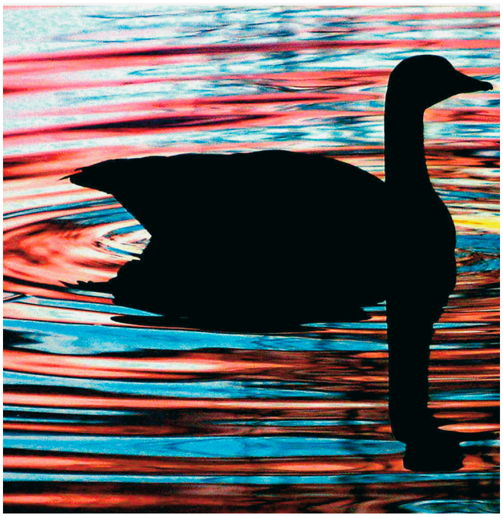
Prácticas de laboratorio

Bases Físicas del Medio Ambiente

Zientzia eta Teknologia Fakultatea
Euskal Herriko Unibertsitatea

Curso 2018-2019



Índice

Cálculo de errores en las medidas

Introducción

En estas páginas se recogen las conclusiones más importantes correspondientes al cálculo de errores, que pueden utilizarse como referencia para el cálculo de errores que hay que realizar en cada unos de las prácticas descritas en este cuaderno.

Todo valor de una magnitud física determinada experimentalmente se representa simepre de la siguiente forma: $x_m + \Delta x$, y se expresa siempre, también, en las unidades adecuadas. Esto significa que el experimentaodr considera que, con mucha probabilidad, el valor de la magnitud que se está midiendo se encuentra en el ango comprendido entre los valores: $x_m - \Delta x$ y $x_m + \Delta x$, siendo x_m la mejor estimación del valor verdadero de x. Evidentemente, las posibilidades de fallo en la estimación realizada dependen del valor de Δx, cantidad positica que recibe el nombre de *incertidumbre* o *error*. La manera de asignar los valores de x_m y Δx no esúnica, y depende de las suposiciones que se hagan sobre la naturaleza de los errores. Normalemente, se supone que los errores son *aleatorios*, que están *descorrelacionados* con los de otras magnitudes y que siguen una *distribución gaussiana*. Bajo estas suposiciones, existen reglas que permiten çalcular"los errores. Sin embargo, debe tenerse en cuenta siempre que los valores asignados a Δx son ***solamente estimaciones***; esto es, el valor asignado es un *valor aproximado* y que se considera *razonable*. Por ello, en el çálculo de errores"debe intervenir el sentido común a la hora de decidir cuál es el errore en una medida.

Los errores mencionados hasta el momento son **errores absolutos**. El **error relativo** se define como el cociente entre el error absoluto y x_m: $e = \frac{\Delta x}{x_m}$, donde Δx se toma en valor absoluto, de manera que e siempre es positivo. El error relativo representa un índice de la *precisión de la medida*. Como se verá, trabajar con errores relativos tiene sus ventajas, puesto que puede acelerar notablemente el cálculo de los errores relacionados con expresiones complicadas. Además, el error relativo también indica cuál es la mayor contribución al error de una determinada magnitud.

Cifras significativas y errores relativos

Una de las primeras cuestiones a decidir, en lo relativo al cálculo de errores es la "precisión.$^{\text{en}}$ el error, es decir, cuál es el número de ***cifras significativas*** que se deben asignar a un determinado valor. Para tomar una decisón, no se necesita entrar en el cálculo de los errores de los errores, ya que, en general, éstos son tan grandes que basta una regla general: **los errores se deben**

dar normalmente con una cifra significativa; únicamente en casos excepcionales se pueden dar con una cifra y media: la segunda cifra 5 ó 0, o dos cifras.

El concepto de error relativo está íntimamente relacionado con la noción más familiar de cifra significativa. De hecho el número de cifras significativas en una cantidad es un indicador aproximado de su error relativo. Por ejemplo, consideremos los números 510 y 0.51; y supongamos que ambos han sido determinados con dos cifras significativas. Esto significa que según lo que hemos dicho, en nuestra notación, deberían expresarse como 510±10 y 0.51±0,01. En ambos casos el error relativo es un 0.2 %. En otras palabras, decir que ambas cantidades han sido determiandas con dos cifras significativas equivale a decir que sus errores relativos son del 2 %. Del mismo modo, tres cifras significativas se correspondería con un error relativo del 0.2 %. Por supuesto, esta aproximación es solo aproximada. Por ejemplo, el número 110 determinado con dos cifras significativas implica que debemos dar la cantidad de la siguiente manera: 110±10, lo cual supone asignar un error relativo del 9 %. Finalmente, expresar la cantidad 910 con dos cifras significativas supone cometer un error relativo del 1 %. A pesar de todo, las consdiraciones de caracter general que se establecen en la tabla siguiente, pueden ser de gran utilidad para estimar los errores con rapidez en magnitudes que sean funcionalmente dependientes de otras que se miden directamente. Así, la correspondencia entre las cifras significativas y los errores relativos puede resumirse como sigue:

Número de cifras significativas	El error relativo está entre...	**El error relativo es muy probablemente...**
1	9 % – 90 %	20 %
2	0.9 % – 9 %	2 %
3	0.09 % – 0.9 %	0.2 %

Estimación de errores en el caso de medidas directas

Pocos experimentos son tan sencillos que la magnitude final se mida de forma directa (**medidas directas**), sino que, por lo general, se tienen que medir los valores de varias magnitudes primarias y combinar los resultados para obtener el valor de la magnitud requerida (**medidas indirectas**). *Los errores en la medida de la magnitudes primarias determinan el error en el resultado final.* En general, **los errores primarios contribuyen en diferente grado al error final. As, es conveniente concentrar los recursos finitos disponibles de tiempo, aparatos y paciencia en reducir los errores primarios que contribuyen en mayor grado**.

Si al tratar de medir una magnitud por medida directa realizamos varias medidas, con el fin de corregir los errores aleatorios, y los resultados obtenidos son $x_1, x_2, \cdots, x_n$, se adopta como mejor estimación del **valor verdadero**, antes lo hemos representado como x_m, al valor medio, $\overline{x}$, que vienen dado por la siguiente expresión:

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{1}$$

Por otro lado, la mejor estimación del error, apra el valor experimental, obtenido como valor medio del conjunto de n medidas, es el denominado **error cuadrático**:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum\limits_{k=1}^{n} \epsilon_k^2}{n(n-1)}} \tag{2}$$

donde $\epsilon_k = \overline{x} - x_k$. El error Δx calculado de esta forma es un número que situa en un 68 % la probabilidad de que el valor verdadero se encuantre en el intervalo definido por los valores $\overline{x} - \Delta x$ y $\overline{x} + \Delta x$. La probabilidad será de un 95.4 % entre $\overline{x} \pm 2\Delta x$, y de un 99.7 %, en $\overline{x} \pm 3\Delta x$. **La identificación del error de un valor experimental con elerror cuadrático obtenido de n medidas directas cosecutivas solo es válida en el caso de que el error cuadrático sea mayor que el error instrumental, es decir, que aquel que viene definido por la resolución del aparato de medida. Este error instrumental es la unidad más pequea que el instrumento puede apreciar; se denomina resolución o sensibilidad instrumental**.

Medidas indirectas. Propagación de errores

Suma de errores en cuadratura

En muchos casos, el valor experimental de una magnitud se obtiene, de acuerdo a una determinada expresión matemática, a partir de la medida directa de otras magnitudes de las que depende. Se trata entonces de conocer el error en la magnitud derivada, a partir de los errores de las magnitudes medidas directamente. A este problema se le denomina *propagación de errores*.

Supongamos que la magnitud y viene determinada por la medida de varias magnitudes: $p, q, r, \cdots$, con las que está ligada por la función $y = f(p, q, r, \cdots)$. Entonces, el error en la magnitud final a determinar viene dado por la siguiente expresión:

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial \overline{f}}{\partial p}\Delta p\right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{f}}{\partial q}\Delta q\right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{f}}{\partial r}\Delta r\right)^2 + \cdots} \tag{3}$$

$\frac{\partial \overline{f}}{\partial p}, \frac{\partial \overline{f}}{\partial p}, \frac{\partial \overline{f}}{\partial p}, \cdots$ son las derivadas parciales de la función f respecto a cada una de las variables $p, q, r, \cdots$, evaluadas en los valores medios de $p, q, r, \cdots$.

Estimación del límite superior del error

La expresión general anterior puede sustituise, para acelerar cálculos preiminares, por una estimación más pesimista de Δy, la siguiente:

$$(\Delta y)_{\text{máx}} = \left|\frac{\partial \overline{f}}{\partial p}\right| \Delta p + \left|\frac{\partial \overline{f}}{\partial q}\right| \Delta q + \left|\frac{\partial \overline{f}}{\partial r}\right| \Delta r + \cdots \tag{4}$$

De hecho, $\Delta y \leqslant (\Delta y)_{\text{máx}}$, dado que la ecuación anterior requiere que se dé un hecho poco probable dentro de la teoría de Gauss: la ocurrencia simultánea en una medida de $p + \Delta p, q + \Delta q, r \Delta r$ ó de $p - \Delta p, q - \Delta q, r - \Delta r, \cdots$.

Estimación del error en el caso de productos y cocientes. Uso de los errores relativos

Si la funación $y = f(p, q, r, \cdots)$ es del tipo $y =$ constante $\dot{p}^n\dot{q}^m\dot{r}^s \cdots$, donde $m, n, s, \cdots$ son exponentes arbitrarios (enteros, negativos o fraccionarios), las ecuaciones anteriores se convierten en expresiones que relacionan los errores relativos:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2 &= n^2\left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 + m^2\left(\frac{\Delta q}{q}\right)^2 + s^2\left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \cdots \\ \frac{(\Delta y)_{\text{máx}}}{|y|} &= n\frac{\Delta p}{|p|} + m\frac{\Delta q}{|q|} + s\frac{\Delta r}{|r|} + \cdots \end{aligned} \qquad (5)$$

La ventaja de estas expresiones puede verse con el siguiente ejemplo. Supongamos que se quiere medir la eficiencia de un motor de corriente continua, usándolo para elevar una mas m a una latura h. El trabajo necesario es mgh. La energía suministrada por el motor es VIt; V es voltaje de alimentación; I, la intensidad, y t, el tiempo durante el que trabaja el motor. La eficienci, e, es el cociente netre le trabajo sumistrado por el motor y la energía eléctrica suministrada al mismo: $e = \frac{mgh}{VIt}$. Supongamos que m, h, V e I pueden medirse con un 1 % de precisión, mientras que la precisión en la medida del tiempo es del 5 %. Por supuesto, g se conoce con una precisión mucho mayor que el 1 %. Aplicando la fórmula anterior, se obtendría que el error relativo de e es de un 5 %. Pero lo que es más importante, a partir de dicha fórmula es evidente que la única contribución al error de e está dad por Δt; es decir, que $\frac{\Delta e}{e} = \frac{\Delta t}{t}$. En definitiva, una evaluación previa de los errores contribuyentes puede simplificar el cálculo enormemente, reduciendo el número de equivocaciones deraivadas de la complejidad de algunas ecuaciones obtenidas de la fórmula anterior.

Discrepancias. Comparaión entre valores medios y valores aceptados

Se define la **discrepancia** como la diferencia entre dos valores medidos correspondinetes a la misma mahnitud f'isica. La discrepancia puede o no ser significativa. Si dos experimentadores miden la misma resistencia y sus resultados son 40 ± 5 Ω y 42 ± 8 Ω, la dsicrepancia es de 2 Ω es menor que sus errores y, por lo tanto, ambas medidas son consistentes. La discrepancia no es significativa. Pero si las medidas hubieran sido 35 ± 2 Ω y 45 ± 1 Ω, ambas medidas serían claramente inconsistentes y la discrepancia de 10 Ω sería significativa. Esto querrí decir que habría que investigar los datos experimentales para intentar descubrir qué es lo que ha ido mal. En el laboratorio de prácticas, muchas veces se miden cantidades como la velocidad del sonido del aire, la velocidad de la luz, la carga del electrón, etc $\cdots$, que han sido medidas muy precisamente muchas veces, y para las cuales existen valores aceptados y publicados. El valor aceptado, pr supuesto, no es exacto, pero aún así, la precisión de estas constates es muy superior a la que se puede alcanzar en un laboratorio de prácticas. En estos casso los resultados obtenidos serán ciertos si el valor aceptado está dentro del rango de error del valor medido. Así, si un estudiante mide en el laboratorio la velocida del aire y obtiene que vale 329 ± 5 m/s, su resultado es satisfactorio, dado que le valor aceptado es 331 m/s, y, por lo tanto, entra en el rango de su error de medida. Incluso un valor como 325 ± 5 m/s podría ser igualmente aceptable, dado que existe alredeedor de 30 % de probabailidad de que el valor verdadero esté fuera del rango $[320, 333]$ m/s. Discrepancias mayores, como 345 ± 2 m/s, serían inaceptables.

Práctica 1

Péndulo físico

Objetivos

En esta experiencia se investiga la relación existente entre el periodo de las oscilaciones de un péndulo físico, en forma de varilla delgada, y la distancia del eje de oscilación al centro de gravedad del mismo. A partir de estos datos se calcula el valor de la aceleración de la gravedad, g.

Repaso de teoría

- Movimiento armónico simple.
- Momento de inercia.
- Teorema de Steiner.
- Péndulo físico.

Fundamento teórico

Cuando un cuerpo rígido suspendido por un eje O a una distancia, b, de su centro de masas, C, se separa de su posición de equilibrio (ver Figura 1) y se deja libre, efectúa un movimiento de oscilación alrededor del eje, cuya ecuación de movimiento viene dada por:

$$-Mgb\sin(\theta) = I\frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{1.1}$$

donde I es el momento de inercia del cuerpo respecto al eje O. Esta expresión, en el caso de pequeñas oscilaciones, toma la forma más sencilla:

$$-Mgb\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{1.2}$$

que se corresponde a un *movimiento armónico simple* de período:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mgb}} \tag{1.3}$$

Si llamamos I_0 al momento de inercia del cuerpo por un eje paralelo al eje O que pasa por C, la ecuación anterior se expresa:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I + Mb^2}{Mgb}} \tag{1.4}$$

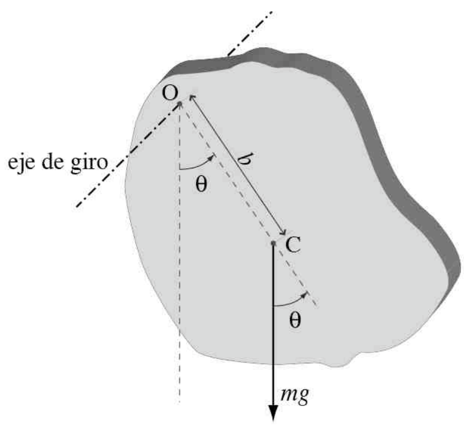


Fig 1

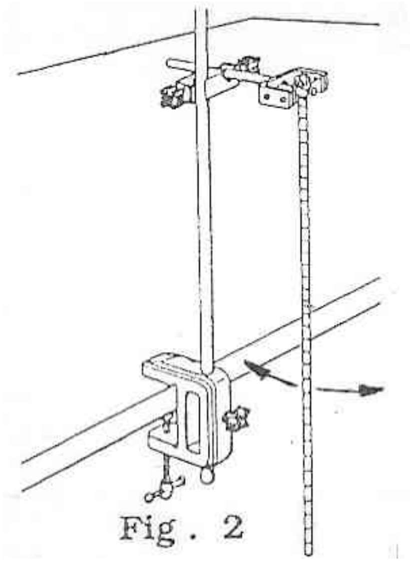


Fig. 2

o bien,

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{Mk^2 + Mb^2}{Mgb}}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{k^2 + b^2}{gb}} \qquad (1.5)$$

donde k es el llamado radio de giro del cuerpo alrededor del eje que pasa por C y viene dado por:

$$k = \sqrt{\frac{I_0}{M}} \qquad (1.6)$$

Descripción del aparato

Como péndulo se emplea una varilla delgada metálica que tiene practicadas, cada centímetro, una serie de ranuras. La ranura central coincide con el centro de masas de la varilla (ver Figura 2). El péndulo puede hacerse oscilar alrededor de una cuchilla metálica de sección triangular, que puede situarse mediante un tornillo de presión sobre cualquiera de las ranuras a lo largo de la varilla.

Método operatorio

1. Haced una tabla como la que se indica, del período T en función de la distancia b entre el punto de oscilación y el centro de masas (en la misma tabla calculad los valores bT^2 y b^2 que serán necesarios más tarde). Para ello, haced oscilar el péndulo alrededor de distintos ejes y determinad el período de oscilación contando cada vez, al menos, 20 oscilaciones. Si se amortigua antes de los 20 periodos, elegid número máximo de oscilaciones, pero mantenedlo para toda la experiencia.

   Notas:

   > La suposición de oscilaciones pequeñas en las expresiones planteadas arriba implica que en todo momento $\sin\theta \approx \theta$. Para ello, basta que el ángulo máximo de la oscilación (la amplitud de oscilación) no sobrepase los 20°.
   >
   > No tomar datos para $b < 6$ cm.

2. La teoría predice un mínimo del periodo (T) para $b = k$, siendo k el radio de giro. Demostrad que, efectivamente, la función $T(b)$ (ecuación (5)) tiene un mínimo cuando $b = k$.

3. Llevad los puntos (b, T) de la tabla anterior a una gráfica para determinar, a partir de la misma, el valor de b para el que T es mínimo.

   Con objeto de estimar adecuadamente el b correspondiente al T mínimo es conveniente tener una alta densidad de puntos (b, T) en los alrededores del mínimo). Este valor de b es igual, según la teoría, al valor del radio de giro (k).

4. Calculad k de forma teórica (ecuación (6)) y comparad dicho valor con el valor de k obtenido de forma experimental en el apartado 3).

5. Representad gráficamente bT^2 en función de b^2. La teoría predice una relación lineal entre ambas magnitudes según la fórmula:

$$bT^2 = 4\pi^2\,\frac{k^2}{g} + 4\pi^2\,\frac{b^2}{g}$$

   - Realizad el correspondiente ajuste por mínimos cuadrados para determinar el radio degiro k y el valor de g.
   - Calculad también los errores Δk y Δg.

6. Comparad los diferentes valores de k obtenidos y comparar el valor de g que se ha determinado con el que aparece en los libros de Física.

Práctica 2

Ondas estacionarias en una cuerda con extremos fijos

Objetivos

Estudiar las relaciones entre las magnitudes que caracterizan las ondas estacionarias en una cuerda con extremos fijos.

Material

- Generador de funciones
- Oscilador mecánico
- Cuerda elástica
- Pesas
- Cinta métrica

Repaso de teoría

- Elasticidad
- Propagación de ondas en cuerdas
- Ondas estacionarias

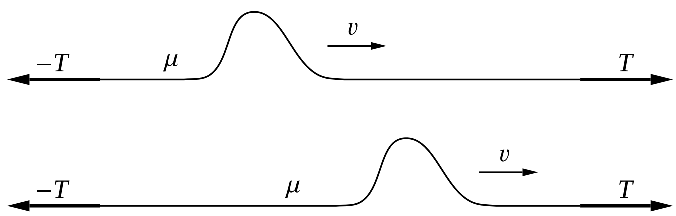
Fundamento teórico

Una cuerda tensa es un sistema en el que es posible la propagación de perturbaciones en una dirección perpendicular a ella, es decir, la aparición de ondas transversales. Sea x la dirección en la que está situada la cuerda, T la tensión o fuerza tangencial a que está sometida y, μ, su masa por unidad de longitud o densidad lineal de masa. $E(x,t)$ representa el campo de desplazamientos respecto a su estado de equilibrio. Puede demostrarse que una perturbación de ese tipo cumple la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t} = \frac{T}{\mu}\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} \tag{2.1}$$

que es la ecuación de ondas y asegura que dicha perturbación se propagará a lo largo de la cuerda con la velocidad:

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}} \tag{2.2}$$



Dicha perturbación se transmitirá inalterada mientras no exista una discontinuidad en la cuerda. Sin embargo, la existencia de discontinuidades (cambios en la densidad de la masa, imposición de alguna condición de contorno, etc) producirá la aparición de ondas reflejadas por la discontinuidad y transmitidas más allá de la misma.
En esta práctica, se trata de estudiar las ondas estacionarias que se producen como resultado de imponer que los extremos de la cuerda deban permanecer fijos. En tal caso, se produce la aparición de un *patrón estacionario*, no cambiante en el tiempo, siempre que la longitud de la onda del modo excitado no sea un divisor entero de $2l$, donde l es la longitud de la cuerda: $\lambda_n = \frac{2l}{n}$. En otras palabras, puesto que la longitud de onda está relacionada con la frecuencia, a través de la expresión $\lambda_n = \frac{v}{f_n}$, se establecerá una onda estacionaria en una cuerda con los dos extremos fijos siempre que la frecuencia tome uno de los siguientes valores:

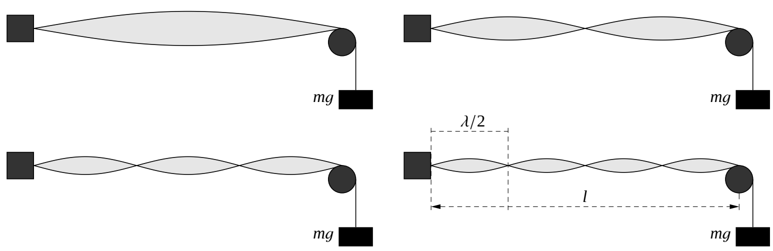
$$f_n = \frac{nv}{2l} = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \tag{2.3}$$

En esa expresión, $n = 1, 2, \cdots$

Para cada una de estas ondas estacionarias cada punto de la cuerda vibra con una amplitud fija en el tiempo y dependiente de la posición, de acuerdo con la ecuación:

$$E(x,t) = \left[2E_0 \sin(\frac{2\pi x}{\lambda_n})\right] \cos(2\pi f_n t) \tag{2.4}$$

Los patrones de vibración toman el siguiente aspecto:



Descripción del aparato

El dispositivo experimental permite la generación de ondas en una cuerda, mediante un vibrador mecánico alimentado por un generador en el que son variables la frecuencia y la amplitud. El material que forma la cuerda es goma, altamente deformable (lo que provoca que la densidad de masa no sea la misma para diferentes valores de la tensión aplicada) y no lineal, esto es, no existe proporcionalidad entre la tensión y la deformación. La vibración mecánica generada se transmite directamente al extremo de una cuerda, por ejemplo. El otro extremo de la cuerda se sujeta, pasándolo por una polea, a diversas masas, pudiéndose así variar la tensión aplicada de manera controlada. Variando la frecuencia y la tensión es posible verificar las expresiones teóricas anteriores.

Método operatorio

Sigue los pasos siguientes tanto para la cuerda elástica como para la cuerda inelástica (no elástica):

1. Fijad la longitud de la cuerda: 1 m $< l <$ 2m.
   Para cinco valores de masa, por ejemplo: 15, 75, 125, 225 y 275 g, obtened los patrones estacionarios de cuatro modos como mínimo. Para algunos valores de tensión se pueden llegar a observar hasta 10 modos.

   En cada caso, anotad la frecuencia dada por el oscilador y midid la longitud de onda del patrón.

   Para tensiones aplicadas bajas aparece superpuesto al movimiento longitudinal (al modo estacionario) un movimiento transversal al plano de oscilación de la cuerda, que provoca un efecto visual similar al de una comba. Despreciad este movimiento, ya que se trata de un efecto de segundo orden, como consecuencia de no tener suficientemente fijo el extremo de la cuerda del que se cuelgan las masas a través de la polea.

2. A partir de f_n y λ_n obtened la velocidad de propagación de las ondas. ¿Qué conclusión puede deducirse de los resultados?

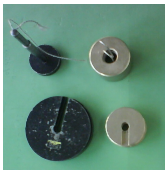
3. Representad v^2 frente a la tensión de la cuerda, T.

   - A partir de la gráfica, dad una justificación razonable y sencilla de la curva obtenida.

   - En esa gráfica se observa la variación con T de una magnitud característica de la cuerda, ¿cuál?

   - Conociendo la densidad lineal de la cuerda sin tensión y la densidad de masa para un valor cualquiera de T (cualquiera de los de la gráfica, que por otro lado los puedes obtener pesando la cuerda con una balanza y midiendo su longitud con un metro), verifica que la gráfica obtenida es razonable.

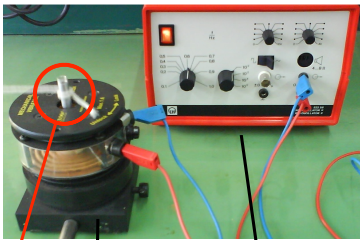
   - ¿Cuál es la diferencia fundamental entre la cuerda elástica y la inelástica?



Pesas y porta pesas

Generador de luz estroboscópica

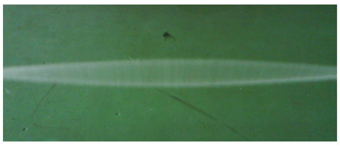
La rueda central fija la frecuencia variable de la luz estroboscópica generada.
El generador cuenta con dos escalas para fijar y conocer la frecuencia: en rojo y en negro.



Vibrador mecánico y generador de ondas

Uno de los extremos de la cuerda queda "fijo" unido al vibrador mecánico, que es precisamente el que genera la onda en la cuerda.

Patrones de ondas estacionarias



Este es más o menos el aspecto que mostrarán los patrones de las ondas estacionarias que provocarás.
En concreto, en esta figura se muestra "casi" media longitud de onda de la onda estacionaria: "casi" porque no se ven los nodos.
La frecuencia de oscilación es "tan grande" que el ojo (y la cámara de fotos) aprecia un continuo.

En estas tres figuras sucesivas, se muestran tres patrones diferentes.
Como en el caso anterior, en estos también se aprecia un continuo. Sin embargo, también se puede ver que hay una línea más blanca (iluminada) que el resto del continuo. Se aprecia claramente una sola línea en la figura 3; en la primera se ven dos, bastante cercanas una de la otra, y en la figura 2 se ve una clara en el borde inferior del continuo, y un continuo algo más denso en la parte superior.

Estas figuras se han conseguido iluminando la cuerda mientras vibra mediante una luz estroboscópica. Una luz estroboscópica es aquella que no ilumina de manera continua si no de forma alterna, y con una frecuecia fija (conocida y controlable). Así, si la frecuencia de la luz estroboscópica es menor que la frecuencia de vibración de la cuerda, al ilumiar ésta mediante aquella, tendrás la sensación de que la cuerda se está moviendo entre las dos posiciones extremas. Si por el contrario, la frecuencia de la luz es mayor que la de vibración de la cuerda, a todos los efectos es como si la luz fuera "continua" (no estroboscópica), y, entonces, observarás un continuo, dependiendo siempre de la frecuencia de vibración de la cuerda: a mayor frecuencia mayor sensación de continuo. Finalmente, si la frecuencia de vibración de cuerda coincide con la frecuencia de la luz estroboscópica, verás la cuerda quieta ("estacionaria"): entonces es cuando verás claramente el patrón de la onda estacionaria.

Práctica 3

Calor de vaporización del agua

Material

- Equipo para crear el vapor de agua
- Amperímetro
- Voltímetro
- Reostato
- Crónometro
- Vasos diversos
- Balanza

Repaso de teoría

- Transiciones de fase de primer orden

Fundamento teórico

Para provocar una transicón de primer orden en un determinado sistema, se necesita aportar energía. A esa energía se le denomina *calor latente*. En esta práctica, el sistema es agua y la energía necesaria se conseguirá mediante una resistencia eléctrica por la que se hará circular una corriente eléctrica I, mediante una diferencia de potencial V. De esta forma, la potencia que se suministrará al agua es: $W = I \cdot V$. Cuando la proceso de vaporización es estacionario y, tras haber transcurrido un tiempo τ, la energía, aportada en condiciones ideales a M g de agua para vaporizarlos es: $W \cdot \tau = M \cdot q$, donde q es el *calor de vaporización por gramo* del agua y, M, como se ha indicado la cantidad de agua vaporizada. De todas maneras, y debido a las pérdidas que se producen en el equipo experimental utilizado, por una lado, y debido, por otro, a que no todo el agua vaporizada se recogerá, se necesita corregir la expresión anterior:

$$(W - P)\tau = (M + m)q$$

En esa expresión, P representa las pérdidas por unidad de tiempo, y, m, la cantidad de agua que no ha entrado en el condensador (y que por lo tanto no se recogerá). Para poder olvidarnos de ambas cantidades (indeterminadas), se puede utilizar el *método de las diferencias*. Esto es, se hacen dos mediciones distintas, cada una con una valor de la potencia diferente y de la cantidad de agua condensada en cada caso, se puede determinar el valor de q de la siguiente manera:

$$(W_1 - W_2)\tau = (M_1 - M_2)q$$

Método operatorio

Primer método

1. Poned en marcha el condensador.
2. Pesad uno de los dos vasos: en este váis a recoger el agua que se vaporice.
3. Fijad un valor para la potencia: por ejemplo, el valor máximo en potenciometro. La diferencia de potencial correspondiente se lee en el voltímetro, que está fijo en la mesa, y la intensidad, con el polímetro que está sobre la mesa.

   Una vez de que se ha iniciado la vaporización, bajad un poco el valor de la potencia suministrada, para controlar el proceso de vaporización y hacer que sea más regular. Esperad hasta que la condensación del agua sea regular. Justo entonces...

4. cambiad el vaso que está recogiendo el agua hasta ese momento por el otro vaso (el que que has pesado) y, al mismo tiempo, poned en marcha el cronómetro.

5. Tras haber transcurrido el tiempo, τ, que hayas estimado oportuno para la toma de las medidas (6 minutos, 240 segundos, es un valor adecuado), parad el cronómetro, y sustituid, de nuevo, el vaso.

6. Pesad el vaso con el agua condensada y, por diferencia, obtened la cantidad de agua condensada (previamente vaporizada) con la potencia utilizada.

7. Repetid los pasos anteriores para otro valor de la potencia: $\frac{2}{3}$ del máximo, por ejemplo.

Segundo método

Todos los pasos descritos en el apartado anterior son también válidos en éste. Sin embargo, ahora, repetid el procedimiento anterior, pasos 2 a 6, para 10 valores de potencia diferentes.

Resultados

Obtén el calor de vaporización del agua.

El valor esperado para el calor de vaporización del agua es: ≈ 530 cal/g.

Lo que hay que entregar:

1. Los resultados obtenidos utilizando los dos métodos.
2. El ajuste por mínimos cuadrados de los resultados obtenidos mediante el segundo método:
   a) Representación gráfica de los puntos experimentales y de los puntos de la regresión.
   b) Pendiente, y su error, y ordenada en el origen, y su error.
3. Valor del calor (latente) de vaporización del agua

Datos y resultados

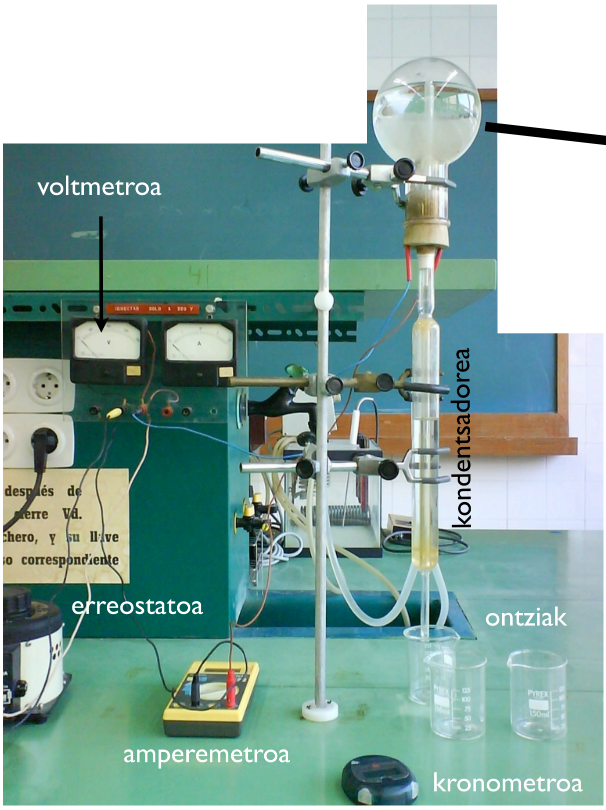
- Resultados obtenidos con el primer método:

Masa del vaso:	$m =$	
Valores de potencia usados:	$W_1 =$	$W_2 =$
Intervalo de tiempo:	$\tau =$	
Cantidades de agua obtenidas:	$M_1 =$	$M_2 =$
Calor de vaporización:	$q =$	

- Resultados obtenidos con el segundo método:

	Intensidad (A)	Voltaje (V)	Potencia (W)	Cantidad de agua (g)
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

Calor de vaporización: $q =$



lurruntzea gertatzen
den tangaren detailea

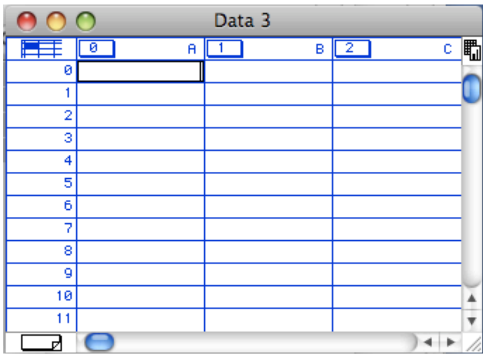
Apéndice 4

Regresiones lineales mediante ordenador

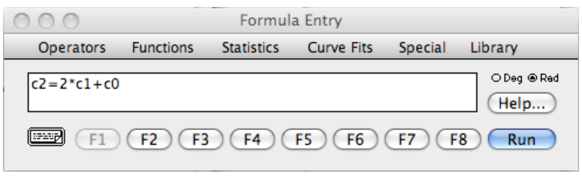
4.0.1. Programa Kaleidagraph

En las siguientes instrucciones se indica cómo realizar una representación grfica, y su correspondiente regresión lineal, de un conjunto de datos (x, y).

- Abre el programa Kaleidagraph
- Introduce los datos en la tabla que aparece en la pantalla.
  Si no aparece ninguna tabla, en el men **File** selecciona **New**

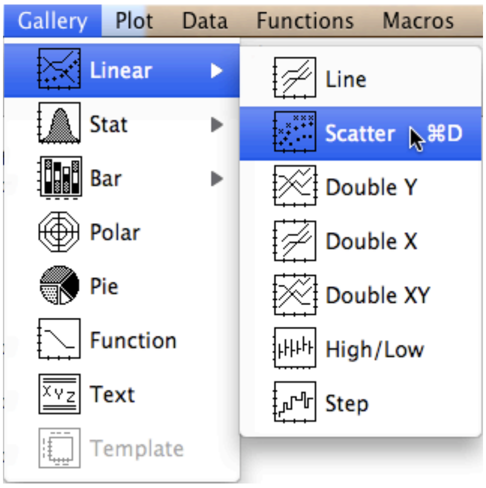


Por ejemplo, se pueden introducir los datos x en la primera columna, y los datos y en la segunda columna.
Si se quiere, se pueden realizar operaciones con los datos de las diferentes columnas.
Para ello, abrir la ventana **Formula Entry** (Men **Windows**).

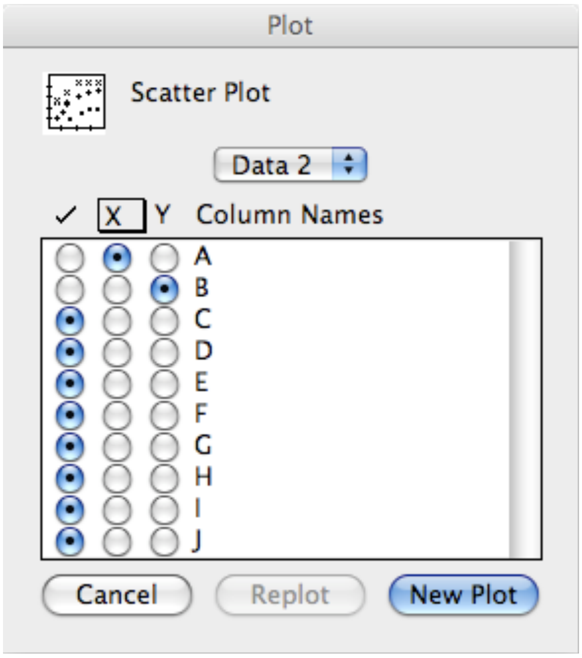


Por ejemplo, si ejecutas C2=2*C1+C0, esta diciendo que en la columna 2 (C2) escriba el resultado de multiplicar por dos la columna 1 (C1) y sumar la columna 0 (C0). (Nótese que la primera columna es la cero).

- Para realizar la gráfica, en el men **Gallery**selecciona **Linear** y luego **Scatter**.



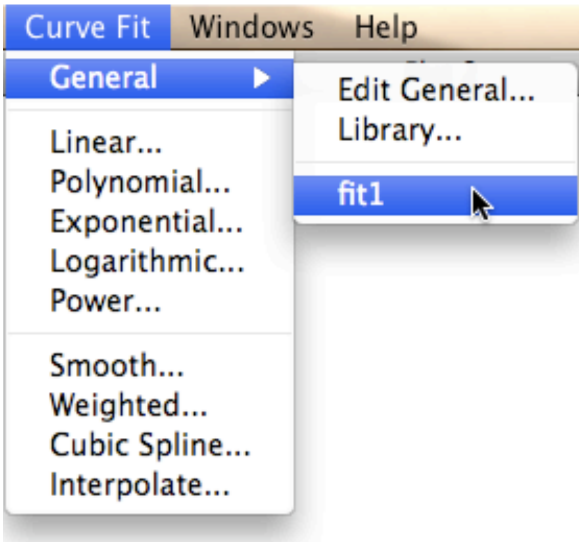
En la ventana que aparece, marca qué columna se quiere que sea el eje X, y cuál el eje Y de la gráfica, y pulsa sobre el botón **New Plot**.



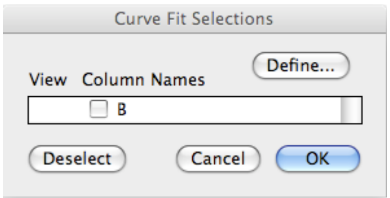
De esta forma, aparece la gráfica deseada.
Las etiquetas del eje X y del eje Y puedes cambiar simplemente haciendo

doble click sobre ellas.
Haciendo doble click sobre los ejes puedes cambiar las escalas.

- Para realizar la regresión lineal, en el menú desplegable **Curve Fit** selecciona **General** y luego **fit1**



En la ventana que aparece, marca la columna que quieras ajustar, y pulsa **OK**.



En la gráfica debería aparecer un cuadro con los datos y la línea del ajuste a una ecuación del tipo $y = m1 + m2 * M0$, donde $m1$ y $m2$ son los parámetros del ajuste, y $M0$, la variable independiente (x).

y = m1 + m2 * M0		
	Value	Error
m1	-0.25869	0.9842
m2	2.1806	0.20949
Chisq	2.3406	NA
R	0.9909	NA

Si el cuadro con los datos no aparece en el menú **Plot**, selecciona **Display Equation**.

- Para imprimir la gráfica, en el menú **File** selecciona **Print Graphics...**, y en la ventana que aparece, pulsa **Print**.

- Por si acaso tuviéras que hacer modificaciones posteriores en la gráfica, conviene guardar una copia.
  Para ello, en el menú **File**, selecciona **Save Graph**.
  Pone el nombre que quieras ,y como destino selecciona la carpeta de prácticas.
  Pulsa **Save**.
  Cuando se guarda la gráfica, también se están guardando los datos, pero si se quiere, éstos también se pueden guardar por separado.
  Para ello, primero pulsa sobre la ventana de datos (para hacerla activa), y luego ve al menú **File** y selecciona **Save Data**.
- Al salir de la aplicación, aparece una ventana que pregunta si queremos guardar ciertos archivos. Pulsar **None**.