

Práctica 2

Ondas estacionarias en una cuerda con extremos fijos

Objetivos

Estudiar las relaciones entre las magnitudes que caracterizan las ondas estacionarias en una cuerda con extremos fijos.

Material

- Generador de funciones
- Oscilador mecánico
- Cuerda elástica
- Pesas
- Cinta métrica

Repaso de teoría

- Elasticidad
- Propagación de ondas en cuerdas
- Ondas estacionarias

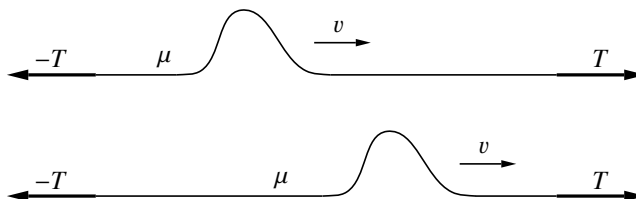
Fundamento teórico

Una cuerda tensa es un sistema en el que es posible la propagación de perturbaciones en una dirección perpendicular a ella, es decir, la aparición de ondas transversales. Sea x la dirección en la que está situada la cuerda, T la tensión o fuerza tangencial a que está sometida y, μ , su masa por unidad de longitud o densidad lineal de masa. $E(x, t)$ representa el campo de desplazamientos respecto a su estado de equilibrio. Puede demostrarse que una perturbación de ese tipo cumple la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{T}{\mu} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

que es la ecuación de ondas y asegura que dicha perturbación se propagará a lo largo de la cuerda con la velocidad:

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (2.2)$$



Dicha perturbación se transmitirá inalterada mientras no exista una discontinuidad en la cuerda. Sin embargo, la existencia de discontinuidades (cambios en la densidad de la masa, imposición de alguna condición de contorno, etc) producirá la aparición de ondas reflejadas por la discontinuidad y transmitidas más allá de la misma.

En esta práctica, se trata de estudiar las ondas estacionarias que se producen como resultado de imponer que los extremos de la cuerda deban permanecer fijos. En tal caso, se produce la aparición de un *patrón estacionario*, no cambiante en el tiempo, siempre que la longitud de la onda del modo excitado no sea un divisor entero de $2l$, donde l es la longitud de la cuerda: $\lambda_n = \frac{2l}{n}$. En otras palabras, puesto que la longitud de onda está relacionada con la frecuencia, a través de la expresión $\lambda_n = \frac{v}{f_n}$, se establecerá una onda estacionaria en una cuerda con los dos extremos fijos siempre que la frecuencia tome uno de los siguientes valores:

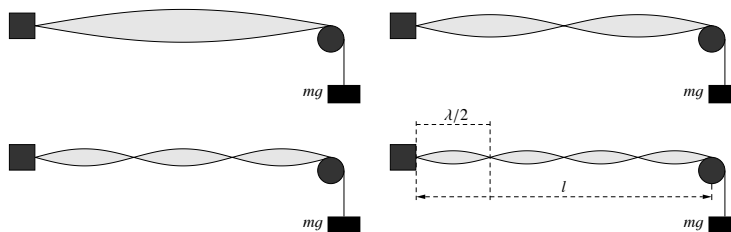
$$f_n = \frac{nv}{2l} = \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (2.3)$$

En esa expresión, $n = 1, 2, \dots$

Para cada una de estas ondas estacionarias cada punto de la cuerda vibra con una amplitud fija en el tiempo y dependiente de la posición, de acuerdo con la ecuación:

$$E(x, t) = \left[2E_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_n}\right) \right] \cos(2\pi f_n t) \quad (2.4)$$

Los patrones de vibración toman el siguiente aspecto:



Descripción del aparato

El dispositivo experimental permite la generación de ondas en una cuerda, mediante un vibrador mecánico alimentado por un generador en el que son variables la frecuencia y la amplitud. El material que forma la cuerda es goma, altamente deformable (lo que provoca que la densidad de masa no sea la misma para diferentes valores de la tensión aplicada) y no lineal, esto es, no existe proporcionalidad entre la tensión y la deformación. La vibración mecánica generada se transmite directamente al extremo de una cuerda, por ejemplo. El otro extremo de la cuerda se sujeta, pasándolo por una polea, a diversas masas, pudiéndose así variar la tensión aplicada de manera controlada. Variando la frecuencia y la tensión es posible verificar las expresiones teóricas anteriores.

Método operatorio

Sigue los pasos siguientes tanto para la cuerda elástica como para la cuerda inelástica (no elástica):

1. Fijad la longitud de la cuerda: $1\text{ m} < l < 2\text{ m}$.

Para cinco valores de masa, por ejemplo: 15, 75, 125, 225 y 275 g, obtened los patrones estacionarios de cuatro modos como mínimo. Para algunos valores de tensión se pueden llegar a observar hasta 10 modos.

En cada caso, anotad la frecuencia dada por el oscilador y midid la longitud de onda del patrón.

Para tensiones aplicadas bajas aparece superpuesto al movimiento longitudinal (al modo estacionario) un movimiento transversal al plano de oscilación de la cuerda, que provoca un efecto visual similar al de una comba. Despreciad este movimiento, ya que se trata de un efecto de segundo orden, como consecuencia de no tener suficientemente fijo el extremo de la cuerda del que se cuelgan las masas a través de la polea.

2. A partir de f_n y λ_n obtened la velocidad de propagación de las ondas.
¿Qué conclusión puede deducirse de los resultados?
3. Representad v^2 frente a la tensión de la cuerda, T .
 - A partir de la gráfica, dad una justificación razonable y sencilla de la curva obtenida.
 - En esa gráfica se observa la variación con T de una magnitud característica de la cuerda, ¿cuál?
 - Conociendo la densidad lineal de la cuerda sin tensión y la densidad de masa para un valor cualquiera de T (cualquiera de los de la gráfica, que por otro lado los puedes obtener pesando la cuerda con una balanza y midiendo su longitud con un metro), verifica que la gráfica obtenida es razonable.
 - ¿Cuál es la diferencia fundamental entre la cuerda elástica y la inelástica?

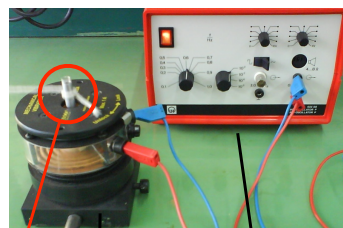


Pesas y porta pesas



Generador de luz estroboscópica

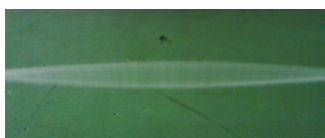
La rueda central fija la frecuencia variable de la luz estroboscópica generada. El generador cuenta con dos escalas para fijar y conocer la frecuencia: en rojo y en negro.



Vibrador mecánico y generador de ondas

Uno de los extremos de la cuerda queda "fijo" unido al vibrador mecánico, que es precisamente el que genera la onda en la cuerda.

Patrones de ondas estacionarias



Este es más o menos el aspecto que mostrarán los patrones de las ondas estacionarias que provocarás. En concreto, en esta figura se muestra "casi" media longitud de onda de la onda estacionaria: "casi" porque no se ven los nodos. La frecuencia de oscilación es "tan grande" que el ojo (y la cámara de fotos) aprecia un continuo.



En estas tres figuras sucesivas, se muestran tres patrones diferentes. Como en el caso anterior, en estos también se aprecia un continuo. Sin embargo, también se puede ver que hay una línea más blanca (iluminada) que el resto del continuo. Se aprecia claramente una sola línea en la figura 3; en la primera se ven dos, bastante cercanas una de la otra, y en la figura 2 se ve una clara en el borde inferior del continuo, y un continuo algo más denso en la parte superior.

Estas figuras se han conseguido iluminando la cuerda mientras vibra mediante una luz estroboscópica. Una luz estroboscópica es aquella que no ilumina de manera continua si no de forma alterna, y con una frecuencia fija (conocida y controlable). Así, si la frecuencia de la luz estroboscópica es menor que la frecuencia de vibración de la cuerda, al iluminar ésta mediante aquella, tendrás la sensación de que la cuerda se está moviendo entre las dos posiciones extremas. Si por el contrario, la frecuencia de la luz es mayor que la de vibración de la cuerda, a todos los efectos es como si la luz fuera "continua" (no estroboscópica), y, entonces, observarás un continuo, dependiendo siempre de la frecuencia de vibración de la cuerda: a mayor frecuencia mayor sensación de continuo. Finalmente, si la frecuencia de vibración de cuerda coincide con la frecuencia de la luz estroboscópica, verás la cuerda quieta ("estacionaria"): entonces es cuando verás claramente el patrón de la onda estacionaria.