_y[1],-2*fleche_rot_y[1]],'-c')
34 l1=[]
35 l2=[]
36 plt.annotate('$\overrightarrow{E}$',(0,0),xytext=(-0.3,0.4),fontsize=20,color='r')
37 plt.annotate('$\overrightarrow{B}$',(0,0),xytext=(-0.6,-0.3),fontsize=20,color='c')
38 plt.annotate('$\overrightarrow{k}$',(0,0),xytext=(0.9,0.05),fontsize=20,color='b')
39 for (j,x) in enumerate(X):
40     amp=np.cos(w*t-k*x)
41     tmp=plt.plot(fleche_y*amp+x,fleche_x*amp,'-r',lw=2)
42     l1.append(tmp)
43     tmp=plt.plot(fleche_rot_x*amp+x,fleche_rot_y*amp,'-c',lw=2)
44     l2.append(tmp)
45 XX=np.linspace(X.min(),X.max(),100)
46 YY=np.cos(w*t-k*XX)
47 enveloppe_1=plt.plot(XX,YY,'-r')
48 enveloppe_2=plt.plot(YY*fleche_rot_x[1]+XX,YY*fleche_rot_y[1],'c')
49 #plt.plot()
50
51 #plt.plot(fleche_rot_x,fleche_rot_y,lw=2)
52 plt.axis('off')
53 plt.axis([X.min()-1,X.max()+1,-1.2,1.2])
54
55 def init():
56     for (j,x) in enumerate(X):
57         l1[j].set_xdata([])
58         l1[j].set_ydata([])
59         l2[j].set_xdata([])
60         l2[j].set_ydata([])
61         enveloppe_1.set_xdata([])
62         enveloppe_1.set_ydata([])
63         enveloppe_2.set_xdata([])
```

```
64     enveloppe_2.set_ydata([])  
65     return tuple(l1+l2+[enveloppe_1]+[enveloppe_2])  
66  
67 def animate(i):  
68     t=0.002*i  
69     for (j,x) in enumerate(X):  
70         amp=np.cos(w*t-k*x)  
71         l1[j].set_xdata(fleche_y*amp+x)  
72         l1[j].set_ydata(fleche_x*amp)  
73         l2[j].set_xdata(fleche_rot_x*amp+x)  
74         l2[j].set_ydata(fleche_rot_y*amp)  
75     YY=np.cos(w*t-k*XX)  
76     enveloppe_1.set_xdata(XX)  
77     enveloppe_1.set_ydata(YY)  
78     enveloppe_2.set_xdata(YY*fleche_rot_x[1]+XX)  
79     enveloppe_2.set_ydata(YY*fleche_rot_y[1])  
80     return tuple(l1+l2+[enveloppe_1]+[enveloppe_2])  
81  
82 anim = animation.FuncAnimation(fig,animate,2000,interval=20,init_func=init,blit=False)  
83 #anim.save('onde_EM.mp4', fps=30, bitrate=50)  
84 plt.show()
```

Exemple I.15

S04 Lois de Descartes

```
1 """  
2  
3 Petite animation turtle pour illustrer les lois de Descartes pour la  
4 réfraction. L'idée est de simuler la "classique" illustration par envoi d'un  
5 faisceau lumineux sur un hémicylindre de plexiglas et d'observer la direction  
6 prise par le rayon réfracté.  
7  
8 On va colorer différemment les rayons tous les 10 degrés pour suivre que le  
9 "tassement" s'observe principalement lorsque les angles incidents sont presque  
10 à la perpendiculaire de la normale.  
11 """  
12  
13  
14  
15 from math import *  
16 from turtle import *  
17  
18 R = 100          # Le rayon de courbure de la lentille  
19  
20 up()            # On soulève le crayon  
21 goto(0,R)        # On va en haut à gauche de la lentille  
22 right(90)       # On tourne pour commencer à descendre  
23 down()          # On pose le crayon
```

```
24 forward(2*R)           # On dessine le côté plat de la lentille
25 left(90)
26 circle(R,180)          # On trace le cercle sur 180 degrés
27 up()
28 goto(-200,0)           # Pour aller tracer l'axe optique
29 right(180)             # Retour dans l'axe
30 for i in range(20):
31     down()              # On pose le stylo,
32     forward(10)          # on avance en traçant,
33     up()                 # on relève le stylo,
34     forward(10)          # on avance sans tracer
35
36 n = 2.0                 # Indice du plexiglas
37 speed(10)               # On accélère un peu
38 COLORS = ['red','blue']  # Les deux couleurs tous les 10° incidents
39 color('red')             # On commence sur le rouge
40 radians()                # On passe en radians (pour turtle) pour utiliser sin et cos
41 for i in range(1,91):    # Un rayon tous les degrés
42     if i > 80: speed(2) # Si on est proche de la fin, on ralentit un peu
43     if i%10 == 9: color(COLORS[(i//10+1)%2]) # Changement de couleur
44     i = pi*i/180         # Conversion en radians
45     r = asin(sin(i)/n)   # Calcul de l'angle réfracté
46     up()                  # On soulève le stylo pour se placer au bon endroit
47     goto(-2*R*cos(i),-2*R*sin(i))
48     left(i)               # On prend la bonne direction
49     down()                # On pose le stylo
50     forward(2*R)          # jusqu'à atteindre l'interface
51     right(i-r)            # Là, on est réfracté
52     forward(2*R)          # et on continue notre route
53     up()                  # On se relève
54     right(r)              # et on se remet dans l'axe.
55
56
57 # À la fin, on attend 10s que l'orateur puisse expliquer aux élèves.
58 import time
59 time.sleep(10)
```

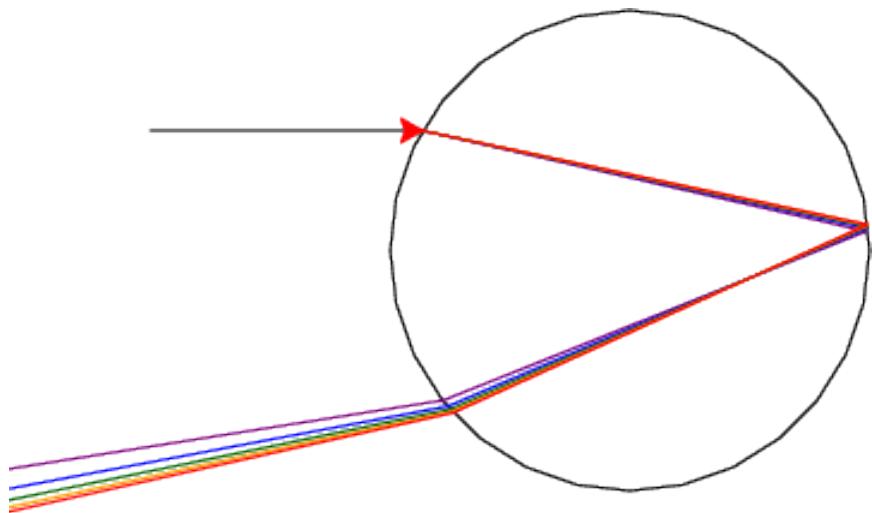
— Exemple I.16 —

S04 Réfraction dans une goutte: explication de l'arc-en-ciel

```
1 """
2 Programme conçu par Tom Morel (PCSI, lycée Jean Jaurès) pour visualiser
3 l'influence de la couleur du rayon incident lors de sa réfraction à
4 l'intérieur d'une goutte d'eau. Pour alléger les calculs, on approxime un peu
5 les expressions des cordes dans la goutte, mais cela reste parfaitement
6 correct au tracé.
7 """
8
```

```
9
10 from turtle import *    # Pour le dessin à l'écran
11 from math import *       # Pour les fonctions mathématiques
12
13 def Cauchy(x):
14     '''Fonction donnant l'indice du milieu en suivant la loi de Cauchy en
15     fonction de la longueur d'onde x donnée en mètres.'''
16     A=1.58
17     B=171*1e-16
18     n=A+(B/x**2)
19     return n
20
21 # On commence par les déclarations
22 R =100          # Rayon du cercle
23 yi=R/2          # Coordonnée y du premier rayon
24 xi=-2*R        # Coordonnée x du premier rayon
25 longueur=[400,500,600,700,800]           # Différentes longueurs d'onde
26 pal=['purple','blue','dark green','orange','red'] # et les couleurs associées
27 i= asin(yi/R)   # angle d'incidence du premier rayon (en radian)
28
29 # On démarre le dessin
30 up()            # On lève le crayon
31 goto(0,-R)      # On va au point de coordonnée (0,-R)
32 down()          # On pose le crayon
33 circle(R,360)   # On dessine le cercle
34 up()            # On relève le crayon
35 goto(xi,yi)    # On va au point de départ du rayon lumineux
36 down()          # On repose le crayon
37 goto(-sqrt(R*R-yi*yi),yi) # Et on va jusqu'à toucher la goutte d'eau
38
39 def imprime_ecran(n):
40     """ Récupère ce qui est affiché à l'écran. """
41     base_name = 'PNG/S04_arc_en_ciel_turtle'
42     getscreen().getcanvas().postscript(file=base_name + "{:02d}.eps".format(n))
43
44
45 delay(40)        # On ralentit un peu Speedy Gonzales...
46 # À présent, on va boucler sur les couleurs que l'on veut représenter
47 for j in range(len(longueur)):
48     color(pal[j])          # On change la couleur du trait
49     n= Cauchy(longueur[j]*1e-9) # Valeur de l'indice optique en fonction de lambda
50     r=asin(sin(i)/n)         # Angle de réfraction (en radian)
51     right((i-r)*180/pi)     # Tourner à droite d'un angle (i-r) en degré
52     forward(190)             # On avance (à peu près) de la distance adéquate
53     right(180-(2*r*180/pi)) # On tourne de pi-2*r à droite
54     forward(190)             # On réavance (à peu près) de la distance adéquate
55     right((i-r)*180/pi)     # Même configuration qu'à l'aller
56     forward(200)             # On sort de la goutte
57     up()                     # On relève le crayon
```

```
58     goto(-sqrt(R*R-yi*yi),yi)    # Et on retourne au point de départ
59     # Ne reste qu'à tourner à l'envers pour se remettre dans l'axe
60     left(2*(i-r)*180/pi+180-(2*r*180/pi))
61     down()                      # et on repose le crayon
62     imprime_ecran(j)          # On prends une petite photo pour la route
63
64
65 import time
66
67 time.sleep(30)
68
69 # L'important est bien sûr de montrer le dessin se construire en direct, mais
70 # si on veut en conserver une trace, on peut utiliser ce hack:
71
72 base_name = 'PNG/S04_arc_en_ciel_turtle'
73
74 ts = getscreen()
75 ts.getcanvas().postscript(file=base_name + ".eps")
76
77 import os # Pour pouvoir appeler BBcut et convert
78 os.system('./BBcut {}'.format(base_name))           # Pour tailler la bounding box
79 os.system('convert {}.{}.eps {}.{}.png'.format(base_name)) # Pour convertir en png
```



Exemple I.17

S05 Lentilles minces: construction graphique

```
1 """
2 Travail proposé par Vincent Grenard (PCSI, Lycée Poincaré, Nancy)
3
4 objectif : automatiser le tracé de rayon dans des lentilles
5 et sortir le code pstricks
6
7 je commence par une seule lentille, et on verra plus tard
8 si j'en met plusieurs
```

```
9      """
10
11 import numpy as np
12 import matplotlib.pyplot as plt
13
14 #####    data    #####
15
16 x_0 = 0 # position du centre optique 0
17 x_A = -3 # position de l'objet, < 0 pour réel, >0 pour virtuel
18 AB = 1 # taille de l'objet
19 f_p = 2 # f' : distance focale
20
21 ##### limite de l'espace #####
22 lim = [-8,8,-3,3] # xdeb xfin ydeb yfin
23 x_deb = lim[0]
24 x_fin = lim[1]
25 y_deb = lim[2]
26 y_fin = lim[3]
27 delta_x = x_fin - x_deb
28 delta_y = y_fin - y_deb
29
30 ##### calculs #####
31
32 ###BUG : gérer le cas x_A = - f_p
33 if x_A == x_0-f_p:
34     x_A = x_A*(1+2**-51) #mauvaise triche : trace un rayon mauvais
35
36 # relation de conjugaison : p' = pf'/(p+f')
37 # p = OA = x_A-x_0
38 x_A_p = x_0 + (x_A-x_0) * f_p / ( (x_A-x_0) + f_p)
39 # grandissement : A_pB_p/AB = OA_p/OA = p'/p = f'/(p+f')
40 A_pB_p = AB * f_p / ( (x_A-x_0) + f_p)
41
42
43 ##### affichage #####
44
45 #axe optique
46 plt.plot([x_deb,x_fin],[0,0],'-k')#axe optique
47 deb_fleche = x_fin - 0.025*delta_x
48 altitude_fleche = delta_y * 0.025
49 plt.plot( [deb_fleche,x_fin,deb_fleche],[altitude_fleche,0,-altitude_fleche],'-k') # fl
50
51 #lentille
52 plt.plot([x_0,x_0],[0.95*y_deb,0.95*y_fin],'-k',lw=2)
53 if f_p<0:
54     sg = -1
55 else:
56     sg = 1
57 lx_fl = 0.05*delta_x
```

```
58 ly_fl = sg * 0.05*delta_y
59 plt.plot([x_0-lx_fl,x_0,x_0+lx_fl],[0.95*y_fin-ly_fl,0.95*y_fin,0.95*y_fin-ly_fl],'-k',)
60 plt.plot([x_0-lx_fl,x_0,x_0+lx_fl],[0.95*y_deb+ly_fl,0.95*y_deb,0.95*y_deb+ly_fl],'-k',)
61 #foyers
62 plt.plot([x_0+f_p]*2,[delta_y*0.01,-delta_y*0.01])
63 plt.plot([x_0-f_p]*2,[delta_y*0.01,-delta_y*0.01])
64
65 #cas objet réel ou virtuel
66 if(x_A-x_0<0):
67     style = '-k'
68 else:
69     style = '--k'
70 if AB >0:
71     sg = 1
72 else:
73     sg = -1
74 plt.plot([x_A]*2,[0,AB],style)
75 lx_fl = 0.025*delta_x
76 ly_fl = sg*0.025*delta_y
77 plt.plot([x_A-lx_fl,x_A,x_A+lx_fl],[AB-ly_fl,AB,AB-ly_fl],style)
78
79 #image, cas image réelle ou virtuelle
80 if(x_A_p-x_0>0):
81     style = '-k'
82 else:
83     style = '--k'
84 if A_pB_p >0:
85     sg = 1
86 else:
87     sg = -1
88 plt.plot([x_A_p]*2,[0,A_pB_p],style)
89 lx_fl = 0.025*delta_x
90 ly_fl = sg*0.025*delta_y
91 plt.plot([x_A_p-lx_fl,x_A_p,x_A_p+lx_fl],[A_pB_p-ly_fl,A_pB_p,A_pB_p-ly_fl],style)
92
93 #premier rayon facile : par le centre et par l'objet
94 #thalès  $AB/(x_0-x_A) = y/(x_0-x_{deb})$ 
95 plt.plot([x_deb,x_fin],[(x_0-x_deb)/(x_0-x_A)*AB,(x_0-x_fin)/(x_0-x_A)*AB],'-r')
96
97 #2e rayon facile : parallèle à l'axe optique puis sort en passant par F'
98 #thalès :  $AB/f_p = -y/(x_{fin}-x_0-f_p)$ 
99 plt.plot([x_deb,x_0,x_fin],[AB,AB,-(x_fin-x_0-f_p)/f_p*AB],'-b')
100 plt.plot([x_0,x_A],[AB,AB],'-b') #si objet virtuel
101 plt.plot([x_0,x_A_p],[AB,A_pB_p],'-b')
102
103 #3e rayon facile : passe par F
104 # seulement si x_A n'est pas en F
105 if (abs(x_A-x_0+f_p)>2**(-8) * delta_x):
106     plt.plot([x_deb,x_0,x_fin],[(x_deb-x_0+f_p)/(f_p)*A_pB_p,A_pB_p,A_pB_p],'-g')
```

```
107     plt.plot([x_0,x_A],[A_pB_p,AB],'-g')
108     plt.plot([x_0,x_A_p],[A_pB_p,A_pB_p],'-g')
109
110 #show
111 plt.axis('off')
112 plt.axis(lim)
113 plt.show(False)
114
115
116 ##### génération du code pstricks
117 print(r"^\Hegin{pspicture}(",x_deb-0.1,"",y_deb-0.1,")(" ,x_fin+0.1,"",y_fin+0.1,")")
118 ## Axe optique
119 print(r"% axe optique")
120 print(r"\psline[arrowscale = 3]{>}(" ,x_deb,"",0)(",x_fin,"",0)")
121 print(r"\uput[90](" ,x_fin-0.1,"",0.1){$\Delta$}")
122 # Lentille convergente ou divergente
123 if (f_p<0):
124     arrow = '>-<'
125 else:
126     arrow = '<->'
127 print(r"%Lentille")
128 print(r"\psline[linewidth = 2pt,arrowscale = 2]{",arrow,"}(" ,x_0,"",y_deb,")(" ,x_0,"",
129 #objet réel ou virtuel
130 if(x_A-x_0>0):
131     style = r',linestyle = dashed]'
132 else:
133     style = ']'
134 print(r"% objet réel ou virtuel")
135 print(r"\psline[linewidth = 1.5pt"+style+"{>}(" ,x_A,"",0)(",x_A,"",AB,")")
136 if AB >0:
137     sg = 1
138 else:
139     sg = -1
140 print(r"\uput[" ,-sg*90,"](" ,x_A,"",0){$A$}")
141 print(r"\uput[" ,sg*90,"](" ,x_A,"",AB,"){$B$}")
142 #image réelle ou virtuelle
143 print(r"% image réelle ou virtuelle")
144 if(x_A_p-x_0<0):
145     style = r',linestyle = dashed]'
146 else:
147     style = ']'
148 print(r"\psline[linewidth = 1.5pt"+style+"{>}(" ,x_A_p,"",0)(",x_A_p,"",A_pB_p,")")
149 if A_pB_p >0:
150     sg = 1
151 else:
152     sg = -1
153 print(r"\uput[" ,-sg*90,"](" ,x_A_p,"",0){$A'$"})
154 print(r"\uput[" ,sg*90,"](" ,x_A_p,"",A_pB_p,"){$B'$"})
155 #premier rayon facile plt.plot([x_deb,x_fin],[ (x_0-x_deb)/(x_0-x_A)*AB, (x_0-x_fin)/(x_0-x_A)*A_pB_p])
```

```
156 print(r"% rayon non dévié, je mets le 0,0 dedans pour les arrow inside")
157 print(r"\psline[linecolor = red,ArrowInside = ->,arrowscale = 2](",x_deb,",",,(x_0-x_deb)
158 #2e rayon facile : parallèle à l'axe optique puis sort en passant par F'
159 print(r"% rayon indicent parallèle à l'axe optique")
160 print(r"\psline[linecolor = blue,ArrowInside = ->>,arrowscale = 2,ArrowInsideOffset=-0.3
161     x_deb,",,AB,")(",x_0,",,AB,")(",x_fin,",",
162     -(x_fin-x_0-f_p)/f_p*AB,")")
163 if x_A-x_0>0:#objet virtuel
164     print(r"\psline[linecolor = blue,linestyle = dashed](",
165         x_0,",,AB,")(",x_A,",,AB,")")
166 if x_A_p-x_0<0:#image virtuelle
167     print(r"\psline[linecolor = blue,linestyle = dashed](",
168         x_0,",,AB,")(",x_A_p,",,A_pB_p,")")
169 #3e rayon facile : passe par F ... seulement si x_A n'est pas en F
170 if (abs(x_A-x_0+f_p)>2**(-8) * delta_x):
171     print(r"\psline[linecolor = green,ArrowInside = ->>,nArrows=3,arrowscale = 2,ArrowIn
172         x_deb,",,-(x_deb-x_0+f_p)/(x_0-f_p)*A_pB_p,")(",
173         x_0,",,A_pB_p,")(",
174         x_fin,",,,A_pB_p,")")
175 if x_A-x_0>0:#objet virtuel
176     print(r"\psline[linecolor = green,linestyle = dashed](",
177         x_0,",,A_pB_p,")(",x_A,",,AB,")")
178 if x_A_p-x_0<0:#image virtuelle
179     print(r"\psline[linecolor = green,linestyle = dashed](",
180         x_0,",,A_pB_p,")(",x_A_p,",,A_pB_p,")")
181 print(r""")
182 print(r"""
183 print(r"""
184 print(r"\end{pspicture*}")

185
186
187
188 plt.show()
```

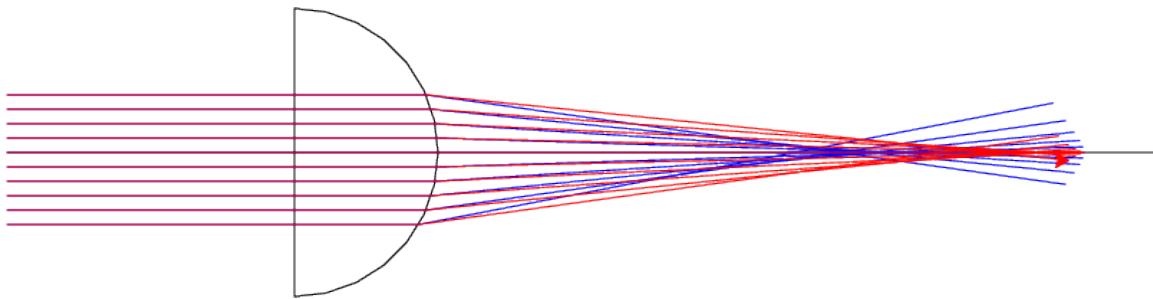
Exemple I.18

S05 Distortion chromatique au passage d'une lentille

```
1 """
2 Programme conçu par Tom Morel (PCSI, lycée Jean Jaurès) pour visualiser
3 l'influence de la couleur du rayon incident sur la distance focale d'une
4 lentille sphérique
5 """
6
7 from math import *      # Pour les fonctions mathématiques
8 from turtle import *    # Pour les dessins à l'écran (appelé après math pour radians())
9
10
11 def Cauchy(x):
```

```
12      '''Fonction donnant l'indice du milieu en suivant la loi de Cauchy en
13      fonction de la longueur d'onde x donnée en mètres.'''
14      A=1.2
15      B=171*1e-16
16      n=A+(B/x**2)
17      return n
18
19      N= 10                      # nombre de rayons à dessiner
20      xi= - 200                   # coordonnée xi de départ
21      yi= -50                     # coordonnée yi de départ
22      longueur=[400,800]          # différentes longueurs d'onde
23      pal=['blue','red']          # et les couleurs associées
24      R = 100                     # Le rayon de courbure de la lentille
25
26      up()                         # On soulève le crayon
27      goto(0,R)                   # On va en haut à gauche de la lentille
28      right(90)                  # On tourne pour commencer à descendre
29      down()                      # On pose le crayon
30      forward(2*R)                # On dessine le côté plat de la lentille
31      left(90)                   # On se remet dans l'axe
32      circle(R,180)              # On trace le cercle sur 180 degrés
33      up()                         # On soulève
34      goto(-200,0)                # Pour aller tracer l'axe optique
35      down()                      # On pose le stylo
36      right(180)                 # Retour dans l'axe
37      forward(800)                # et tracé effectif
38
39      radians()                   # On passe les angles en radians.
40
41      for j in range(len(longueur)): # On boucle sur les couleurs
42          color(pal[j])           # Sélection de la couleur
43          n=Cauchy(longueur[j]*1e-9) # On récupère l'indice optique
44          yi=-R/2                  # Ordonnée initiale
45          for i in range(N):       # On boucle sur les rayons à dessiner
46              up()                  # On lève le crayon
47              goto(-200,yi)         # On se place
48              down()                # et c'est parti !
49              goto(sqrt(100**2-yi**2),yi) # On traverse jusqu'à la face sphérique
50              alpha=asin(yi/100)     # Angle d'incidence sur la face de sortie
51              theta=asin(n*yi/100)   # Angle après réfraction dans l'air
52              right(theta-alpha)    # On tourne de l'angle de déviation
53              forward(450)          # On complète le tracé
54              left(theta-alpha)    # et on se remet dans l'axe
55              yi=yi+(R/N)           # Définition de la prochaine ordonnée
56
57      # L'important est bien sûr de montrer le dessin se construire en direct, mais
58      # si on veut en conserver une trace, on peut utiliser ce hack:
59
60      base_name = 'PNG/S05_distortion_chromatique'
```

```
61
62 ts = getscreen()
63 ts.getcanvas().postscript(file=base_name + ".eps")
64
65 import os # Pour pouvoir appeler BBcut et convert
66 os.system('~/BBcut {}.eps'.format(base_name))           # Pour tailler la bounding box
67 os.system('convert {}.eps {}.png'.format(base_name)) # Pour convertir en png
```



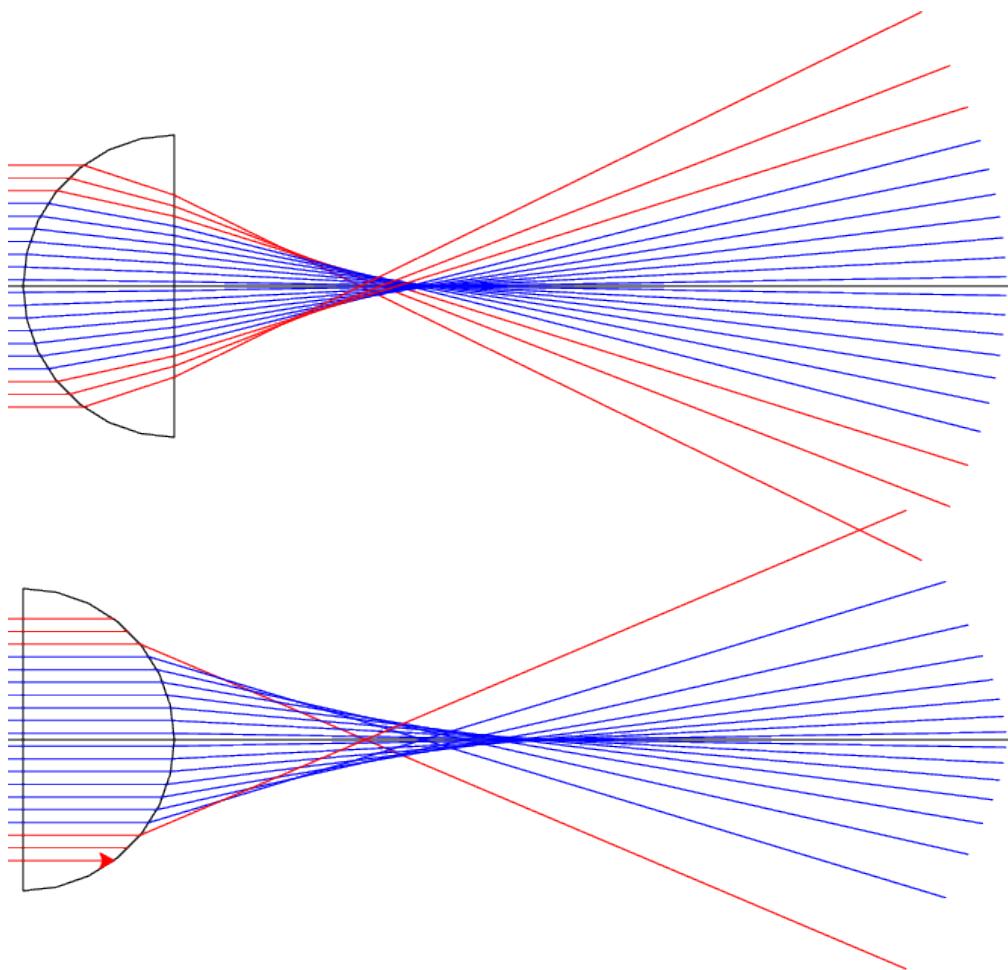
Exemple I.19

S05 Illustration de la règle des 4P: Plus Près, Plus Plat

```
"""
1 Programme conçu par Tom Morel (PCSI, lycée Jean Jaurès) pour visualiser
2 l'influence de la position du côté plat pour la qualité d'une image. On se
3 rend compte que lorsque le côté plat est du côté où l'objet/image est au plus
4 près (règle des 4P), les aberrations géométriques sont moins prononcées.
5 Effets de bords intéressants:
6 * la lentille étant non-symétrique, le centre optique n'est pas au milieu
7 (d'où le décalage observé pour le foyer dans les deux positions).
8 * dans le 2e cas, certains rayons ne peuvent pas ressortir de la lentille du
9 fait du phénomène de réflexion totale.
10 """
11
12
13 from math import *    # Pour les calculs
14 from turtle import *   # Pour la tortue du LOGO
15
16 n = 1.4                # Indice choisi pour le verre
17 N = 20                  # Nombre de rayons à dessiner
18 xi= - 400               # Coordonnée xi de départ des rayons
19 yi= 80                 # Coordonnée relative yi de départ du premier rayon
20
21 R = 100                 # Rayon de courbure de la lentille
22 decal = 1.5*R            # Moitié du décalage vertical entre les deux images
23 ylim = 60                # À partir de quand colorie-t-on les rayons en rouge
24
25 # Dessin de la première lentille
26 up()                    # On lève le crayon
27 goto(xi+2*R,-R+decal)   # Position de départ en bas à droite
28 left(90)                # On va vers le haut
29 down()                  # On pose le crayon
```

```
30 forward(2*R)           # Tracé de la partie plane
31 left(90)                # On se positionne vers la gauche
32 circle(R,180)            # et on fait le demi-cercle
33 up()                     # On lève le crayon
34 goto(xi,decal)           # Préparation de l'axe optique
35 down()                  # On pose le crayon
36 forward(800)             # et on le trace
37
38 # Dessin de la seconde lentille
39 up()                     # On lève le crayon
40 goto(xi+R,-R-decal)      # Position de départ en bas à gauche
41 left(90)                 # On va vers le haut
42 down()                   # On pose le crayon
43 forward(2*R)              # Tracé de la partie plane
44 right(90)                # On se positionne vers la droite
45 circle(-R,180)            # et on fait le demi-cercle
46 up()                     # On lève le crayon
47 goto(xi,-decal)           # Préparation de l'axe optique
48 right(180)                # Demi-tour droite !
49 down()                   # On pose le crayon
50 forward(800)              # et on le trace
51
52 radians()                # À partir d'ici, on passe en radians pour les angles
53
54 for i in range(N):        # Boucle sur les rayons à tracer
55     up()                   # On lève le crayon
56     goto(xi,yi+decal)       # pour se mettre au point de départ
57     down()                  # puis on le repose pour commencer le tracé
58     alpha=asin(yi/R)         # Angle par rapport à la normale 1ère interface
59     beta=asin(yi/(n*R))      # Angle de réfraction 1ère interface air/verre
60     xa=-R*cos(alpha)-2*R   # Là où on va toucher la 1ère interface
61     if abs(yi)>=ylim:       # On met les rayons extrêmes
62         color('red')          # en rouge
63     else:                   # et les autres
64         color('blue')          # en bleu
65     goto(xa,yi+decal)        # Allons jusqu'au contact avec la lentille
66     # Un petit calcul pour la position du contact avec la 2e interface
67     yb=yi+(xa+2*R)*tan(alpha-beta)
68     goto(-2*R,yb+decal)      # On y va !
69     # Et on calcule l'angle de réfraction en sortie de cette 2e interface
70     gamma=asin(n*sin(alpha-beta))
71     right(gamma)             # La tortue étant toujours horizontale, on tourne de cet angle
72     forward(550)              # On avance tout droit
73     left(gamma)               # et on se remet à l'horizontale pour le tracé suivant
74
75     up()                     # On passe à présent au second schéma avec un levé de crayon
76     goto(xi,yi-decal)         # pour se mettre au point de départ
77     down()                   # et on repose le crayon.
78     alpha=asin(yi/R)          # Angle par rapport à la normale 2ème interface
```

```
79     xa= R*cos(alpha)-3*R # Contact avec la 2ère interface (la partie plane est sans effet
80     if abs(yi)>=ylim:   # On met les rayons extrêmes
81         color('red')    # en rouge
82     else:               # et les autres
83         color('blue')   # en bleu
84     goto(xa,yi-decal)  # On va jusqu'au contact
85     try:                # Attention, il est possible qu'il y ait réflexion totale
86         beta=asin(n*yi/R) # si ce calcul échoue...
87         right(-alpha+beta)# Si tout va bien, on tourne
88         forward(550)      # on avance
89         left(-alpha+beta) # et on se remet dans l'axe
90     except: pass        # Cas de la réflexion totale: on ne fait rien de plus
91
92     yi=yi-(160/(N-1))    # Passage au rayon suivant.
93
94 # L'important est bien sûr de montrer le dessin se construire en direct, mais
95 # si on veut en conserver une trace, on peut utiliser ce hack:
96
97 base_name = 'PNG/S05_gauss_4P'
98
99 ts = getscreen()
100 ts.getcanvas().postscript(file=base_name + ".eps")
101
102 import os # Pour pouvoir appeler BBcut et convert
103 os.system('./BBcut {}'.format(base_name))           # Pour tailler la bounding box
104 os.system('convert {}{}.eps {}{}.png'.format(base_name)) # Pour convertir en png
```

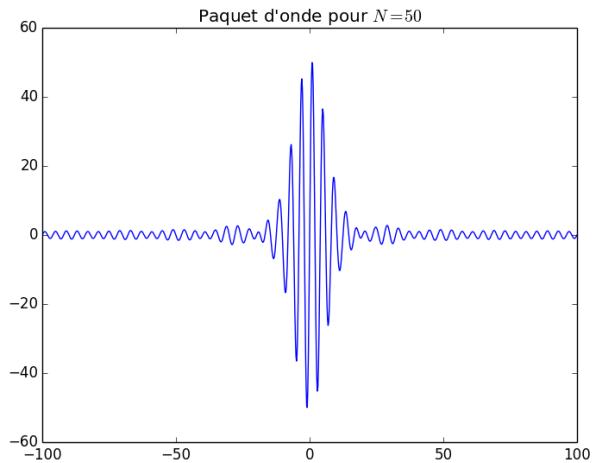
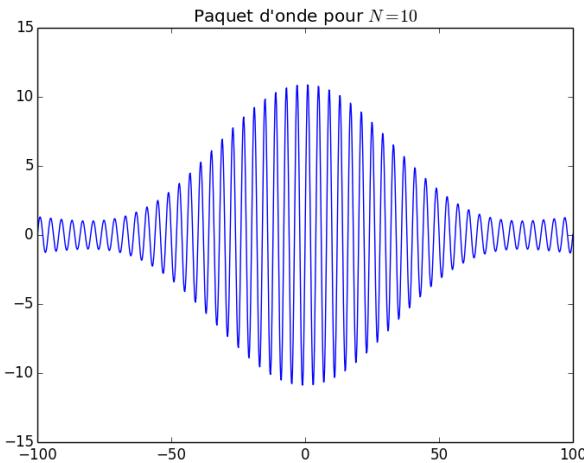


Exemple I.20

S06 Construction d'un paquet d'onde pour la Mécanique Quantique

```
1  """ Implémentation proposée par Miriam Heckmann, PCSI3, Lycée Kléber """
2
3  import numpy as np          # Pour la fonction linspace, zeros et la trigonométrie
4  import matplotlib.pyplot as plt # Boîte à outils graphiques
5
6  def paquet_d_onde(N):
7      """Construction d'un paquet d'onde à N ondes"""
8      nb_points=1000           # Le nombre de points d'échantillonage
9      x=np.linspace(-100,100,nb_points) # Échantillonnage en position
10     y=np.zeros(nb_points)        # Création d'une liste de zéros
11
12    for i in range(N):
13        y += (1-i/N)*np.sin(np.pi*x/(2+i/100))+(1-i/N)*np.sin(np.pi*x/(2-i/100))
14    plt.plot(x,y)
15    plt.title("Paquet d'onde pour $N={}$".format(N))
16    plt.savefig('PNG/S06_paquet_d_ondes_MQ_N{:03d}.png'.format(N))
17    plt.clf()
18
19 paquet_d_onde(10)
```

20 paquet_d onde(50)



— Exemple I.21 —

S06 Interférences quantique avec des atomes froids

```
1 """
2 Ce programme est proposé par Vincent Grenard (PCSI, Lycée Poincaré, Nancy).
3
4 Animation pour le cours "introduction au monde quantique"
5 Résultat d'interférence lors d'expérience de lacher d'atome à travers des fentes
6 (ou de passage de photon unique à travers des fentes)
7 """
8
9 import random as r
10 import numpy as np
11 import matplotlib.pyplot as plt
12 from matplotlib import animation
13
14 # Tire N nombre au pif, calcule 1+cosinus et si c'est plus petit qu'un nombre
15 # aléatoire, on le garde. Ainsi on a une distribution de proba qui a l'air d'être
16 # en 1+cos, mais on tire plein de nombres aléatoires pour rien
17 N=500000
18 L=np.random.uniform(-15,15,N)
19 proba_affichage=1+np.cos(L)
20 affiche=proba_affichage<np.random.uniform(0,2,N)
21 xdata=L[affiche]
22 ydata=np.random.uniform(0,2,len(xdata))
23 #plt.figure()
24 #plt.hist(xdata,100)
25
26
27 fig=plt.figure(facecolor='w')
28 fig.add_axes([0,0,1,1])
29 l=plt.plot(xdata,ydata,'o',markersize=3,markeredgecolor='b')
```

```
30 plt.axis('off')
31
32 def animate(n):
33     #     i=n+np.floor(10**((0.1*n))-1
34     i=n+np.floor(2**((0.01*n))-1
35     l.set_xdata(xdata[:i])
36     l.set_ydata(ydata[:i])
37     return l,
38
39 anim = animation.FuncAnimation(fig,animate,2000,interval=20,blit=False,repeat=False)
40 #anim.save('PNG/S06_interferences_atomes_froids.mp4', fps=30,bitrate=50)
41 plt.show()
42
43 #fig=plt.figure(facecolor='w')
44 #fig.add_axes([0,0,1,1])
45 #l=plt.plot(xdata[:N/10],ydata[:N/10], 'o', markersize=3,markeredgecolor='b')
46 #plt.axis('off')
47 #fig.savefig("interference_atome_froid.eps")
```

Exemple I.22

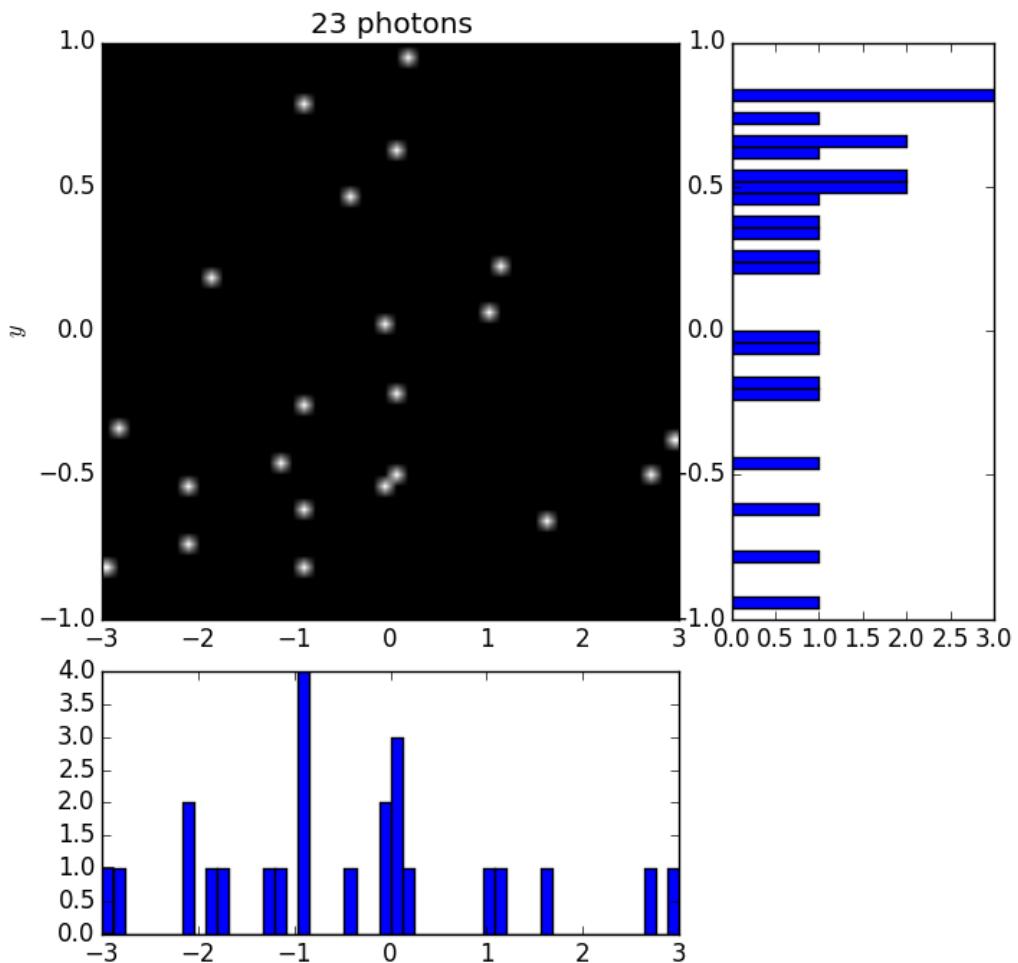
S06 Interférences à un photon

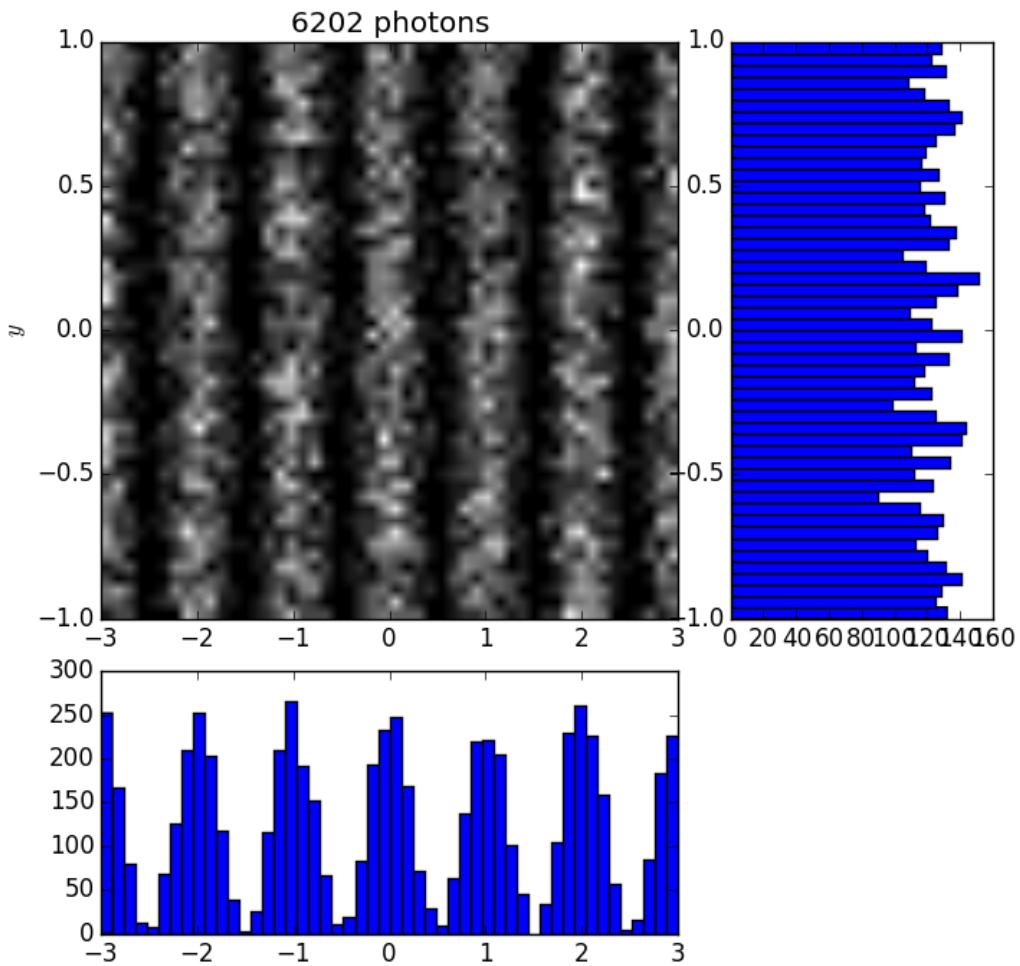
```
1 """
2 Travail inspiré à la fois par un script de Vincent Grenard (PCSI, Lycée
3 Poincaré, Nancy) et un autre de Jean-Pierre Simond (MPSI, Lycée Kléber,
4 Strasbourg).
5
6 L'idée est de présenter une animation de ce qui se passe quand on envoie des
7 photons un par un dans un système de deux fentes fines.
8
9 """
10
11
12
13
14 import numpy as np          # Boîte à outils numériques
15 import random as rd         # Tirages aléatoire par loi uniforme
16 import scipy as sp          # Simple alias
17 import scipy.interpolate    # Pour l'interpolation (interp1d)
18 import scipy.integrate       # Pour l'intégration (cumtrapz et quad)
19 import matplotlib.pyplot as plt # Boîte à outils graphiques
20 from matplotlib import animation # Pour l'animation progressive
21
22 ######
23 # Les limites du champ de vue
24 Xmin,Xmax = -3,3
25 Ymin,Ymax = -1,1
26 extent = Xmin,Xmax,Ymin,Ymax
```

```
27 Xpixel=50 #Nombre de pixels selon X
28 Ypixel=50 #Nombre de pixels selon Y
29 Nbre_Photos=10000
30
31 ######
32 # Densité de probabilité en x, elle est uniforme sur y (donc directement
33 # donnée par rd.random()).
34
35 # Profil voulu (non normalisé)
36
37 def pb(x):
38     return 1 + np.cos(2*np.pi*x) # Version interférences simples
39     # Version en incluant la diffraction
40     # return (1 + np.cos(2*np.pi*x)) * (np.sin(x)/(x+1e-4))**2
41
42 # Normalisation (calculée à part pour économiser des calculs)
43 pb_norm = sp.integrate.quad(pb,Xmin,Xmax)[0]
44
45 # Probabilité normalisée
46 def p(x): return pb(x) / pb_norm
47
48 # On va échantillonner la proba normalisée pour pouvoir l'intégrer
49 X = np.linspace(Xmin,Xmax,10000)
50 pX= p(X)
51 PX= sp.integrate.cumtrapz(pX,X,initial=0) # Densité de probabilité cumulée en x
52 # La fonction réciproque (cf le TP09 sur pcsi.kleber.free.fr/IPT/)
53 HX= lambda x: float(sp.interpolate.interp1d(PX,X)(x))
54
55
56 ######
57 #initialisation des listes des positions des photons
58 ListeX=[]
59 ListeY=[]
60 #Tirage des valeurs de x et y pour tous les photons
61 for i in range(Nbre_Photos):
62     # Tirage des valeurs de x et y que l'on range dans deux listes:
63     # * x par la méthode de l'antécédent à partir d'une distribution uniforme
64     # présentée dans le TP09 sur pcsi.kleber.free.fr/IPT/
65     alea=rd.random()
66     ListeX.append(HX(alea))
67     # * y par une simple distribution uniforme
68     ListeY.append(Ymin+(Ymax-Ymin)*rd.random())
69 # Conversion en np.array pour les facilités de slicing
70 ListeX = np.array(ListeX)
71 ListeY = np.array(ListeY)
72
73 # La figure globale
74 fig = plt.figure(figsize=(8,7.76))
75 # L'image des interférences
```

```
76 ax1= plt.subplot2grid((3,3),(0,0),colspan=2, rowspan=2)
77 Image = np.zeros((Xpixel,Ypixel))
78 im = ax1.imshow(Image,cmap='gray',extent=extent,aspect='auto')
79 plt.ylabel('y$')
80 # La figure du bas
81 ax2= plt.subplot2grid((3,3),(2,0),colspan=2,sharex=ax1)
82 plt.xlabel('x$')
83 histX = plt.hist([1,0,1],bins=Xpixel,range=(Xmin,Xmax))
84
85 # La figure de droite
86 ax3= plt.subplot2grid((3,3),(0,2),rowspan=2,sharey=ax1)
87 histY = plt.hist([1,0,1],bins=Ypixel,orientation='horizontal',range=(Ymin,Ymax))
88
89 def init():
90     im.set_data(Image)
91     im.autoscale()
92
93
94 N = 1 # Compteur externe du nombre de photon
95 dN = 1 # et l'incrément au départ du compteur
96
97 def animate(i):
98     global N,dN
99     if i == 100: dN = 10 # Une première accélération
100    if i == 200: dN = 100 # Une seconde accélération
101    N += dN # Incrémentation du nombre de photons à afficher
102    if N < Nbre_Photos: # Tant qu'on ne va pas trop loin...
103        ax1.set_title('{} photons'.format(N)) # Un peu de feedback
104        for j in range(dN): # On regarde où tapent les photons du lot considéré
105            # Calcul de la Position X et Y du photon reçu (en pixel)
106            # C'est un facteur d'échelle pour passer de [Xmin,Xmax] à [0,Xpixel]
107            PositionX=int(Xpixel*(ListeX[N-j]-Xmin)/(Xmax-Xmin))
108            # Pareil en Y
109            PositionY=int(Ypixel*(ListeY[N-j]-Ymin)/(Ymax-Ymin))
110            # Incrémentation de la valeur du pixel où arrive le photon.
111            Image[PositionY][PositionX]+=1
112        im.set_data(Image) # Mise à jour de l'image
113        im.autoscale() # Et adaptation de la luminosité
114        # On refait les histogrammes
115        ax2.clear()
116        ax2.hist(ListeX[:N+1],bins=Xpixel,range=(Xmin,Xmax))
117        ax3.clear()
118        ax3.hist(ListeY[:N+1],bins=Ypixel,orientation='horizontal',range=(Ymin,Ymax))
119        # On fait deux images pour faire joli dans py4phys.pdf
120        if i == 20: plt.savefig('PNG/S06_interferences_un_photon_debut.png')
121        if i == 250: plt.savefig('PNG/S06_interferences_un_photon_fin.png')
122
123 # L'animation proprement dite
124 anim = animation.FuncAnimation(fig,animate,frames=300,interval=1)
```

```
125  
126 # À décommenter pour sauvegarder dans un fichier .mp4 (il faut alors commenter  
127 # plt.show() ou réinitialiser N et dN)  
128 #anim.save('PNG/S06_interferences_un_photon.mp4', fps=30)  
129  
130 plt.show()
```





Exemple I.23

S06 Évolution temporelle d'une fonction d'onde dans un potentiel donné

1 """

2

3 *Le programme suivant est quasiment entièrement repris depuis le MOOC
4 Statistical Mechanics: Algorithms and Computations de Werner Krauth (ENS) avec
5 la participation de Michaël Kopf, Vivien Lecomte et Alberto Rosso.*

6

7 *Le programme a été adapté d'un programme fourni dans le tutorial 5 concernant
8 l'évolution temporelle (en partant du concept de "temps imaginaire") en
9 mécanique quantique.*

10

11 *L'idée est de partir de la fonction d'onde et de lui appliquer le formalisme
12 d'évolution à partir d'opérateur exponentiels faisant intervenir à la fois le
13 potentiel $V(x)$ dans lequel on place la particule (cas des multiplications
14 simples) et le hamiltonien de la particule libre ($H_{\text{free}} = p^2/2m$).*

15

```
16  Tout ceci est extrêmement bien expliqué dans le tutorial 5 du MOOC à suivre
17  sur la page https://www.coursera.org/course/smac
18
19  Bien sûr tout ceci est normalisé de sorte que  $\hbar=1$  et  $m=1$ 
20
21  """
22
23  import numpy as np          # Boîte à outils numériques
24  import scipy as sp           # Simple alias
25  import scipy.integrate       # Pour l'intégration (cumtrapz)
26  import matplotlib.pyplot as plt # Boîte à outils graphiques
27  from matplotlib import animation # Pour l'animation progressive
28
29  def funct_potential(x):
30      """
31          Le potentiel dans lequel est plongé la particule. On fournit plusieurs
32          types de potentiel, il suffit de commenter/décommenter les zones
33          intéressantes pour changer selon les besoins.
34      """
35          # Potentiel de la boîte fermée:
36          if abs(x) > 3: return 1e150 # Presque l'infini...
37          else: return 0.0
38          #
39          # Potentiel pour voir l'effet tunnel
40          #if x < -3: return 1e150
41          #elif 3 <= x <= 4: return 1.0
42          #else: return 0.0
43          #
44          # Potentiel pour un oscillateur harmonique
45          #return x**2/9
46
47  steps = 200      # Echantillonnage en  $x$  et  $p$ 
48  x_min = -10.0
49  x_max = 10.0
50  grid_x, dx = np.linspace(x_min, x_max, steps, retstep = True) # Grille des valeurs en  $x$ 
51  # $p_{max} = 1/dx$ 
52  # $p_{min} = -p_{max}$ 
53  p_max,p_min = x_max,x_min
54  grid_p, dp = np.linspace(p_min, p_max, steps, retstep = True) # ainsi qu'en  $p$ 
55  delta_t = 0.01 # Pas de temps
56  t = 0
57  nb_images = 10000
58
59
60  # Échantillonage du potentiel utilisé
61  potential = np.array([funct_potential(x) for x in grid_x])
62
63  # Définition de la fonction d'onde que l'on va faire évoluer temporellement
64  # par la suite. Ici, on donne l'exemple d'une combinaison de deux états
```

```
65 # propres du puit infini. (à changer si vous changer de potentiel...)
66
67 psi = np.sin(np.pi*(grid_x+3)/6) + np.sin(2*np.pi*(grid_x+3)/6)
68 psi[abs(grid_x)>3] = 0.0 # La fonction d'onde est nulle en dehors du puit infini
69 norm = ((np.abs(psi)**2).sum() * dx)
70 psi /= norm**0.5 # Normalisation (ne pas oublier la racine...)
71
72 def fourier_x_to_p(phi_x, dx):
73     """
74     Transformée de Fourier de la fonction d'onde psi(x)
75     Ne pas oublier de définir grid_x et grid_p "accordingly" et en variables globales.
76     """
77     phi_p = [(phi_x * np.exp(-1j * p * grid_x)).sum() * dx for p in grid_p]
78     return np.array(phi_p)
79
80 def fourier_p_to_x(phi_p, dp):
81     """
82     Transformée de Fourier inverse de la fonction d'onde hat{psi}(p) dans le
83     domaine impulsional.
84     Ne pas oublier de définir grid_x et grid_p "accordingly" et en variables globales.
85     """
86     phi_x = [(phi_p * np.exp(1j * x * grid_p)).sum() for x in grid_x]
87     return np.array(phi_x) / (2.0 * np.pi)
88
89 def time_step_evolution(psi0, potential, grid_x, grid_p, dx, dp, delta_t):
90     """
91     Évolution temporelle proprement dite. On utilise l'approximation
92
93     psi(t+dt) = exp(-i*dt*V(x)/2) * exp(-i*dt*H_free) * exp(-i*dt*V(x)/2) * psi(t)
94
95     Voir tutorial 5 du MOOC https://www.coursera.org/course/smac pour le
96     détail des explications.
97     """
98     psi0 = np.exp(-1j * potential * delta_t / 2.0) * psi0 # Multiplication réelle
99     psi0 = fourier_x_to_p(psi0, dx) # Passage dans le domaine imp...
100    psi0 = np.exp(-1j * grid_p**2 * delta_t / 2.0) * psi0 # Où H est simple ! ( $p^2/2m$ )
101    psi0 = fourier_p_to_x(psi0, dp) # Repassage en coordonnées r...
102    psi0 = np.exp(-1j * potential * delta_t / 2.0) * psi0 # donc simple multiplication
103    norm = ((np.abs(psi0)**2).sum() * dx) # On renormalise (pour éviter les dérivées?)
104    psi0/= norm**0.5
105    return psi0 # Renvoi de la fonction d'onde
106
107
108 # Définition de la figure (on fait deux "axes" de sorte à mettre deux échelles
109 # graduées, une pour la fonction d'onde et l'autre pour le potentiel)
110
111 fig, ax1 = plt.subplots()
112 ax2 = ax1.twinx() # Making an evil twin :o)
113 #ax2 = ax1
```

```
114 # On dessine la fonction d'onde sur l'axe de gauche (ax1)
115 psi_line, = ax1.plot(grid_x, np.abs(psi)**2, 'g', linewidth = 2.0, label = '$|\psi(x)|^2$')
116 #ax1.set_xlim(-6, 6)
117 ax1.set_ylim(0, max(np.abs(psi)**2)*1.5)
118 ax1.set_xlabel('$x$', fontsize = 20)
119 ax1.set_ylabel('Densité de probabilité $|\psi|^2$')
120 ax1.legend(loc=2)
121 # En revanche, on fait le potentiel sur l'axe de droite (ax2)
122 ax2.plot(grid_x, potential, 'k', linewidth = 2.0, label = '$V(x)$')
123 ax2.set_ylabel('Potentiel')
124 ax2.set_ylim(0, max(np.abs(psi)**2)*1.5)
125 ax2.set_ylimits(0,2)
126 plt.title('time = {}'.format(t))
127 plt.legend(loc=1)

128
129 def init():
130     pass

131
132 def animate(i):
133     global psi
134     t = i*delta_t
135     psi = time_step_evolution(psi, potential, grid_x, grid_p, dx, dp, delta_t)
136     # Je n'arrive pas à comprendre pourquoi une fois sur deux on se récupère
137     # une facteur correctif de 3600... Ca ne semble pas dépendre du nombre de
138     # points d'échantillonnage, ni de l'extension de l'intervalle initial en
139     # x. Le problème est déjà présent sur les fichiers proposés par le MOOC de
140     # l'ENS, mais ils ont gentiment mis cela sous le tapis en ne prenant
141     # qu'une image sur 4...
142     #if i%2 == 0:
143     #    psi_line.set_ydata(np.abs(psi)**2)
144     #else:
145     #    correction = 3*1e3*1.2
146     #    correction = 1
147     #    psi_line.set_ydata(np.abs(psi)**2*correction)
148     # Trouvé !!! C'est la normalisation à qui il manquait une racine
149     # (forcément, on normalisait avec la somme des $\psi^2$, il fallait bien
150     # prendre la racine...). Donc plus besoin de correction :o)
151     psi_line.set_ydata(np.abs(psi)**2)
152     plt.title('time = {}'.format(t))

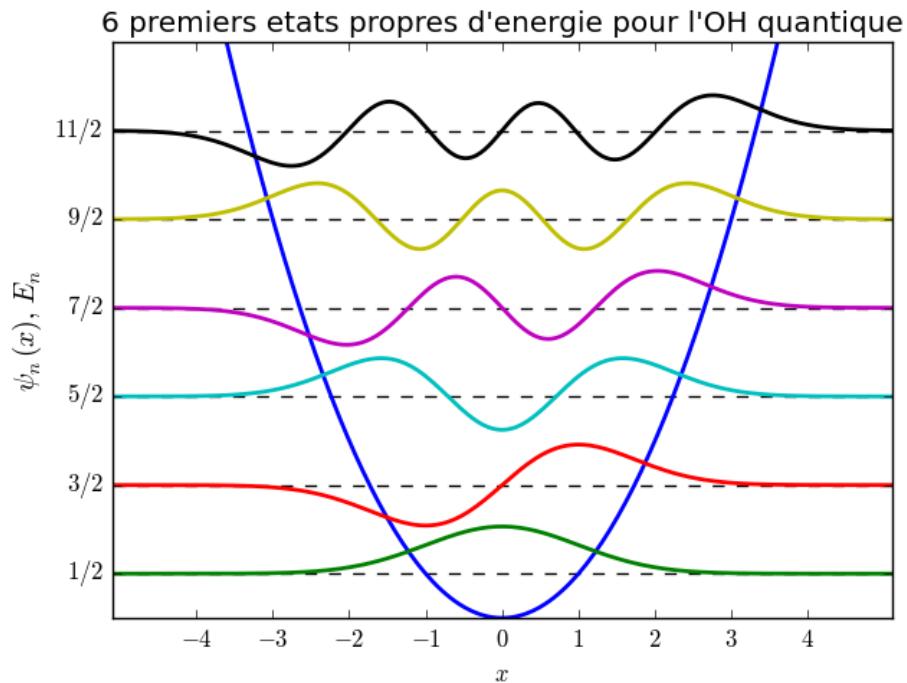
153
154
155 # L'animation proprement dite
156 anim = animation.FuncAnimation(fig,animate,frames=nb_images,interval=33)
157
158 plt.show()
```

Exemple I.24

S06 Tracé des fonctions d'onde propre de l'oscillateur harmonique quantique

```
1  """
2
3  Travail de Pierre Chary (PCSI, Lycée Buffon, Paris) pour représenter les
4  fonctions d'ondes correspondant aux premiers états propres de l'oscillateur
5  harmonique quantique.
6
7  """
8
9
10 from math import factorial, pi, sqrt
11 import numpy
12 from numpy.polynomial.hermite import hermval
13 import matplotlib.pyplot as plt
14
15 # Mettre la variable suivante à 'None' pour affichage via plt.show()
16 out_file = 'PNG/S06_etats_propres_oscillateur_harmonique.png'
17
18 n_states = 6
19 states = range(n_states)
20 energylevels = [s + 0.5 for s in states]
21 x_max = sqrt(2*n_states + 1) + 1.5
22 xs = numpy.linspace(-x_max,x_max,200)
23 ys = xs**2 / 2
24
25 def psi(n, xs):
26     return 0.4*sqrt(1./(2**n * factorial(n)) * sqrt(pi)) \
27             * numpy.exp(-xs**2/2) \
28             * hermval(xs, [0]*n+[1])
29
30 plt.figure(figsize=(7,5))
31 plt.plot(xs, ys, linewidth=2)
32 plt.xticks(range(-int(x_max) + 1, int(x_max)),
33             ["$%d$" % (i) for i in range(-int(x_max) + 1, int(x_max))])
34 plt.yticks(energylevels, ["$%d/2$" % (2*s + 1) for s in states])
35 plt.hlines(energylevels, -x_max, x_max, linestyles='dashed')
36
37 for state in states:
38     plt.plot(xs, psi(state, xs) + state + 0.5, linewidth=2)
39
40 plt.title("%d premiers états propres d'énergie pour l'OH quantique" % (n_states))
41 plt.xlabel('$x$')
42 plt.ylabel('$|\psi_n(x)|^2$ E_n', fontsize=14)
43 plt.xlim([-x_max,x_max])
44 plt.ylim([0, max(energylevels) + 1])
45 if out_file: plt.savefig(out_file)
```

```
46 else : plt.show()
```



Exemple I.25

S07 Résolution électrique par pivot de Gauss

Exemple I.26

S08 Réseau électrique du premier ordre simple

Exemple I.27

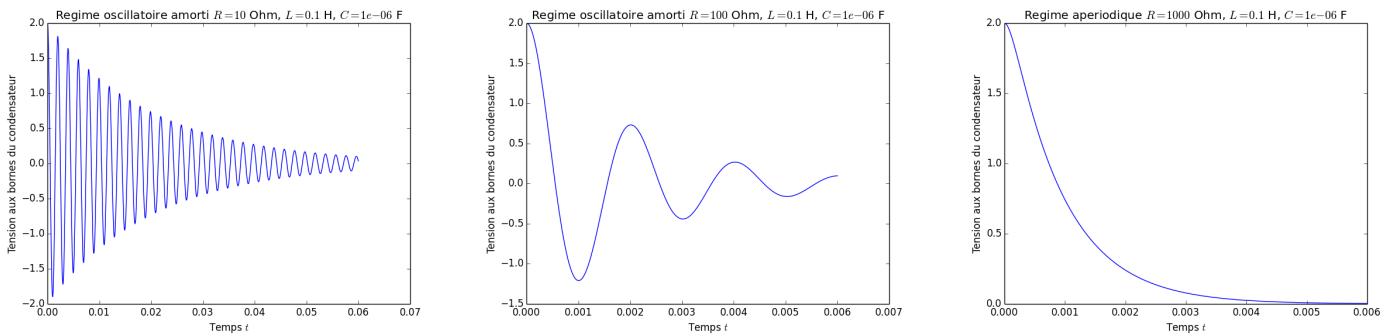
S08 Réseau électrique complexe

Exemple I.28

S09 Oscillateur amorti en régime libre

```
1 """ Implémentation proposée par Miriam Heckmann, PCSI3, Lycée Kléber. """
2
3 import numpy as np          # Pour la fonction linspace, zeros et la trigo
4 import scipy as sp           # Simple alias usuel
5 import scipy.integrate       # Pour l'intégration
6 import matplotlib.pyplot as plt # Boîte à outils graphiques
7
8 def RLC(R=1e2,L=0.1,C=1e-6,u0=2,du0=0,fichier=None,intervalle=None):
9     """
10    Réponse de la tension aux bornes du condensateur pour un circuit RLC
11    série. En cas d'absence du nom de fichier, le script fait un affichage
12    interactif du graphique à l'aide de plt.show(). De même, si l'intervalle
13    de temps n'est pas spécifié (sous forme d'un doublet), l'affichage se fait
```

```
14      de 0 à 3tau.  
15      """  
16      omega0=1/np.sqrt(L*C)          # Pulsation propre  
17      Q=(np.sqrt(L/C))/R           # Facteur de qualité  
18      tau=2*Q/omega0              # Temps de relaxation  
19  
20      if Q > 0.5: tit='Regime oscillatoire amorti'  
21      if Q == 0.5: tit='Regime critique'  
22      if Q < 0.5: tit='Regime aperiodique'  
23  
24      tit += ' $R={}$ Ohm, $L={}$ H, $C={}$ F'.format(R,L,C)  
25  
26      def equadiff(y,t):  
27          u,vu = y                  # y contient tension et dérivée de te  
28          return [vu , - omega0**2 * u - 2*vu/tau] # On renvoie un doublet pour [du/dt, d  
29  
30      nb_points=1000                # Le nombre de points d'un graphe  
31      if intervalle:  
32          a,b = intervalle  
33          t = np.linspace(a,b,nb_points)  
34      else:  
35          t=np.linspace(0,3*tau,nb_points)        # La fonction linspace crée une liste  
36  
37      plt.clf()  
38  
39      sol = sp.integrate.odeint(equadiff,[u0,du0],t)# Intégration proprement dite  
40      u = sol[:,0]                      # Récupération de la position  
41      plt.plot(t,u)                   # et affichage  
42  
43      plt.title(tit)                 # annotations  
44      plt.ylabel('Tension aux bornes du condensateur')  
45      plt.xlabel('Temps $t$')  
46  
47      if fichier:  
48          plt.savefig(fichier)       # Sauvegarde dans un fichier  
49      else:  
50          plt.show()               # Affichage à l'écran  
51  
52      RLC(R=10,fichier='PNG/S09_oscillateur_amorti_libre_R00010.png')  
53      RLC(R=100,fichier='PNG/S09_oscillateur_amorti_libre_R00100.png')  
54      RLC(R=1000,fichier='PNG/S09_oscillateur_amorti_libre_R01000.png',intervalle=(0,0.006))
```



Exemple I.29

S10 Oscillateur amorti en régime forcé

Exemple I.30

S11 Module pour dessiner un diagramme de Bode

Voici un petit module qui sert pour dessiner les diagrammes de Bode des sections suivantes.

```

1   """
2   Petit module pour rassembler la procédure de tracé de diagramme de Bode pour
3   pouvoir se concentrer uniquement sur ce qu'il y a autour.
4   """
5
6   import matplotlib.pyplot as plt # Pour les dessins
7
8   def diag_bode(f,GdB,phase,out_file,titre=None):
9       '''Dessine un diagramme de bode quand on donne la fréquence, le gain et la
10      phase correspondants. Le résultat est écrit dans le fichier 'out_file'.'''
11      plt.figure()                      # Ouverture de la figure
12      plt.subplot(211)                   # La première sous-figure
13      if titre: plt.title(titre)        # Rajout du titre si demandé
14      plt.semilogx(f, GdB)              # Graphique semi-log en x pour le gain
15      plt.grid(which='both')            # On rajoute la grille
16      plt.ylabel(r'Gain (dB)')          # Label vertical
17      plt.subplot(212)                  # La seconde sous-figure
18      plt.semilogx(f, phase)           # Graphique semi-log en x pour la phase
19      plt.ylabel(r'Phase (deg)')         # Label en y
20      plt.xlabel(r'Fréquence (Hz)')     # et label en x commun
21      plt.grid(which='both')            # On rajoute la grille
22      plt.savefig(out_file)            # Sauvegarde du fichier
23      plt.close()                      # et fermeture de la figure
24
25  # Le module signal possède une fonction "bode" dédiée que l'on va utiliser
26  from scipy import signal
27
28  def second_ordre(f0,Q,filename='defaut.png',type='PBs',f=None):
29      '''Petite fonction pour faciliter l'utilisation de la fonction "bode" du
30      module "signal" quand on s'intéresse à des filtres du 2e ordre. Il suffit
31      de donner la fréquence propre f0 et le facteur de qualité Q pour obtenir
```

```

32 ce que l'on veut. Autres paramètres:
33 * filename: le nom du fichier ('defaut.png' par défaut)
34 * type: le type du filtre, à choisir parmi 'PBs' (passe-bas),
35 'PBd' (passe-bande) et 'Pht' (passe-haut). On peut aussi définir soi-même
36 le numérateur sous forme d'une liste de plusieurs éléments, le degré le
37 plus haut donné en premier. NB: le '1.01' des définitions est juste là
38 pour améliorer sans effort le rendu graphique.
39 * f: les fréquences à échantillonner (si None, la fonction choisit
40 d'elle-même un intervalle adéquat).
41 ''
42 den = [1./f0**2,1./(Q*f0),1] # Le dénominateur de la fonction de transfert
43 if type == 'PBs': num = [1.01] # Le numérateur pour un passe-bas
44 elif type == 'PBd': num = [1.01/(Q*f0),0] # pour un passe-bande
45 elif type == 'Pht': num = [1.01/f0**2,0,0] # pour un passe-haut
46 else: num = type # sinon, c'est l'utilisateur qui le définit
47 s1 = signal.lti(num,den) # Définition de la fonction de transfert
48 f, GdB, phase = signal.bode(s1,f) # Obtention des valeurs adéquates
49 diag_bode(f,GdB,phase,filename) # Dessin du diagramme proprement dit

```

Exemple I.31

S11 Filtre intégrateur

```

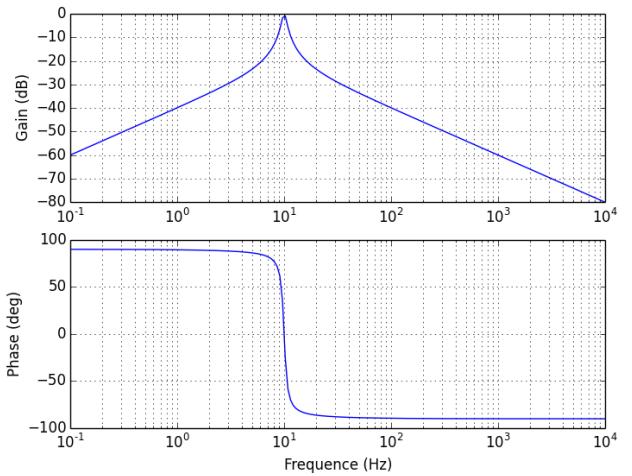
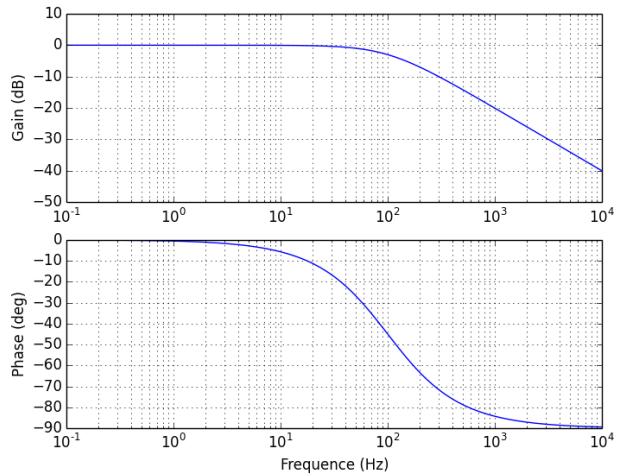
1   ''
2   Pour un exercice de reconnaissance d'un filtre qui puisse jouer le rôle
3   d'intégrateur dans un certain intervalle de fréquences. On en génère un du
4   premier ordre (passe-bas) et un du second ordre (passe-bande).
5   ''
6
7   from scipy import signal           # Pour les fonctions 'lti' et 'bode'
8   import numpy as np                 # Pour np.logspace
9
10  # Ceci est un filtre passe-bas donc potentiellement intégrateur à HF
11
12  num = [1]                         # Polynôme au numérateur (-> 1)
13  den = [0.01,0.999]                 # Polynôme au dénominateur (-> 0.01*jw + 0.999)
14
15  f = np.logspace(-1,4,num=200)      # L'intervalle de fréquences considéré (échelle log)
16  s1 = signal.lti(num,den)          # La fonction de transfert
17  f,GdB,phase = signal.bode(s1,f)  # Fabrication automatique des données
18
19  from bode import diag_bode       # Pour générer le diagramme de Bode
20
21  # Appel effectif à la fonction dédiée.
22  diag_bode(f,GdB,phase,'PNG/S11_integrateur.png')
23
24  # Ceci est un filtre passe-bande du second ordre (intégrateur à HF)
25
26  num2 = [0.01,0]                  # Numérateur (-> 0.01*jw)

```

```

27 den2 = [10**-2,0.01,1]           # Dénominateur (-> 0.01*(jw)**2 + 0.01*jw + 1)
28
29 f = np.logspace(-1,4,num=200)    # Intervalle de fréquences en échelle log
30 s2 = signal.lti(num2,den2)        # Fonction de transfert
31 f,GdB,phase = signal.bode(s2,f) # Fabrication des données
32 diag_bode(f,GdB,phase,'PNG/S11_integrateur2.png') # et du diagramme

```



Exemple I.32

S11 Filtre Déivateur

```

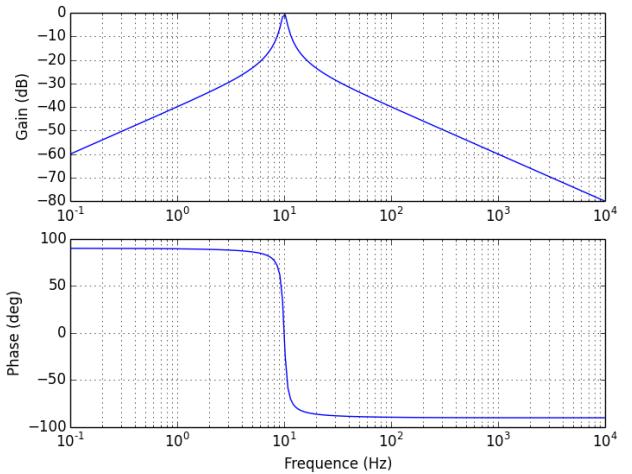
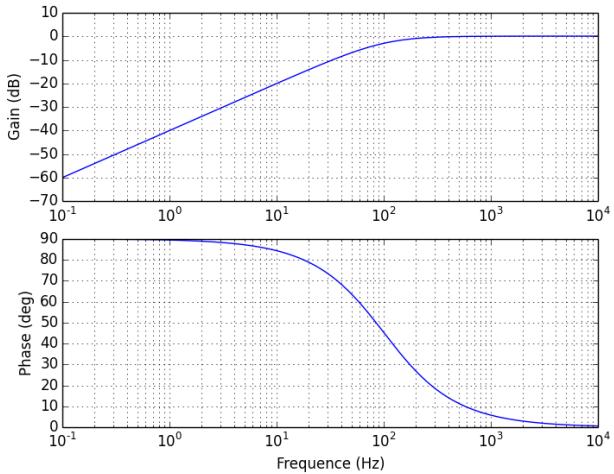
1   """
2   Pour un exercice de reconnaissance d'un filtre qui puisse jouer le rôle
3   de déivateur dans un certain intervalle de fréquences. On en génère un du
4   premier ordre (passe-bas) et un du second ordre (passe-bande).
5   """
6
7   from scipy import signal          # Pour les fonctions 'lti' et 'bode'
8   import numpy as np                # Pour np.logspace
9
10  # Ceci est un filtre passe-haut donc potentiellement déivateur à BF
11
12 num = [0.01,0]                   # Polynôme au numérateur (-> 0.01*jw )
13 den = [0.0099,1]                 # Polynôme au dénominateur (-> 0.0099*jw + 1)
14
15 f = np.logspace(-1,4,num=200)    # L'intervalle de fréquences considéré (échelle log)
16 s1 = signal.lti(num,den)         # La fonction de transfert
17 f,GdB,phase = signal.bode(s1,f) # Fabrication automatique des données
18
19 from bode import diag_bode      # Pour générer le diagramme de Bode
20
21 # Appel effectif à la fonction dédiée.
22 diag_bode(f,GdB,phase,'PNG/S11_derivateur.png')
23
24 # Ceci est un filtre passe-bande du second ordre (déivateur à BF)

```

```

25
26 num2 = [0.01,0]           # Numérateur (-> 0.01*jw )
27 den2 = [10**-2,0.01,1]     # Dénominateur (-> 0.01*(jw)**2 + 0.01*jw + 1)
28
29 f = np.logspace(-1,4,num=200) # Intervalle de fréquences en échelle log
30 s2 = signal.lti(num2,den2)    # Fonction de transfert
31 f,GdB,phase = signal.bode(s2,f) # Fabrication des données
32 diag_bode(f,GdB,phase,'PNG/S11_derivateur2.png') # et du diagramme

```



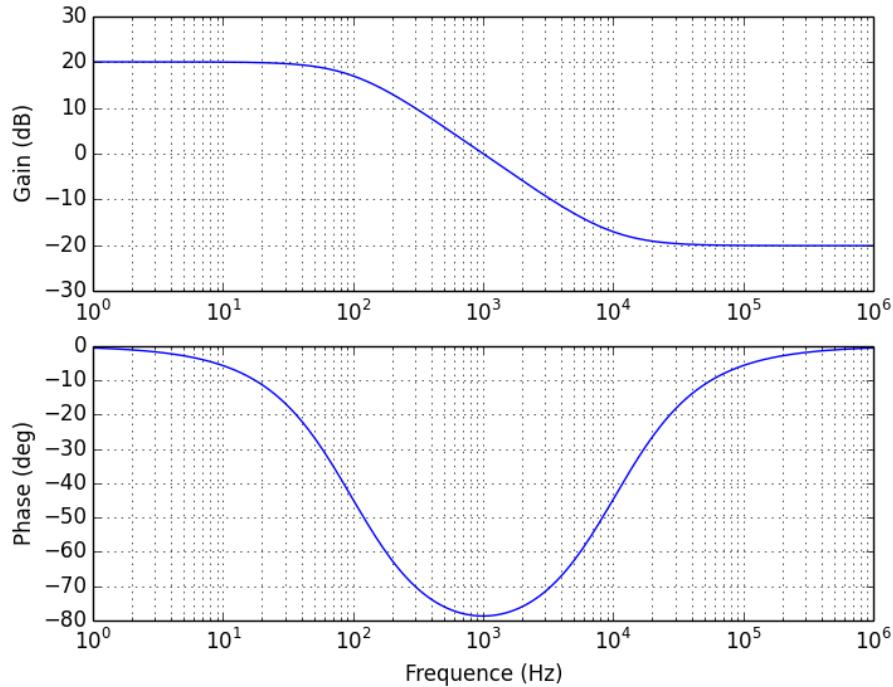
Exemple I.33

S11 Filtre bizarre

```

1   """
2   Un filtre "bizarre" dont il faut trouver la fonction de transfert sachant
3   qu'il est du premier ordre.
4   """
5
6   from scipy import signal # Pour lti et bode
7   import numpy as np        # Pour l'échantillonnage
8
9   num = [0.001,10.1]        # Numérateur (-> 0.001*jw + 10.1)
10  den = [0.0101,1]          # Dénominateur (-> 0.0101*jw + 1 )
11
12
13  # Extraction des données
14  f = np.logspace(0,6,num=200)
15  s1 = signal.lti(num,den)
16  f, GdB, phase = signal.bode(s1,f)
17
18  # Et préparation du diagramme
19  from bode import diag_bode
20  diag_bode(f,GdB,phase,'PNG/S11_filtre_bizarre.png')

```



Exemple I.34

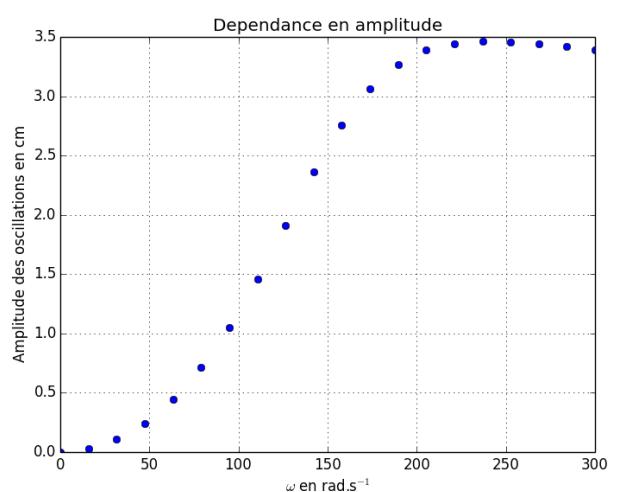
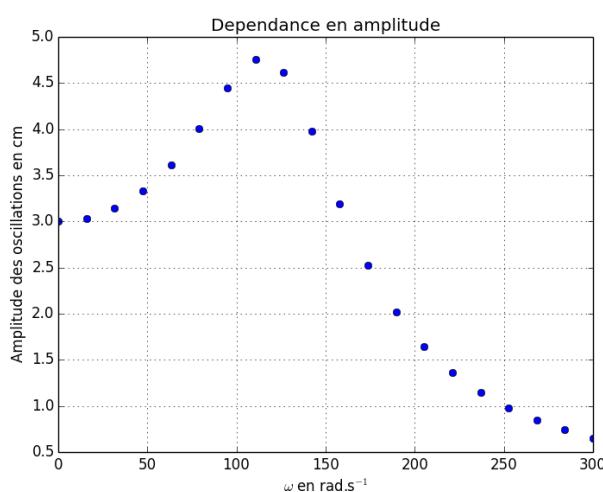
S11 Diagrammes en amplitude et échelle linéaire

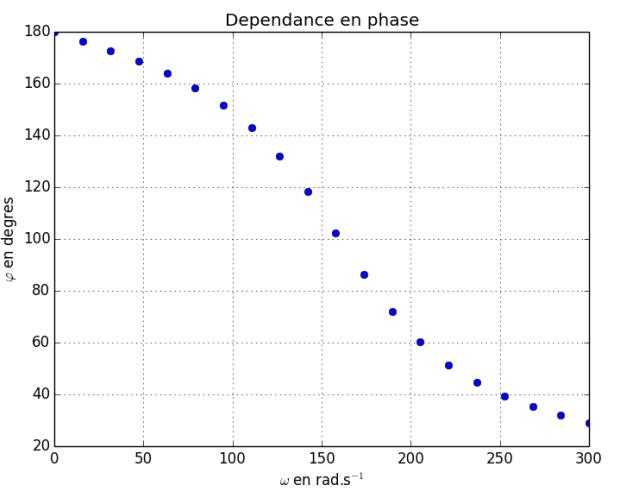
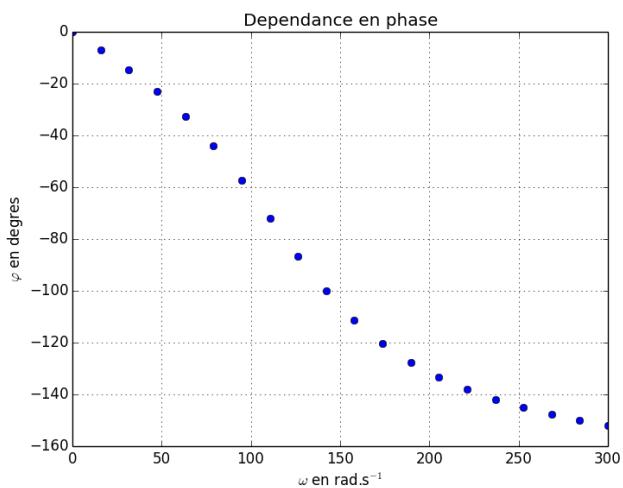
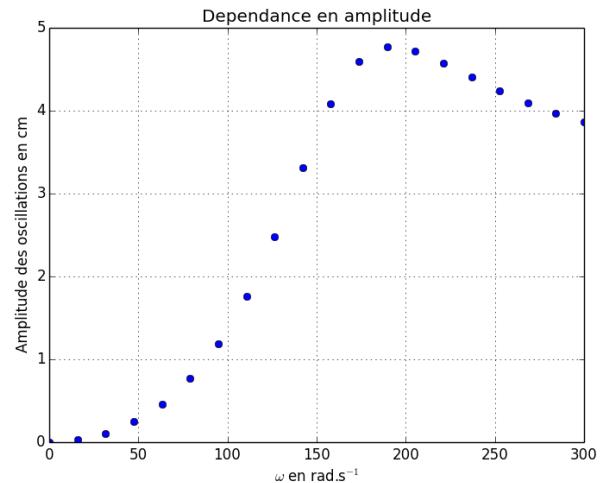
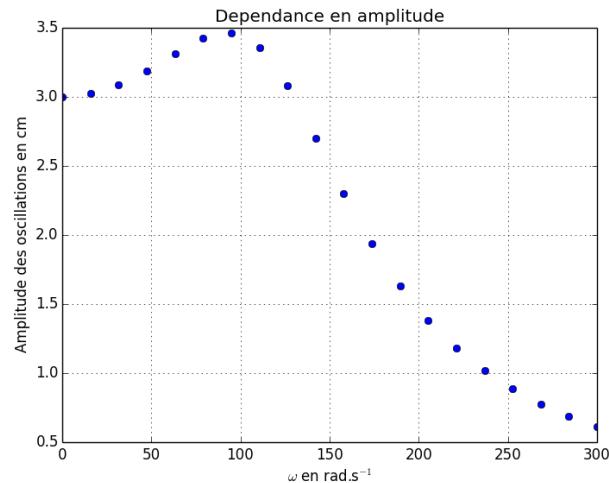
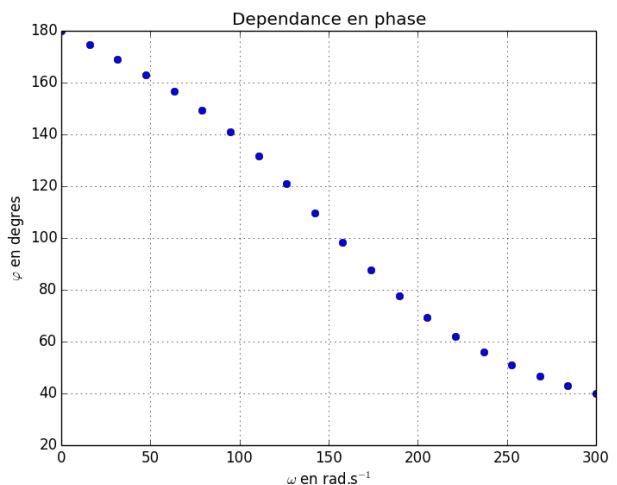
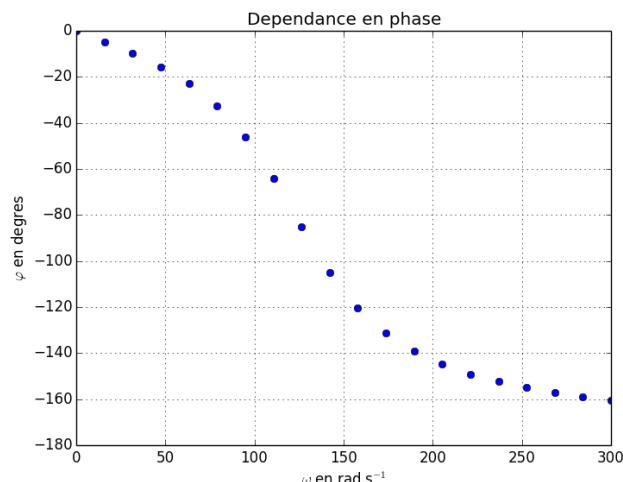
```
1   ''''  
2   À nouveau pour une question de cours: des diagrammes en amplitudes et échelle  
3   linéaire en pulsation. Le but pour les élèves est de savoir retrouver  $Q$  et  $w_0$   
4   à partir de ces données (comme en TP).  
5   ''''  
6  
7   import numpy as np                      # Pour l'échantillonage  
8   import matplotlib.pyplot as plt          # Pour les dessins  
9   import math                             # Fonctions mathématiques  
10  import cmath                            # et calculs en complexes  
11  
12  A = 3                                 # Amplitude globale des mesures  
13  wmin = 0.1                            # Pulsation minimale échantillonnée  
14  wmax = 300                            # Pulsation maximale  
15  nb_points = 20                         # nombre de points de "mesure"  
16  w = np.linspace(wmin,wmax,nb_points)    # Échantillonage effectif  
17  
18  def H(w,w0,Q):  
19      '''Fonction de transfert pour un passe bas du second ordre'''  
20      return A/(1-(w/w0)**2 + 1j*w/(Q*w0))  
21  
22  
23  def Z0(w,w0,Q):  
24      '''Amplitude de la fonction de transfert.'''  
25      return abs(H(w,w0,Q))
```

```

26
27 def phi(w,w0,Q):
28     '''Phase de la fonction de transfert (en degrés).'''
29     return cmath.phase(H(w,w0,Q))*180/math.pi
30
31 def amplitude_et_phase(w0,Q,base_fichier):
32     '''Le dessin proprement dit'''
33     plt.plot(w,[phi(wi,w0,Q) for wi in w], 'o') # Échantillonage de la phase
34     plt.xlabel(r'$\omega$ en rad.s$^{-1}$') # Légende en abscisse
35     plt.ylabel(r'$\varphi$ en degrés') # Légende en ordonnée
36     plt.title('Dependance en phase') # Titre
37     plt.grid(which='both') # La grille
38     plt.savefig(base_fichier + '_phase.png') # Sauvegarde
39     plt.clf() # Nettoyage
40     plt.plot(w,[Z0(wi,w0,Q) for wi in w], 'o') # On repart sur l'amplitude
41     plt.xlabel(r'$\omega$ en rad.s$^{-1}$') # Légende en abscisse
42     plt.ylabel(r'Amplitude des oscillations en cm') # Légende en ordonnée
43     plt.title('Dependance en amplitude') # Titre
44     plt.grid(which='both') # La grille
45     plt.savefig(base_fichier + '_amplitude.png') # Sauvegarde
46     plt.clf() # Nettoyage
47
48 # Appel effectif
49 amplitude_et_phase(130,1.5,'PNG/S11_trouver_w0_et_Q_01')
50 amplitude_et_phase(130,1.0,'PNG/S11_trouver_w0_et_Q_03')
51
52 def H(w,w0,Q):
53     '''Nouvelle fonction de transfert -> passe haut cette fois'''
54     return -A*(w/w0)**2/(1-(w/w0)**2 + 1j*w/(Q*w0))
55
56 # Comme H a été redéfinie, c'est automatiquement celle appelée par Z0 et phase
57 amplitude_et_phase(170,1.5,'PNG/S11_trouver_w0_et_Q_04')
58 amplitude_et_phase(170,1.0,'PNG/S11_trouver_w0_et_Q_02')

```





Exemple I.35

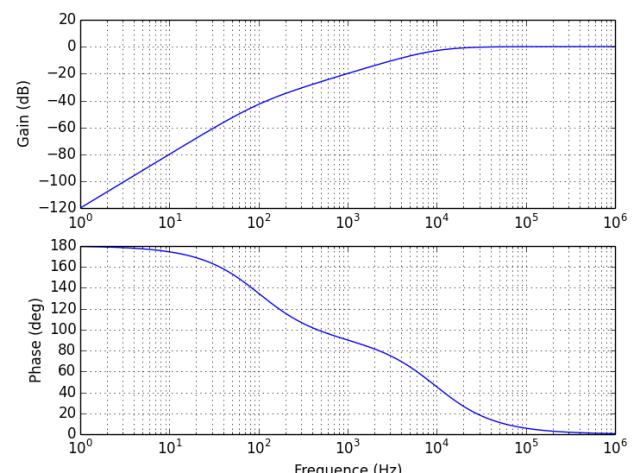
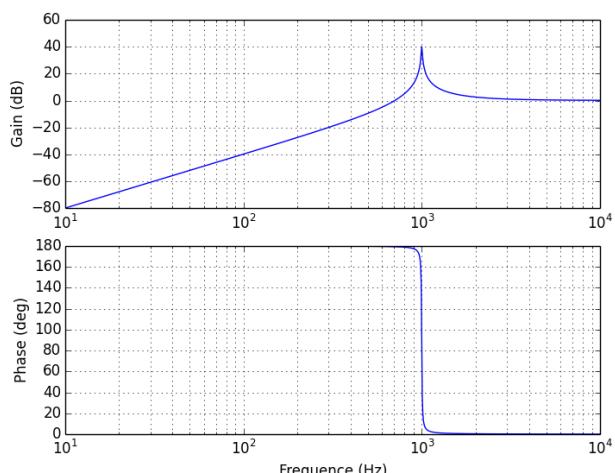
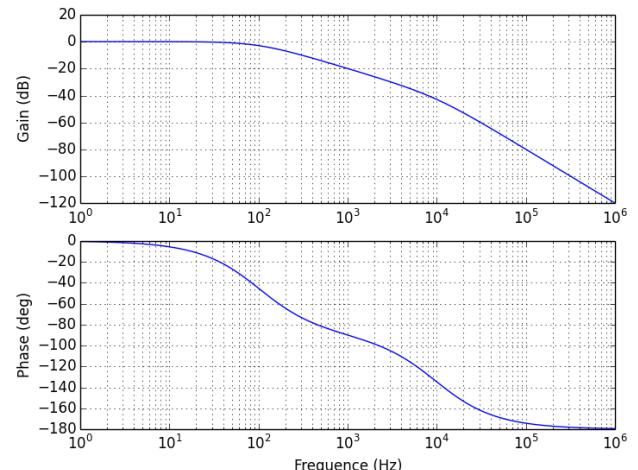
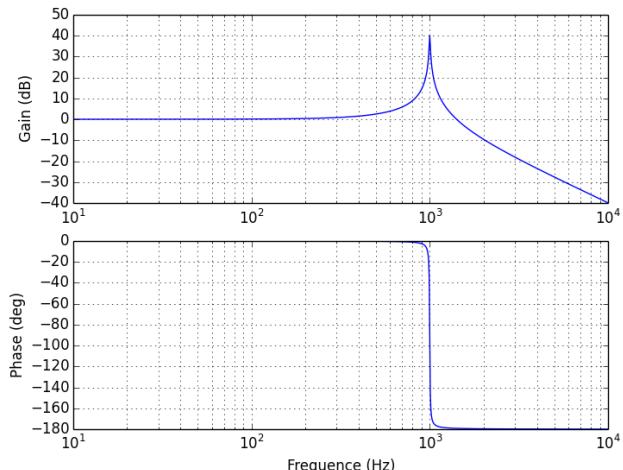
S11 Filtres du second ordre

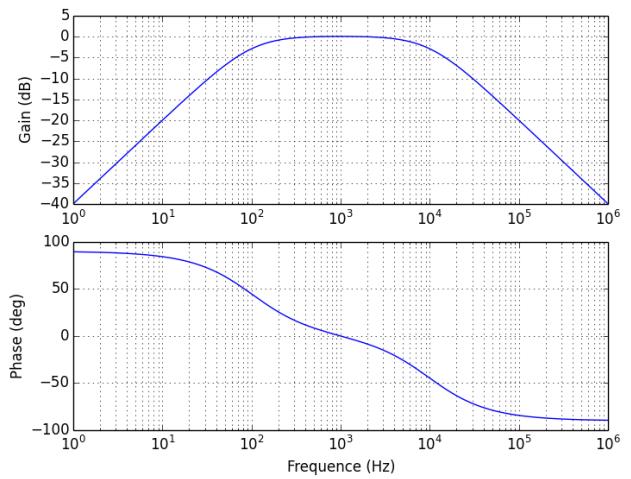
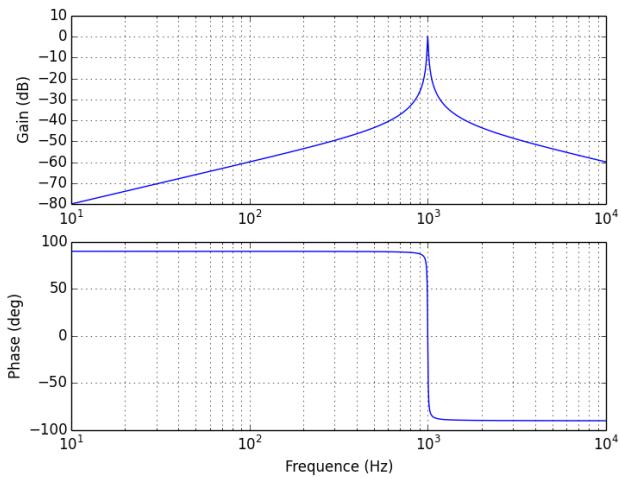
- 1 Exemple de génération de filtres du second ordre (ici pour une question de cours [QDC pour les intimes]).
- 2 Exemple de génération de filtres du second ordre (ici pour une question de cours [QDC pour les intimes]).
- 3 Exemple de génération de filtres du second ordre (ici pour une question de cours [QDC pour les intimes]).
- 4 Exemple de génération de filtres du second ordre (ici pour une question de cours [QDC pour les intimes]).

```

5
6 import numpy as np # Pour np.logspace
7 from bode import diag_bode, second_ordre # Pour les diagrammes
8
9 f100 = np.logspace(1,4,num=1000) # Echantillonnage en f pour Q=100
10 f0p1 = np.logspace(0,6,num=200) # Pareil pour Q=0.1
11
12 # Deux passe-bas, puis deux passe-hauts et enfin deux passe-bandes
13 second_ordre(10**3, 100, 'PNG/S11_filtres_QDC_PBs_Q100.png',f=f100)
14 second_ordre(10**3,1/10, 'PNG/S11_filtres_QDC_PBs_Q0_1.png',f=f0p1)
15 second_ordre(10**3, 100, 'PNG/S11_filtres_QDC_PHt_Q100.png',f=f100,type='PHt')
16 second_ordre(10**3,1/10, 'PNG/S11_filtres_QDC_PHt_Q0_1.png',f=f0p1,type='PHt')
17 second_ordre(10**3, 100, 'PNG/S11_filtres_QDC_PBd_Q100.png',f=f100,type='PBd')
18 second_ordre(10**3,1/10, 'PNG/S11_filtres_QDC_PBd_Q0_1.png',f=f0p1,type='PBd')

```





Py4Phys II

Bloc Mécanique

Exemple II.1

M2 Exploration numérique de l'influence de la trainée

Exemple II.2

M2 Influence de la trainée: portrait de phase

Exemple II.3

M4 Module de génération de portrait de phase

```
1  """
2  Module de génération automatique de portrait de phase et d'animations
3  correspondantes..
4  """
5
6  import numpy as np
7  import matplotlib.pyplot as plt
8
9  def portrait_de_phase(x,vx,titre='Portrait de phase',
10    xlabel='$x$',ylabel='$v_x$',file=None,position=True,
11    xlim=None,ylim=None,fantome=None,color='k',clearfig=True):
12    """
13      Représentation de vx en fonction de x pour les différentes trajectoires
14      données en entrée (x et vx sont des tableaux de tableaux).
15      Si 'file' est précisé, on enregistre dans le fichier correspond, sinon on
16      affiche à l'écran.
17      Si 'clearfig' est à False et que 'file' n'est pas précisé, il n'y aura ni
18      savefig, ni show, ni clf, donc la routine pourra servir pour écrire dans
19      des sous-figures définies à l'extérieur de la routine.
20      Si 'position' est True, on affiche sous forme de rond le dernier point de
21      la trajectoire.
22      Si 'xlim' ou 'ylim' sont spécifiés, ils définissent les bords du graphe.
23      Sinon, c'est matplotlib qui choisit tout seul.
24      On peut actionner le mode "fantome" qui laisse en traits pleins le nombre
```

```
25      de points signalés (par exemple fantome=10 laissera 10 points) et mettra
26      en "grisé" les points précédents.
27      'color' peut être soit directement une chaîne décrivant la couleur, soit
28      une liste de couleurs de la même taille que x et vx (chaque trajectoire
29      étant bien sûr associée à la couleur correspondante).
30      """
31      plt.title(titre)
32      if xlim: plt.xlim(xlim)
33      if ylim: plt.ylim(ylim)
34      plt.xlabel(xlabel)
35      plt.ylabel(ylabel)
36      if list(color) != color: color = [color]*len(x)
37      for xi,vi,ci in zip(x,vx,color):
38          if fantome and len(xi) > fantome:
39              plot_avec_discontinuite(xi,vi,color=ci,alpha=0.2)
40              plot_avec_discontinuite(xi[-fantome:],vi[-fantome:],color=ci)
41          else:
42              plot_avec_discontinuite(xi,vi,color=ci)
43      if position:
44          for xi,vi,ci in zip(x,vx,color):
45              plt.plot(xi[-1],vi[-1],'o',color=ci)
46      if file or clearfig:
47          if file: plt.savefig(file)
48          else: plt.show()
49          plt.clf()
50
51  def plot_avec_discontinuite(x,v,**kargs):
52      disc = cherche_discontinuite(x)
53      for i in range(len(disc)-1):
54          plt.plot(x[disc[i]:disc[i+1]],v[disc[i]:disc[i+1]],**kargs)
55
56  def cherche_discontinuite(x,limite=2):
57      disc = [0]
58      for i in range(1,len(x)):
59          if abs(x[i]-x[i-1]) > limite: disc.append(i)
60      disc.append(len(x))
61      return disc
62
63  def diagramme_energetique(x,vx,Ep,titre='Diagramme energetique',
64                           xlabel='$x$',ylabel='$E_p$',file=None,position=True,
65                           xlim=None,ylim=None,fantome=None,color='k',clearfig=True):
66      """
67      Représentation de l'énergie potentielle en fonction de x pour les
68      différentes trajectoires données en entrée (x et vx sont des tableaux de
69      tableaux). Ep doit être une fonction de variables x,vx et qui gère
70      correctement les appels sur des np.array.
71      Si 'file' est précisé, on enregistre dans le fichier correspond, sinon on
72      affiche à l'écran.
73      Si 'clearfig' est à False et que 'file' n'est pas précisé, il n'y aura ni
```

```
74     savefig, ni show, ni clf, donc la routine pourra servir pour écrire dans
75     des sous-figures définies à l'extérieur de la routine.
76     Si 'position' est True, on affiche sous forme de rond le dernier point de
77     la trajectoire.
78     Si 'xlim' ou 'ylim' sont spécifiés, ils définissent les bords du graphe.
79     Sinon, c'est matplotlib qui choisit tout seul.
80     On peut actionner le mode "fantome" qui laisse en traits pleins le nombre
81     de points signalés (par exemple fantome=10 laissera 10 points) et mettra
82     en "grisé" les points précédents.
83     'color' peut être soit directement une chaîne décrivant la couleur, soit
84     une liste de couleurs de la même taille que x et vx (chaque trajectoire
85     étant bien sûr associée à la couleur correspondante).
86     """
87     plt.title(titre)
88     if xlim: plt.xlim(xlim)
89     if ylim: plt.ylim(ylim)
90     plt.xlabel(xlabel)
91     plt.ylabel(ylabel)
92     if list(color) != color: color = [color]*len(x)
93     if xlim:
94         xmin,xmax = xlim
95     else:
96         xmin = np.min(x)
97         xmax = np.max(x)
98     X = np.linspace(xmin,xmax,500)
99     plt.plot(X,Ep(X,0),'k',linewidth=2)
100    for xi,vi,ci in zip(x,vx,color):
101        Epi = Ep(xi,vi)
102        if fantome and len(xi) > fantome:
103            plot_avec_discontinuite(xi,Epi,color=ci,alpha=0.2)
104            plot_avec_discontinuite(xi[-fantome:],Epi[-fantome:],color=ci)
105        else:
106            plot_avec_discontinuite(xi,Epi,color=ci)
107    if position:
108        for xi,vi,ci in zip(x,vx,color):
109            Epi = Ep(xi,vi)
110            plt.plot(xi[-1],Epi[-1],'o',color=ci)
111    if file or clearfig:
112        if file: plt.savefig(file)
113        else: plt.show()
114        plt.clf()
```

Exemple II.4

M4 Pendule simple: non isochronisme des oscillations

Exemple II.5

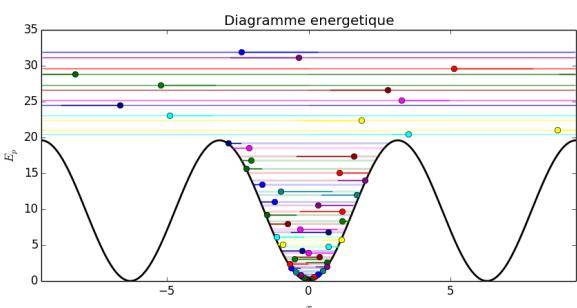
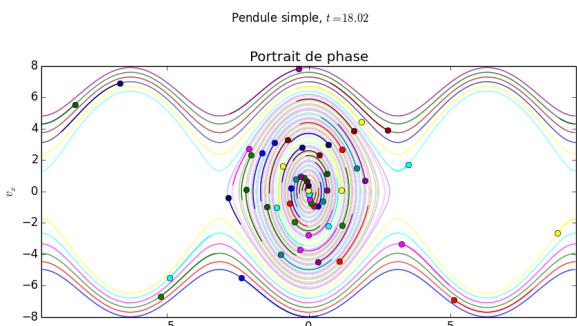
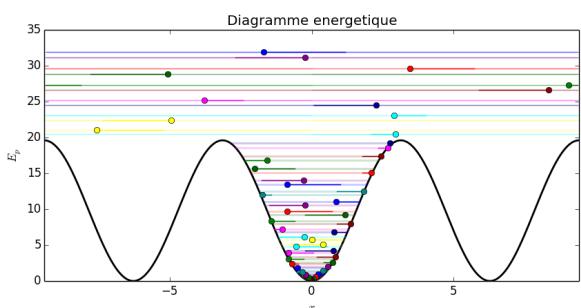
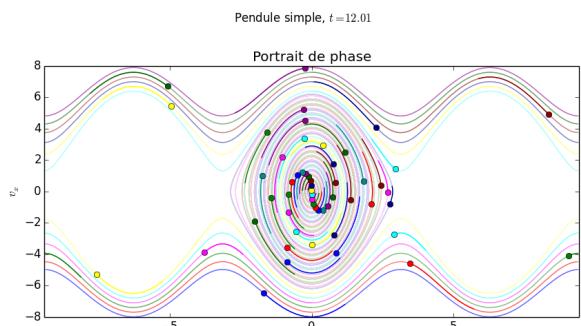
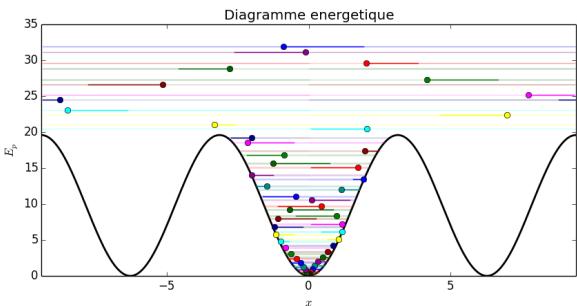
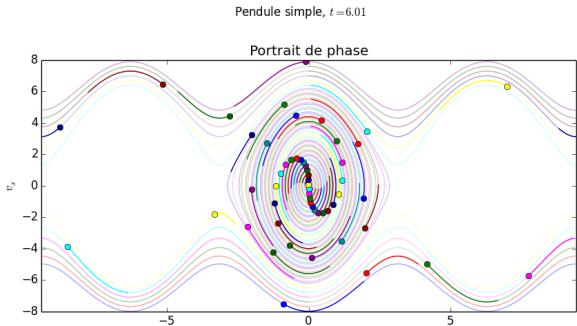
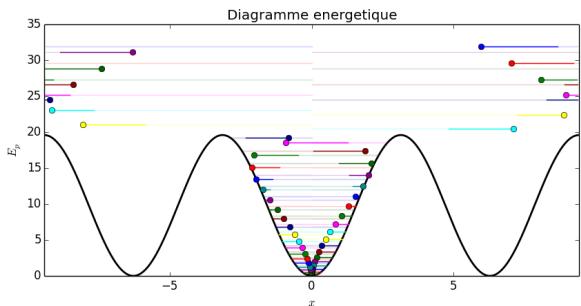
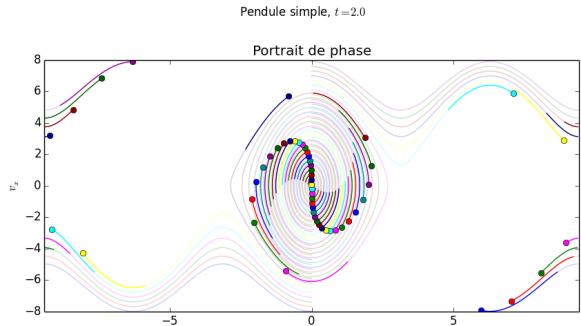
M4 Pendule simple: portrait de phase

```
1 import numpy as np                      # Boîtes
2 import scipy as sp                       # à outils
3 import scipy.integrate                  # numériques
4 import matplotlib.pyplot as plt          # Boîte à outil graphique
5 # Pour le tracé des portraits de phase et les diagrammes énergétiques
6 from portrait_de_phase import portrait_de_phase,diagramme_energetique
7
8 tmax = 20                                # Temps d'intégration
9 nb_points = 1000                           # Nombre d'instant échantillonnés
10 thp0 = np.arange(-8,8,1,0.3)              # Vitesses angulaires initiales
11 th0  = np.array([0]*len(thp0))            # Positions angulaires initiales
12 g,m,ell = 9.81,1,1                        # Quelques constantes
13
14 # Pour avoir des couleurs qui changent et se correspondent
15 colors = ["blue","red","green","magenta","cyan","yellow",
16           "darkblue","darkred","darkgreen","darkmagenta","darkcyan"]*10
17
18 def Em(th,thp):                          # Energie mécanique du pendule simple
19     return m*g*ell*(1-np.cos(th)) + 0.5*m*(ell*thp)**2
20
21 def pendule(y,t):                      # Equations d'évolution du pendule simple
22     th,thp = y
23     return [thp,-g/ell * np.sin(th)]
24
25 t = np.linspace(0,tmax,nb_points) # Echantillonnage en temps
26 th,thp = [],[]                   # Initialisation
27 for thi,thpi in zip(th0,thp0):    # On itère sur les conditions initiales
28     sol = sp.integrate.odeint(pendule,[thi,thpi],t) # Intégration
29     theta = sol[:,0]%(6*np.pi)   # Conditions limites périodiques sur 6pi
30     theta[theta > 3*np.pi] = theta[theta > 3*np.pi] - 6*np.pi
31     th.append(theta)             # Ajout des positions
32     thp.append(sol[:,1])        # et vitesses correspondantes
33
34 fig = plt.figure(figsize=(10,10))# Création de la figure
35
36 th_lim = (np.min(th),np.max(th)) # Limites en theta
37 base_name='PNG/M4_pendule_simple_portrait_de_phase_6pi'
38
39 for i,ti in enumerate(t):            # Affichage progressif
40     print(ti)                      # Un peu de feed back
41     thi = [th_p[:i+1] for th_p in th] # On ne prend que jusqu'à
42     thpi= [thp_p[:i+1] for thp_p in thp] # l'instant présent
43     plt.suptitle('Pendule simple, $t={}$.format(round(ti,2)))')
44     plt.subplot(2,1,1)                # Sous-figure du haut
45     portrait_de_phase(thi,thpi,fantome=20,clearfig=False,color=colors,xlim=th_lim)
46     plt.xlabel('')
47     plt.subplot(2,1,2)                # Sous-figure du bas
48     diagramme_energetique(thi,thpi,Em,color=colors,clearfig=False,fantome=20,xlim=th_lim)
49     plt.savefig('{}_{}.png'.format(base_name,i))
```

```

50 plt.clf()                                # Nettoyage
51
52 from film import make_film               # Boîte à outil pour faire un film
53
54 make_film(base_name)                   # et appel effectif

```



```

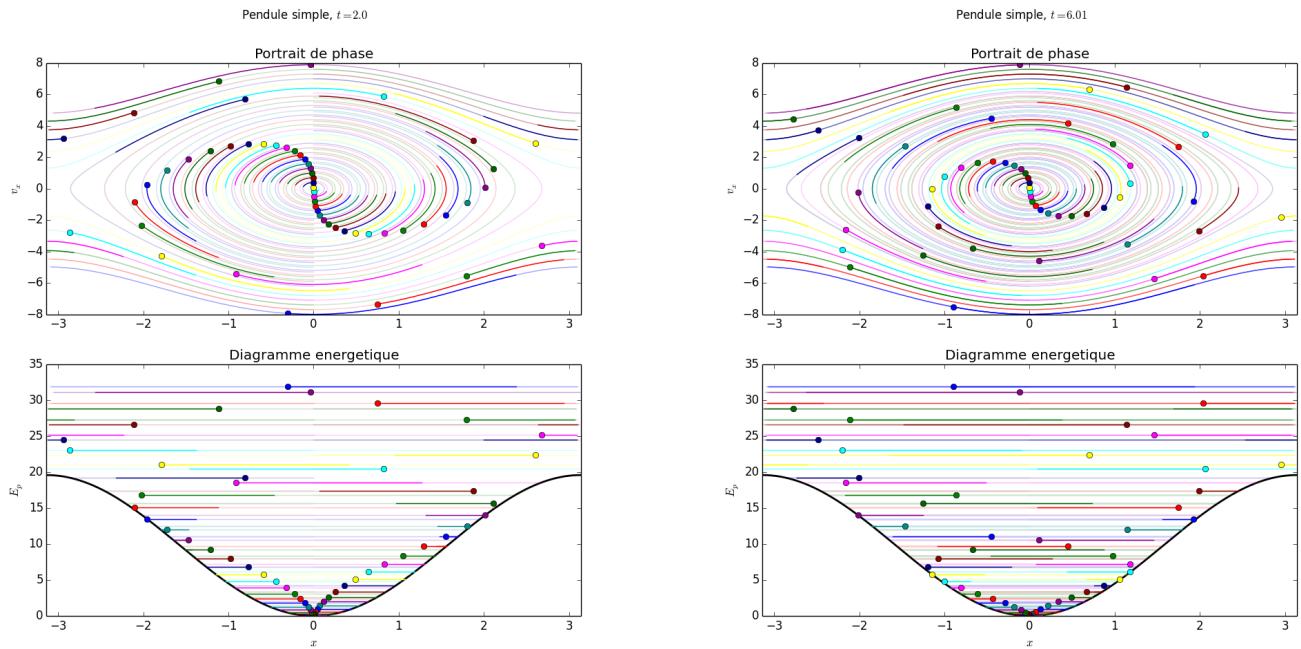
1 # On peut aussi regarder juste sur juste 2pi d'intervalle, avec les mêmes
2 # résultats
3
4 for theta in th: # On sait que theta est déjà entre -3pi et 3pi
5     theta[theta > np.pi] = theta[theta > np.pi] - 2*np.pi
6     theta[theta < -np.pi] = theta[theta < -np.pi] + 2*np.pi
7

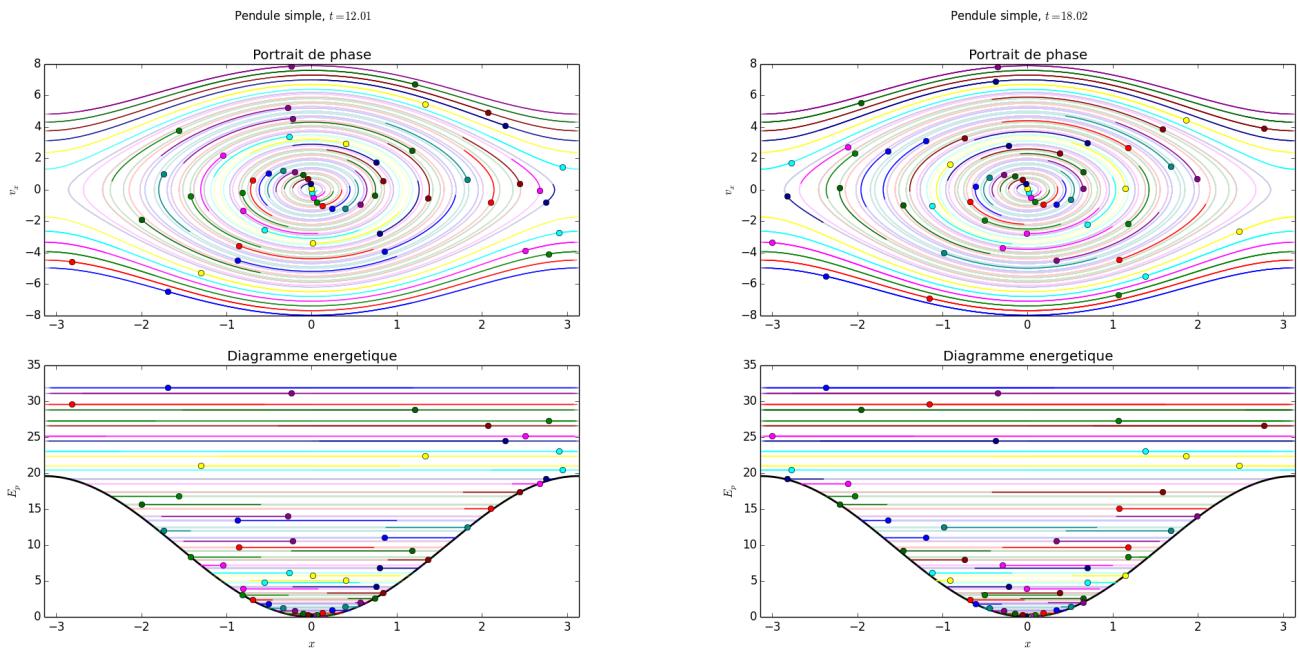
```

```

8 fig = plt.figure(figsize=(10,10))# Définition de la figure
9
10 th_lim = (np.min(th),np.max(th)) # Nouvelles limites en theta
11 base_name='PNG/M4_pendule_simple_portrait_de_phase_2pi'
12
13 for i,ti in enumerate(t):          # On regarde à chaque instant
14     print(ti)                      # Un peu de feedback
15     thi = [th_p[:i+1] for th_p in th] # On se concentre uniquement sur les
16     thpi= [thp_p[:i+1] for thp_p in thp] # valeurs jusqu'à l'instant choisi
17     plt.suptitle('Pendule simple, $t={}$.format(round(ti,2)))')
18     plt.subplot(2,1,1)               # Première sous-figure
19     portrait_de_phase(thi,thpi,fantome=20,clearfig=False,color=colors,xlim=th_lim)
20     plt.xlabel('')
21     plt.subplot(2,1,2)               # Deuxième sous-figure
22     diagramme_energetique(thi,thpi,Em,color=colors,clearfig=False,fantome=20,xlim=th_lim)
23     plt.savefig('{}_{:04d}.png'.format(base_name,i))
24     plt.clf()                      # Nettoyage après sauvegarde
25
26 make_film(base_name)             # Fabrication du film à partir des png

```





```

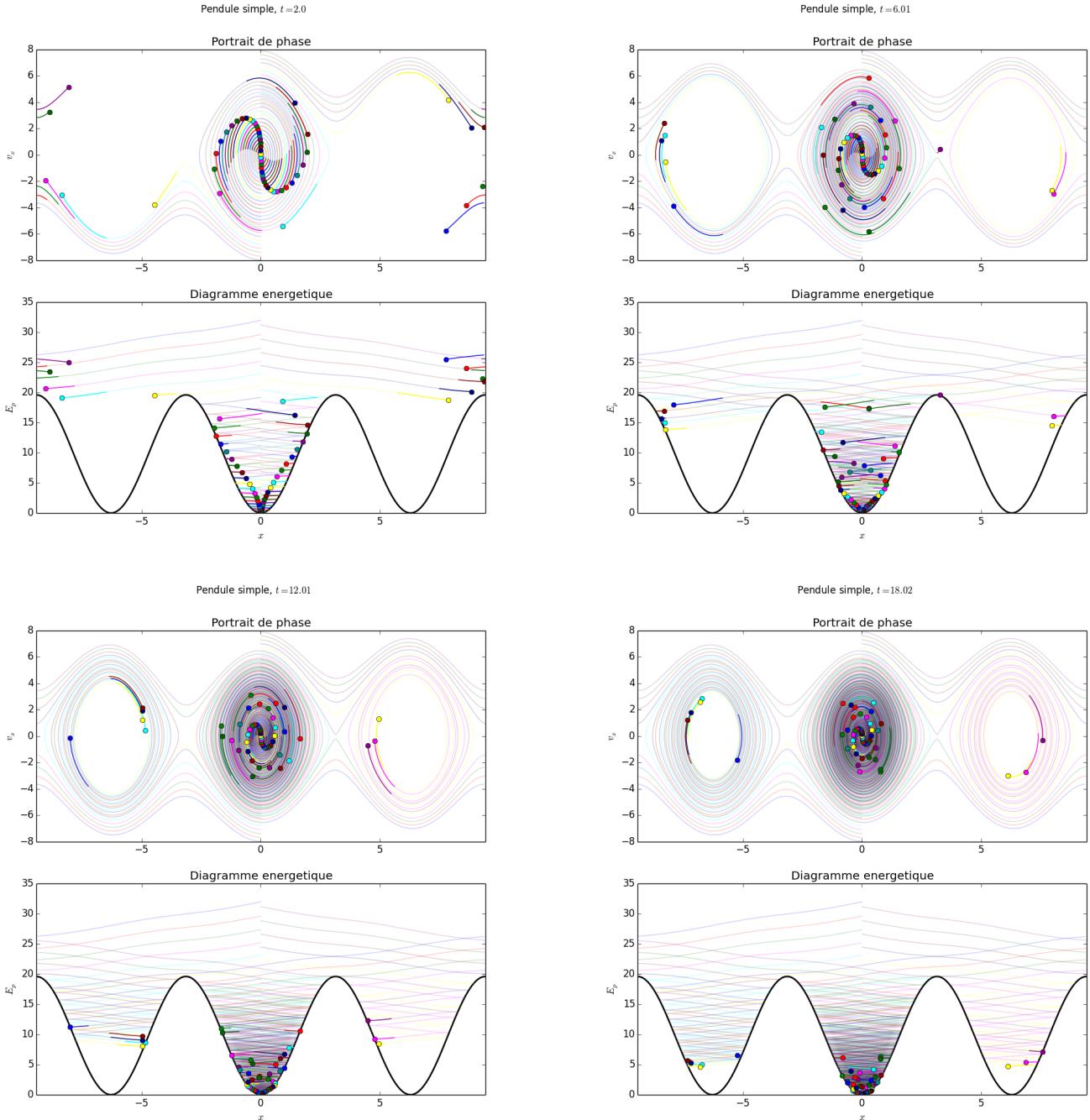
1 # Voyons ce qui se passe quand on rajoute un peu d'amortissement
2
3 alpha = 0.1                                # Constante de frottement
4
5 def pendule(y,t):                          # Les nouvelles équations d'évolution
6     th,thp = y                               # en rajoutant le terme linéaire
7     return [thp,-g/ell * np.sin(th) - alpha*thp]    # en vitesse
8
9 t = np.linspace(0,tmax,nb_points) # Échantillonnage en temps
10 th,thp = [],[]                      # Initialisation
11 for thi,thpi in zip(th0,thp0):      # Calculs pour toutes les conditions initiales
12     sol = sp.integrate.odeint(pendule,[thi,thpi],t)
13     theta = sol[:,0]%(6*np.pi)
14     theta[theta > 3*np.pi] = theta[theta > 3*np.pi] - 6*np.pi
15     th.append(theta)
16     thp.append(sol[:,1])
17
18 fig = plt.figure(figsize=(10,10))# Crétion de la figure
19
20 th_lim = (np.min(th),np.max(th)) # Limites en theta
21 base_name='PNG/M4_pendule_simple_portrait_de_phase_6pi_amorti'
22
23 for i,ti in enumerate(t):           # Et c'est reparti pour chaque instant
24     print(ti)                      # échantillonné
25     thi = [th_p[:i+1] for th_p in th] # On ne garde que les valeurs
26     thpi= [thp_p[:i+1] for thp_p in thp] # jusqu'à l'instant choisi
27     plt.suptitle('Pendule simple, $t={}$'.format(round(ti,2)))
28     plt.subplot(2,1,1)                # Première sous-figure
29     portrait_de_phase(thi,thpi,fantome=20,clearfig=False,color=colors,xlim=th_lim)
30     plt.xlabel('')
31     plt.subplot(2,1,2)                # Seconde sous-figure

```

```

32     diagramme_energetique(thi,thpi,Em,color=colors,clearfig=False,fantome=20,xlim=th_lim)
33     plt.savefig('{}_{:04d}.png'.format(base_name,i))
34     plt.clf()                                # Nettoyage après sauvegarde
35
36 make_film(base_name)                      # Fabrication du fil correspondant

```



— Exemple II.6 —

M4 Pendule simple: portrait de phase

```

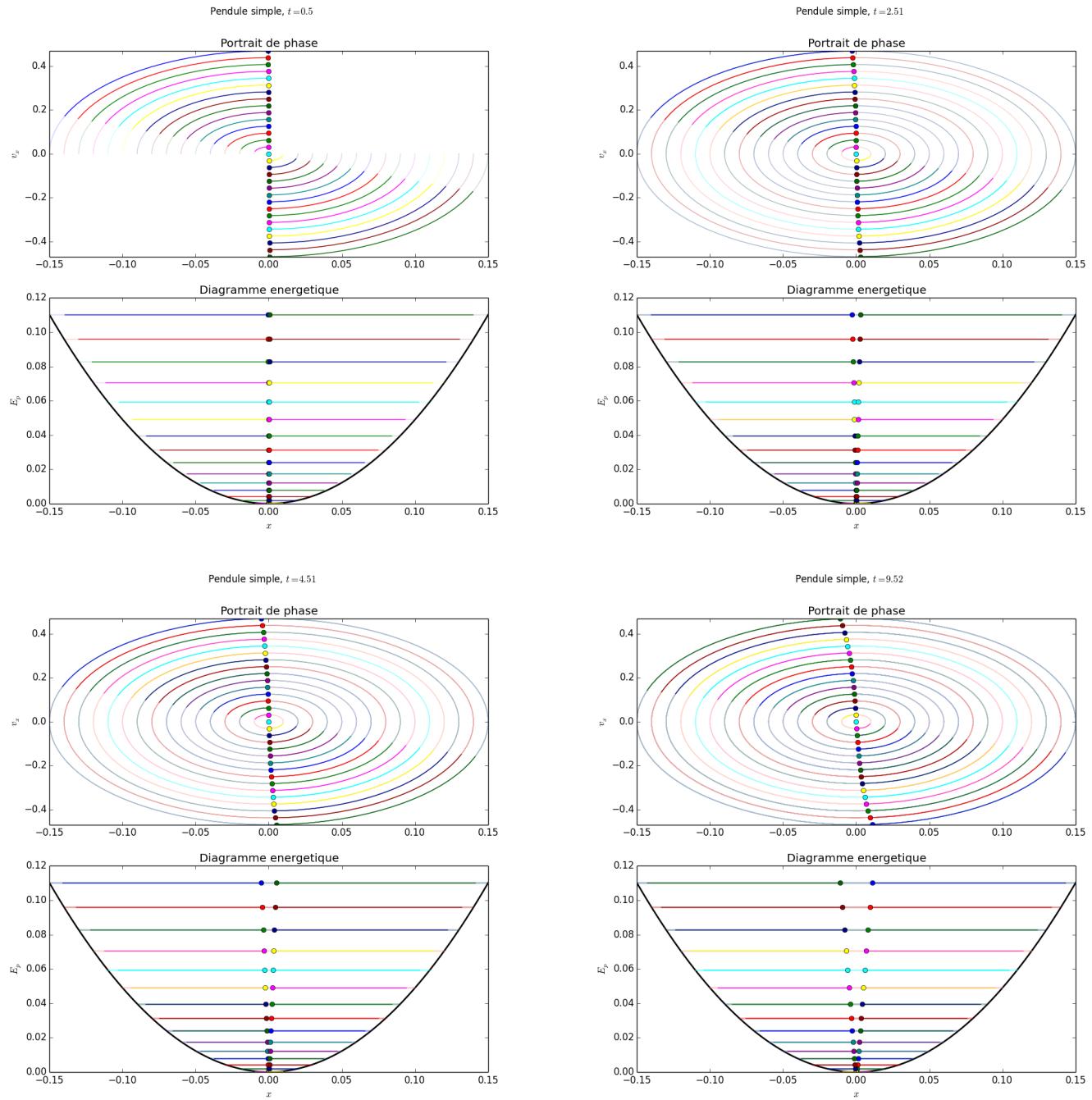
1 import numpy as np          # Boîtes
2 import scipy as sp          # à outils
3 import scipy.integrate      # numériques

```

```
4 import matplotlib.pyplot as plt # Boîte à outil graphique
5 # Pour le tracé des portraits de phase et les diagrammes énergétiques
6 from portrait_de_phase import portrait_de_phase,diagramme_energetique
7
8 tmax = 10 # Temps d'intégration
9 nb_points = 500 # Nombre d'instant échantillonnés
10 th0 = np.arange(-0.15,0.151,0.01) # Positions angulaires initiales
11 thp0 = np.array([0]*len(th0)) # Vitesses angulaires initiales
12 g,m,ell = 9.81,1,1 # Quelques constantes
13
14 # Pour avoir des couleurs qui changent et se correspondent
15 colors = ["blue","red","green","magenta","cyan","yellow",
16 "darkblue","darkred","darkgreen","darkmagenta","darkcyan"]*10
17
18 def Em(th,thp): # Energie mécanique du pendule simple
19     return m*g*ell*(1-np.cos(th)) + 0.5*m*(ell*thp)**2
20
21 def pendule(y,t): # Equations d'évolution du pendule simple
22     th,thp = y
23     return [thp,-g/ell * np.sin(th)]
24
25 t = np.linspace(0,tmax,nb_points) # Echantillonnage en temps
26 th,thp = [],[] # Initialisation
27 for thi,thpi in zip(th0,thp0): # On itère sur les conditions initiales
28     sol = sp.integrate.odeint(pendule,[thi,thpi],t) # Intégration
29     th.append(sol[:,0]) # Ajout des positions
30     thp.append(sol[:,1]) # et vitesses correspondantes
31
32 fig = plt.figure(figsize=(10,10)) # Création de la figure
33
34 th_lim = (np.min(th),np.max(th)) # Limites en theta
35 thp_lim=(np.min(thp),np.max(thp)) # Limites en theta point
36 base_name='PNG/M4_pendule_simple_portrait_de_phase_zoom'
37
38 for i,ti in enumerate(t): # Affichage progressif
39     print(ti) # Un peu de feed back
40     thi = [th_p[:i+1] for th_p in th] # On ne prend que jusqu'à
41     thpi= [thp_p[:i+1] for thp_p in thp] # l'instant présent
42     plt.suptitle('Pendule simple, $t={}$.format(round(ti,2)))')
43     plt.subplot(2,1,1) # Sous-figure du haut
44     portrait_de_phase(thi,thpi,fantome=20,clearfig=False,
45                         color=colors,xlim=th_lim,ylim=thp_lim)
46     plt.xlabel('')
47     plt.subplot(2,1,2) # Sous-figure du bas
48     diagramme_energetique(thi,thpi,Em,color=colors,clearfig=False,fantome=20,xlim=th_lim)
49     plt.savefig('{}_{:04d}.png'.format(base_name,i))
50     plt.clf() # Nettoyage
51
52 from film import make_film # Boîte à outil pour faire un film
```

53

54 `make_film(base_name)` # et appel effectif



Exemple II.7

M4 Pendule simple: Oscillations amorties et portrait de phase

Exemple II.8

M4 Oscillateurs de Landau: effets non linéaires

Exemple II.9

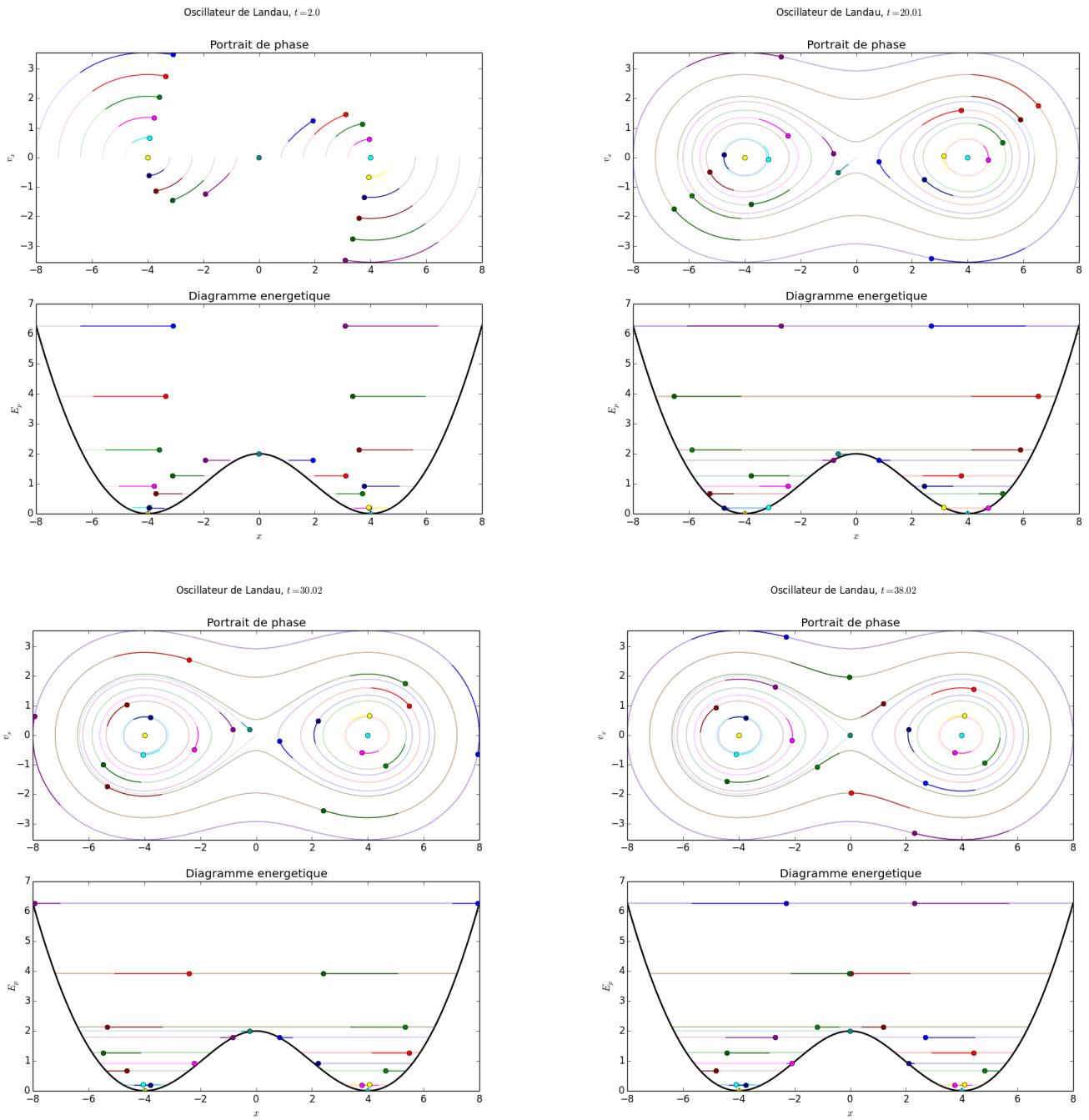
M4 Oscillateur de Landau: Portrait de phase

```
1  """
2  Portrait de phase d'un oscillateur de Landau (bille libre de se déplacer sur
3  une barre horizontale retenue par un ressort accroché à une distance d à la
4  verticale de l'origine).
5  """
6
7  import numpy as np          # Les boîtes
8  import scipy as sp           # à outils
9  import scipy.integrate       # numériques
10 import matplotlib.pyplot as plt # La boîte à outils graphiques
11 # Pour les portraits de phase
12 from portrait_de_phase import portrait_de_phase,diagramme_energetique
13
14 tmax = 40                  # Temps d'intégration
15 nb_points = 2000             # Nb de point pour l'échantillonnage en temps
16 x0 = np.arange(-8,8,1,0.79999999) # Positions initiales
17 v0 = np.array([0]*len(x0))      # Vitesses initiales (nulles)
18 k,m,d,ell0 = 1,1,3,5          # Quelques constantes
19
20 colors = ["blue","red","green","magenta","cyan","yellow",
21         "darkblue","darkred","darkgreen","darkmagenta","darkcyan"]*10
22
23 def landau(y,t):            # Équation d'évolution
24     x,v = y
25     return [v,-k*x/m*(np.sqrt(d**2+x**2) - ell0)/(np.sqrt(d**2+x**2))]
26
27 def Em(x,v):                # Énergie mécanique
28     return 0.5*k*(np.sqrt(x**2+d**2) - ell0)**2 + 0.5*m*v**2
29
30 t = np.linspace(0,tmax,nb_points) # Echantillonnage en temps
31 x,v = [],[]                   # Initialisation
32 for xi,vi in zip(x0,v0):      # Itération sur les conditions initiales
33     print(xi,vi)               # Un peu de feedback
34     sol = sp.integrate.odeint(landau,[xi,vi],t) # On intègre
35     x.append(sol[:,0])          # et on stocke à la fois les positions
36     v.append(sol[:,1])          # et les vitesses
37
38 fig = plt.figure(figsize=(10,10)) # Création de la figure
39
40 vlim = (np.min(v),np.max(v))    # Limites verticales (horizontales imposées par les C
41 base_name='PNG/M4_oscillateur_de_landau_portrait_de_phase'
42
43 for i,ti in enumerate(t):       # On regarde à chaque instant d'intégration
44     print(ti)                   # Un peu de feedback
45     xi = [xp[:i+1] for xp in x] # On stocke l'avancement
46     vi = [vp[:i+1] for vp in v] # jusqu'à l'instant présent
47     plt.suptitle('Oscillateur de Landau, $t={}$'.format(round(ti,2)))
48     plt.subplot(2,1,1)           # Première sous-figure
49     portrait_de_phase(xi,vi,fantome=50,clearfig=False,color=colors,ylim=vlim)
```

```

50     plt.xlabel('')
51     plt.subplot(2,1,2)          # Seconde sous-figure
52     diagramme_energetique(xi,vi,Em,color=colors,clearfig=False,fantome=50)
53     plt.savefig('{:04d}.png'.format(base_name,i))
54     plt.clf()
55
56 from film import make_film      # Boîte à outil visuelle
57
58 make_film(base_name)          # et fabrication du film correspondant

```



Exemple II.10

M4 Oscillateur de Landau: Portrait de phase

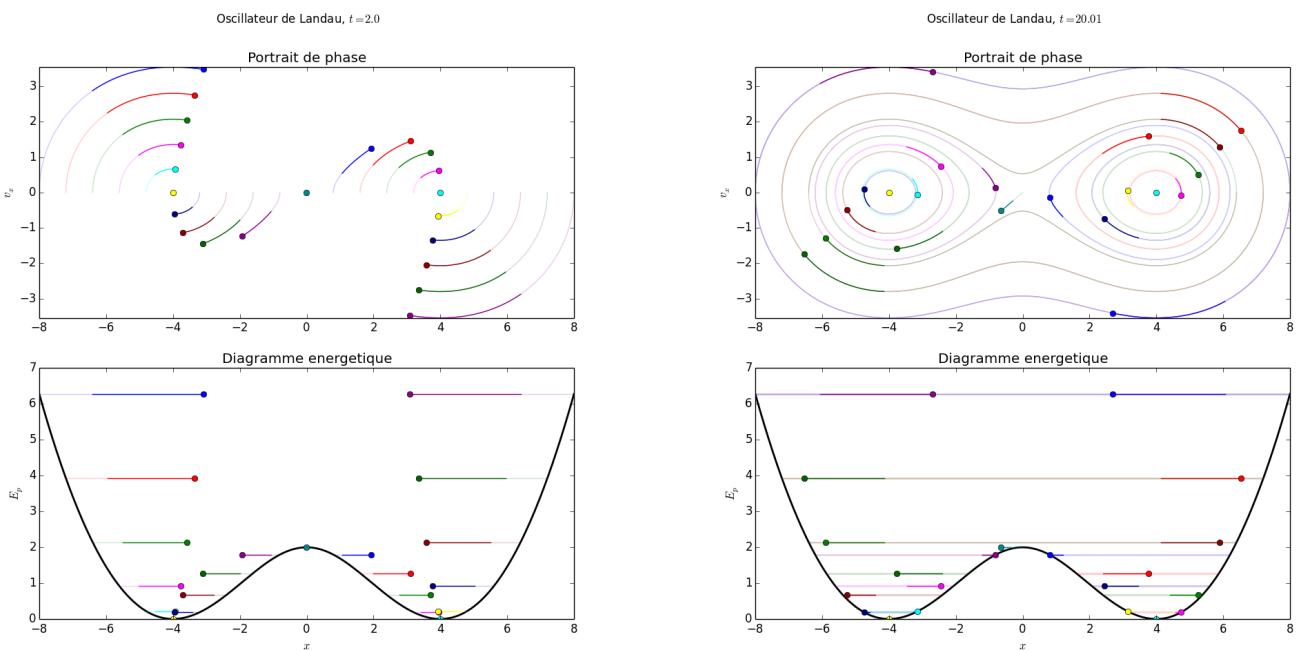
```
1      """
2      Portrait de phase d'un oscillateur de Landau (bille libre de se déplacer sur
3      une barre horizontale retenue par un ressort accroché à une distance d à la
4      verticale de l'origine) tilté d'un angle alpha par rapport à la verticale
5      (alpha=90° correspondrait au cas symétrique "habituel")
6      """
7
8      import numpy as np                      # Les boîtes
9      import scipy as sp                       # à outils
10     import scipy.integrate                  # numériques
11     import matplotlib.pyplot as plt         # La boîte à outils graphiques
12     # Pour les portraits de phase
13     from portrait_de_phase import portrait_de_phase,diagramme_energetique
14
15     tmax = 40                                # Temps d'intégration
16     nb_points = 2000                          # Nb de point pour l'échantillonnage en temps
17     x0 = np.arange(-8,8.1,0.79999999)        # Positions initiales
18     v0 = np.array([0]*len(x0))                # Vitesses initiales (nulles)
19     k,m,d,ell0,g = 1,1,3,5,1                 # Quelques constantes
20     alpha = np.radians(90-20)                  # L'angle de 'tilt'
21
22     colors = ["blue","red","green","magenta","cyan","yellow",
23               "darkblue","darkred","darkgreen","darkmagenta","darkcyan"]*10
24
25     def landau(y,t):                         # Équation d'évolution
26         x,v = y
27         return [v,-m*g*np.cos(alpha) -
28                   k*(x-d*np.cos(alpha))/m*
29                   (np.sqrt(d**2+x**2-2*x*d*np.cos(alpha))-ell0)/
30                   (np.sqrt(d**2+x**2-2*x*d*np.cos(alpha)))]
31
32     def Em(x,v):                            # Énergie mécanique
33         return 0.5*k*(np.sqrt(x**2+d**2-2*x*d*np.cos(alpha))-ell0)**2 +
34                           m*g*x*v
35
36     t = np.linspace(0,tmax,nb_points)        # Échantillonnage en temps
37     x,v = [],[]                            # Initialisation
38     for xi,vi in zip(x0,v0):                # Itération sur les conditions initiales
39         print(xi,vi)                        # Un peu de feedback
40         sol = sp.integrate.odeint(landau,[xi,vi],t) # On intègre
41         x.append(sol[:,0])                  # et on stocke à la fois les positions
42         v.append(sol[:,1])                  # et les vitesses
43
44     fig = plt.figure(figsize=(10,10))        # Création de la figure
45     vlim = (np.min(v),np.max(v))            # Limites verticales (horizontales imposées par les C
46     base_name='PNG/M4_oscillateur_de_landau_tilte_portrait_de_phase'
```

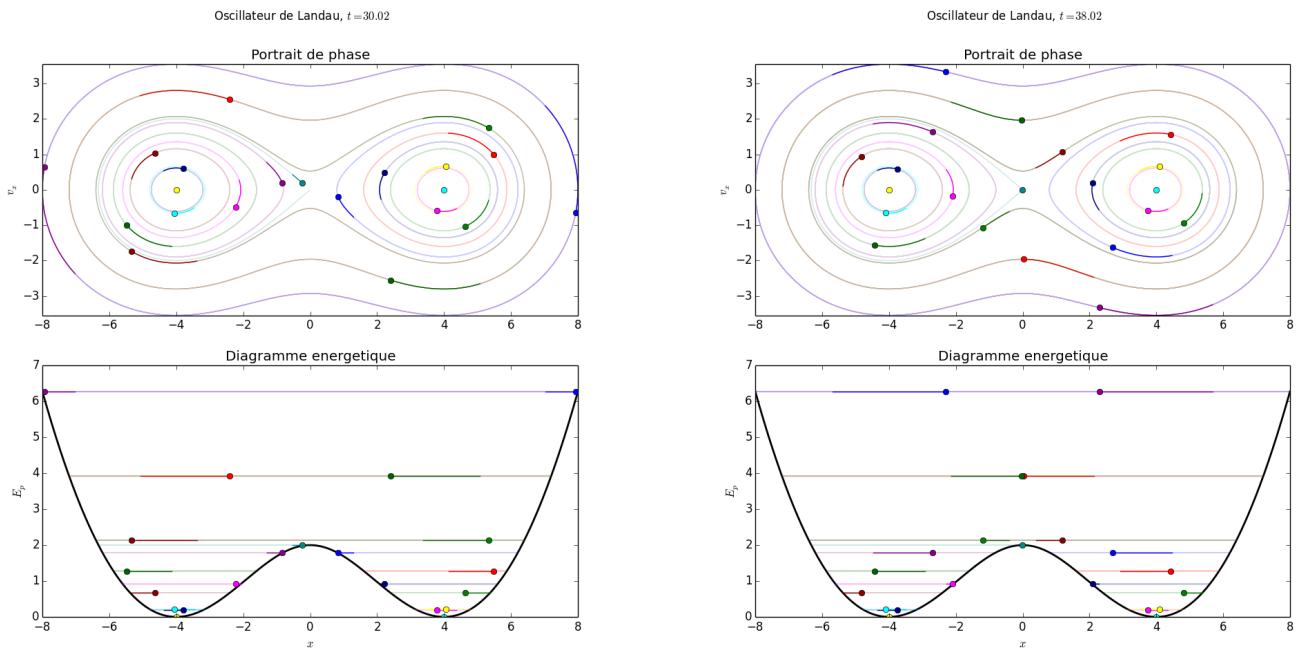
```

47
48 for i,ti in enumerate(t):           # On regarde à chaque instant d'intégration
49     print(ti)                      # Un peu de feedback
50     xi = [xp[:i+1] for xp in x]    # On stocke l'avancement
51     vi = [vp[:i+1] for vp in v]    # jusqu'à l'instant présent
52     plt.suptitle('Oscillateur de Landau tilte, $t={}$.format(round(ti,2)))')
53     plt.subplot(2,1,1)              # Première sous-figure
54     portrait_de_phase(xi,vi,fantome=50,clearfig=False,color=colors,ylim=vlim)
55     plt.xlabel('')
56     plt.subplot(2,1,2)              # Seconde sous-figure
57     diagramme_énergetique(xi,vi,Em,color=colors,clearfig=False,fantome=50)
58     plt.savefig('{}_{}.png'.format(base_name,i))
59     plt.clf()

60
61 from film import make_film        # Boîte à outil visuelle
62
63 make_film(base_name)            # et fabrication du film correspondant

```





Exemple II.11

M5 Mouvement hélicoïdal dans un champ magnétique

Exemple II.12

M5 Mouvement dans les champs E et B

Exemple II.13

Papillon de Lorenz

```

1 """
2 Animation montrant l'apparition de l'attracteur étrange dit du "papillon
3 de Lorenz" (NB: ce n'est pas le Lorentz des transformations relativistes: il
4 n'a pas de 't'), qui correspond à la solution du système différentiel
5 dx/dt = a*(y-x)
6 dy/dt = b*x - y - x*z
7 dz/dt = -c*z + x*y
8 Les valeurs "simple" de (a,b,c) qui mènent au chaos sont (10,28,8/3).
9 On va essayer d'illustrer deux phénomènes différents: la sensibilité aux
10 conditions initiales et le fait qu'un certain ordre se cache tout de même dans
11 le chaos (voir Ian Stewart, Dieu joue-t-il aux dés, p196 et suivantes pour
12 plus de détails)
13 """
14
15 import numpy as np          # Boîte à outils numérique
16 import scipy as sp
17 import scipy.integrate       # Pour l'intégration numérique
18 import matplotlib.pyplot as plt # Boîte à outil graphique
19
20 # Nécessaire pour la 3D, même si cela n'apparaît pas explicitement

```

```
21 from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
22
23 tmax = 30 # Tfinal d'intégration
24 nb_points = 3000 # Nombre de points pour l'échantillonnage en t
25 yvect0 = np.array([1.0,1.0,1.0]) # Position initiale (x,y,z)
26 ecart_relatif = 0.01 # Écart relatif des deux positions initiales
27
28 def systeme_de_Lorenz(yvect,t): # Système différentiel à intégrer
29     a,b,c = 10,28,8/3.0 # Les constantes du système
30     x,y,z = yvect # Les variables
31     return [a*(y-x),b*x-y-x*z,-c*z+x*y]
32
33 # Échantillonnage en temps et intégration numérique
34 t = np.linspace(0,tmax,nb_points)
35 sol1 = sp.integrate.odeint(systeme_de_Lorenz,yvect0,t)
36 sol2 = sp.integrate.odeint(systeme_de_Lorenz,yvect0*(1+ecart_relatif),t)
37
38 # Récupération des positions pour les deux solutions recherchées
39 X1,Y1,Z1 = sol1[:,0],sol1[:,1],sol1[:,2]
40 X2,Y2,Z2 = sol2[:,0],sol2[:,1],sol2[:,2]
41
42 # Détection des maximum dans l'idée de représenter la position d'un maximum en
43 # fonction de la position du maximum précédent pour Z -> l'ordre dans le chaos!
44 def trouve_positions_maximums(X):
45     """ Renvoie la liste des indices correspondant aux maximums de la liste X
46     fournie en paramètre. """
47     positions = []
48     for i in range(1,len(X)-1):
49         if X[i] > X[i-1] and X[i] > X[i+1]:
50             positions.append(i)
51     return positions
52
53
54
55 def both_plot(ax,X1,Y1,X2,Y2):
56     ax.plot(X1,Y1,'b',X2,Y2,'r') # Les deux tracés continus
57     ax.plot(X1[-1],Y1[-1],'o',color='cyan') # Dernier point premier tracé
58     ax.plot(X2[-1],Y2[-1],'o',color='magenta') # Dernier point second tracé
59
60
61 def fait_plot(X,Y,Z,Xp,Yp,Zp,t,i): # Routine pour faire le plot effectif
62     ax1 = fig.add_subplot(2,4,1) # Sous-figure 1 (en haut à gauche)
63     both_plot(ax1,X,Z,Xp,Zp) # Tracé
64     plt.xlabel('X') # Labels
65     plt.ylabel('Z')
66     plt.xlim(-20,20) # et limites
67     plt.ylim(0,50)
68     ax2 = fig.add_subplot(2,4,2) # Sous-figure 2 (en haut au milieu)
69     both_plot(ax2,Y,Z,Yp,Zp) # Tracé
```

```
70     plt.xlabel('Y')                      # Labels
71     plt.ylabel('Z')
72     plt.xlim(-30,30)                     # et limites
73     plt.ylim(0,50)
74     ax3 = fig.add_subplot(2,4,6)          # Sous-figure 6 (en bas au milieu)
75     both_plot(ax3,Y,X,Yp,Xp)            # Tracé
76     plt.xlabel('Y')                      # Labels
77     plt.ylabel('X')
78     plt.ylim(-20,20)                     # et limites
79     plt.xlim(-30,30)
80     ax4 = fig.add_subplot(2,4,5)          # Sous-figure 5 (en bas à gauche)
81     # On cherche les maxima de Z et, si on en a trouvé, on trace le maximum
82     # courant en fonction du précédent
83     pos = trouve_positions_maximums(Z)
84     if len(pos) > 1: ax4.plot(Z[pos[:-1]], Z[pos[1:]], 'b.')
85     if len(pos) > 0: ax4.plot(Z[pos[-1]] , Z[-1], 'o', color='cyan')
86     # Pareil pour la 2e condition initiale
87     pos = trouve_positions_maximums(Zp)
88     if len(pos) > 1: ax4.plot(Zp[pos[:-1]],Zp[pos[1:]],'r.')
89     if len(pos) > 0: ax4.plot(Zp[pos[-1]] ,Zp[-1], 'o', color='magenta')
90     plt.xlabel('Z$_k$')                  # Labels
91     plt.ylabel('Z$_{k+1}$')
92     plt.ylim(25,50)                      # et limites
93     # La dernière sous-figure occupe les 4 carrés de droite
94     ax5 = plt.subplot2grid((2,4),(0,2),colspan=2,rowspan=2,projection='3d')
95     ax5.set_xlabel('X')                  # Labels
96     ax5.set_ylabel('Y')
97     ax5.set_zlabel('Z')
98     ax5.set_xlim(-20,20)                # Limites
99     ax5.set_ylim(-30,30)
100    ax5.set_zlim(0,50)
101    ax5.plot(X,Y,Z,'b')               # et tracés
102    ax5.plot(Xp,Yp,Zp,'r')
103    ax5.plot([X[-1]],[Y[-1]],[Z[-1]],'o', color='cyan')
104    ax5.plot([Xp[-1]],[Yp[-1]],[Zp[-1]],'o', color='magenta')
105    # On modifie l'angle de vue au fur et à mesure
106    ax5.view_init(elev=10,azim=i%360)
107    # Titre global de la figure
108    plt.suptitle('Papillon de Lorenz, $t={}$.format(t))
```

Sauvegarde et nettoyage

```
109    plt.savefig('{}.{:05d}.png'.format(base_name,i))
110    plt.clf()
```

111

```
112
```

Le programme proprement dit

```
113
```

114

```
115    base_name = 'PNG/M_papillon_de_lorenz_"># Nom des figures
```

116

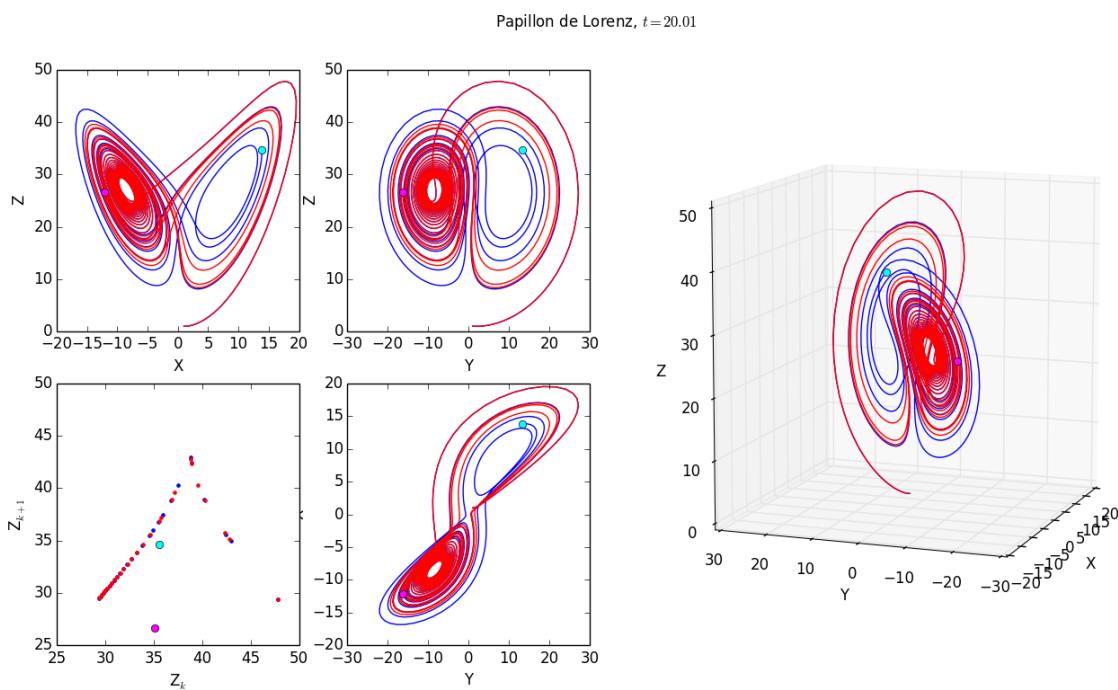
```
117    fig = plt.figure(figsize=(16,8))           # Définition de la figure
```

118

```

119 # For debugging purposes
120 #i = 1000
121 #fait_plot(X1[:i],Y1[:i],Z1[:i],X2[:i],Y2[:i],Z2[:i],round(t[i],3),i)
122
123
124 for i in range(5,len(t)): # La ronde des images
125     print(i)
126     fait_plot(X1[:i],Y1[:i],Z1[:i],X2[:i],Y2[:i],Z2[:i],round(t[i],2),i)
127
128 # Ne reste plus qu'à rassembler en un fichier mpeg à l'aide de convert puis de
129 # ppmtoy4m et mpeg2enc (paquet mjpegtools à installer sur la machine)
130
131 import os
132
133 cmd = '(for f in ' + base_name + '*png ; '
134 cmd+= 'do convert -density 100x100 $f -depth 8 -resize 1200x600 PNM:- ; done)'
135 cmd+= ' | ppmtoy4m -S 420mpeg2'
136 cmd+= ' | mpeg2enc -f1 -b 12000 -q7 -G 30 -o {}film.mpeg'.format(base_name)
137
138 print("Execution de la commande de conversion")
139 print(cmd)
140 os.system(cmd)
141 print("Fin de la commande de conversion")

```



Exemple II.14

Pendule double: sensibilité aux conditions initiales

1 *"""*

2 General Numerical Solver for the 1D Time-Dependent Schrodinger's equation.

```
3 adapted from code at http://matplotlib.sourceforge.net/examples/animation/double_pendul
4
5
6 Double pendulum formula translated from the C code at
7 http://www.physics.usyd.edu.au/~wheat/dpend_html/solve_dpend.c
8
9 author: Jake Vanderplas
10 email: vanderplas@astro.washington.edu
11 website: http://jakevdp.github.com
12 license: BSD
13 Please feel free to use and modify this, but keep the above information. Thanks!
14
15 Ajout JJF: Je me suis contenté de rajouter un second pendule (tout le travail
16 ayant été fait dans la définition de la classe, c'était facile), l'idée étant
17 de voir comment deux conditions initiales pourtant très voisines donnent assez
18 rapidement des résultats très différents. Néanmoins, il faudra un jour
19 regarder les équations en détails car l'énergie n'est plus conservée quand on
20 s'amuse à changer la longueur d'un pendule.
21
22 Je trouve ce spectacle particulièrement hypnotisant :o)
23
24 """
25
26 from numpy import sin, cos
27 import numpy as np
28 import matplotlib.pyplot as plt
29 import scipy.integrate as integrate
30 import matplotlib.animation as animation
31
32 # Malheureusement, Xkcd ne fonctionne pas sur mon ordi... :(
33 #plt.xkcd() # XKCD-style requires matplotlib 1.3+
34
35
36 class DoublePendulum:
37     """Double Pendulum Class
38
39     init_state is [theta1, omega1, theta2, omega2] in degrees,
40     where theta1, omega1 is the angular position and velocity of the first
41     pendulum arm, and theta2, omega2 is that of the second pendulum arm
42     """
43     def __init__(self,
44                  init_state = [120, 0, -20, 0],
45                  L1=1.0, # length of pendulum 1 in m
46                  L2=1.0, # length of pendulum 2 in m
47                  M1=1.0, # mass of pendulum 1 in kg
48                  M2=1.0, # mass of pendulum 2 in kg
49                  G=9.8, # acceleration due to gravity, in m/s^2
50                  origin=(0, 0)):
51         self.init_state = np.asarray(init_state, dtype='float')
```

```
52         self.params = (L1, L2, M1, M2, G)
53         self.origin = origin
54         self.time_elapsed = 0
55
56         self.state = self.init_state * np.pi / 180.
57
58     def position(self):
59         """compute the current x,y positions of the pendulum arms"""
60         (L1, L2, M1, M2, G) = self.params
61
62         x = np.cumsum([self.origin[0],
63                         L1 * sin(self.state[0]),
64                         L2 * sin(self.state[2])])
65         y = np.cumsum([self.origin[1],
66                         -L1 * cos(self.state[0]),
67                         -L2 * cos(self.state[2])])
68
69         return (x, y)
70
71     def energy(self):
72         """compute the energy of the current state"""
73         (L1, L2, M1, M2, G) = self.params
74
75         x = np.cumsum([L1 * sin(self.state[0]),
76                         L2 * sin(self.state[2])])
77         y = np.cumsum([-L1 * cos(self.state[0]),
78                         -L2 * cos(self.state[2])])
79         vx = np.cumsum([L1 * self.state[1] * cos(self.state[0]),
80                         L2 * self.state[3] * cos(self.state[2])])
81         vy = np.cumsum([L1 * self.state[1] * sin(self.state[0]),
82                         L2 * self.state[3] * sin(self.state[2])])
83
84         U = G * (M1 * y[0] + M2 * y[1])
85         K = 0.5 * (M1 * np.dot(vx, vx) + M2 * np.dot(vy, vy))
86
87         return U + K
88
89     def dstate_dt(self, state, t):
90         """compute the derivative of the given state"""
91         (M1, M2, L1, L2, G) = self.params
92
93         dydx = np.zeros_like(state)
94         dydx[0] = state[1]
95
96         cos_delta = cos(state[2] - state[0])
97         sin_delta = sin(state[2] - state[0])
98
99         den1 = (M1 + M2) * L1 - M2 * L1 * cos_delta * cos_delta
100        dydx[1] = (M2 * L1 * state[1] * state[1] * sin_delta * cos_delta
```

```
101             + M2 * G * sin(state[2]) * cos_delta
102             + M2 * L2 * state[3] * state[3] * sin_delta
103             - (M1 + M2) * G * sin(state[0])) / den1
104
105     den2 = (L2 / L1) * den1
106     dydx[3] = (-M2 * L2 * state[3] * state[3] * sin_delta * cos_delta
107                 + (M1 + M2) * G * sin(state[0]) * cos_delta
108                 - (M1 + M2) * L1 * state[1] * state[1] * sin_delta
109                 - (M1 + M2) * G * sin(state[2])) / den2
110
111     return dydx
112
113 def step(self, dt):
114     """execute one time step of length dt and update state"""
115     self.state = integrate.odeint(self.dstate_dt, self.state, [0, dt])[1]
116     self.time_elapsed += dt
117
118 #-----
119 # set up initial state and global variables
120 pendulum = DoublePendulum([180., 0.0, -20., 0.0])
121 pendulum2= DoublePendulum([180., 0.01,-20., 0.0])
122 dt = 1./30 # 30 fps
123
124 #-----
125 # set up figure and animation
126 fig = plt.figure()
127 ax = fig.add_subplot(111, aspect='equal', autoscale_on=False,
128                      xlim=(-2, 2), ylim=(-2, 2))
129 ax.grid()
130
131 line, = ax.plot([], [], 'o-', lw=2)
132 line2,= ax.plot([], [], 'o-', lw=2)
133 time_text = ax.text(0.02, 0.95, ' ', transform=ax.transAxes)
134 energy_text = ax.text(0.02, 0.90, ' ', transform=ax.transAxes)
135 energy2_text= ax.text(0.02, 0.85, ' ', transform=ax.transAxes)
136
137 def init():
138     """initialize animation"""
139     line.set_data([], [])
140     line2.set_data([], [])
141     time_text.set_text(' ')
142     energy_text.set_text(' ')
143     energy2_text.set_text(' ')
144     return line, line2, time_text, energy_text, energy2_text
145
146 def animate(i):
147     """perform animation step"""
148     global pendulum, pendulum2, dt
149     pendulum.step(dt)
```

```
150     pendulum2.step(dt)

151
152     line.set_data(*pendulum.position())
153     line2.set_data(*pendulum2.position())
154     time_text.set_text('time = %.1f' % pendulum.time_elapsed)
155     energy_text.set_text('energy = %.5f J' % pendulum.energy())
156     energy2_text.set_text('energy2= %.5f J' % pendulum2.energy())
157     return line, line2, time_text, energy_text, energy2_text

158
159 # choose the interval based on dt and the time to animate one step
160 from time import time
161 t0 = time()
162 animate(0)
163 t1 = time()
164 interval = 1000 * dt - (t1 - t0)

165
166 ani = animation.FuncAnimation(fig, animate, frames=300,
167                               interval=interval, blit=False, init_func=init)

168
169 # save the animation as an mp4. This requires ffmpeg or mencoder to be
170 # installed. The extra_args ensure that the x264 codec is used, so that
171 # the video can be embedded in html5. You may need to adjust this for
172 # your system: for more information, see
173 # http://matplotlib.sourceforge.net/api/animation_api.html
174 #ani.save('double_pendulum_xkcd.mp4', fps=30, extra_args=['-vcodec', 'libx264'])

175
176 plt.show()
```

Exemple II.15

Hypérion: rotation chaotique et section de Poincaré

Hypérion, un satellite de Saturne, est le seul objet connu du système solaire à être actuellement dans une phase de rotation chaotique. J'ai découvert cette étrangeté au travers de l'excellent bouquin « Dieu joue-t-il aux dés » de Ian Stewart qui y consacre un bon chapitre et demi de son livre.



Figure 1. Hyperion

Plus de détails peuvent être trouvés dans la publication de Wisdom, Peale et Mignard¹ dont une version peut être trouvée en ligne à l'adresse suivante:

<http://web.mit.edu/wisdom/www/hyperion.pdf>

L'idée est que la forme patatoïdale d'Hypérion fait que sa rotation sur lui-même varie fortement d'une orbite sur l'autre, induisant une variation chaotique de sa luminosité (du fait qu'en plus une face est plus sombre que l'autre).

Le lien suivant est peut-être un peu plus lisible, notamment en ce qui concerne la définition des angles impliqués dans le problème:

http://www.physics.udel.edu/~jim/PHYS460_660_13S/solarsystem/Chaotic%20rotation%20of%20Hyperion.pdf

¹Wisdom, J., Peale, S. J., & Mignard, F. 1984, Icarus, 58, 137

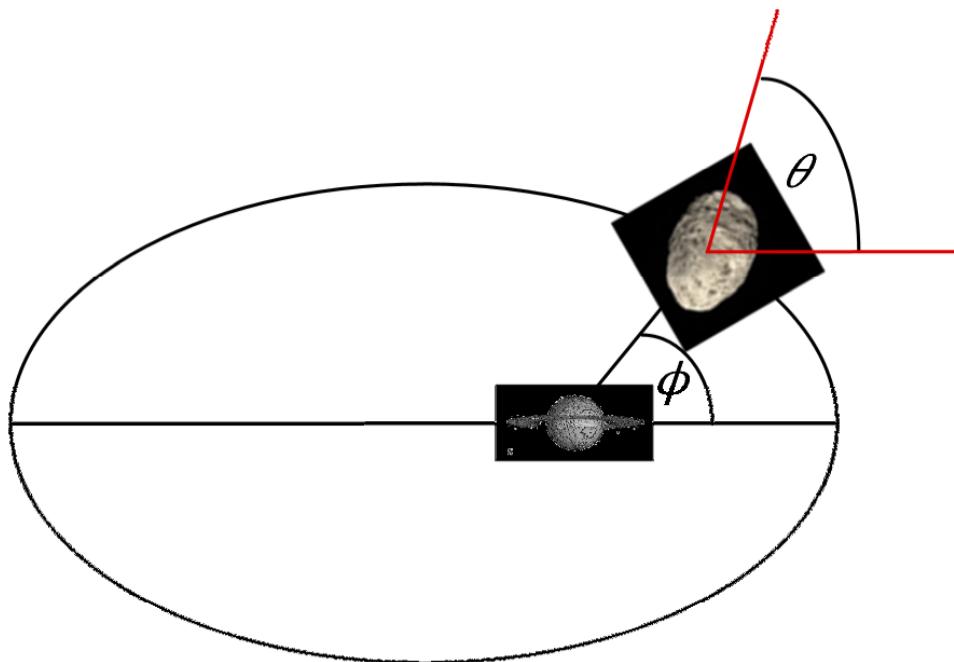


Figure 2. Definition of the angles θ and ϕ .

Ce dernier (dont la figure précédente est extraite) permet d'obtenir les équations du mouvement en fonction de l'angle orbital ϕ . En définissant θ l'angle de rotation d'Hypérion autour de son axe principal et $\Omega = \dot{\theta}$ sa vitesse angulaire de rotation, on obtient

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{d\phi} = \frac{r^2}{a^2} \Omega \\ \frac{d\Omega}{dt} \phi = - \frac{B - A}{C} \frac{3}{2(1 - e^2)} \frac{a}{r} \sin(2(\theta - \phi)) \end{cases}$$

où A, B, et C sont les valeurs des trois moments d'inertie principaux (avec $A < B < C$) qui, pour Hypérion, sont tels que $(B - A)/C \approx 0,265$. On a aussi l'excentricité e de l'orbite qui apparaît, telle que $e \approx 0,123$ pour Hypérion. Le rapport a/r du demi-grand axe de l'orbite elliptique (stable) d'Hypérion autour de Saturne est relié à l'angle ϕ via la relation

$$(1 - e^2) \frac{a}{r} = 1 + e \cos \phi$$

ce qui permet de définir entièrement le système différentiel précédent. Mais maintenant, place au code (d'autres explications y sont données...)

```

1  """
2  Programme pour construire une section de Poincaré pour Hypérion. L'idée d'une
3  section de Poincaré est de représenter le couple (theta, Omega) à chaque fois
4  que l'on passe dans le plan phi=0. Il suffit donc de demander à scipy les
5  valeurs pour les multiples de 2pi et de tracer les trajectoires pour de
6  multiples conditions initiales. On reconnaîtra les trajectoires
7  quasi-périodiques par le fait que les points successifs tombent proches les
8  uns des autres et dessinent une courbe bien définie alors que pour les
9  trajectoires chaotiques, les points semblent se déposer "au hasard" sur toute
10 une surface de la section de Poincaré.
11 """
12

```

```
13 import numpy as np
14 import scipy as sp
15 import scipy.integrate
16 import matplotlib.pyplot as plt
17
18 # Les constantes de notre problème
19 e = 0.1                      # Excentricité de l'orbite d'Hypéron
20 BmAsC = 0.265                 # Valeur de B Moins A Sur C (B-A)/C pour Hypéron
21
22 def hyperion(y,phi):
23     """ Fonction définissant le système différentiel (en phi) régissant
24     l'évolution de theta et Omega pour Hypéron. """
25     theta,Omega = y
26     a_sur_r = (1 + e*np.cos(phi))/(1-e**2)
27     dtheta_sur_dphi = 1/a_sur_r**2 * Omega
28     dOmega_sur_dphi = - BmAsC * 3 / (2*(1-e**2)) * a_sur_r * np.sin(2*(theta-phi))
29     return [dtheta_sur_dphi,dOmega_sur_dphi]
30
31 def trajectoire(Omega0,n=200,dphi=2*np.pi):
32     """ Récupération d'une trajectoire dans la section de Poincaré. Renvoie un
33     triplet contenant les theta mesurés, les Omega et les phicorrespondants.
34     """
35     y0 = [0,Omega0]                  # Condition initiale (theta=0)
36     phi = np.arange(0,n*dphi,dphi) # n points répartis tous les 2pi
37     sol = sp.integrate.odeint(hyperion,y0,phi) # Intégration effective
38     theta = (sol[:,0]+np.pi)%(2*np.pi)-np.pi
39     Omega = sol[:,1]
40     return theta,Omega,phi
41
42 # Les conditions initiales regardées (qui bien sûr doivent dépendre de e et
43 # BmAsC pour bien délimiter les zones chaotiques [ici 0.2] des zones
44 # quasi-périodiques [toutes les autres])
45 L_Omega0 = [0,0.2,0.3,0.7,2.37,2.7,2.85]
46 for Omega0 in L_Omega0:
47     if Omega0 == 0.2: n = 5000    # Il faut plus de point pour la zone chaotique
48     else: n = 500
49     theta,Omega,phi = trajectoire(Omega0,n=n)
50     plt.plot(theta,Omega,'.',label='$\Omega_0=$'.format(Omega0))
51
52 plt.xlim((-np.pi,6))
53 plt.ylim((0,3))
54 plt.title('Hyperion: Section de Poincaré dans le plan $\phi=0[2\pi]$')
55 plt.xlabel('$\theta$')
56 plt.ylabel('$\dot{\Omega}=\dot{\theta}$')
57 plt.legend()
58 plt.savefig('PNG/M_hyperion.png')
59 plt.clf()
60
61 # Regardons aussi ce que donne une trajectoire quasi-periodique et une
```

```

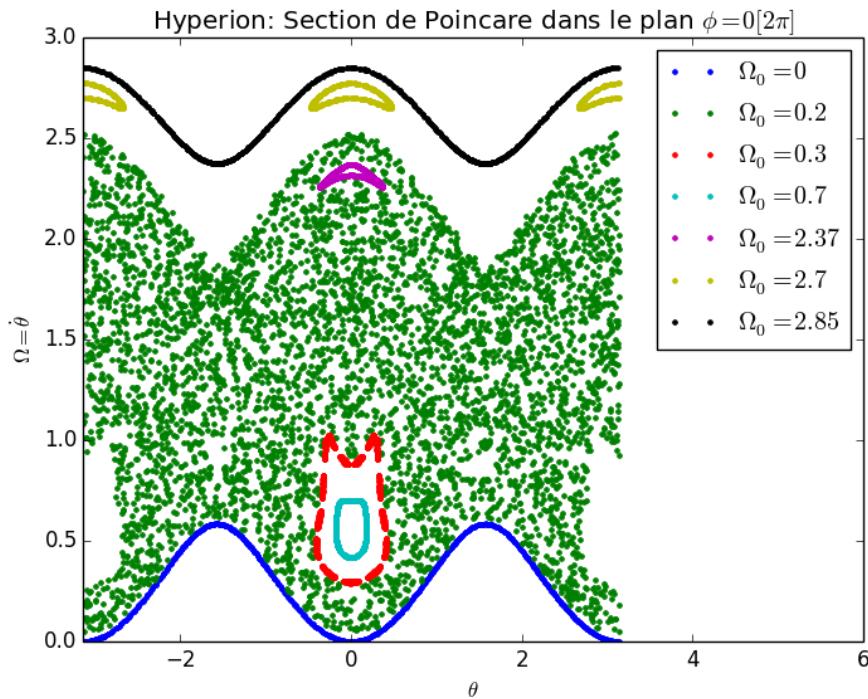
62 # trajectoire chaotique en observant la vitesse angulaire Omega en fonction de
63 # la position phi sur l'orbite
64 def plot_trajectoire_donnee(Omega0,phi_max,n,titre='',fichier=None):
65     theta,Omega,phi = trajectoire(Omega0,n=n,dphi=phi_max/n)
66     plt.plot(phi,Omega)
67     plt.title(titre)
68     plt.xlabel("Position $\\phi$ sur l'orbite")
69     plt.ylabel("Vitesse $\\Omega$ de rotation")
70     if fichier: plt.savefig(fichier)
71     else: plt.show()
72     plt.clf()
73
74 plot_trajectoire_donnee(0,100,1000,'Trajectoire quasi-periodique $\\Omega_0=0$',  

75                         'PNG/M_hyperion_0.png')
76 plot_trajectoire_donnee(0.2,400,1000,'Trajectoire chaotique $\\Omega_0=0.2$',  

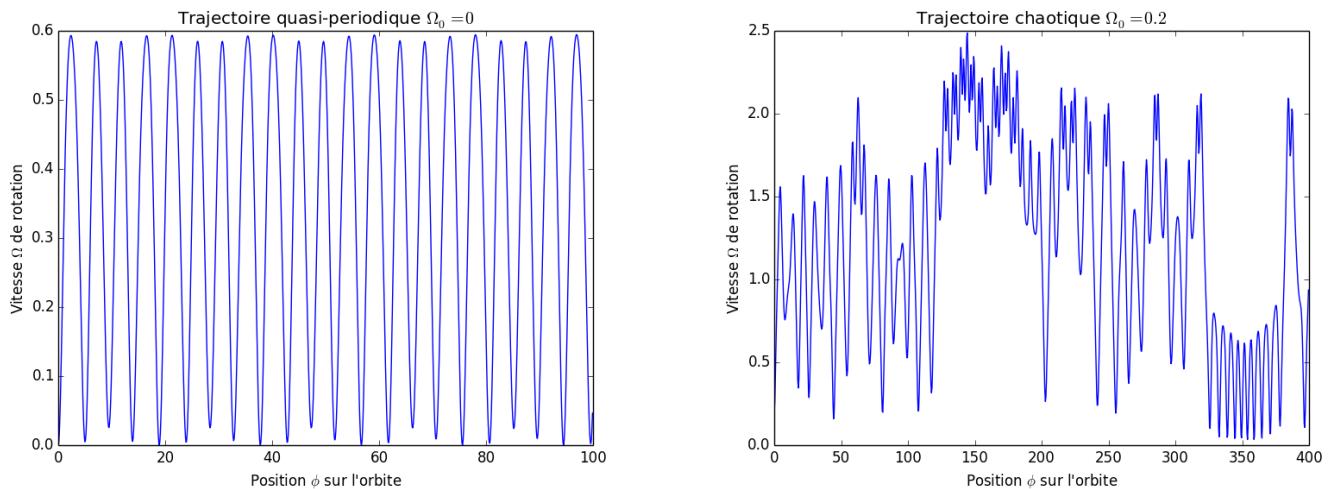
77                         'PNG/M_hyperion_0_2.png')

```

Et voici le résultat :



Une petite vision de ce que donnent des trajectoires pseudo-périodiques et chaotiques dans la paramétrisation choisie:



Bien sûr, il serait intéressant de faire une étude systématique en changeant progressivement la valeur de l'excentricité pour voir comment évoluent les zones chaotiques.

```

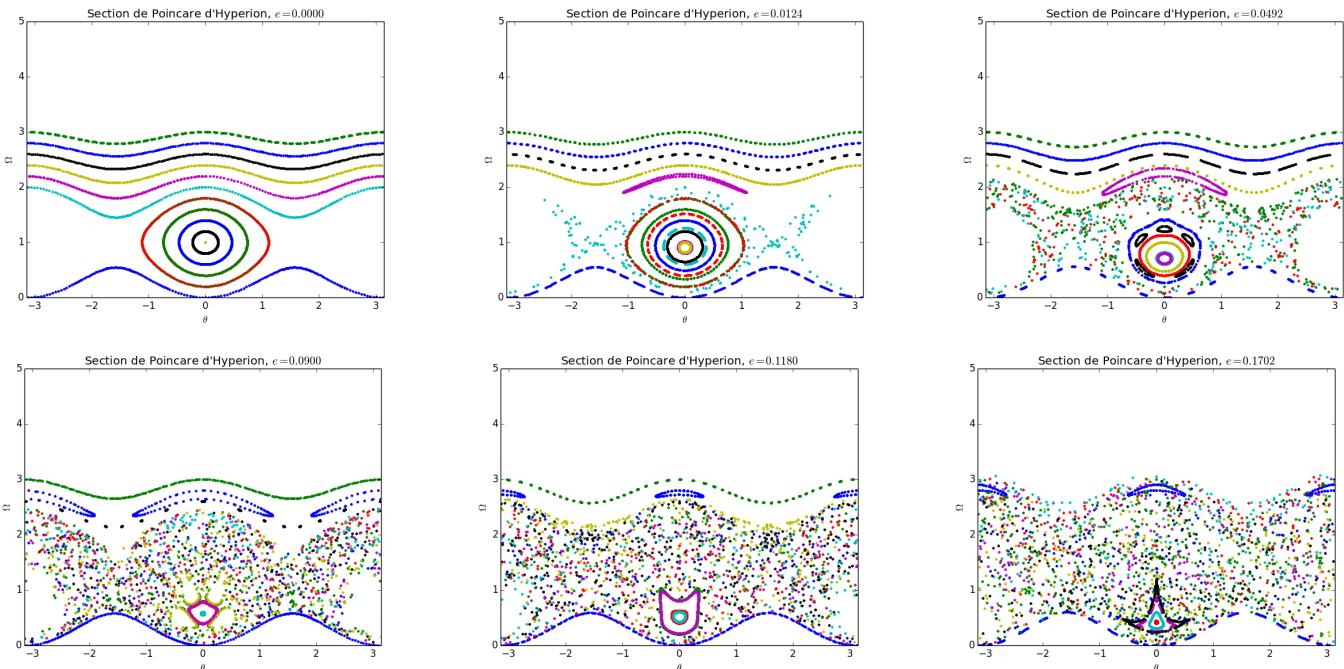
1 # Évolution des zones chaotiques quand on modifie progressivement
2 # l'excentricité de l'orbite.
3
4 def fait_diagramme(e,L_Omega0=np.arange(0,3.1,0.2),
5                     label=False,n=200,fichier=None):
6     """ Fait automatiquement la section de Poincaré pour l'excentricité e
7     fournie et en utilisant les valeurs initiales contenue dans L_Omega0 pour
8     les vitesses angulaires. N'affiche les label que si 'label' est à True.
9     On peut aussi changer le nombre 'n' de points d'échantillonnage.
10    Si le nom du fichier est donné, on y sauvegarde le résultat. Sinon, on
11    l'affiche à l'écran.
12    """
13    for Omega0 in L_Omega0:
14        theta,Omega,phi = trajectoire(Omega0,n=n)
15        plt.plot(theta,Omega,'.',label='$\Omega_0={}$'.format(Omega0))
16        if label: plt.xlim(-np.pi,6) ; plt.legend()
17        else:    plt.xlim(-np.pi,np.pi)
18        plt.ylim(0,5)
19        plt.xlabel('$\theta$')
20        plt.ylabel('$\Omega$')
21        plt.title("Section de Poincaré d'Hyperion, $e={:.4f}$".format(e))
22        if fichier: plt.savefig(fichier)
23        else: plt.show()
24        plt.clf()
25
26 base_name = 'PNG/M_hyperion_e'
27
28 for e in np.arange(0,0.2,0.0002):
29     print('e={}'.format(e))
30     fichier = base_name + '{:.4f}'.format(e).replace('.','_')
31     fait_diagramme(e,fichier=fichier)
32
33 # Ne reste plus qu'à rassembler en un fichier mpeg à l'aide de convert puis de

```

```
34 # ppmtoy4m et mpeg2enc (paquet mjpegttools à installer sur la machine)
35
36 import os
37
38 cmd = '(for f in ' + base_name + '*png ; '
39 cmd+= 'do convert -density 100x100 $f -depth 8 -resize 600x600 PNM:- ; done)'
40 cmd+= ' | ppmtoy4m -S 420mpeg2'
41 cmd+= ' | mpeg2enc -f1 -b 12000 -q7 -G 30 -o {}film.mpeg'.format(base_name)
42
43 print("Execution de la commande de conversion")
44 print(cmd)
45 os.system(cmd)
46 print("Fin de la commande de conversion")
```

Et voici le résultat en images:

http://pcsi.kleber.free.fr/IPT/doc/M_hyperion_efilm.mpeg



Py4Phys III

Bloc Thermodynamique

Exemple III.1

T1 Balles rebondissantes en boîte: illustration du facteur de Boltzmann

```
1      """
2
3  Code servant à simuler un ensemble de balles rebondissantes soumises à la
4  gravité. Le code est adapté de celui proposé par le cours de l'ENS Ulm:
5  "Statistical Mechanics: Algorithms and Computations" sur le site coursera.org.
6  cf https://class.coursera.org/smac-001
7
8  L'idée est de faire une simulation "event-driven", c'est-à-dire que les
9  équations du mouvement sont connues entre deux chocs, il suffit donc de
10 déterminer la date du prochain choc et d'utiliser les positions et vitesses
11 connues après un choc pour calculer facilement les positions entre deux chocs.
12
13 Attention, comme on ne sait pas à l'avance qui va rencontrer qui, l'algorithme
14 est quadratique avec le nombre de particules considérées.
15
16 """
17
18
19 import os, math, pylab
20 import numpy as np
21 import numpy.random
22
23 N_sur_4 = 100    # On prend un multiple de 4
24 N = 4*N_sur_4   # pour les couleurs
25 output_dir = "PNG/T1_balles_rebondissantes_en_boite_movie"
26 colors = ['r', 'b', 'g', 'orange']*N
27 sigma = 0.002          # Rayon des particules
28 singles = [(i,j) for i in range(N) for j in range(2)]  # L'ensemble des particules (en
29 pairs = [(i,j) for i in range(N) for j in range(i+1,N)] # L'ensemble des paires
30
31 t = 0.0              # Temps initial
```

```
32 dt = 0.02                                # dt=0 corresponds to event-to-event animation
33 n_steps = 1000                            # Nombre d'étapes
34
35
36 def wall_time(pos_a, vel_a, sigma, g):
37     """Fonction qui détermine le prochain choc d'une particule avec un mur."""
38     del_t = float('inf')
39     #print(pos_a,vel_a,g)
40     if g == 0: # Cas d'un axe sans gravité
41         if vel_a > 0.0:
42             del_t = (1.0 - sigma - pos_a) / vel_a
43         elif vel_a < 0.0:
44             del_t = (pos_a - sigma) / abs(vel_a)
45     else:
46         Delta1= vel_a**2 - 2*g*(pos_a - (1-sigma))
47         Delta2= vel_a**2 - 2*g*(pos_a - sigma)
48         tpossibles = []
49         if Delta1 >= 0:
50             tpossibles += [1/g*(-vel_a - Delta1**0.5), 1/g*(-vel_a + Delta1**0.5)]
51         if Delta2 >= 0:
52             tpossibles += [1/g*(-vel_a - Delta2**0.5), 1/g*(-vel_a + Delta2**0.5)]
53         #print(tpossibles)
54         tpossibles = [t for t in tpossibles if t > 1e-5] # On ne garde que les positifs
55         #print(tpossibles)
56         if len(tpossibles)>0:
57             del_t = min(tpossibles)
58         #print(del_t)
59     return del_t
60
61 def pair_time(pos_a, vel_a, pos_b, vel_b, sigma):
62     """
63     Fonction qui détermine le temps du prochain choc d'une particule avec une autre. Magie de la gravité: les termes quadratiques disparaissent ! On se ramène donc au cas des particules libres.
64     """
65
66     del_x = [pos_b[0] - pos_a[0], pos_b[1] - pos_a[1]]
67     del_x_sq = del_x[0] ** 2 + del_x[1] ** 2
68     del_v = [vel_b[0] - vel_a[0], vel_b[1] - vel_a[1]]
69     del_v_sq = del_v[0] ** 2 + del_v[1] ** 2
70     scal = del_v[0] * del_x[0] + del_v[1] * del_x[1]
71     Upsilon = scal ** 2 - del_v_sq * (del_x_sq - 4.0 * sigma ** 2)
72     if Upsilon > 0.0 and scal < 0.0:
73         del_t = - (scal + math.sqrt(Upsilon)) / del_v_sq
74     else:
75         del_t = float('inf')
76     return del_t
77
78
79 def min_arg(l):
80     """Récupère à la fois le minimum d'une liste et l'indice correspondant à ce minimum
```

```
81     return min(zip(l, range(len(l)))))

82

83 g = np.array([0,-1])

84

85 def compute_next_event(pos, vel):
86     """ Détermination du prochain "événement", c'est-à-dire l'instant de ce
87     choc et la particule (ou la paire) correspondante. À noter que l'on stocke
88     toutes ces infos dans un seul indice (cf disjonction de cas dans
89     compute_new_velocities)."""
90     #print('-'*70)
91     wall_times = [wall_time(pos[k][l], vel[k][l], sigma, g[l]) for k, l in singles]
92     pair_times = [pair_time(pos[k], vel[k], pos[l], vel[l], sigma) for k, l in pairs]
93     return min_arg(wall_times + pair_times)

94

95 def compute_new_velocities(pos, vel, next_event_arg):
96     """Calcul des nouvelles vitesses"""
97     if next_event_arg < len(singles): # Cas d'un choc avec le mur
98         collision_disk, direction = singles[next_event_arg]
99         vel[collision_disk][direction] *= -1.0 # seule la vitesse sur cet axe est modifiée
100    else:                                # Cas d'un choc entre deux particules de même vitesse
101        a, b = pairs[next_event_arg - len(singles)]
102        del_x = [pos[b][0] - pos[a][0], pos[b][1] - pos[a][1]]
103        abs_x = math.sqrt(del_x[0]**2 + del_x[1]**2)
104        e_perp = [c / abs_x for c in del_x]
105        del_v = [vel[b][0] - vel[a][0], vel[b][1] - vel[a][1]]
106        scal = del_v[0] * e_perp[0] + del_v[1] * e_perp[1]
107        for k in range(2):
108            vel[a][k] += e_perp[k] * scal
109            vel[b][k] -= e_perp[k] * scal

110

111 img = 0
112 if not os.path.exists(output_dir): os.makedirs(output_dir)

113

114 def snapshot(t, pos, vel, colors, X, Y, arrow_scale=.2):
115     """ La routine qui s'occupe des tracés graphiques."""
116     global img
117     nbmax = 80 # Limite verticale des histogrammes
118     nb_bins = 20 # Nombre de bins pour les histogrammes
119     # Quelques déclarations de tailles
120     pylab.subplots_adjust(left=0.10, right=0.90, top=0.90, bottom=0.10)
121     pylab.gcf().set_size_inches(12, 12*2/3)

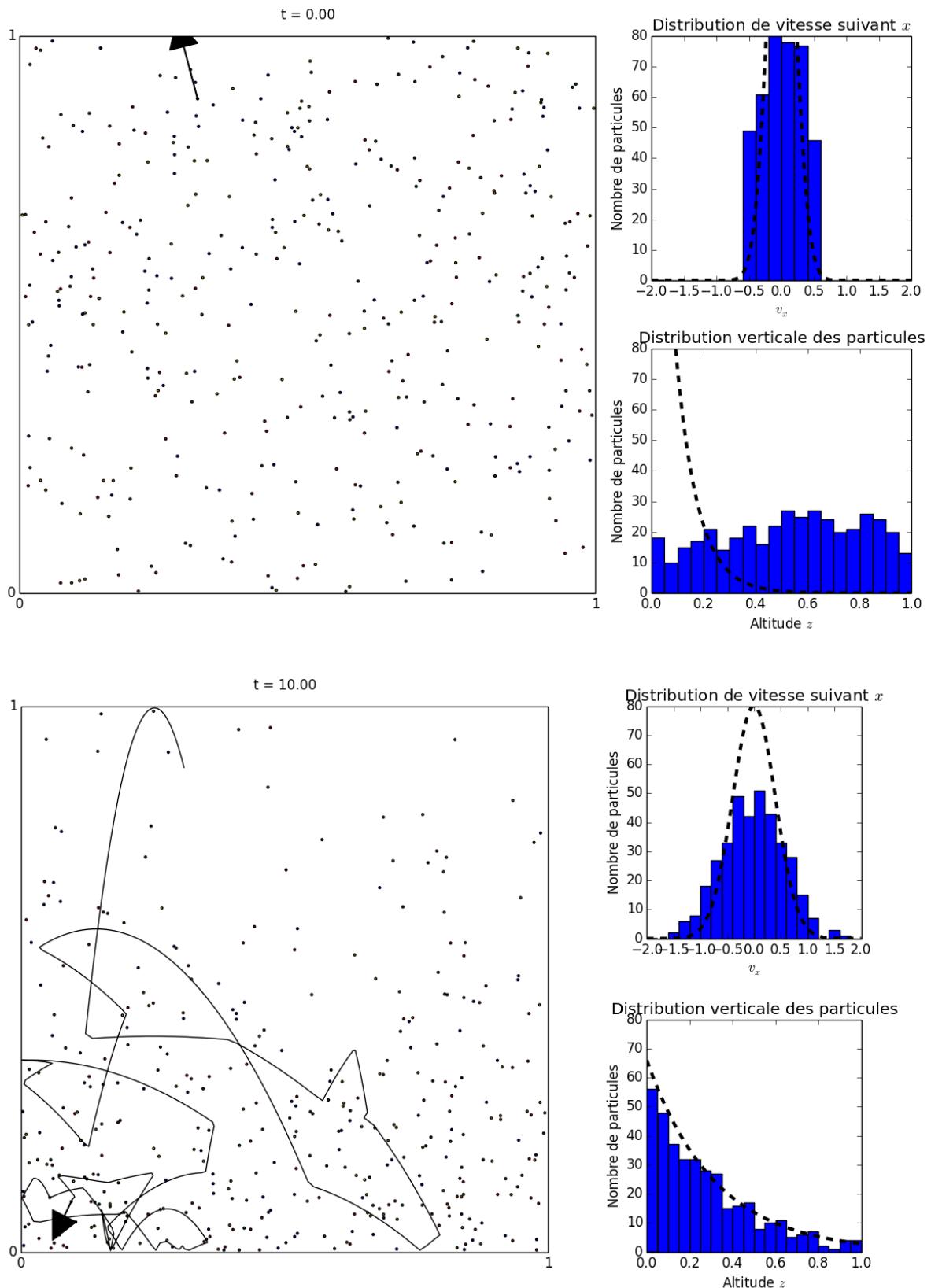
122

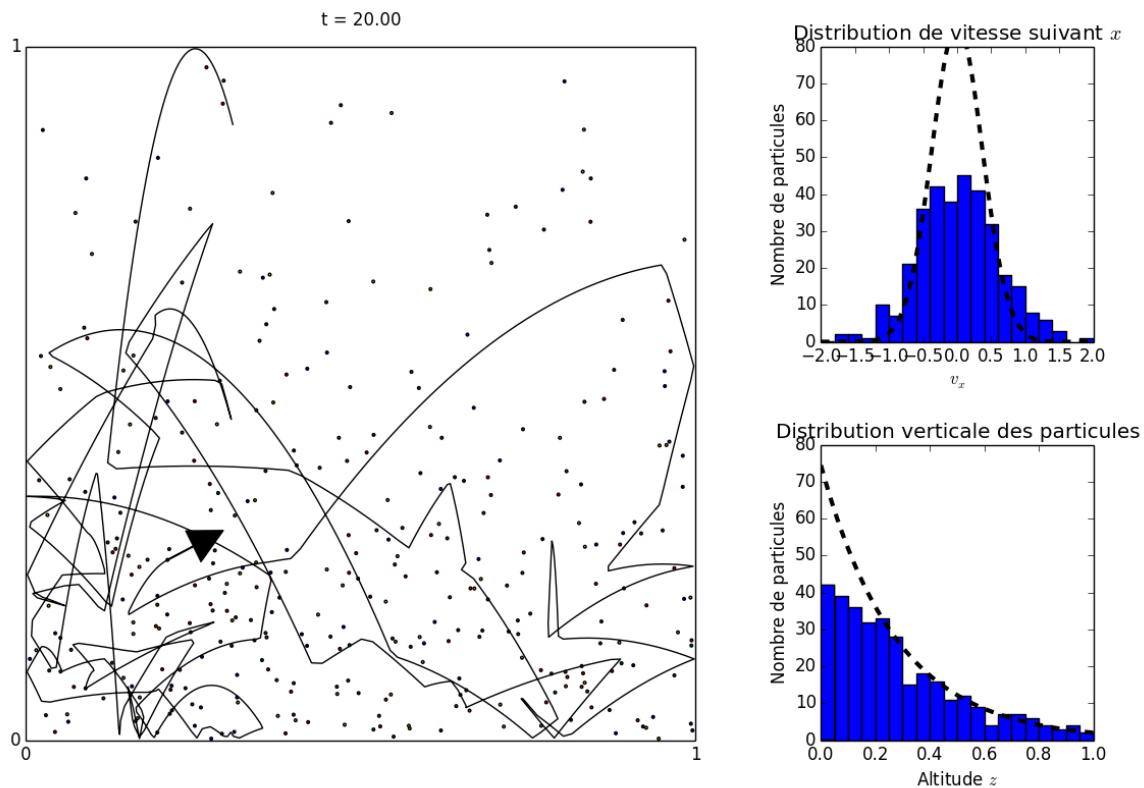
123     # Le premier sous-plot: carré de 2x2
124     ax1 = pylab.subplot2grid((2,3),(0,0),colspan=2, rowspan=2)
125     pylab.setp(pylab.gca(), xticks=[0, 1], yticks=[0, 1])
126     pylab.plot(X,Y,'k') # On y met le trajet de la dernière particule
127     pylab.xlim((0,1)) # On doit astreindre les côtés horizontaux
128     pylab.ylim((0,1)) # et verticaux
129     # Boucle sur les points pour rajouter les cercles colorés
```

```
130     for (x, y), c in zip(pos, colors):
131         circle = pylab.Circle((x, y), radius=sigma, fc=c)
132         pylab.gca().add_patch(circle)
133     # La dernière particule a droit à son vecteur vitesse
134     dx,dy = vel[-1] * arrow_scale
135     pylab.arrow( x, y, dx, dy, fc="k", ec="k", head_width=0.05, head_length=0.05 )
136     pylab.text(.5, 1.03, 't = %.2f' % t, ha='center')
137
138     # Second sous-plot: histogramme de la projection suivant x des vitesses
139     ax2 = pylab.subplot2grid((2,3),(0,2),colspan=1, rowspan=1)
140
141     # Récupération des vitesses et des positions pour les particules encore
142     # dans le champ d'étude (au cas où certaines se seraient échappées [bug à
143     # corriger, mais on fait avec...])
144     vitesses = np.array([vel[k] for k in range(N) if 0 <= pos[k][1] <=1 and 0 <= pos[k][0] <= nb_max])
145     positions= np.array([pos[k] for k in range(N) if 0 <= pos[k][1] <=1 and 0 <= pos[k][0] <= nb_max])
146     nb_part = vitesses.shape[0]                                # Nombre de particules encore dans le champ
147     r = (-2,2)                                              # Intervalle de vitesses regardé
148     pylab.hist(vitesses[:,0],bins=nb_bins,range=r) # Dessin de l'histogramme
149     # Récupération des centres de positionnement des histogrammes
150     hist_data,bin_edges = np.histogram(vitesses[:,0],bins=nb_bins,range=r)
151     bin_centers = (bin_edges[:-1] + bin_edges[1:])/2
152     pylab.xlim(r)                                         # On impose l'abscisse
153     pylab.ylim((0,nbmax))                                 # et l'ordonnée
154     pylab.ylabel("Nombre de particules")                  # Légende verticale
155     pylab.xlabel("$v_x$")                                  # et horizontale
156     pylab.title('Distribution de vitesse suivant $x$')   # Titre
157     # La distribution est sensée être gaussienne
158     v = np.linspace(r[0],r[1],100)                         # Echantillonnage en vitesses
159     #Dv= bin_centers[1] - bin_centers[0]
160     #dispx = np.sum(vel[:,0]**2)/N
161     disp2 = np.sum(vitesses**2)/(2*N)                      # Dispersion (carrée) des vitesses (avec
162     A = N / (sum(np.exp(-(bin_centers)**2/disp2))) # Normalisation de la gaussienne
163     # Représentation graphique de la gaussienne en pointillés
164     pylab.plot(v,A*np.exp(-v**2/disp2), '--k', linewidth=3.0)
165
166     # Troisième sous-plot: histogramme de répartition des particules selon l'altitude
167     ax3 = pylab.subplot2grid((2,3),(1,2),colspan=1, rowspan=1)
168     r = (0,1)                                              # Intervalle de hauteurs regardé
169     pylab.hist(positions[:,1],bins=nb_bins,range=r) # Dessin de l'histogramme
170     pylab.xlim(r)                                         # On impose l'abscisse
171     pylab.ylim((0,nbmax))                                 # et l'ordonnée
172     pylab.ylabel("Nombre de particules")                  # Légende verticale
173     pylab.xlabel("Altitude $z$")                          # et horizontale
174     pylab.title("Distribution verticale des particules")
175     # Récupération des centres de positionnement des histogrammes
176     hist_data,bin_edges = np.histogram(positions[:,1],bins=nb_bins,range=r)
177     bin_centers = (bin_edges[:-1] + bin_edges[1:])/2
178     A = N/(sum(np.exp(g[1]*bin_centers/disp2)))# Calcul de la normalisation
```

```
179     z = np.linspace(r[0],r[1],100)           # Échantillonage des z
180     # Affichage de la courbe exponentielle théorique
181     pylab.plot(z, A * np.exp(g[1]*z/disp2), '-k', linewidth=3.0)
182     pylab.tight_layout() # Pour ajuster un peu les bords
183
184     pylab.savefig(os.path.join(output_dir, '{:04d}.png'.format(img)))
185     img += 1
186
187 def check_position():
188     """ Une routine pour s'assurer que les particules ne se chevauchent pas au
189     départ. Il peut se passer un certain temps avant que l'on trouve une
190     configuration adéquate. """
191     continue_condition = True # Condition de non-arrêt
192     c = 0                      # Compteur
193     d2= 4*sigma**2             # Distance (carrée) de sécurité
194     while continue_condition:
195         c += 1
196         if c%100 == 0:          # Un peu de feedback
197             print(c,'trials to get initial conditions and still trying... ')
198         pos = np.random.random((N,2))*(1-2*sigma) + sigma
199         k = 0
200         for (i,j) in pairs:    # Les vérifications sur toutes les paires
201             if sum((pos[i]-pos[j])**2) > d2: k+= 1
202             else:
203                 if c%100 == 0: print(i,j)
204                 break
205             if k == len(pairs): continue_condition = False
206     print("Let's compute some physics !")
207     return pos
208
209 # Le début du programme proprement dit
210
211 pos = check_position()           # Sélection des positions
212 vel = 0.5*(np.random.random((N,2))*2 - 1) # et des vitesses
213 X,Y = [pos[-1][0]], [pos[-1][1]] # La dernière particule va être suivie à la loupe
214 next_event, next_event_arg = compute_next_event(pos, vel) # On calcule la première étape
215 snapshot(t, pos, vel, colors, X, Y) # et on prend une première photo.
216 for step in range(n_steps):      # On boucle
217     if dt:                      # Cas normal,
218         next_t = t + dt          # on avance de dt
219     else:                       # Sinon,
220         next_t = t + next_event # c'est qu'on veut regarder choc après choc
221     while t + next_event <= next_t:# Début des calculs jusqu'à la prochaine sortie
222         t += next_event          # On avance
223         # On met à jour les position
224         pos += [vel[k] * next_event + g/2 * next_event**2 for k in range(N)]
225         # Et les vitesses
226         vel += [g * next_event for k in range(N)]
227         # Ainsi que les vitesses des particules ayant été "choquées"
```

```
228         compute_new_velocities(pos, vel, next_event_arg)
229         # On calcule le prochain évènement.
230         next_event, next_event_arg = compute_next_event(pos, vel)
231         remain_t = next_t - t           # S'il est après la mise à jour,
232         # On met à jour les position pour le snapshot
233         pos += [vel[k] * remain_t + g/2 * remain_t**2 for k in range(N)]
234         # Et les vitesses
235         vel += [g * remain_t for k in range(N)]
236         t += remain_t                 # On arrive au temps voulu
237         next_event -= remain_t       # et on corrige du temps restant
238         X.append(pos[-1][0])        # Suivi x de la dernière particule
239         Y.append(pos[-1][1])        # Ainsi que Y
240         snapshot(t, pos, vel, colors, X, Y) # Souriez pour la photo
241         print('time',t)             # et un peu de feedback
242
243 # Ne reste plus qu'à rassembler en un fichier mpeg à l'aide de convert puis de
244 # ppmtoy4m et mpeg2enc (paquet mjpegtools à installer sur la machine)
245
246 import os
247
248 cmd = '(for f in ' + output_dir + '/*png ; '
249 cmd+= 'do convert -density 100x100 $f -depth 8 -resize 600x600 PNM:- ; done)'
250 cmd+= ' | ppmtoy4m -S 420mpeg2'
251 cmd+= ' | mpeg2enc -f1 -b 12000 -q7 -G 30 -o {}/film.mpeg'.format(output_dir)
252
253 print("Execution de la commande de conversion")
254 print(cmd)
255 os.system(cmd)
256 print("Fin de la commande de conversion")
```





Exemple III.2

T1 Particules dans une boîte: illustration du mouvement brownien

Exemple III.3

T1 Particules libres dans une boîte: distribution des vitesses

```

1     """
2
3     Code servant à simuler un gaz parfait soumis uniquement aux chocs entre
4     molécules. Le code est adapté de celui proposé par le cours de l'ENS Ulm:
5     "Statistical Mechanics: Algorithms and Computations" sur le site coursera.org.
6     cf https://class.coursera.org/smac-001
7
8     L'idée est de faire une simulation "event-driven", c'est-à-dire que les
9     équations du mouvement sont connues entre deux chocs, il suffit donc de
10    déterminer la date du prochain choc et d'utiliser les positions et vitesses
11    connues après un choc pour calculer facilement les positions entre deux chocs.
12
13    Attention, comme on ne sait pas à l'avance qui va rencontrer qui, l'algorithme
14    est quadratique avec le nombre de particules considérées.
15
16     """
17
18
19    import os, math, pylab
20    import numpy as np

```

```
21 import numpy.random
22
23 N_sur_4 = 20    # On prend un multiple de 4
24 N = 4*N_sur_4  # pour les couleurs
25 output_dir = "PNG/T1_particules_en_boite_libre_movie"
26 colors = ['r', 'b', 'g', 'orange']*N
27
28 def wall_time(pos_a, vel_a, sigma):
29     """Fonction qui détermine le prochain choc d'une particule avec un mur."""
30     if vel_a > 0.0:
31         del_t = (1.0 - sigma - pos_a) / vel_a
32     elif vel_a < 0.0:
33         del_t = (pos_a - sigma) / abs(vel_a)
34     else:
35         del_t = float('inf')
36     return del_t
37
38 def pair_time(pos_a, vel_a, pos_b, vel_b, sigma):
39     """Fonction qui détermine le temps du prochain choc d'une particule avec une autre.
40     del_x = [pos_b[0] - pos_a[0], pos_b[1] - pos_a[1]]
41     del_x_sq = del_x[0] ** 2 + del_x[1] ** 2
42     del_v = [vel_b[0] - vel_a[0], vel_b[1] - vel_a[1]]
43     del_v_sq = del_v[0] ** 2 + del_v[1] ** 2
44     scal = del_v[0] * del_x[0] + del_v[1] * del_x[1]
45     Upsilon = scal ** 2 - del_v_sq * (del_x_sq - 4.0 * sigma ** 2)
46     if Upsilon > 0.0 and scal < 0.0:
47         del_t = - (scal + math.sqrt(Upsilon)) / del_v_sq
48     else:
49         del_t = float('inf')
50     return del_t
51
52 def min_arg(l):
53     """Récupère à la fois le minimum d'une liste et l'indice correspondant à ce minimum
54     return min(zip(l, range(len(l))))
55
56 def compute_next_event(pos, vel):
57     """ Détermination du prochain "événement", c'est-à-dire l'instant de ce
58     choc et la particule (ou la paire) correspondante. À noter que l'on stocke
59     toutes ces infos dans un seul indice (cf disjonction de cas dans
60     compute_new_velocities)."""
61     wall_times = [wall_time(pos[k][l], vel[k][l], sigma) for k, l in singles]
62     pair_times = [pair_time(pos[k], vel[k], pos[l], vel[l], sigma) for k, l in pairs]
63     return min_arg(wall_times + pair_times)
64
65 def compute_new_velocities(pos, vel, next_event_arg):
66     """Calcul des nouvelles vitesses"""
67     if next_event_arg < len(singles): # Cas d'un choc avec le mur
68         collision_disk, direction = singles[next_event_arg]
69         vel[collision_disk][direction] *= -1.0 # seule la vitesse sur cet axe est modifiée
```

```
70         else:                                # Cas d'un choc entre deux particules de même mas
71             a, b = pairs[next_event_arg - len(singles)]
72             del_x = [pos[b][0] - pos[a][0], pos[b][1] - pos[a][1]]
73             abs_x = math.sqrt(del_x[0] ** 2 + del_x[1] ** 2)
74             e_perp = [c / abs_x for c in del_x]
75             del_v = [vel[b][0] - vel[a][0], vel[b][1] - vel[a][1]]
76             scal = del_v[0] * e_perp[0] + del_v[1] * e_perp[1]
77             for k in range(2):
78                 vel[a][k] += e_perp[k] * scal
79                 vel[b][k] -= e_perp[k] * scal
80
81     img = 0
82     if not os.path.exists(output_dir): os.makedirs(output_dir)
83
84     def snapshot(t, pos, vel, colors, X, Y, arrow_scale=.2):
85         """ La routine qui s'occupe des tracés graphiques. """
86         global img
87         nbmax = 20
88         pylab.subplots_adjust(left=0.10, right=0.90, top=0.90, bottom=0.10)
89         pylab.gcf().set_size_inches(12, 12*2/3)
90         # Le premier sous-plot: carré de 2x2
91         ax1 = pylab.subplot2grid((2,3),(0,0),colspan=2, rowspan=2)
92         pylab.setp(pylab.gca(), xticks=[0, 1], yticks=[0, 1])
93         pylab.plot(X,Y,'k') # On y met le trajet de la dernière particule
94         pylab.xlim((0,1))   # On doit astreindre les côtés horizontaux
95         pylab.ylim((0,1))   # et verticaux
96         # Boucle sur les points pour rajouter les cercles colorés
97         for (x, y), c in zip(pos, colors):
98             circle = pylab.Circle((x, y), radius=sigma, fc=c)
99             pylab.gca().add_patch(circle)
100        dx,dy = vel[-1] * arrow_scale # La dernière particule a droit à son vecteur vitesse
101        pylab.arrow( x, y, dx, dy, fc="k", ec="k", head_width=0.05, head_length=0.05 )
102        pylab.text(.5, 1.03, 't = %.2f' % t, ha='center')
103        # Second sous-plot: histogramme de la projection suivant x des vitesses
104        ax2 = pylab.subplot2grid((2,3),(0,2),colspan=1, rowspan=1)
105        r = (-2,2) # Intervalle de vitesses regardé
106        pylab.hist(vel[:,0], bins=20, range=r)
107        pylab.xlim(r)
108        pylab.ylim((0,nbmax))
109        pylab.ylabel("Nombre de particules")
110        pylab.xlabel("$v_x$")
111        # Troisième sous-plot: histogramme de la norme des vitesses
112        ax3 = pylab.subplot2grid((2,3),(1,2),colspan=1, rowspan=1)
113        r = (0,2) # Intervalle de vitesses regardé
114        pylab.hist(np.sqrt(np.sum(vel**2, axis=1)), bins=20, range=r)
115        pylab.xlim(r)
116        pylab.ylim((0,nbmax))
117        pylab.ylabel("Nombre de particules")
118        pylab.xlabel("$||\vec{v}||$")
```

```
119     pylab.savefig(os.path.join(output_dir, '{:04d}.png'.format(img)))
120     img += 1
121
122 def check_position():
123     """ Une routine pour s'assurer que les particules ne se chevauchent pas au
124     départ. Il peut se passer un certain temps avant que l'on trouve une
125     configuration adéquate. """
126     continue_condition = True # Condition de non-arrêt
127     c = 0                      # Compteur
128     d2= 4*sigma**2              # Distance (carrée) de sécurité
129     while continue_condition:
130         c += 1
131         if c%100 == 0:          # Un peu de feedback
132             print(c,'trials to get initial conditions and still trying... ')
133         pos = np.random.random((N,2))*(1-2*sigma) + sigma
134         k = 0
135         for (i,j) in pairs:    # Les vérifications sur toutes les paires
136             if sum((pos[i]-pos[j])**2) > d2: k+= 1
137             else:
138                 if c%100 == 0: print(i,j)
139                 break
140         if k == len(pairs): continue_condition = False
141     print("Let's compute some physics !")
142     return pos
143
144 sigma = 0.01                      # Rayon des particules
145 singles = [(i,j) for i in range(N) for j in range(2)] # L'ensemble des particules (en
146 pairs = [(i,j) for i in range(N) for j in range(i+1,N)] # L'ensemble des paires
147 pos = check_position()            # Sélection des positions
148 vel = np.random.random((N,2))*2 - 1# et des vitesses
149 X,Y = [pos[-1][0]], [pos[-1][1]]   # La dernière particule va être suivie à la loupe
150
151 t = 0.0                            # Temps initial
152 dt = 0.02                          # dt=0 corresponds to event-to-event animation
153 n_steps = 1000                     # Nombre d'étapes
154 next_event, next_event_arg = compute_next_event(pos, vel) # On calcule la première étape
155 snapshot(t, pos, vel, colors, X, Y) # et on prend une première photo.
156 for step in range(n_steps):        # On boucle
157     if dt:                         # Cas normal,
158         next_t = t + dt             # on avance de dt
159     else:                          # Sinon,
160         next_t = t + next_event    # c'est qu'on veut regarder choc après choc
161     while t + next_event <= next_t:# Début des calculs jusqu'à la prochaine sortie
162         t += next_event           # On avance
163         pos += vel * next_event   # On met à jour les position
164         # Ainsi que les vitesses des particules ayant été "choquées"
165         compute_new_velocities(pos, vel, next_event_arg)
166         # On calcule le prochain évènement.
167         next_event, next_event_arg = compute_next_event(pos, vel)
```

```

168     remain_t = next_t - t           # S'il est après la mise à jour,
169     pos += vel * next_event       # On met à jour les position pour le snapshot
170     t += remain_t                # On arrive au temps voulu
171     next_event -= remain_t      # et on corrige du temps restant
172     X.append(pos[-1][0])        # Suivi x de la dernière particule
173     Y.append(pos[-1][1])        # Ainsi que Y
174     snapshot(t,pos,vel,colors,X,Y) # Souriez pour la photo
175     print('time',t)             # et un peu de feedback

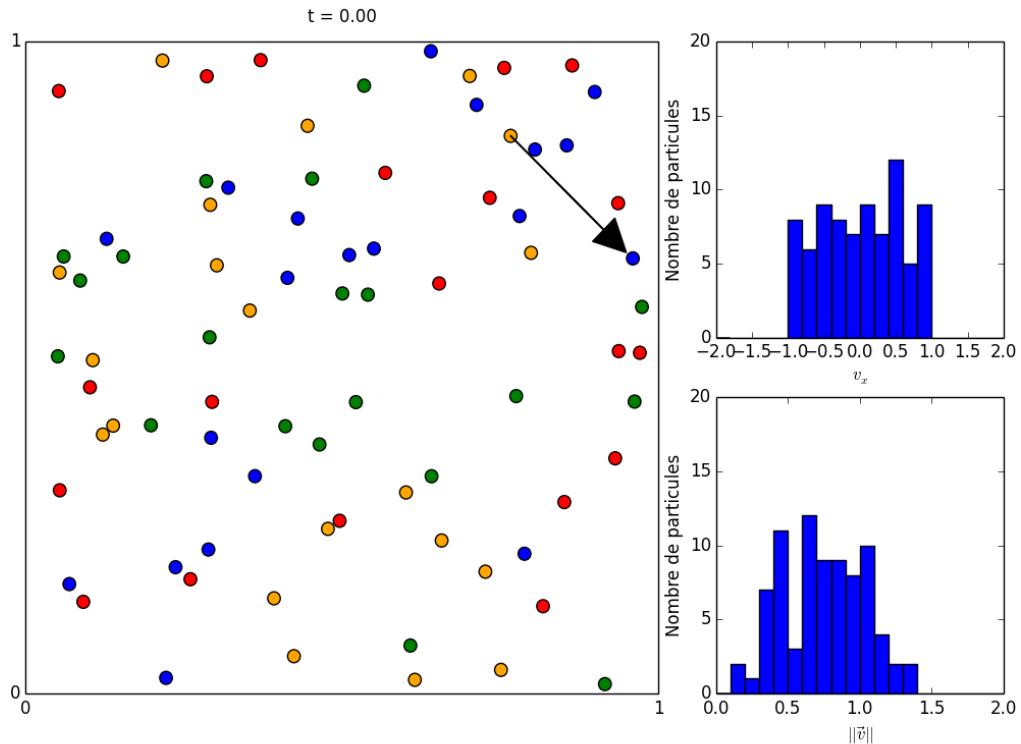
176
177 # Ne reste plus qu'à rassembler en un fichier mpeg à l'aide de convert puis de
178 # ppmtoy4m et mpeg2enc (paquet mjpegtools à installer sur la machine)

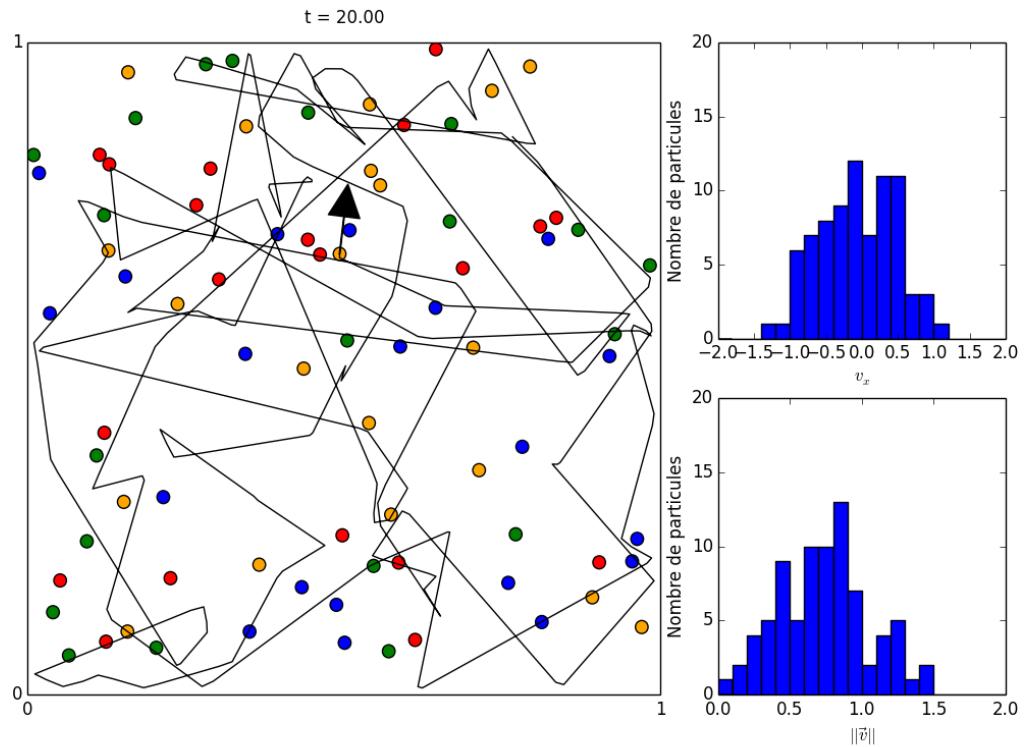
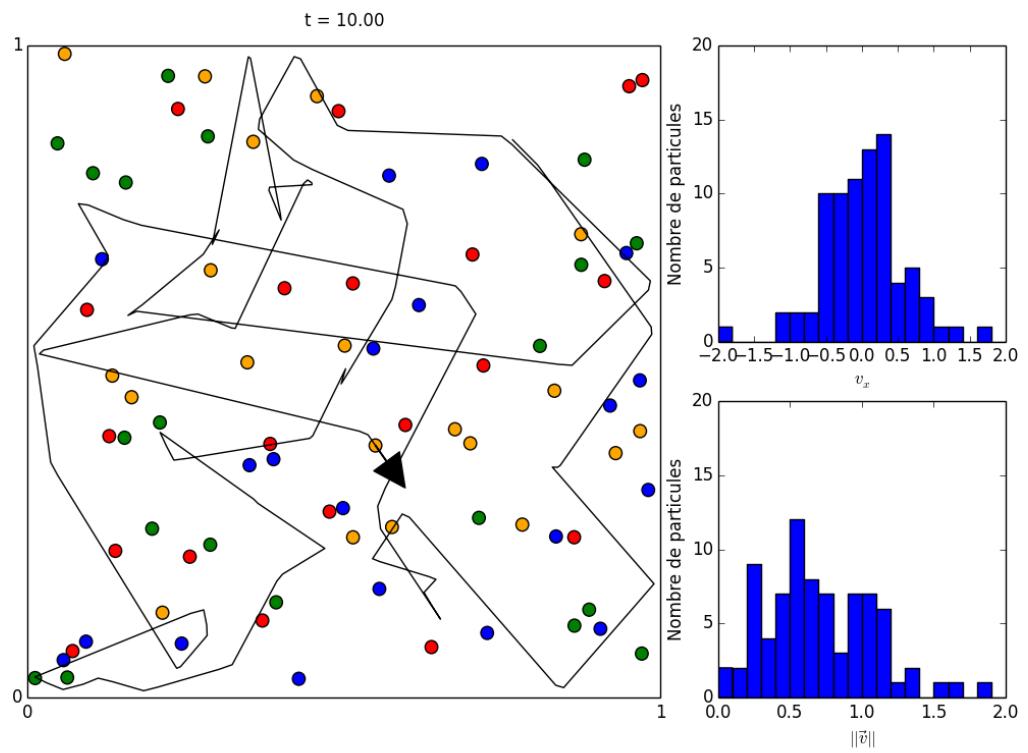
179
180 import os

181
182 cmd = '(for f in ' + output_dir + '/*png ; '
183 cmd+= 'do convert -density 100x100 $f -depth 8 -resize 600x600 PNM:- ; done)'
184 cmd+= ' | ppmtoy4m -S 420mpeg2'
185 cmd+= ' | mpeg2enc -f1 -b 12000 -q7 -G 30 -o {}/film.mpeg'.format(output_dir)

186
187 print("Execution de la commande de conversion")
188 print(cmd)
189 os.system(cmd)
190 print("Fin de la commande de conversion")

```



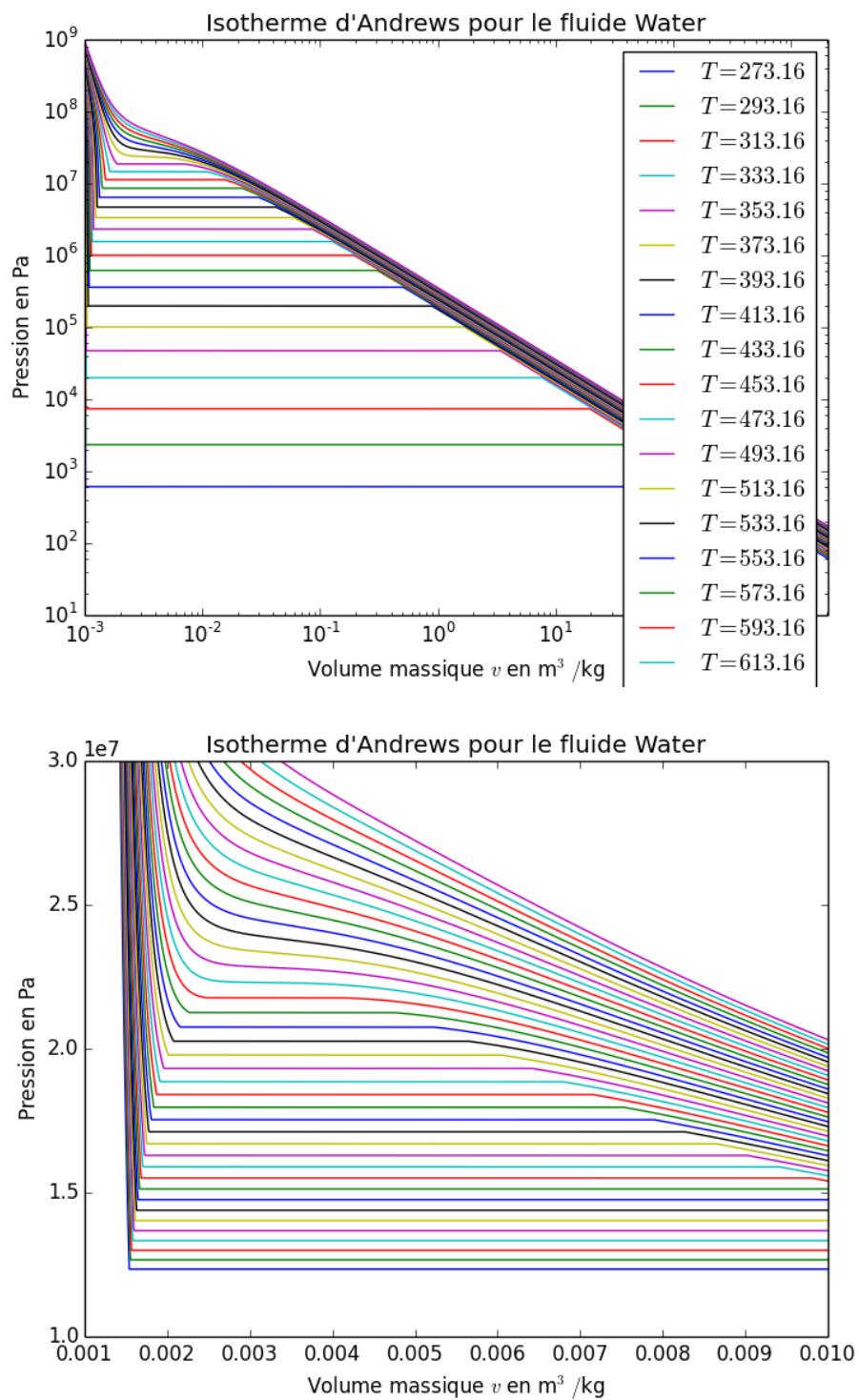


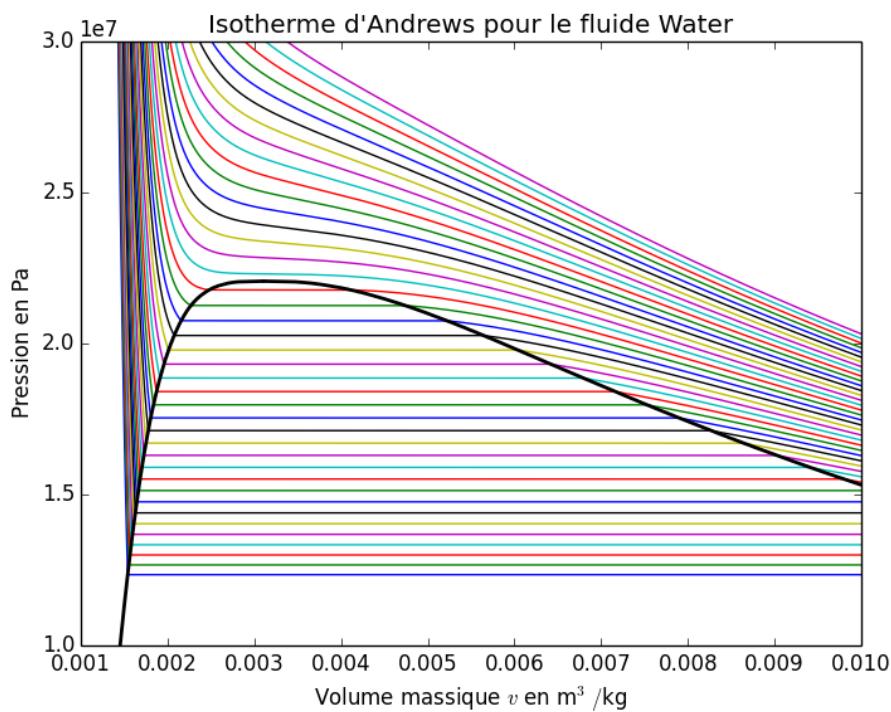
Exemple III.4

T2 Isothermes d'Andrews via CoolProp

```
1 import numpy as np          # Les outils mathématiques
2 import CoolProp.CoolProp as CP # Les outils thermodynamiques
3 import matplotlib.pyplot as plt # Les outils graphiques
4
5 def isothermes_d_andrews(fluide,dico={}):
6     """ Dessine les isothermes d'Andrews pour le fluide demandé avec des
7     choix par défaut qui peuvent être "overridden" en spécifiant ceux à
8     changer dans le dictionnaire 'dico'. Les options disponibles sont:
9     * 'vmin' et 'vmax' pour définir les limites des échantillonnages en volume
10    massique. Par défaut vtripleL et vtripleG * 10
11    * 'Prange' pour l'intervalle de pression affiché
12    * 'T': une liste des températures pour lesquelles il faut tracer
13    l'isotherme.
14    * 'titre': le titre à donner au graphique.
15    * 'fichier': le nom du fichier dans lequel enregistrer la figure.
16    * 'logx': Booléen indiquant si on veut un axe logarithmique en abscisse
17    * 'logy': Booléen indiquant si on veut un axe logarithmique en ordonnée
18    * 'legend': Booléen indiquant si on veut rajouter les légendes
19    * 'saturation': Booléen indiquant si on veut rajouter la courbe de
20    saturation au tracé (défaut à False)
21 """
22 Pcritique = CP.PropsSI(fluide,'pcrit') # Pression
23 Tcritique = CP.PropsSI(fluide,'Tcrit') # et température critique
24 Ptriple = CP.PropsSI(fluide,'ptriple') # Pression
25 Ttriple = CP.PropsSI(fluide,'Ttriple') # et température au point triple
26 # On récupère les volumes massiques via les 'densités' (ie masses
27 # volumiques) données par CoolProp
28 vtripleL = 1/CP.PropsSI('D','P',Ptriple,'Q',0,fluide)
29 vtripleG = 1/CP.PropsSI('D','P',Ptriple,'Q',1,fluide)
30 vcritique= 1/CP.PropsSI('D','P',Pcritique,'T',Tcritique,fluide)
31 # L'ensemble des valeurs par défaut.
32 DEFAUTS = {'vmin':vtripleL, 'vmax':vtripleG*10,
33             'Prange': None,
34             'T': np.arange(Ttriple,Tcritique*1.2,20),
35             'titre': "Isotherme d'Andrews pour le fluide {}".format(fluide),
36             'fichier': 'PNG/T2_reseau_d_isothermes_coolprop_{}.png'.format(fluide),
37             'logx': True, 'logy': True, 'legend': True,
38             'saturation': False}
39 DEFAUTS.update(dico)      # Mise à jour des valeurs par défaut via 'dico'
40 # L'échantillonnage sera différent
41 if DEFAUTS['logx']:      # si l'axe est logarithmique
42     v=np.logspace(np.log10(DEFAUTS['vmin']),np.log10(DEFAUTS['vmax']),1000)
43 else:                     # ou simplement linéaire
44     v=np.linspace(DEFAUTS['vmin'],DEFAUTS['vmax'],1000)
45 for Ti in DEFAUTS['T']:   # Tracé des différentes isothermes
46     P = CP.PropsSI('P','T',Ti,'D',1/v,fluide)
47     plt.plot(v,P,label='$T={}$'.format(Ti))
48 if DEFAUTS['saturation']: # Tracé de la courbe de saturation
49     P_sat= np.linspace(Ptriple,Pcritique,1000)
```

```
50         v_eb    = 1/CP.PropsSI('D','P',P_sat,'Q',0,fluide)
51         v_rosee= 1/CP.PropsSI('D','P',P_sat,'Q',1,fluide)
52         plt.plot(v_eb,P_sat,'k',linewidth=2.0)
53         plt.plot(v_rosee,P_sat,'k',linewidth=2.0)
54     if DEFAUTS['Prange']: plt.ylim(DEFAUTS['Prange']) # Intervalle vertical
55     plt.xlim((DEFAUTS['vmin'],DEFAUTS['vmax']))      # Intervalle horizontal
56     if DEFAUTS['logx']: plt.xscale('log')             # Echelle log en x
57     if DEFAUTS['logy']: plt.yscale('log')             # Echelle log en y
58     if DEFAUTS['legend']: plt.legend()                # Rajout des légendes
59     plt.xlabel('Volume massique $v$ en m$^3/kg$')   # Légende en abscisse
60     plt.ylabel('Pression en Pa')                     # Légende en ordonnée
61     plt.title(DEFAUTS['titre'])                      # Titre
62     plt.savefig(DEFAUTS['fichier'])                  # Enregistrement
63     plt.clf()                                       # Nettoyage
64
65 # Le fluide à étudier (à choisir parmi ceux donnés par CP.FluidsList())
66 fluide = 'Water'
67
68 # Le diagramme "par défaut"
69 isothermes_d_andrews(fluide)
70
71 # Les valeurs suivantes ont été choisies suite à l'observation du diagramme
72 # par défaut. Il faudra certainement changer les valeurs si vous modifiez le
73 # fluide
74 dico = {'Prange':(1e7,3e7),
75         'fichier':'PNG/T2_reseau_d_isothermes_coolprop_{}_lin.png'.format(fluide),
76         'logx':False, 'logy': False,
77         'vmin': 1e-3, 'vmax':1e-2,
78         'T': [600 + i*2 for i in range(40)],
79         'legend': False}
80 isothermes_d_andrews(fluide,dico)
81
82 # Le même en rajoutant la courbe de saturation
83 dico['saturation'] = True
84 dico['fichier'] = 'PNG/T2_reseau_d_isothermes_coolprop_{}_lin_sat.png'.format(fluide)
85 isothermes_d_andrews(fluide,dico)
```





Exemple III.5

T2 Diagramme (P, v) via CoolProp

```

1 import numpy as np          # Les outils mathématiques
2 import CoolProp.CoolProp as CP # Les outils thermodynamiques
3 import matplotlib.pyplot as plt # Les outils graphiques
4
5 """
6 Fabrication d'un diagramme ( $P, v$ ) avec CoolProp, ce qui n'est pas possible
7 en natif car ils travaillent en masse volumique et non en volume massique par
8 défaut.
9 """
10
11 def diagramme_Pv(fluide,dico={}):
12     """ Dessine le diagramme Pv pour le fluide demandé avec des
13     choix par défaut qui peuvent être "overridden" en spécifiant ceux à
14     changer dans le dictionnaire 'dico'. Les options disponibles sont:
15     * 'vmin' et 'vmax' pour définir les limites des échantillonnages en volume
16     massique. Par défaut utripleL et utripleG * 10
17     * 'Prange' pour l'intervalle de pression affiché
18     * 'T': une liste des températures pour lesquelles il faut tracer
19     l'isotherme. (défaut à None)
20     * 'x': une liste des titres en vapeur pour lesquels il faut tracer la
21     courbe isotrope (défaut à np.linspace(0,1,11))
22     * 'titre': le titre (textuel, hein...) à donner au graphique.
23     * 'fichier': le nom du fichier dans lequel enregistrer la figure.
24     * 'logx': Booléen indiquant si on veut un axe logarithmique en abscisse
25     * 'logy': Booléen indiquant si on veut un axe logarithmique en ordonnée

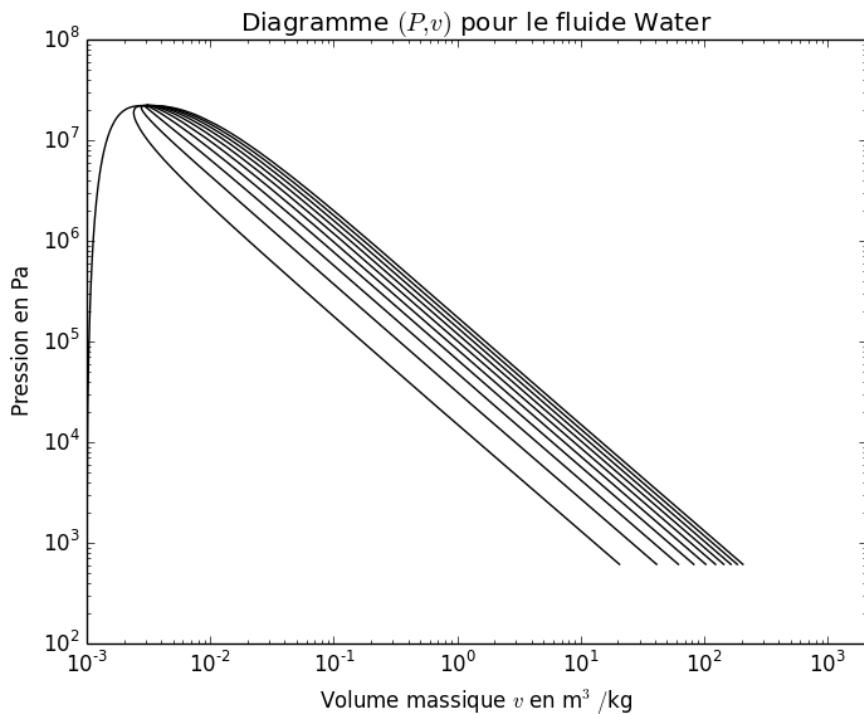
```

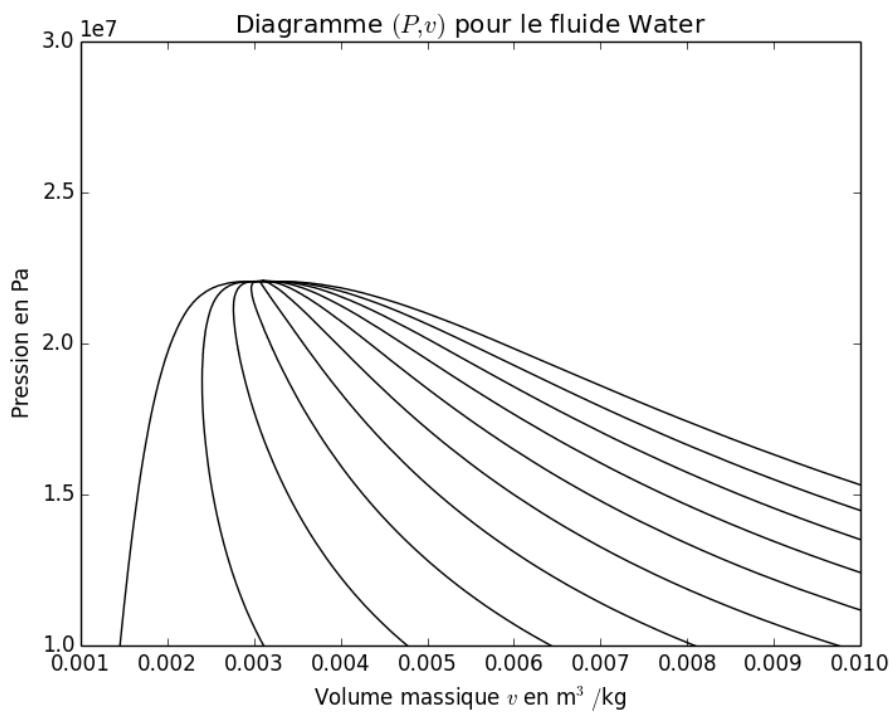
```

26      * 'legend': Booléen indiquant si on veut rajouter les légendes
27      * 'saturation': Booléen indiquant si on veut rajouter la courbe de
28      saturation au tracé (défaut à True)
29      """
30
31      Pcritique = CP.PropsSI(fluide, 'pcrit')    # Pression
32      Tcritique = CP.PropsSI(fluide, 'Tcrit')    # et température critique
33      Ptriple = CP.PropsSI(fluide, 'ptriple')   # Pression
34      Ttriple = CP.PropsSI(fluide, 'Ttriple')   # et température au point triple
35      # On récupère les volumes massiques via les 'densités' (ie masses
36      # volumiques) données par CoolProp
37      vtripleL = 1/CP.PropsSI('D', 'P', Ptriple, 'Q', 0, fluide)
38      vtripleG = 1/CP.PropsSI('D', 'P', Ptriple, 'Q', 1, fluide)
39      vcritique= 1/CP.PropsSI('D', 'P', Pcritique, 'T', Tcritique, fluide)
40      P_sat= np.linspace(Ptriple,Pcritique,1000)
41      # L'ensemble des valeurs par défaut.
42      DEFAUTS = { 'vmin':vtripleL, 'vmax':vtripleG*10,
43                  'Prange': None,
44                  'T': None, 'x': np.linspace(0,1,11),
45                  'titre': "Diagramme $(P,v)$ pour le fluide {}".format(fluide),
46                  'fichier': 'PNG/T2_diagramme_Pv_coolprop_{}.png'.format(fluide),
47                  'logx': True, 'logy': True, 'legend': False,
48                  'saturation': False}
49      DEFAUTS.update(dico)          # Mise à jour des valeurs par défaut via 'dico'
50      # L'échantillonnage sera différent
51      if DEFAUTS['logx']:         # si l'axe est logarithmique
52          v=np.logspace(np.log10(DEFAUTS['vmin']),np.log10(DEFAUTS['vmax']),1000)
53      else:                      # ou simplement linéaire
54          v=np.linspace(DEFAUTS['vmin'],DEFAUTS['vmax'],1000)
55      if DEFAUTS['T'] != None:
56          for Ti in DEFAUTS['T']:  # Tracé des différentes isothermes
57              P = CP.PropsSI('P', 'T', Ti, 'D', 1/v, fluide)
58              plt.plot(v,P,label='$T={}{}'.format(Ti))
59      if DEFAUTS['x'] != None:
60          for xi in DEFAUTS['x']:  # Tracé des courbes isotrope
61              vxi = 1/CP.PropsSI('D', 'P', P_sat, 'Q', xi, fluide)
62              plt.plot(vxi,P_sat,'k',label='$x={}{}'.format(xi))
63      if DEFAUTS['saturation']: # Tracé de la courbe de saturation
64          v_eb   = 1/CP.PropsSI('D', 'P', P_sat, 'Q', 0, fluide)
65          v_rosee= 1/CP.PropsSI('D', 'P', P_sat, 'Q', 1, fluide)
66          plt.plot(v_eb,P_sat,'k',linewidth=4.0)
67          plt.plot(v_rosee,P_sat,'k',linewidth=4.0)
68      if DEFAUTS['Prange']: plt.ylim(DEFAUTS['Prange']) # Intervalle vertical
69      plt.xlim((DEFAUTS['vmin'],DEFAUTS['vmax']))        # Intervalle horizontal
70      if DEFAUTS['logx']: plt.xscale('log')               # Echelle log en x
71      if DEFAUTS['logy']: plt.yscale('log')               # Echelle log en y
72      if DEFAUTS['legend']: plt.legend()                 # Rajout des légendes
73      plt.xlabel('Volume massique $v$ en m$^3/kg$')     # Légende en abscisse
74      plt.ylabel('Pression en Pa')                      # Légende en ordonnée
75      plt.title(DEFAUTS['titre'])                       # Titre

```

```
75     plt.savefig(DEFAUTS['fichier'])                      # Enregistrement
76     plt.clf()                                              # Nettoyage
77
78 # Le fluide à étudier (à choisir parmi ceux donnés par CP.FluidsList())
79 fluide = 'Water'
80
81 # Le diagramme "par défaut"
82 diagramme_Pv(fluide)
83
84 # Les valeurs suivantes ont été choisies suite à l'observation du diagramme
85 # par défaut. Il faudra certainement changer les valeurs si vous modifiez le
86 # fluide
87 dico = {'Prange':(1e7,3e7),
88         'fichier':'PNG/T2_diagramme_Pv_coolprop_{}_.lin.png'.format(fluide),
89         'logx':False, 'logy': False,
90         'vmin': 1e-3, 'vmax':1e-2}
91 diagramme_Pv(fluide,dico)
```

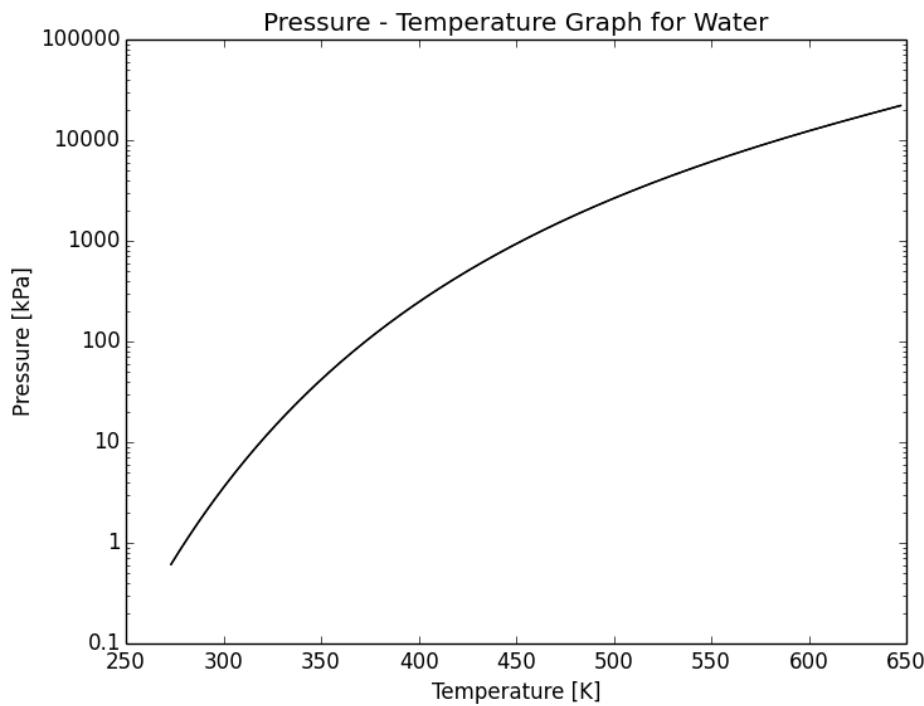




Exemple III.6

T2 Diagramme (P, T) via CoolProp

```
1  """
2  Fabrication simple d'un diagramme PT avec CoolProp. Malheureusement, on n'a
3  accès qu'à la partie "fluide" du diagramme donc l'équilibre liquide/vapeur,
4  mais c'est déjà pas mal.
5  """
6
7  import matplotlib.pyplot as plt
8  from CoolProp.Plots import PropsPlot
9
10 fluid = 'Water'          # Le fluide choisi (plus dans CoolProp.CoolProp.Fluids)
11 pt_plot = PropsPlot(fluid, 'PT') # Le type de diagramme
12 plt.yscale('log')         # Échelle logarithmique en pression
13 pt_plot._draw_graph()    # Dessin du graphe obligatoire avant sauvegarde
14 plt.savefig('PNG/T2_diagramme_PT_coolprop_{}.png'.format(fluid))
```



Exemple III.7

T5 Comparaison des isentropiques pour un gaz réel et pour un gaz parfait

Exemple III.8

T6 Cycle de Carnot: gaz réel et gaz parfait

```
1 """  
2 Le but de ce script est de tracer un cycle de Carnot (deux isothermes et deux  
3 isentropiques) pour un gaz (a priori l'air, mais on peut le modifier) à la  
4 fois à partir de données réelles (via CoolProp) et dans la modélisation d'un  
5 gaz parfait (le coefficient gamma de Laplace étant aussi obtenu à partir de  
6 CoolProp). On suppose que le cycle se fait de la manière suivante (on  
7 numérote les point "à l'informaticienne" de 0 à 3):  
8 * Compression isotherme de (P0,TF) à (P1,TF)  
9 * Compression isentropique de (P1,TF) à (Pmax,TC)  
10 * détente isotherme de (Pmax,TC) à (P3,TC)  
11 * détente isentropique de (P3,TC) à (P0,TF)  
12 À noter que si jamais Pmax est trop faible, commence par une détente isotherme  
13 à TF et on continuera par une compression isotherme à TC  
14 """  
15  
16 import numpy as np          # Les outils mathématiques  
17 import CoolProp.CoolProp as CP # Les outils thermodynamiques  
18 import matplotlib.pyplot as plt # Les outils graphiques  
19  
20 # Les valeurs réglables  
21 R = 8.314      # Constante des gaz parfaits
```

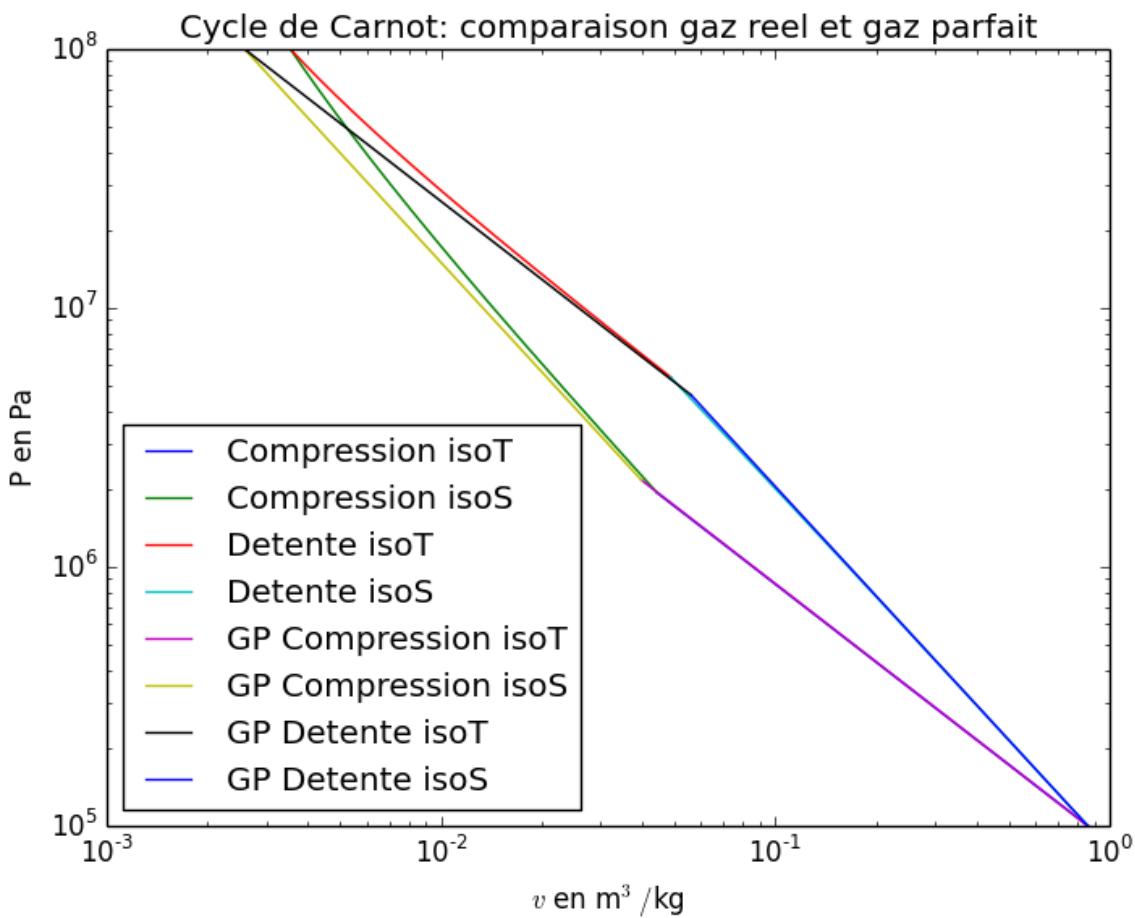
```
22 gaz = 'Air'      # Type de gaz
23 TF  = 300        # Température de l'isotherme "froide"
24 TC  = 900        # Température de l'isotherme "chaude"
25 P0  = 1e5         # Pression (a priori) la plus faible (et de départ)
26 Pmax= 1e8         # Pression (a priori) la plus importante
27
28 # Calcul du coefficient de Laplace (en le supposant inchangé sur tout le cycle)
29 cP  = CP.PropsSI('C','T',TF,'P',P0,gaz)
30 cV  = CP.PropsSI('O','T',TF,'P',P0,gaz)
31 gamma = cP/cV
32 # et de la masse molaire (NB: pour eux le "SI" de M, c'est le kg/kmol...)
33 M   = CP.PropsSI(gaz,'molemass')*1e-3
34
35 # Un peu de feedback pour l'utilisateur:
36 print('Gaz choisi:',gaz)
37 print('Masse molaire:',M,'kg/mol')
38 print('gamma:',gamma)
39
40 # Calcul des positions intermédiaires réelles
41 S3 = CP.PropsSI('S','T',TF,'P',P0,gaz)      # Entropie de la détente isentropique
42 S1 = CP.PropsSI('S','T',TC,'P',Pmax,gaz)    # Entropie de la compression isentropique
43 P1 = CP.PropsSI('P','T',TF,'S',S1,gaz)       # Pression au point 1
44 P3 = CP.PropsSI('P','T',TC,'S',S3,gaz)       # Pression au point 3
45
46 # On échantillonne à présent les pressions sur les différents chemins...
47 nb_points = 1000
48 P01 = np.linspace(P0,P1,nb_points)
49 P12 = np.linspace(P1,Pmax,nb_points)
50 P23 = np.linspace(Pmax,P3,nb_points)
51 P30 = np.linspace(P3,P0,nb_points)
52
53 # ...pour calculer les volumes massiques correspondants (comme d'habitude,
54 # CoolProp fournit la masse volumique (densité "D") et non le volume massique
55 # donc il faut passer à l'inverse).
56 v01 = 1/CP.PropsSI('D','P',P01,'T',TF,gaz) # Compression isotherme
57 v12 = 1/CP.PropsSI('D','P',P12,'S',S1,gaz) # Compression isentropique
58 v23 = 1/CP.PropsSI('D','P',P23,'T',TC,gaz) # Détente isotherme
59 v30 = 1/CP.PropsSI('D','P',P30,'S',S3,gaz) # Détente isentropique
60
61 def infos_point(nb,P,T,v):
62     print('Infos pour le point {0}: T={1}K, v={3} m^3/kg, P={2} bar'.format(nb,T,round(P,
63
64 def travail(L_P,L_v):
65     W = 0
66     for (P,v) in zip(L_P,L_v):
67         W -= np.trapz(P,v)
68     return W
69
70 # On donne du feedback:
```

```
71 print('Cas réel: ')
72 infos_point(0,P0,TF,v01[0])
73 infos_point(1,P1,TF,v12[0])
74 infos_point(2,Pmax,TC,v23[0])
75 infos_point(3,P3,TC,v30[0])
76 W = travail([P01,P12,P23,P30],[v01,v12,v23,v30])
77 print('Travail total sur le cycle:',round(W/1e3,2),'kJ/kg')
78
79 # Reste à représenter le tout
80 plt.plot(v01,P01,label='Compression isoT')
81 plt.plot(v12,P12,label='Compression isoS')
82 plt.plot(v23,P23,label='Detente isoT')
83 plt.plot(v30,P30,label='Detente isoS')
84 plt.legend()
85 plt.yscale('log')
86 plt.xscale('log')
87 #plt.show()
88
89 # Maintenant, faisons quelques calculs théoriques.
90 # On peut calculer les pressions  $P_1$  et  $P_3$  grâce aux relations de Laplace sur
91 # les deux isentropiques
92 P3 = P0 * (TF/TC)**(gamma/(1-gamma))
93 P1 = Pmax*(TC/TF)**(gamma/(1-gamma))
94
95 # On échantillonne à présent les pressions sur les différents chemins...
96 nb_points = 1000
97 P01 = np.linspace(P0,P1,nb_points)
98 P12 = np.linspace(P1,Pmax,nb_points)
99 P23 = np.linspace(Pmax,P3,nb_points)
100 P30 = np.linspace(P3,P0,nb_points)
101
102 # ... pour calculer les volumes massiques à l'aide des lois de Laplace ou des
103 # gaz parfaits.
104 v01 = R*TF/(M*P01)
105 v12 = v01[-1] * (P1/P12)**(1/gamma)
106 v23 = R*TC/(M*P23)
107 v30 = v23[-1] * (P3/P30)**(1/gamma)
108
109 # Reste à représenter le tout
110 plt.plot(v01,P01,label='GP Compression isoT')
111 plt.plot(v12,P12,label='GP Compression isoS')
112 plt.plot(v23,P23,label='GP Detente isoT')
113 plt.plot(v30,P30,label='GP Detente isoS')
114
115 plt.title('Cycle de Carnot: comparaison gaz reel et gaz parfait')
116 plt.xlabel('$v$ en $m^3/kg$')
117 plt.ylabel('P en Pa')
118 plt.legend(loc='lower left')
119 plt.savefig('PNG/T6_cycle_de_carnot_reel_et_GP_{}.png'.format(gaz))
```

```

120
121 # On donne du feedback:
122 print('Cas Gaz Parfait:')
123 infos_point(0,P0,TF,v01[0])
124 infos_point(1,P1,TF,v12[0])
125 infos_point(2,Pmax,TC,v23[0])
126 infos_point(3,P3,TC,v30[0])
127 W = travail([P01,P12,P23,P30],[v01,v12,v23,v30])
128 print('Travail total sur le cycle:',round(W/1e3,2),'kJ/kg')

```

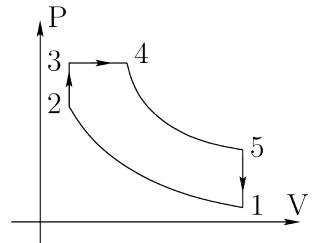


— Exemple III.9 —

T6 Résolution d'un exercice sur un cycle Diesel

L'exercice à résoudre est le suivant.

Un cycle Diesel classique est composé de deux adiabatiques, d'une isobare et d'une isochore ; dans les moteurs Diesel actuels (dits à double combustion), le cycle de l'air est représenté ci-contre ($P_1 = 1,0$ bar, $T_1 = 293$ K, $P_{\max} = 65$ bar et $T_{\max} = T_4 = 2173$ K). On suppose que l'air est un gaz parfait diatomique, de masse molaire $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$. On donne le taux de compression: $a = V_1/V_2 = 19$. Toutes les transformations seront supposées mécaniquement réversibles.



1. Représenter le cycle Diesel classique dans un diagramme (P, V).
2. Déterminer les types de transformations pour le cycle Diesel à double combustion.

3. Exprimer, en fonction de γ et des températures T_1 , T_2 , T_3 , T_4 et T_5 des points correspondants sur le diagramme, le rendement r du moteur Diesel à double combustion.
4. Déterminer numériquement T_2 , T_3 et T_5 . En déduire la valeur de r .
5. Quel est, en kJ, le transfert thermique reçue par 1 kg d'air au cours de l'évolution entre les points 2 et 4 ? Quelle est le transfert thermique reçue entre les points 5 et 1 ? En déduire le travail fourni par 1 kg d'air au milieu extérieur au cours d'un cycle.

Essayons d'utiliser CoolProp pour le résoudre à la fois de manière théorique et en suivant les propriétés de l'air en tant que gaz réel.

```
1  """
2  Le but de ce script est la résolution d'un exercice concernant un cycle Diesel
3  à double combustion (cf fichier py4phys.pdf pour le détail de l'exercice)
4  """
5
6  import numpy as np          # Les outils mathématiques
7  import CoolProp.CoolProp as CP # Les outils thermodynamiques
8  import matplotlib.pyplot as plt # Les outils graphiques
9
10 P,T,s,v = {},{},{},{}
11
12 # Les données de l'énoncé
13 R = 8.314      # Constante des gaz parfaits
14 gaz = 'Air'    # Type de gaz
15 T[1]= 293
16 P[1]= 1e5
17 P[3]= 65e5
18 P[4]= P[3]
19 T[4]= 2173
20 a = 19
21
22 # Calcul du coefficient de Laplace (en le supposant inchangé sur tout le cycle)
23 cP = CP.PropsSI('C','T',T[1], 'P',P[1],gaz)
24 cV = CP.PropsSI('O','T',T[1], 'P',P[1],gaz)
25 gamma = cP/cV
26 # et de la masse molaire (NB: pour eux le "SI" de M, c'est le kg/kmol...)
27 M = CP.PropsSI(gaz,'molemass')*1e-3
28
29 # Un peu de feedback pour l'utilisateur:
30 print('Gaz choisi:',gaz)
31 print('Masse molaire:',M,'kg/mol')
32 print('gamma:',gamma)
33
34 # Fonction dichotomique utile
35 def find_P_from_v_s(v,s,Pstart,Pstop,eps=1e-6):
36     """ Retrouver P par dichotomie à partir du volume massique et de
37     l'entropie massique. """
38     v1 = 1/CP.PropsSI('D','P',Pstart,'S',s,gaz)
39     v2 = 1/CP.PropsSI('D','P',Pstop,'S',s,gaz)
40     while abs(v2-v1)/v > eps:
```

```

41         Pm = (Pstart+Pstop)/2.0
42         vm = 1/CP.PropsSI('D','P',Pm,'S',s,gaz)
43         if (vm-v)*(v2-v) < 0: Pstart,v1 = Pm,vm
44         else: Pstop,v2 = Pm,vm
45     return Pm
46
47
48
49 # Calculs des points intermédiaires
50 v[1]= 1/CP.PropsSI('D','P',P[1],'T',T[1],gaz) # Inverse de densité
51 v[2]= v[1]/a # Facteur de compression
52 s[1]= CP.PropsSI('S','T',T[1],'P',P[1],gaz) # Entropie correspondante
53 s[2]= s[1] # Isentropique
54 P[2]= find_P_from_v_s(v[2],s[2],P[1],P[3]) # Récupération pression (faut ruser)
55 T[2]= CP.PropsSI('T','P',P[2],'S',s[2],gaz) # Température correspondante
56 v[3]= v[2] # Isochore
57 T[3]= CP.PropsSI('T','P',P[3],'D',1/v[3],gaz) # dont on connaît la pression finale
58 v[4]= 1/CP.PropsSI('D','P',P[4],'T',T[4],gaz) # Isobare à T connue
59 s[4]= CP.PropsSI('S','P',P[4],'T',T[4],gaz) # et calcul de l'entropie correspondante
60 s[5]= s[4] # Isentropique
61 v[5]= v[1] # Dernière isochore
62 P[5]= find_P_from_v_s(v[5],s[5],P[1],P[3]) # Ruse sioux pour la pression
63 T[5]= CP.PropsSI('T','P',P[5],'D',1/v[5],gaz) # et obtention de la T correspondante
64
65
66 # On échantillonne à présent les pressions sur les différents chemins...
67 nb_points = 100
68 P12 = np.linspace(P[1],P[2],nb_points)
69 P23 = np.array([P[2],P[3]])
70 P34 = np.array([P[3],P[4]])
71 P45 = np.linspace(P[4],P[5],nb_points)
72 P51 = np.array([P[5],P[1]])
73
74 # ...pour calculer les volumes massiques correspondants (comme d'habitude,
75 # CoolProp fournit la masse volumique (densité "D") et non le volume massique
76 # donc il faut passer à l'inverse).
77 v12 = 1/CP.PropsSI('D','P',P12,'S',s[1],gaz) # Compression isentropique
78 v23 = [v[2],v[3]] # Compression isochore
79 v34 = [v[3],v[4]] # Déntente isobare
80 v45 = 1/CP.PropsSI('D','P',P45,'S',s[4],gaz) # Déntente isentropique
81 v51 = [v[5],v[1]] # Déntente isochore
82
83 def infos_point(nb,P,T,v):
84     print('Infos pour le point {0}: T={1} K, v={3} m^3/kg, P={2} bar'.format(nb,round(T,
85
86 def travail(L_P,L_v):
87     W = 0
88     for (P,v) in zip(L_P,L_v):
89         W -= np.trapz(P,v)

```

```
90     return W
91
92 def calcule_Delta(f,i,j):
93     """ Calcule la variation de la fonction d'état f (à choisir entre 'U',
94     'H', 'S' ou 'G') entre les points i et j à partir des valeurs (supposées
95     connues) de température et de pression. """
96     fi = CP.PropsSI(f,'P',P[i],'T',T[i],gaz)
97     fj = CP.PropsSI(f,'P',P[j],'T',T[j],gaz)
98     return fj-fi
99
100
101 # On donne du feedback:
102 print('Cas réel:')
103 for i in range(1,6):
104     infos_point(i,P[i],T[i],v[i])
105 L_P = [P12,P23,P34,P45,P51]
106 L_v = [v12,v23,v34,v45,v51]
107 W = travail(L_P,L_v)           # Calcul du travail sur tout le cycle
108 print('Travail total sur le cycle:',round(W/1e3,2),'kJ/kg')
109 Q23 = calcule_Delta('U',2,3)    # Q pour une isochore
110 Q34 = calcule_Delta('H',3,4)    # Q pour une isobare
111 print('Transfert thermique reçu sur 2->3:',round(Q23/1e3,2),'kJ/kg')
112 print('Transfert thermique reçu sur 3->4:',round(Q34/1e3,2),'kJ/kg')
113 # Calcul du rendement
114 print('Rendement total: r= ',-W/(Q23+Q34))
115
116 # Reste à représenter le tout
117 for i in range(len(L_v)):
118     plt.plot(L_v[i],L_P[i]/1e5,label='{}$\backslash$to${}$_{}$, reel'.format(i+1,(i+1)%5+1))
119
120
121 # Maintenant, faisons quelques calculs théoriques.
122 # D'abord les volumes massiques des deux premiers points:
123 v[1] = R*T[1]/(M*P[1])
124 v[2] = v[1]/a
125 # Pressions et Température en 2 s'obtiennent via la loi de Laplace
126 P[2] = P[1] * (v[1]/v[2])**gamma
127 T[2] = T[1] * (v[1]/v[2])**gamma_1
128 # Ensuite, on fait une isochore dont on connaît la pression d'arrivée
129 v[3] = v[2]
130 T[3] = M*P[3]*v[3]/R
131 # Après, c'est au tour de l'isobare dont on connaît la température finale
132 v[4] = R*T[4]/(M*P[4])
133 # Finalement, on refait une isentropique jusqu'à atteindre v[1]
134 v[5] = v[1]
135 P[5] = P[4] * (v[4]/v[5])**gamma
136 T[5] = T[4] * (v[4]/v[5])**gamma_1
137
138 # On échantillonne à présent les pressions sur les différents chemins...
```

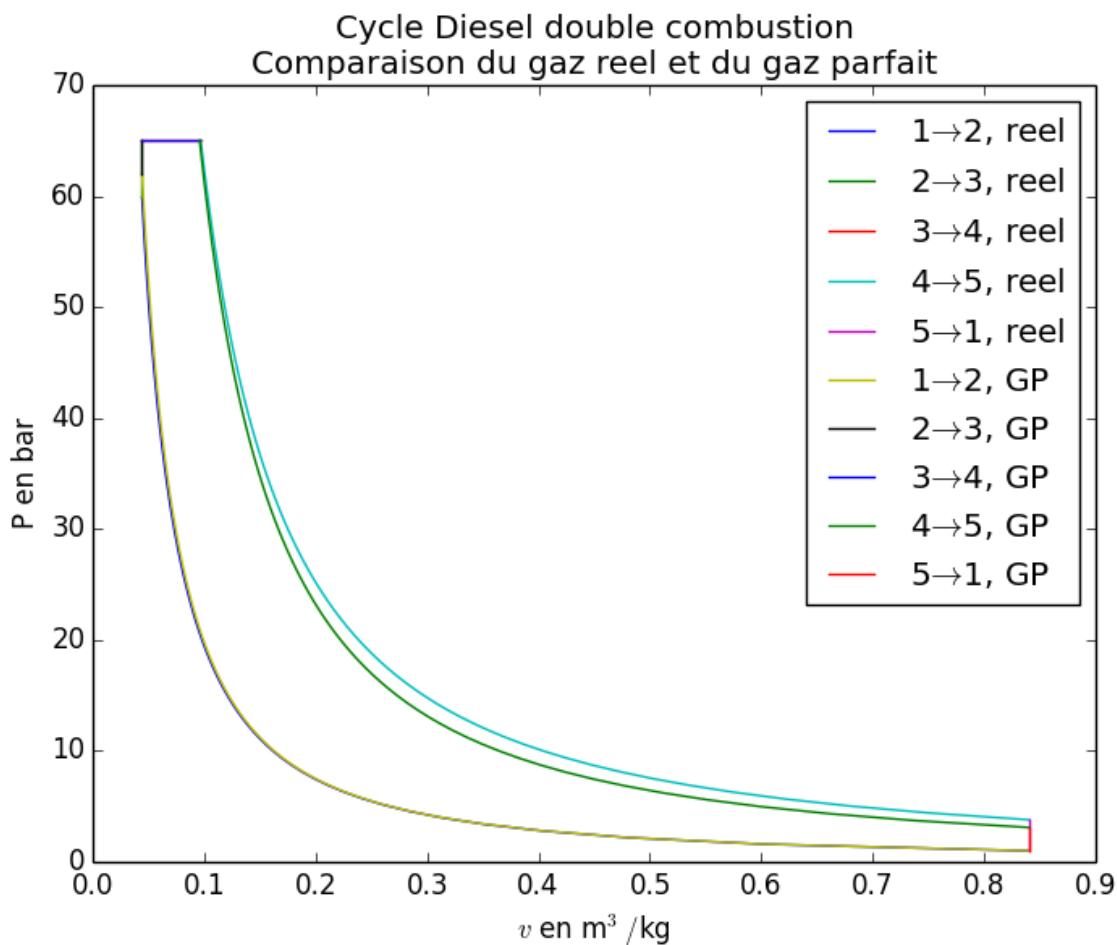
```
139 nb_points = 100
140 P12 = np.linspace(P[1],P[2],nb_points)
141 P23 = np.array([P[2],P[3]])
142 P34 = np.array([P[3],P[4]])
143 P45 = np.linspace(P[4],P[5],nb_points)
144 P51 = np.array([P[5],P[1]])

145
146 # ...pour calculer les volumes massiques correspondants
147 v12 = v[1]*(P[1]/P12)**(1/gamma)                      # Compression isentropique
148 v23 = [v[2],v[3]]                                       # Compression isochore
149 v34 = [v[3],v[4]]                                       # Dé-tente isobare
150 v45 = v[4]*(P[4]/P45)**(1/gamma)                      # Dé-tente isentropique
151 v51 = [v[5],v[1]]                                       # Dé-tente isochore

152
153 # On donne du feedback:
154 print('Cas Gaz parfait:')
155 for i in range(1,6):
156     infos_point(i,P[i],T[i],v[i])
157 L_P = [P12,P23,P34,P45,P51]
158 L_v = [v12,v23,v34,v45,v51]
159 W = travail(L_P,L_v)          # Calcul du travail total
160 print('Travail total sur le cycle:',round(W/1e3,2),'kJ/kg')
161 Q23 = cV*(T[3]-T[2])          # Q sur une isochore
162 Q34 = cP*(T[4]-T[3])          # Q sur une isobare
163 print('Transfert thermique reçu sur 2->3:',round(Q23/1e3,2),'kJ/kg')
164 print('Transfert thermique reçu sur 3->4:',round(Q34/1e3,2),'kJ/kg')

165
166 print('Rendement total: r=',-W/(Q23+Q34))

167
168 # Reste à représenter le tout
169 for i in range(len(L_v)):
170     plt.plot(L_v[i],L_P[i]/1e5,label='{}$\backslash$to${}$_{}$', GP.format(i+1,(i+1)%5+1))
171 plt.legend()
172 plt.xlabel('$v$ en $m^3/kg$')
173 plt.ylabel('P en bar')
174 plt.title("""Cycle Diesel double combustion
175 Comparaison du gaz réel et du gaz parfait""")
176
177 plt.savefig('PNG/T6_resolution_cycle_diesel.png')
```



Et voici la sortie à l'écran du programme:

```
Gaz choisi: Air
Masse molaire: 0.02896546 kg/mol
gamma: 1.40194967423
Cas réel:
Infos pour le point 1: T=293.0 K, v=0.8407 m^3/kg, P=1.0 bar
Infos pour le point 2: T=904.7 K, v=0.0442 m^3/kg, P=59.9 bar
Infos pour le point 3: T=981.5 K, v=0.0442 m^3/kg, P=65.0 bar
Infos pour le point 4: T=2173.0 K, v=0.097 m^3/kg, P=65.0 bar
Infos pour le point 5: T=1110.2 K, v=0.8407 m^3/kg, P=3.8 bar
Travail total sur le cycle: -865.17 kJ/kg
Transfert thermique reçu sur 2->3: 64.87 kJ/kg
Transfert thermique reçu sur 3->4: 1446.82 kJ/kg
Rendement total: r= 0.572323227974
Cas Gaz parfait:
Infos pour le point 1: T=293.0 K, v=0.841 m^3/kg, P=1.0 bar
Infos pour le point 2: T=956.9 K, v=0.0443 m^3/kg, P=62.1 bar
Infos pour le point 3: T=1002.4 K, v=0.0443 m^3/kg, P=65.0 bar
Infos pour le point 4: T=2173.0 K, v=0.096 m^3/kg, P=65.0 bar
Infos pour le point 5: T=908.1 K, v=0.841 m^3/kg, P=3.1 bar
Travail total sur le cycle: -763.96 kJ/kg
Transfert thermique reçu sur 2->3: 32.64 kJ/kg
Transfert thermique reçu sur 3->4: 1177.79 kJ/kg
```

Rendement total: $r = 0.631150489954$

Exemple III.10

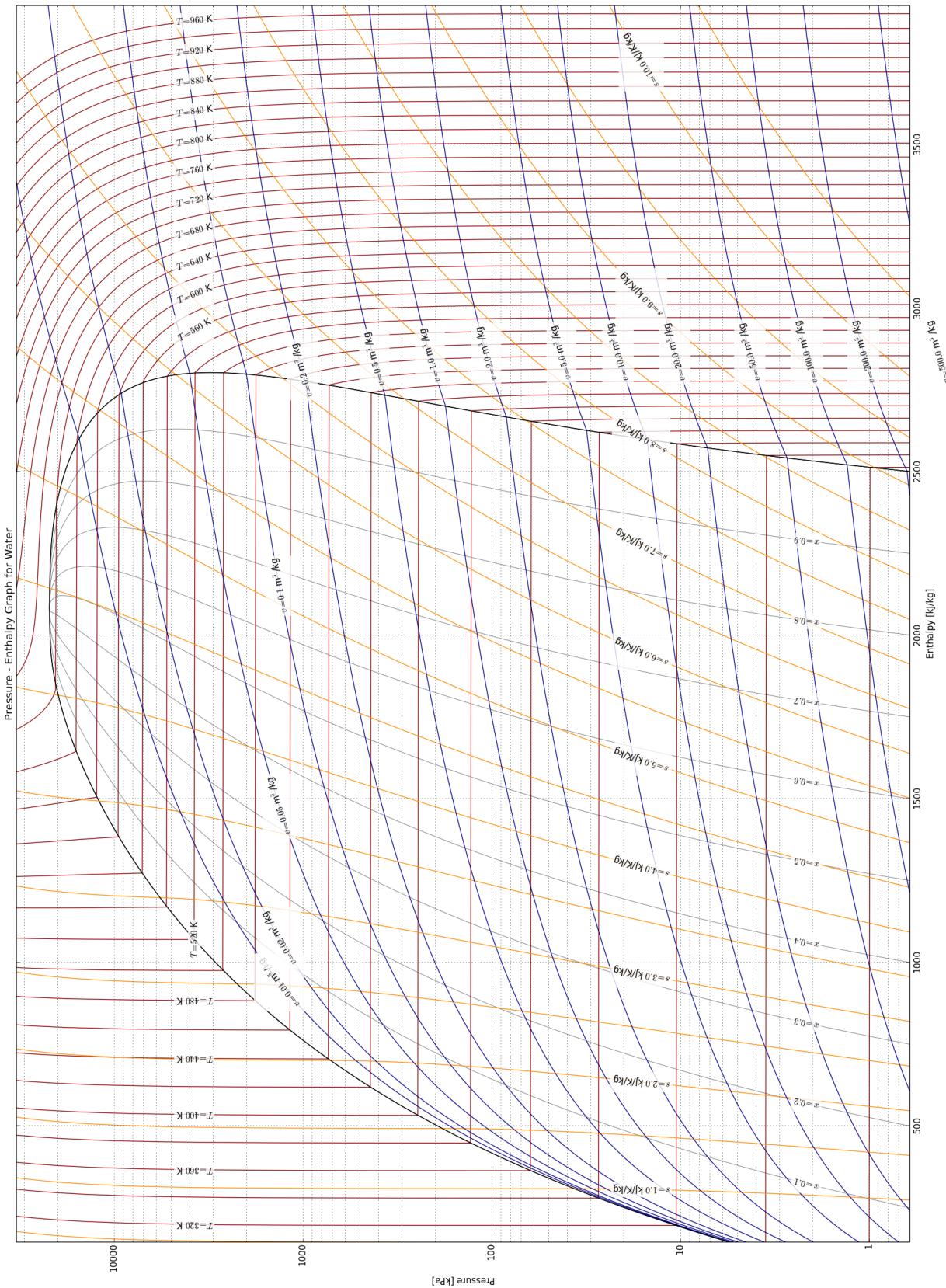
T6 Diagramme (P, h) via CoolProp

```
1 """
2 Fabrication d'un diagramme ( $P, h$ ) avec les iso-choses adéquates.
3 """
4
5 import numpy as np           # Les outils mathématiques
6 import CoolProp.CoolProp as CP # Les outils thermodynamiques
7 import CoolProp.Plots as CPP  # Les outils thermographiques
8 import matplotlib.pyplot as plt # Les outils graphiques
9
10
11 print(CP.FluidsList())      # Pour regarder les fluides disponibles
12 fluide= 'Water'             # Le choix du fluide
13 Plogscale = True            # Axe en pression logarithmique ?
14 iso_T = True                # Veut-on des isothermes ?
15 iso_X = True                # et les isotitres ?
16 iso_S = True                # et les isentropiques ?
17 iso_V = True                # et les isochores ?
18
19 # Données pour les isothermes
20 dT = 20                      # Incrément de températures
21 Ttriple = CP.PropsSI(fluide,'Ttriple') # Valeur de la température au point triple
22 Tcrit = CP.PropsSI(fluide,'Tcrit')       # et au point critique
23 Tmin = int(Ttriple/10)*10 + 10          # Par défaut, on par près du point triple
24 val_T = np.arange(Tmin,1.5*Tcrit,dT)     # et on dépasse un peu le point critique
25 T_to_show = list(range(2,len(val_T),2))  # Sélection des  $T$  à afficher (mettre None pour
26
27 # Données pour les isotitres
28 val_x = np.linspace(0.1,0.9,9)           # Les valeurs des isotitres
29
30 # Données pour les isentropiques
31 ds = 0.5e3
32 striple_x0 = CP.PropsSI('S','Q',0,'T',Ttriple,fluide) # Entropie triple à gauche
33 striple_x1 = CP.PropsSI('S','Q',1,'T',Ttriple,fluide) # Entropie triple à droite
34 val_s = np.arange(striple_x0,striple_x1*1.2,ds)       # Valeurs à tracer
35 s_to_show = list(range(2,len(val_s),2))                 # et à afficher
36
37 # Données pour les isochores (réparties de manière logarithmique par défaut)
38 vcrit = 1/CP.PropsSI(fluide,'rhocrit')                  # Volume massique critique
39 exp_min = int(np.floor(np.log10(vcrit)))+1              # Puissance de 10 proche
40 vtriple_x1 = 1/CP.PropsSI('D','Q',1,'T',Ttriple,fluide) # Point triple à droite
41 exp_max = int(np.ceil(np.log10(vtriple_x1)))-1          # Puissance de 10 proche
42 # Les valeurs à prendre
43 val_v = [a * 10**b for a in [1,2,5] for b in range(exp_min,exp_max+1)]
```

```
44 v_to_show = None # On les affiche toutes.
45
46 # Quelques constantes
47 UNITS = {'T': 'K', 'Q': '', 'S': 'kJ/K/kg', 'V': 'm$^3$/kg'}
48 LABEL = {'T': 'T', 'Q': 'x', 'S': 's', 'V': 'v'}
49 COLOR_MAP = {'T': 'Darkred',
50             'P': 'DarkCyan',
51             'H': 'DarkGreen',
52             'V': 'DarkBlue',
53             'S': 'DarkOrange',
54             'Q': 'black'}
55
56 # On prépare un format pour impression sur A3 ou presque (dimensions en pouces)
57 plt.figure(figsize=(30,21))
58
59 def place_label(x,y,label,indice=None,cotan=False,color='k'):
60     """ Routine qui se débrouille pour mettre un label semi-transparent au
61     niveau de la courbe données par ses coordonnées x et y. Si on sait que le
62     label sera presque vertical avec possibilité de dépasser 90°, on peut
63     utiliser cotan=True pour corriger (considération purement esthétique).
64     'indice' correspond à la position dans les tableaux x et y où devra
65     s'afficher le label demandé. """
66     print(x[0],y[0],label) # un peu de feedback pour savoir ce qu'on calcule
67     N = len(x)//2 # Emplacement par défaut
68     if indice: N=indice # sauf si l'utilisateur impose la valeur
69     xi,xf = plt.xlim() # Les limites en x du graphe
70     yi,yf = plt.ylim() # Pareil en y
71     Xsize = xf - xi # La largeur
72     # Pour la hauteur et la pente, cela dépend si les ordonnées sont en repère
73     # logarithmique ou non.
74     if Plogscale:
75         Ysize = np.log10(yf) - np.log10(yi)
76         a = (np.log10(y[N+1])-np.log10(y[N-1]))/(x[N+1]-x[N-1]) * Xsize/Ysize
77     else:
78         Ysize = yf - yi
79         a = (y[N+1]-y[N-1])/(x[N+1]-x[N-1]) * Xsize/Ysize
80     bbox = plt.gca().get_window_extent() # Récupération de la taille de la figure
81     a *= bbox.height / bbox.width # Correction de la pente avec la taille
82     rot = np.degrees(np.arctan(a)) # Calcul de l'angle de rotation
83     if cotan: # Si on dépasse la verticale
84         rot = 90 - np.degrees(np.arctan(1/a))
85     t = plt.text(x[N],y[N],label, # On met le texte au bon endroit
86                 ha='center',va='center',color=color,rotation = rot) # Avec la bonne rotation
87     # On se débrouille pour que la "boîte" d'écriture soit semi-transparente
88     t.set_bbox(dict(facecolor='w',edgecolor='None',alpha=0.8))
89
90 def fait_isolignes(type,valeurs,position=None,nb_points=1000,to_show=None,round_nb = 0 )
91     """ S'occupe du calcul et du tracé des isolignes. """
92     if not(to_show): # Valeurs par défauts:
```

```
93         to_show = list(range(len(valeurs))) # toutes !
94         Pmin,Pmax = plt.ylim()                 # On regarde les
95         Hmin,Hmax = plt.xlim()                 # limites du graphique
96         # Il y a un bug au niveau des unités du graphe et des points de
97         # représentation, d'où les 1e3 qui traînent un peu partout
98         # Par défaut, l'échantillonnage en  $P$  est linéaire
99         val_P = np.linspace(Pmin*1e3,Pmax*1e3,nb_points)
100        # Sinon, on se met en échelle log. (1e3 -> 3)
101        if Plogscale: val_P = 3+np.logspace(np.log10(Pmin),np.log10(Pmax),nb_points)
102        # Cas où les lignes ne vont pas sur tout l'éventail des pression, on
103        # échantillonne en températures (car on ne peut pas directement
104        # échantillonner en enthalpie  $h$ )
105        Tmin = Ttriple
106        Tmax = CP.PropsSI('T','P',Pmax,'H',Hmax,fluide)
107        val_T = np.linspace(Tmin,Tmax,nb_points)
108        # Pour chacune des valeurs demandées,
109        for val,i in zip(valeurs,range(len(valeurs))):
110            if type == 'V': # Cas particulier des volumes massiques: échantillonnage
111                val_P = CP.PropsSI('P','T',val_T,'D',1/val,fluide) # en température
112                val_H = CP.PropsSI('H','T',val_T,'D',1/val,fluide) # et non en  $P$ 
113            else:           # Sinon, on utilise l'éventail des pression
114                val_H = CP.PropsSI('H','P',val_P,type,val,fluide)
115            if type == 'S': val /= 1e3 # Pour mettre en kJ/K/kg
116            if round_nb >0 : val = str(round(val,round_nb)) # Pour faire joli
117            else: val = str(int(round(val)))               # là aussi...
118            label = '${}={} ${}{}'.format(LABEL[type],val,UNITS[type])
119            plt.plot(val_H,val_P,color=COLOR_MAP[type])    # Affichage courbe
120            if i in to_show: # Ainsi que du label s'il fait partie de la liste
121                place_label(val_H,val_P,label,int(position*nb_points))
122
123 # Le programme proprement dit commence ici.
124
125 ph_plot = CPP.PropsPlot(fluide,'Ph')      # On demande gentiment le plot de base
126 ph_plot._draw_graph()                     # On s'assure qu'il a discuté avec plt
127 if Plogscale: plt.yscale('log')          # Passage en log( $P$ )
128
129 if iso_x: # Les lignes isotitres sont un peu spéciales, donc ont leur code propre
130     ph_plot.draw_isolines('Q',val_x)      # Tracé des lignes isotitres
131     # Récupération de la liste des isotitres.
132     isoQ = CPP.Plots.IsoLines(fluide,'Ph','Q').get_isolines(val_x)
133     for line in isoQ:                   # Rajout des label
134         label = line['label'] + line['unit']
135         x,y = line['x'],line['y']
136         place_label(x,y,label,indice=len(x)//20)
137     else: # On trace tout de même quelque chose (de déjà présent) pour s'assurer
138         ph_plot.draw_isolines('Q',[0,1],num=2) # une bonne sélection des bornes
139
140 # Ici, on fait toutes les autres isolines (le boulot a été fait plus haut)
141 if iso_T: fait_isolines('T',val_T,position=0.8,to_show=T_to_show)
```

```
142 if iso_s: fait_isolignes('S',val_s,position=0.3,to_show=s_to_show,round_nb=3)
143 if iso_v: fait_isolignes('V',val_v,position=0.25,to_show=v_to_show,round_nb=3)
144
145 plt.grid(which='both') # Rajout de la grille
146 ph_plot._draw_graph() # On oblige le dessin avant la sauvegarde
147 plt.savefig('PNG/T6_diagramme_Ph_coolprop_{}.png'.format(fluide))
```



Exemple III.11

T6 Diagramme (T, s) via CoolProp

```
1  """
2  Fabrication d'un diagramme ( $T, s$ ) avec les iso-chooses adéquates.
3  """
4
5  import numpy as np                      # Les outils mathématiques
6  import CoolProp.CoolProp as CP           # Les outils thermodynamiques
7  import CoolProp.Plots as CPP             # Les outils thermographiques
8  import matplotlib.pyplot as plt          # Les outils graphiques
9
10 print(CP.FluidsList())                  # Pour regarder les fluides disponibles
11 fluide= 'Water'                         # Le choix du fluide
12 iso_P = True                            # Veut-on des isobares ?
13 iso_x = True                            # et les isotitres ?
14 iso_h = True                            # et les isenthalpiques ?
15 iso_v = True                            # et les isochores ?
16
17 Ttriple = CP.PropsSI(fluide,'Ttriple') # Valeur de la température au point triple
18 Tcrit = CP.PropsSI(fluide,'Tcrit')       # et au point critique
19
20 # Données pour les isotitres
21 val_x = np.linspace(0.1,0.9,9)           # Les valeurs des isotitres
22
23 # Données pour les isenthalpiques
24 dh = 100e3
25 htriple_x0 = CP.PropsSI('H','Q',0,'T',Ttriple,fluide) # Entropie triple à gauche
26 htriple_x1 = CP.PropsSI('H','Q',1,'T',Ttriple,fluide) # Entropie triple à droite
27 val_h = np.arange(3*dh,htriple_x1*1.4,dh)            # Valeurs à tracer
28 #s_to_show = list(range(2,len(val_s),2))              # et à afficher
29 h_to_show = None
30
31 # Données pour les isochores (réparties de manière logarithmique par défaut)
32 vcrit = 1/CP.PropsSI(fluide,'rhocrit')                # Volume massique critique
33 exp_min = int(np.floor(np.log10(vcrit)))+1            # Puissance de 10 proche
34 vtriple_x1 = 1/CP.PropsSI('D','Q',1,'T',Ttriple,fluide) # Point triple à droite
35 exp_max = int(np.ceil(np.log10(vtriple_x1)))-1        # Puissance de 10 proche
36 # Les valeurs à prendre
37 val_v = [a * 10**b for a in [1,2,5] for b in range(exp_min,exp_max+1)]
38 v_to_show = None                                     # On les affiche toutes.
39
40 # Données pour les isobares (réparties de manière logarithmique par défaut)
41 Pcrit = CP.PropsSI(fluide,'pcrit')                   # Pression critique
42 exp_max = int(np.floor(np.log10(Pcrit)))+1            # Puissance de 10 proche
43 Ptriple= 1/CP.PropsSI(fluide,'ptriple')              # Point triple
44 exp_min = int(np.ceil(np.log10(Ptriple)))+5          # Puissance de 10
45 # Les valeurs à prendre
46 val_P = [a * 10**b for b in range(exp_min,exp_max+1) for a in [1,2,5]]
```

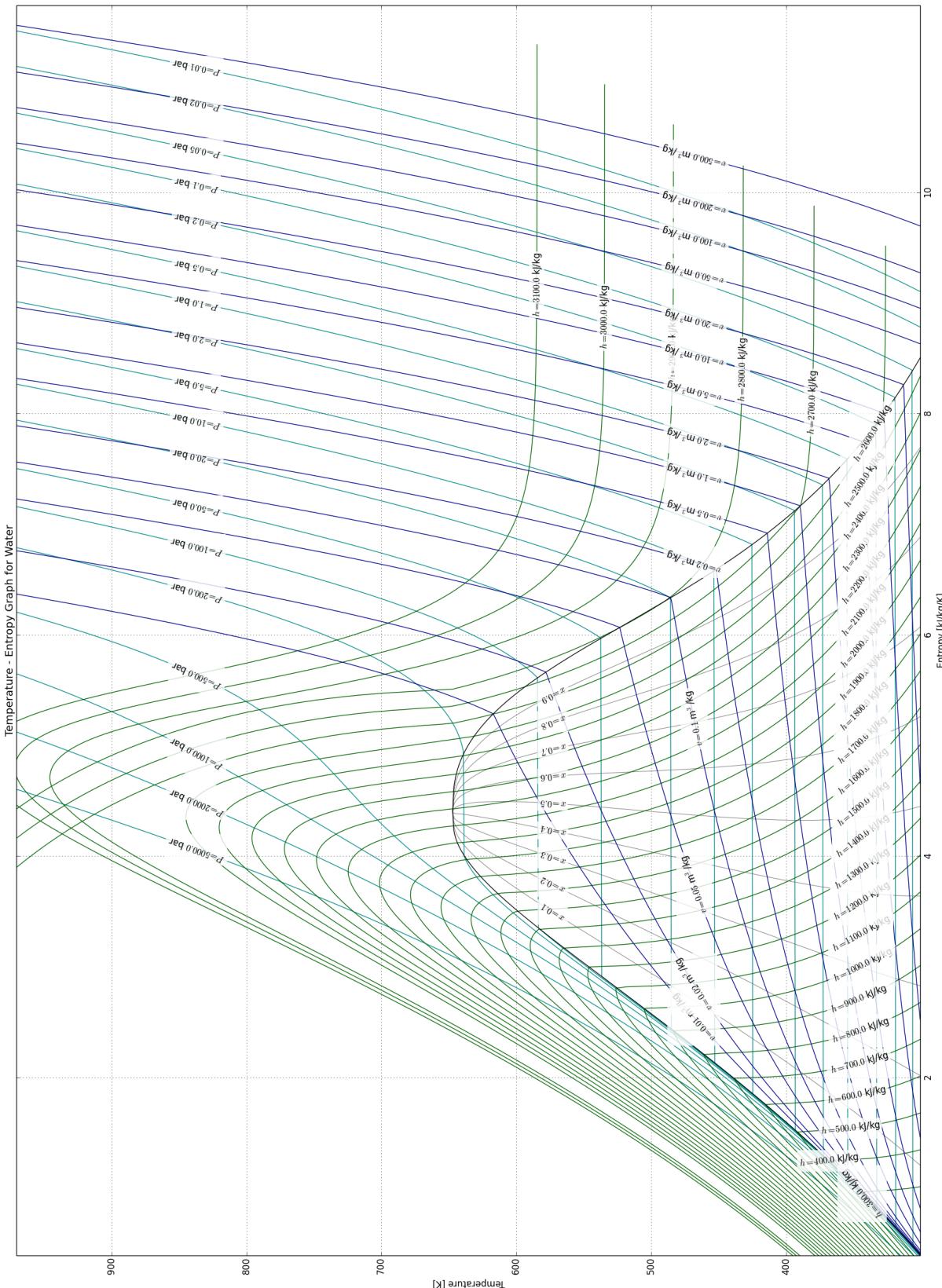
```

47 P_to_show = None                                # On les affiche toutes.
48
49 # Quelques constantes
50 UNITS = {'T': 'K', 'Q': '', 'S': 'kJ/K/kg', 'V': 'm$^3$/kg', 'P': 'bar', 'H': 'kJ/kg' }
51 LABEL = {'T': 'T', 'Q': 'x', 'S': 's',           'V': 'v',           'P': 'P',   'H': 'h'}
52 COLOR_MAP = {'T': 'Darkred',
53             'P': 'DarkCyan',
54             'H': 'DarkGreen',
55             'V': 'DarkBlue',
56             'S': 'DarkOrange',
57             'Q': 'black'}
58
59 # On prépare un format pour impression sur A3 ou presque (dimensions en pouces)
60 plt.figure(figsize=(30,21))
61
62 def place_label(x,y,label,indice=None,cotan=False,color='k'):
63     """ Routine qui se débrouille pour mettre un label semi-transparent au
64     niveau de la courbe données par ses coordonnées x et y. Si on sait que le
65     label sera presque vertical avec possibilité de dépasser 90°, on peut
66     utiliser cotan=True pour corriger (considération purement esthétique).
67     'indice' correspond à la position dans les tableaux x et y où devra
68     s'afficher le label demandé. """
69     print(x[0],y[0],label) # un peu de feedback pour savoir ce qu'on calcule
70     N = len(x)//2          # Emplacement par défaut
71     if indice: N=indice    # sauf si l'utilisateur impose la valeur
72     xi,xf = plt.xlim()      # Les limites en x du graphe
73     yi,yf = plt.ylim()      # Pareil en y
74     Xsize = xf - xi        # La largeur
75     Ysize = yf - yi        # La hauteur puis la pente
76     a = (y[N+1]-y[N-1])/(x[N+1]-x[N-1]) * Xsize/Ysize
77     bbox = plt.gca().get_window_extent() # Récupération de la taille de la figure
78     a *= bbox.height / bbox.width       # Correction de la pente avec la taille
79     rot = np.degrees(np.arctan(a))       # Calcul de l'angle de rotation
80     if cotan and rot < 0: rot = 180 + rot      # Si on dépasse la      verticale
81     if cotan : rot = 90 - np.degrees(np.arctan(1/a))
82     t = plt.text(x[N],y[N],label,           # On met le texte au bon endroit
83                 ha='center',va='center',color=color,rotation = rot) # Avec la bonne rotation
84     # On se débrouille pour que la "boîte" d'écriture soit semi-transparente
85     t.set_bbox(dict(facecolor='w',edgecolor='None',alpha=0.8))
86
87 def fait_isolignes(type,valeurs,position=None,nb_points=1000,to_show=None,round_nb = 0)
88     """ S'occupe du calcul et du tracé des isolignes. """
89     if not(to_show):                      # Valeurs par défauts:
90         to_show = list(range(len(valeurs))) # toutes !
91         Tmin,Tmax = plt.ylim()            # On regarde les
92         smin,smax = plt.xlim()            # limites du graphique
93         # Par défaut, l'échantillonnage en T est linéaire
94         val_T = np.linspace(Tmin,Tmax,nb_points)
95         # Pour chacune des valeurs demandées,

```

```
96     nb_points_save = nb_points
97     for val,i in zip(valeurs,range(len(valeurs))): 
98         nb_points = nb_points_save
99         if type == 'V': # Cas particulier des volumes massiques:  $D = 1/v$ 
100            val_s = CP.PropsSI('S','T',val_T,'D',1/val,fluide) # et non en P
101        elif type == 'H':
102            val_s = np.linspace(smin,smax,nb_points)
103            val_T = []
104            for s in val_s:
105                try:
106                    val_T.append(CP.PropsSI('T','S',s,type,val,fluide))
107                except: val_T.append(float("Nan"))
108            val_T = np.array(val_T)
109            val_s = val_s[val_T == val_T]
110            val_T = val_T[val_T == val_T]
111            nb_points = len(val_T)
112            print(nb_points,"points valides sur l'isenthalpique")
113            if nb_points < 10: continue
114        else: # Sinon, on utilise l'éventail des températures
115            val_s = CP.PropsSI('S','T',val_T,type,val,fluide)
116            if type == 'H': val /= 1e3 # Pour mettre en kJ/kg
117            if type == 'P': val /= 1e5 # Pour mettre en bar
118            if round_nb >0 : val = str(round(val,round_nb)) # Pour faire joli
119            else: val = str(int(round(val))) # là aussi...
120            label = '${}={} ${}{}'.format(LABEL[type],val,UNITS[type])
121            if nb_points > 10:
122                plt.plot(val_s,val_T,color=COLOR_MAP[type]) # Affichage courbe
123                if i in to_show: # Ainsi que du label s'il fait partie de la liste
124                    place_label(val_s,val_T,label,int(position*nb_points))
125
126 # Le programme proprement dit commence ici.
127
128 Ts_plot = CPP.PropsPlot(fluide,'Ts') # On demande gentiment le plot de base
129
130 if iso_x: # Les lignes isotitres sont un peu spéciales, donc ont leur code propre
131     Ts_plot.draw_isolines('Q',val_x) # Tracé des lignes isotitres
132     # Récupération de la liste des isotitres.
133     isoQ = CPP.Plots.IsoLines(fluide,'Ts','Q').get_isolines(val_x)
134     for line in isoQ: # Rajout des label
135         label = line['label'] + line['unit']
136         x,y = line['x'],line['y']
137         place_label(x,y,label,indice=4*len(x)//5,cotan=True)
138     else: # On trace tout de même quelque chose (de déjà présent) pour s'assurer
139         Ts_plot.draw_isolines('Q',[0,1],num=2) # une bonne sélection des bornes
140
141
142 # Ici, on fait toutes les autres isolignes (le boulot a été fait plus haut)
143 if iso_P: fait_isolines('P',val_P,position=0.8,to_show=P_to_show,round_nb=3)
144 if iso_h: fait_isolines('H',val_h,position=0.8,to_show=h_to_show,round_nb=3)
```

```
145 if iso_v: fait_isolignes('V',val_v,position=0.25,to_show=v_to_show,round_nb=3)
146
147 plt.grid(which='both') # Rajout de la grille
148 Ts_plot._draw_graph() # On oblige le dessin avant la sauvegarde
149 plt.savefig('PNG/T6_diagramme_Ts_coolprop_{}.png'.format(fluide))
```



Py4Phys IV

Bloc Induction

Exemple IV.1

I1 Tracé de lignes de champ magnétique

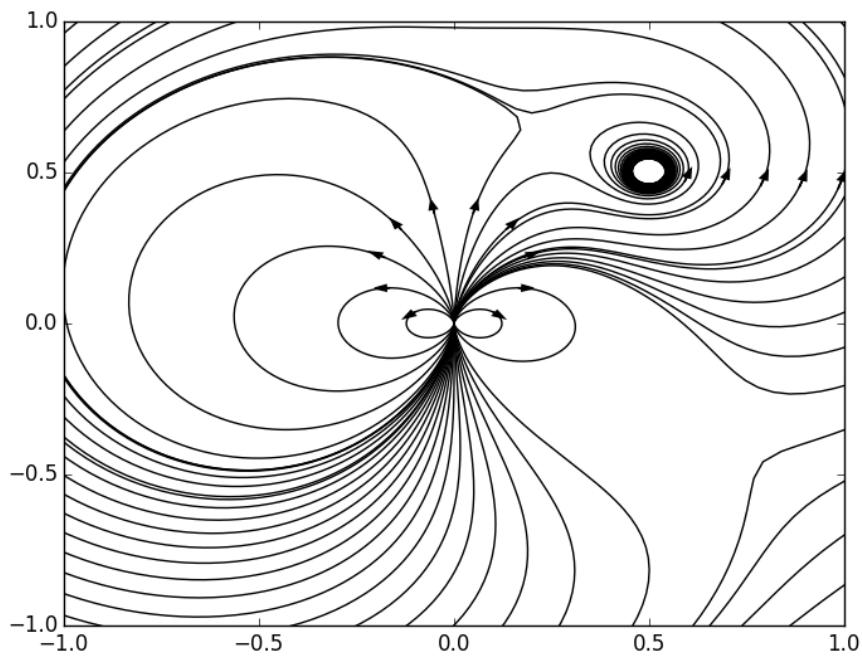
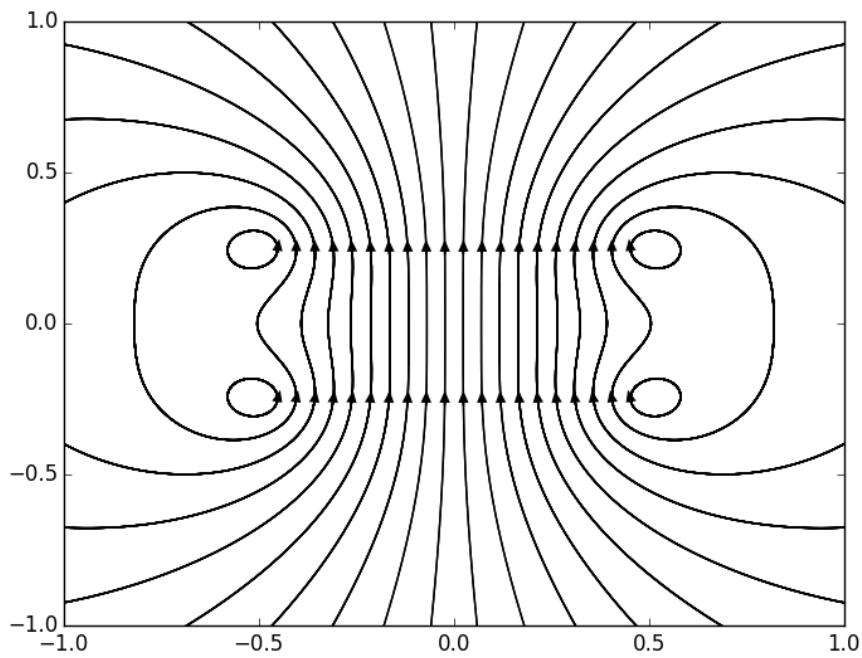
```
1  """
2  Created on Fri May 31 10:33:06 2014
3
4  @author: Sylvain Condamin, adapté d'un code de Thierry Pré.
5
6  On prend mu0/(2*Pi) =1
7  Ce programme permet de tracer les lignes de champ magnétique d'un ensemble de
8  lignes orthogonales au plan, de spires dont l'axe est dans le plan, et de
9  moments magnétiques dans le plan. Il faut commencer par créer un objet
10 Diagramme, puis ajouter les différents objets magnétiques à l'aide des
11 méthodes dédiées, puis utiliser la méthode draw pour tracer le diagramme.
12 Cf. description des méthodes, et exemple final pour plus d'information.
13 """
14
15 import numpy as np
16 import scipy.special as sp
17 import matplotlib.pyplot as pl
18 from scipy.integrate import odeint
19
20
21
22 class Diagramme(object):
23     """ La classe Diagramme s'occupe de tout ce qui concerne les tracés."""
24     def __init__(self,size=1,title="",numpoints=1000,k=1):
25         """
26             Routine d'initialisation d'un diagramme de lignes de champ:
27             * size est la taille de la fenêtre utilisée. (x et y varient de -size à +size)
28             * numpoints est le nombre de points utilisé pour le tracé.
29             * Le coefficient k permet de régler la longueur des lignes
30                 tracées. Le défaut k=1 assure normalement que les lignes bouclent
31                 correctement, mais il est possible de le réduire pour améliorer le temps
32                 de calcul.
```

```
33     """
34     self.size = float(size)
35     self.title=title
36     self.numpoints=numpoints
37     self.objects=[]
38     self.startpoints=[]
39     self.maxint=0 # Ceci correspond au temps d'intégration à utiliser pour
39                  # le tracé des courbes.
40
41     self.k=k
42
43 def addLine(self,x,y,I=1,points=20):
44     """
45     Permet d'ajouter une ligne de courant infinie, orthogonale au
46     plan du tracé. Par défaut cela ajoute des points de départ de
47     lignes de champ.
48     """
49     self.objects.append(Line(x,y,I))
50     for i in range(points):
51         self.startpoints.append([x+2*(i+1)*self.size/points,y])
52     self.maxint = pow(pow(2*np.pi,3)*abs(I)*self.size**2+self.maxint**3,1/3)
53
54 def addSpire(self,x,y,a,I=1,theta=0,points=20):
55     """
56     Permet de définir une spire: x et y désignent le centre, a le
57     rayon, I l'intensité, et theta l'angle que fait l'axe
58     de la spire par rapport à la verticale. Par défaut cela ajoute
59     des points de départ de lignes de champ.
60     """
61     self.objects.append(Spire(x,y,a,I,theta))
62     for i in range(points):
63         l = -a+2*a*float(1+i)/(1+points)
64         self.startpoints.append([x+l*np.cos(theta),y+l*np.sin(theta)])
65     self.maxint += pow(100*abs(I)*np.pi*a*a+self.maxint**3,1/3)
66
67 def addDipole(self,x,y,m,theta=0,points=20):
68     """
69     Permet d'ajouter un dipôle magnétique m, à la position x et
70     y. theta désigne l'angle que fait la spire par rapport à la
71     verticale. Par défaut cela ajoute des points de départ de
72     lignes de champ.
73     """
74     self.objects.append(Dipole(x,y,m,theta))
75     s = self.size/5
76     x0 = x-s*np.sin(theta)
77     y0 = y + s*np.cos(theta)
78     for i in range(points):
79         phi = theta+2*(i+1)*np.pi/(1+points)
80         self.startpoints.append([x0+s*np.sin(phi),y0-s*np.cos(phi)])
81     self.maxint += pow(1000*abs(m)+self.maxint**3,1./3.)
```

```
82
83     def addStartPoints(self,x,y):
84         """
85             Permet d'ajouter des points de départ de lignes de champ.
86         """
87         self.startpoints.append([x,y])
88
89     def B(self,P):
90         Bx = 0
91         By = 0
92         for magnet in self.objects:
93             Bx += magnet.B(P)[0]
94             By += magnet.B(P)[1]
95         return [Bx,By]
96
97     def draw(self,file=None):
98         """
99             Trace l'ensemble des lignes de champ passant par les points de départ
100            stockés dans Startpoints. Si un nom de fichier est donné, enregistre
101            la figure dans le fichier mais n'affiche rien à l'écran
102        """
103
104     def fun(P,t):
105         B = self.B(P)
106         Bx = B[0]
107         By = B[1]
108         B = np.sqrt(Bx*Bx+By*By)
109         # Remarque: cette équation trace les lignes de champ que l'on
110         # utilise une puissance 1, 0, ou 4/3. Le problème est que, si on
111         # utilise une puissance 1 (ce qui est effectivement la façon la
112         # plus standard de procéder), on se retrouve avec des singularités
113         # au niveau des dipôles, que l'on atteint en un "temps" fini
114         # (puisque le "temps" représente simplement la distance dans ce
115         # cas). Le coefficient 4/3 est une astuce numérique pour éviter
116         # ce problème: c'est le plus petit exposant qui permette de faire
117         # en sorte que les dipôles ne soient atteints qu'en un "temps"
118         # infini. Inversement, on ne peut pas prendre un exposant plus
119         # grand, car ce seraient alors les lignes de champ qui vont
120         # jusqu'à l'infini qui seraient parcourues en un "temps" fini, ce
121         # qui nous exposerait à une autre singularité.
122         return [Bx/pow(B,4./3.),By/pow(B,4./3.)]
123
124     t = np.linspace(0,self.k*self.maxint,self.numpoints/2)
125     t2 = - t
126     for P0 in self.startpoints:
127         sol = odeint(fun,P0,t)
128         x = sol[:,0]
129         y = sol[:,1]
130         pl.plot(x,y,'-',color='k')
```

```
131         sol = odeint(fun,P0,t2)
132         x = sol[1:,0]
133         y = sol[1:,1]
134         pl.plot(x,y,'-',color='k')
135         pl.arrow(x[1],y[1],x[0]-x[1],y[0]-y[1],color='k')
136         pl.title(self.title)
137         pl.xlim([-self.size,self.size])
138         pl.ylim([-self.size,self.size])
139         if file:
140             pl.savefig(file)
141             pl.close()
142         else:
143             pl.show()
144
145 class MagneticObjects(object):
146     def __init__(self):
147         pass
148
149     def B(self,P):
150         raise NotImplementedError()
151
152 class Line(MagneticObjects):
153     def __init__(self,x,y,I):
154         self.x0 = x
155         self.y0 = y
156         self.I = I
157
158     def B(self,P):
159         x = P[0] - self.x0
160         y = P[1] - self.y0
161         return([-self.I*y/(x*x+y*y),self.I*x/(x*x+y*y)])
162
163 class Spire(MagneticObjects):
164     def __init__(self,x,y,a,I,theta):
165         self.x0 = x
166         self.y0 = y
167         self.a = a
168         self.I = I
169         self.theta = theta
170
171     def B(self,P):
172         a = self.a
173         theta = self.theta
174         x = P[0] - self.x0
175         y = P[1] - self.y0
176         r = x*np.cos(theta)+y*np.sin(theta)
177         z = -x*np.sin(theta)+y*np.cos(theta) # On se ramène à des
178         # coordonnées cylindriques par rapport à la spire. Pour la
179         # suite des calculs, voir l'article de T.Pré
```

```
180      # http://www.udppc.asso.fr/bupdoc/textes/fichierjoint/918/0918D119.zip
181      k= 4.*abs(r)*a/((a+abs(r))**2+z**2)
182      Kk=sp.ellipk(k)
183      Ek=sp.ellipse(k)
184      Br=self.I*(z/r)/np.sqrt((a+abs(r))**2+z**2)*(-Kk+(a**2+r**2+z**2)/((a-abs(r))**2+z**2))
185      Bz=(self.I/np.sqrt((a+abs(r))**2+z**2))*(Kk+((a**2-r**2-z**2)/((a-abs(r))**2+z**2)))
186      return([Br*np.cos(theta)-Bz*np.sin(theta),Br*np.sin(theta)+Bz*np.cos(theta)])
187
188  class Dipole(MagneticObjects):
189      def __init__(self,x,y,m,theta):
190          self.x0 = x
191          self.y0 = y
192          self.m = m
193          self.theta = theta
194
195      def B(self,P):
196          m = self.m
197          theta = self.theta
198          x = P[0] - self.x0
199          y = P[1] - self.y0
200          r = np.sqrt(x*x+y*y)
201          Bx = (m/(2*r**3))*((-x*np.sin(theta)+y*np.cos(theta))*3*(x/r**2)+np.sin(theta))
202          By = (m/(2*r**3))*((-x*np.sin(theta)+y*np.cos(theta))*3*(y/r**2)-np.cos(theta))
203          return([Bx,By])
204
205  # Premier exemple: deux spires en configuration de Helmholtz
206 diag = Diagramme()
207 diag.addSpire(0,0.25,a=0.5,I=1)
208 diag.addSpire(0,-0.25,a=0.5,I=1)
209 diag.draw('PNG/I1_lignes_champ_magnetique_helmholtz.png')
210
211 # Deuxième exemple: un dipôle avec un fil perpendiculaire au plan de la figure.
212 diag = Diagramme()
213 diag.addLine(0.5,0.5,I=1)
214 diag.addDipole(0,0,m=1,points=10)
215 diag.draw('PNG/I1_lignes_champ_magnetique_fil_et_dipole.png')
```



Exemple IV.2

I2 Champ tournant diphasé

Exemple IV.3

I2 Champ tournant triphasé

Exemple IV.4

I4 Couplage inductif de deux circuits

Py4Phys V

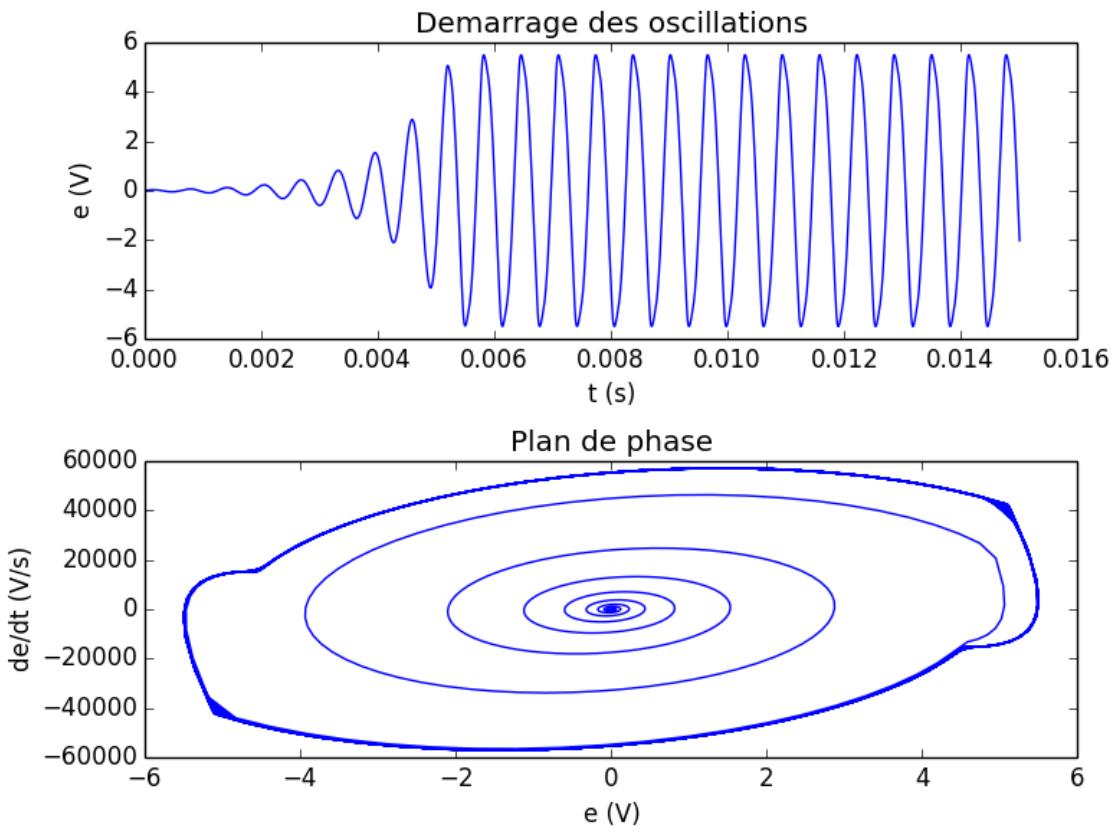
Spé

Exemple V.1

PSI Pont de Wien

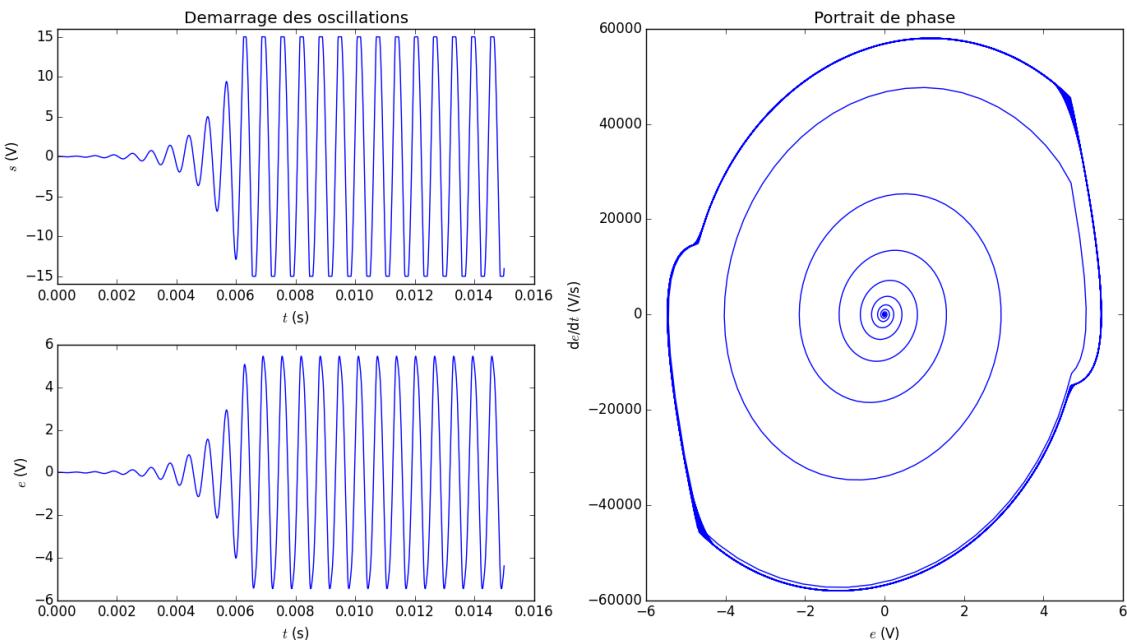
```
1 """  
2 Travail proposé par Simon LAURETTE (PSI, Lycée Robespierre, Arras) pour  
3 illustrer l'amplification des oscillations pour un oscillateur à pont de Wien.  
4 """  
5  
6  
7 from math import *          # Outils mathématiques  
8 import numpy as np          # Outils numériques  
9 import matplotlib.pyplot as plt # Outils graphiques  
10  
11 R=1e3                      # Resistance du Pont de Wien  
12 C=100e-9                    # Capacite du Pont de Wien  
13 K=3.2                       # Gain de l'etage d'amplification  
14 tfin=15e-3                  # instant final de la simulation  
15 dt=0.01e-3                 # pas  
16 vsat=15                     # tension de saturation de l'AO  
17  
18 # Conditions Initiales  
19 t=[0.0]  
20 e=[0.01]        # entree de l'etage d'amplitication ; 0.01 simule le bruit  
21 s=[0.0]          # sortie de l'etage d'amplification / entree du Pont de Wien  
22 ds=[0.0]         # derivee de s  
23 de=[0.01]        # derivee de e ; 0.01 simule le bruit en entree  
24  
25 # Resolution de l'equa-diff + Prise en compte de la saturation de l'AO  
26 while t[-1]<tfin:  
27     de.append((1/(R*C)*ds[-1]-3/(R*C)*de[-1]-e[-1]/(R*R*C*C))*dt+de[-1])  
28     e.append(de[-1]*dt+e[-1])  
29     if e[-1]<-vsat/K:  
30         s.append(-vsat)  
31     elif e[-1]>vsat/K:
```

```
32         s.append(vsat)
33     else:
34         s.append(K*e[-1])
35     ds.append((s[-1]-s[-2])/dt)
36     t.append(t[-1]+dt)
37
38 # Traces des courbes
39 plt.subplot(2,1,1) # Sous-figure 1: évolution temporelle
40 plt.plot(t,e)
41 plt.xlabel("t (s)")
42 plt.ylabel("e (V)")
43 plt.title("Demarrage des oscillations")
44 plt.subplot(2,1,2) # Sous-figure 2: Portrait de phase
45 plt.plot(e,de)
46 plt.xlabel("e (V)")
47 plt.ylabel("de/dt (V/s)")
48 plt.title("Plan de phase")
49 plt.tight_layout() # Pour ajuster les espaces autour des sous-figures
50 plt.savefig('PNG/PSI_pont_de_wien.png')
```



```
1      """
2      Suite à une question de Jean-Marie Biansom sur le forum UPS, voici la version
3      de la résolution du pont de Wien utilisant sp.integrate.odeint plutôt qu'une
4      intégration manuelle comme proposé par Simon Laurette.
5      """
6
7
8      from math import *                  # Outils mathématiques
9      import numpy as np                 # Outils numériques
10     import scipy as sp                 # Outils scientifiques
11     import scipy.integrate            # pour l'intégration
12     import matplotlib.pyplot as plt   # Outils graphiques
13
14     R=1e3                            # Resistance du Pont de Wien
15     C=100e-9                          # Capacité du Pont de Wien
16     K=3.2                             # Gain de l'étage d'amplification
17     tfin=15e-3                        # instant final de la simulation
18     dt=0.01e-3                         # pas
19     vsat=15                           # tension de saturation de l'AO
20
21     e0      = 0.01 # entrée de l'étage d'amplification ; 0.01 simule le bruit
22     dedt0= 0.01 # dérivée de e ; 0.01 simule le bruit en entrée
23
24     def f(y,t):
25         e,dedt = y
26         if abs(e) < vsat/K:           # Cas non saturé
27             return [dedt, (K-3)/(R*C)*dedt - e/(R*C)**2]
28         else:                      # Cas saturé
29             return [dedt, (-3)/(R*C)*dedt - e/(R*C)**2]
30
31     # Détermination de l'entrée de l'étage d'amplification
32     t    = np.linspace(0,tfin,int(tfin/dt))
33     sol = sp.integrate.odeint(f,[e0,dedt0],t)
34     e    = sol[:,0]
35     dedt= sol[:,1]
36
37     # Pour la sortie, on utilise np.where pour écrire là où e est trop grand
38     s = np.where(abs(e)>vsat/K,vsat*np.sign(e),e*K)
39
40     # Traces des courbes
41     plt.figure(0,figsize=(14,8))
42     plt.subplot(2,2,1)      # Figure du haut à gauche
43     plt.plot(t,s)          # La sortie de l'AO
44     plt.title("Démarrage des oscillations")
45     plt.xlabel("$t$ (s)")
46     plt.ylabel("$s$ (V)")
47     plt.ylim(-16,16)        # Pour bien voir l'écrêtage
48     plt.subplot(2,2,3)      # Figure du bas à gauche
49     plt.plot(t,e)          # L'entrée
```

```
50 plt.xlabel("$t$ (s)")  
51 plt.ylabel("$e$ (V)")  
52 plt.subplot2grid((2,2),(0,1),rowspan=2) # Figure de droite  
53 plt.plot(e,dedt) # Le portrait de phase  
54 plt.xlabel("$e$ (V)")  
55 plt.ylabel("d$e$/d$t$ (V/s)")  
56 plt.title('Portrait de phase')  
57 plt.tight_layout() # Pour ajuster les espaces autour des sous-figures  
58 plt.savefig('PNG/PSI_pont_de_wien_odeint.png')
```



Exemple V.3

PC Strioscopie

```
1 """  
2  
3 Travail réalisé par Pierre Chary (PCSI, Lycée Buffon, Paris) pour illustrer le  
4 traitement d'image par strioscopie au programme de Physique en PC mais qui  
5 peut aussi servir comme projet d'informatique commune en seconde année.  
6  
7 Le script fait usage du module "requests" qui peut ne pas être installé sur  
8 toutes les distributions (WinPython par exemple) afin de charger des images  
9 depuis internet, mais il n'est pas nécessaire à son bon fonctionnement: vous  
10 pouvez aussi simplement lire les images sur votre disque que nous supposerons  
11 installées dans un dossier SampleImages/ dans le même répertoire où est appelé  
12 le script.  
13  
14 """  
15  
16 # Pour manipuler l'image = tableau 2D de nombres  
17 import numpy as np
```

```
18 # Pour les traces
19 import matplotlib.pyplot as plt
20 # Pour charger l'image de lena :)
21 from scipy import misc
22 # Pour recuperer des images sur le net (.png en noir et blanc)
23 try:
24     import requests
25     from io import BytesIO # Utiliser StringIO au lieu de BytesIO pour Python 2.x
26 except:
27     print("""
28         Attention, votre distribution ne semble pas inclure le module 'requests'
29         Par conséquent, installez-le ou commentez la ligne 'import requests' et
30         modifiez les exemples pour qu'il ne fassent pas usage de requests.
31     """)
32
33
34 def TF(img):
35     """ Calcul de la transforme de Fourier de l'image img"""
36     spectre = np.fft.fft2(img)
37     # Il faut decaler le spectre, sinon les basses frequences
38     # sont dans les coins et non au centre...
39     sp_shifte = np.fft.fftshift(spectre)
40     return sp_shifte
41
42
43 def strioscopie(spectre, type="passe haut", proportion = 0.03):
44     """ Application d'un filtre passe haut ou passe bas,
45     de forme carree sur un pourcentage "proportion" du spectre de Fourier
46     2D de l'image"""
47     # Nombre de lignes et de colonnes de l'image
48     nblig, nbcoll = spectre.shape
49     # Coordonnees du centre
50     clig, ccol = nblig // 2, nbcoll // 2
51     # On applique un masque de 0 et de 1 au spectre pour le filtrer
52     masque = np.zeros((nblig, nbcoll))
53     taille = int(proportion * (nblig + nbcoll) / 2.0)
54     masque[clig-taille:clig+taille, ccol-taille:ccol+taille] = 1
55     if type == "passe haut":
56         masque = 1 - masque
57     sp_filtre = spectre * masque
58     return sp_filtre
59
60 def detramage(spectre, type="horizontale", proportion = 0.03):
61     """ Application d'une fente verticale ou horizontale, de largeur proportionnellement
62     # nombre de lignes et de colonnes de l'image
63     nblig, nbcoll = spectre.shape
64     # Coordonnées du centre
65     clig,ccol = nblig//2 , nbcoll//2
66     # On applique un masque de 0 et de 1 au spectre pour le filtrer
```

```
67     taille = int(proportion * (nblig + nbcoll) / 2.0)
68     masque = np.zeros((nblig,nbcoll))
69     if type == "verticale":
70         masque[:,ccol-taille:ccol+taille] = 1
71     elif type == "horizontale":
72         masque[clig-taille:clig+taille,:] = 1
73     sp_filtre = spectre*masque
74     return sp_filtre
75
76 def TF_inv(sp_filtre):
77     """ Calcul de la transformee de Fourier inverse du spectre filtree """
78     # On redécale le spectre pour remettre les basses fréquences
79     # dans les coins afin que la TF inverse fonctionne correctement.
80     sp_filtre_shifte = np.fft.ifftshift(sp_filtre)
81     # TF inverse
82     img_filtree = np.fft.ifft2(sp_filtre_shifte)
83     return np.abs(img_filtree)
84
85 def execute(img, type, proportion=0.03, save=None):
86     """ Programme principal
87     Donner une valeur à save (par exemple save='mon_fichier.png') permet de
88     sauvegarder la figure produite.
89     """
90     sp_shifte = TF(img)
91     if type == "verticale" or type == "horizontale":
92         sp_filtre = detramage(sp_shifte, type, proportion)
93     else:
94         sp_filtre = strioscopie(sp_shifte, type, proportion)
95     img_filtree = TF_inv(sp_filtre)
96     # Echelle logarithmique pour bien voir toutes les composantes spectrales
97     # d'amplitudes très différentes, le +1 est pour éviter les valeurs nulles
98     # dans le log.
99     sp_shifte_module = 20*np.log(1+np.abs(sp_shifte))
100    sp_filtre_module = 20*np.log(1+np.abs(sp_filtre))
101
102    # Traces
103    plt.figure()
104    plt.subplot(221), plt.imshow(img, cmap='gray')
105    plt.title('Image de départ'), plt.xticks([]), plt.yticks([])
106    plt.subplot(222), plt.imshow(sp_shifte_module, cmap='gray')
107    plt.title('Spectre (TF)'), plt.xticks([]), plt.yticks([])
108    plt.subplot(223), plt.imshow(img_filtree, cmap='gray')
109    plt.title('Image filtree ' + type), plt.xticks([]), plt.yticks([])
110    plt.subplot(224), plt.imshow(sp_filtre_module, cmap='gray')
111    plt.title('Spectre filtre ' + type), plt.xticks([]), plt.yticks([])
112    if save: plt.savefig(save)
113    else:    plt.show()
114
115 if __name__ == '__main__':
```

```
116      # Les images doivent etre en .PNG et en noir et blanc, sinon les convertir
117      # ou utiliser Image de la bibliothèque PIL au lieu de imread
118
119      # Strioscopie sur Lena
120      img = misclena()
121      execute(img, "passe haut", 0.06)
122      execute(img, "passe bas", 0.06)
123
124      # Suppression du bruit HF sur une image prise sur le net
125      url = "https://raw.githubusercontent.com/scipy-lectures/scipy-lecture-notes/master/codes/python-for-image-processing/strioscopie.py"
126      response = requests.get(url)
127      img = plt.imread(BytesIO(response.content))
128      # Si jamais requests n'est pas installé, commentez les trois lignes
129      # précédentes et décommentez la ligne suivante
130      #img = plt.imread('SampleImages/moonlanding.png')
131      execute(img, "passe bas", 0.08)
132
133      # Detramage sur une grille
134      url = "https://raw.githubusercontent.com/pchary/Image/master/SampleImages/grille.png"
135      response = requests.get(url)
136      img = plt.imread(BytesIO(response.content))
137      # Si jamais requests n'est pas installé, commentez les trois lignes
138      # précédentes et décommentez la ligne suivante
139      #img = plt.imread('SampleImages/grille.png')
140      execute(img, "verticale")
141      execute(img, "horizontale")
142
143      # Pour une image sur le disque utiliser la ligne suivante (ex de chemin complet)
144      #img = plt.imread(r"E:\Prepa\Informatique\Python\moonlanding.png")
145
146      # Strioscopie sur la Nebuleuse: c'est bluffant !
147      img = plt.imread('SampleImages/Nebuleuse.png')
148      execute(img, "passe haut", 0.06)
149      execute(img, "passe bas", 0.06)
150      execute(img, "passe haut", 0.06, save='PNG/PC_strioscopie_Nebuleuse_PH.png')
151      execute(img, "passe bas", 0.06, save='PNG/PC_strioscopie_Nebuleuse_PB.png')
152
153      # On observe des alias ("ringing artifact") sur l'image filtree par le passe
154      # bas. Ceci est due à la forme discontinue du masque appliqué qui est une porte.
155      # Un masque plus lisse (gaussien) permettrait de s'en affranchir
156      # (https://fr.wikipedia.org/wiki/Masque\_flou). Cela peut donner l'occasion de
157      # faire le lien avec le cours sur l'échantillonnage, le phénomène de Gibbs...
158
159      # On peut mélanger l'image filtree passe haut avec l'image originale
160      # (alpha*img+(1-alpha)img_filtrée) pour obtenir une image plus piquée,
161
162      # Bien entendu, il y a des modules qui font cela tout seul: scipy.ndimage
163      # (https://scipy-lectures.github.io/advanced/image\_processing/), scikit-image
```

```
165 # (https://scipy-lectures.github.io/packages/scikit-image/index.html#scikit-image),  
166 # PIL etc.
```

Image de départ



Spectre (TF)

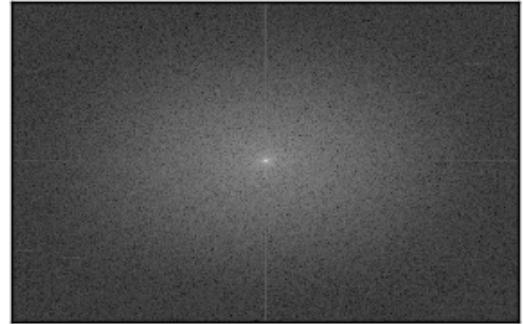


Image filtree passe haut



Spectre filtre passe haut

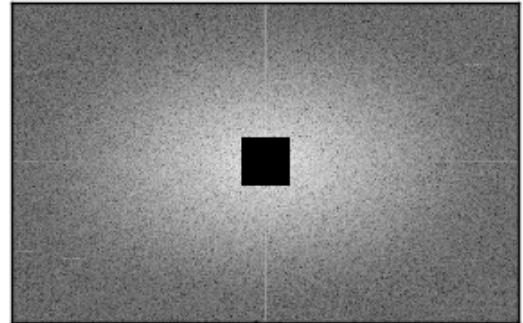


Image de départ



Spectre (TF)

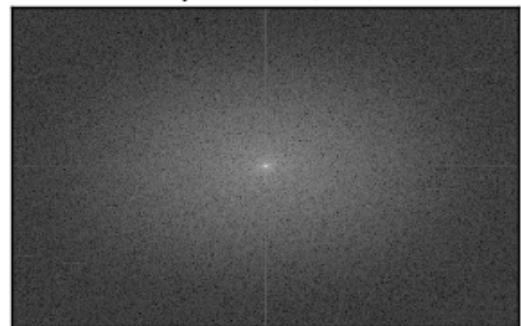
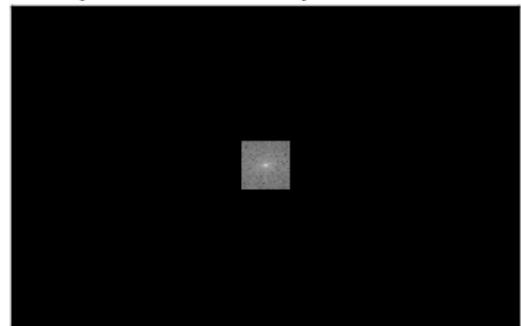


Image filtrée passe bas



Spectre filtre passe bas



Py4Phys VI

Misc

Exemple VI.1

Module film.py

```
1  """
2  Module pour générer simplement un petit film à partir d'une série de fichiers
3  png et éviter de recopier le même code de script en script pour ce faire...
4  """
5
6  def make_film(base_name,out_file=None,resize="600x600",PNM='PNM'):
7      """
8          Fabrique un film automatiquement à partir des fichiers png commençant pas
9          'base_name' à l'aide de convert puis de ppmtoy4m et mpeg2enc (paquet
10         mjpegtools à installer sur la machine). Si 'out_file' n'est pas renseigné,
11         le film sera écrit dans le fichier base_name+_film.mpeg'. Enfin, il peut
12         arriver que convert se plaigne d'histoires de taille: il faut alors
13         simplement jouer sur le 'resize' jusqu'à trouver une combinaison qui lui
14         plaise (a priori dans les mêmes proportions que la figure initiale).
15         Pour le cas des figures monochromes, il faut visiblement spécifier
16         PNM='PPM' pour que cela fonctionne correctement.
17     """
18     if not(out_file): out_file = base_name + '_film.mpeg'
19
20     import os
21
22     cmd = '(for f in ' + base_name + '*png ; '
23     cmd+= 'do convert -density 100x100 $f -depth 8 -resize {} {}:- ; done)'.format(resize)
24     cmd+= ' | ppmtoy4m -S 420mpeg2'
25     cmd+= ' | mpeg2enc -f1 -b 12000 -q7 -G 30 -o {}'.format(out_file)
26
27     print("Execution de la commande de conversion")
28     print(cmd)
29     os.system(cmd)
30     print("Fin de la commande de conversion")
```

Exemple VI.2

Figuiers de Feigenbaum

```
1      """
2      Encore une illustration tirée du livre "Dieu joue-t-il aux dés ?" de Ian
3      Stewart pour illustrer les doublements de périodes successifs dans les cycles
4      limites de suites récursives à partir de l'application logistique
5       $x \rightarrow k*x*(1-x)$ .
6      L'idée est d'itérer la suite sur un certain nombre (iterations_avant_cycle) de
7      termes et représenter les valeurs d'un certain nombre (itérations_dans_cycle)
8      de termes suivants en espérant avoir atteint la limite. Il suffit alors de
9      représenter ces termes en fonction de k pour obtenir le diagramme de
10     bifurcation.
11 """
12
13 import numpy as np                      # Boîte à outils numériques
14 import matplotlib.pyplot as plt          # Boîte à outils graphiques
15 import film                            # Boîte à outils visuels
16
17 kmin,kmax = 2.9,4                      # Limites horizontales
18 ylim = None                           # Limites verticales
19 # À essayer aussi:
20 # kmin = 3.9055
21 # kmax = 3.9068
22 # ylim = (0.48,0.52)
23
24 nb_points = 1000                      # Nb de points d'échantillonnage en k
25 iterations_avant_cycle = 1000          # Nb de points avant d'arriver à la limite
26 iterations_dans_cycle   = 100           # Nb de points à représenter
27 u0 = 0.1                             # Valeur initiale
28
29
30
31 def f(x,k):                          # Définition de la fonction logistique
32     return k*x*(1-x)
33
34 def get_cycle(k,u0):                 # Récupération du cycle
35     """Renvoie un doublet des valeurs avant l'arrivée sur le cycle puis des
36     valeurs sur le cycle"""
37     tot = np.zeros(iterations_avant_cycle + iterations_dans_cycle)
38     tot[0] = u0                         # Initialisation
39     for i in range(1,len(tot)):        # Itérations
40         tot[i] = f(tot[i-1],k)
41     return tot[:iterations_avant_cycle],tot[iterations_avant_cycle:]
42
43 base_name = 'PNG/misc_feigenbaum_araignee'
44 def graphique_araignee(avant,k,i,suffix='avant'):
45     print(i,k)
46     araignee = plt.figure(i)
```

```
47     double = [a for a in avant for b in range(2)]
48     x = np.linspace(0,1,100)
49     plt.plot(x,f(x,k), 'k', linewidth=2)
50     plt.plot(x,x, 'k', linewidth=2)
51     plt.plot(double[1:-1],double[2:])
52     plt.title('$k={:.4f}$'.format(k))
53     araignee.savefig(base_name + '_{}_{:04d}'.format(suffix,i))
54     plt.close(araignee)
55
56 fig = plt.figure()                      # Initialisation de la figure principale
57 feigenbaum = fig.gca()                  # Récupération de "l'axe"
58
59 k_list = np.linspace(kmin,kmax,nb_points)
60
61 for i,k in enumerate(k_list):          # Pour toutes les valeurs de la liste des k
62     avant,dans = get_cycle(k,u0)      # on récupère le cycle et on l'affiche
63     feigenbaum.plot([k]*len(dans),dans, '.k', markersize=1)
64     graphique_araignee(avant,k,i)    # Fabrication du graphique "en araignée"
65     graphique_araignee(dans,k,i,'apres')
66
67 if ylim: feigenbaum.set_ylim(ylim) # Rajout des limites verticales
68 feigenbaum.set_xlim(kmin,kmax)    # et horizontales de la figure principale
69 feigenbaum.set_title('Figuier de Feigenbaum')
70 feigenbaum.set_xlabel('$k$')
71 feigenbaum.set_ylabel('$x$ limite')
72 fig.savefig('PNG/misc_feigenbaum.png') # Sauvegarde
73
74
75 # Reste à faire les petits films correspondants aux graphes en araignées
76 film.make_film(base_name + '_avant')
77 film.make_film(base_name + '_apres',PNM='PPM')
```

