

## Aula 03 – Lógica Digital

Prof. João Fernando Mari

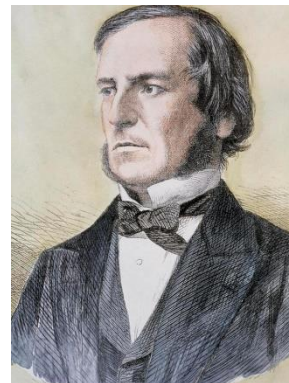
*joaof.mari@ufv.br*

# Roteiro

- Lógica Digital
- AND e OR – Analogia lâmpada
- NAND, NOR e XOR
- Tabela Verdade
- Identidades básicas da álgebra booleana
- Portas Lógicas

# Lógica Digital

- Álgebra booleana
  - George Boole (1854)
    - Propôs os princípios básicos da álgebra booleana.
  - Claude Shannon (1938)
    - Álgebra booleana para projetos de circuitos de comutação de *reles*
    - As técnicas sugeridas por Shannon foram subsequentemente utilizadas para projetos de circuitos eletrônicos digitais



2



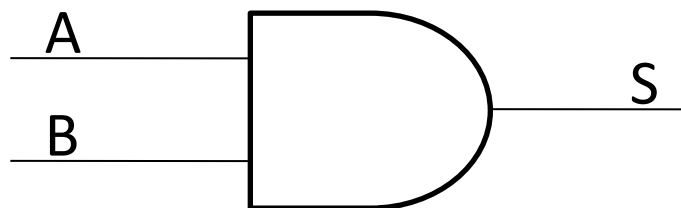
1

# Lógica Digital

- Álgebra booleana
  - Variáveis
    - 1 (verdadeiro)
    - 0 (falso)
  - Operações básicas
    - AND (E)
    - OR (OU)
    - NOT (NÃO)
  - Representação simbólica
    - $A \textbf{ AND } B = A \cdot B$
    - $A \textbf{ OR } B = A + B$
    - $\textbf{NOT } A = \bar{A}, A'$

- Operação **AND**

- O resultado da operação é verdadeiro (valor binário 1) se e somente se todas as entradas forem verdadeiras (1)

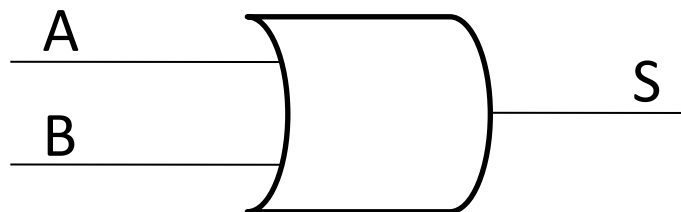


A	B	S = A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$$S = A \text{ AND } B = A \cdot B$$

- Operação **OR**

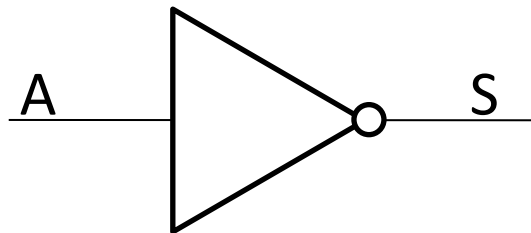
- O resultado da operação é verdadeiro (valor binário 1) se qualquer uma das entradas, ou ambas, forem verdadeiras



A	B	S = A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$S = A \text{ OR } B = A + B$$

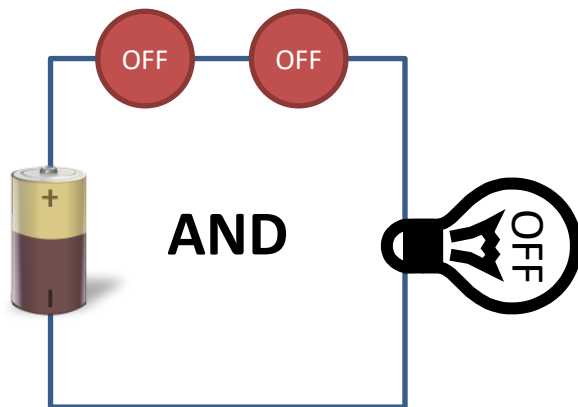
- Operação **NOT**
  - Operação unária
  - Inverte o valor do entrada



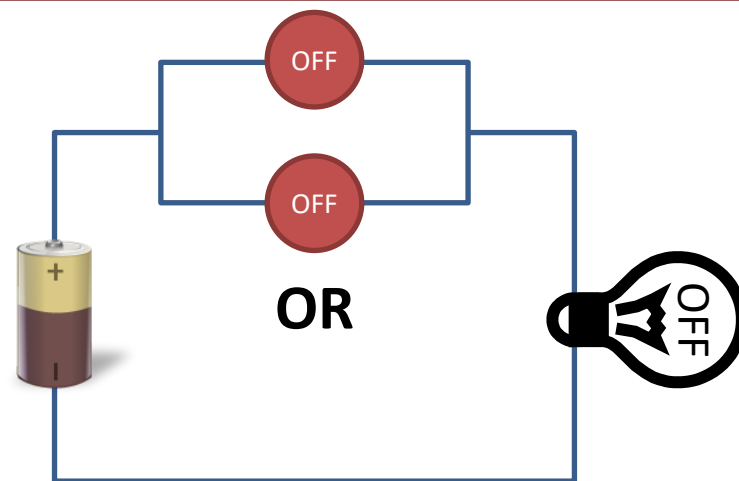
A	S = NOT $\bar{A}$
0	1
1	0

$$S = \mathbf{NOT} A = \bar{A}$$

# AND e OR – Analogia lâmpada



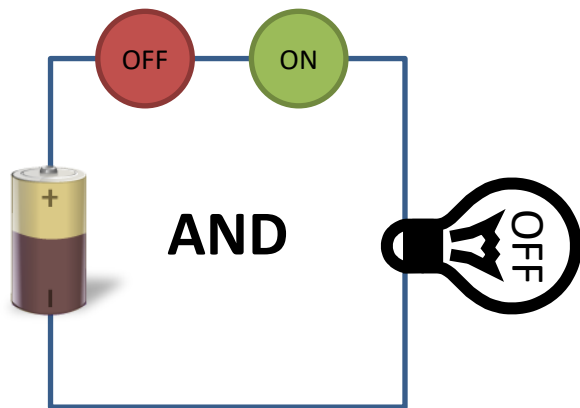
A	B	S = A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



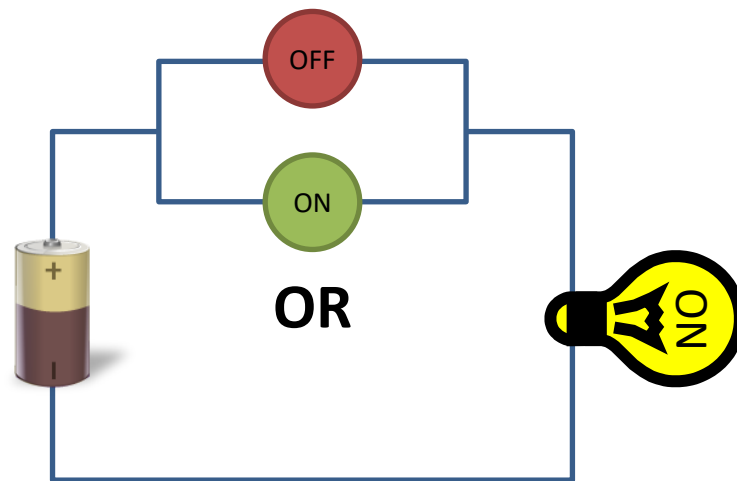
A	B	S = A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



# AND e OR – Analogia lâmpada

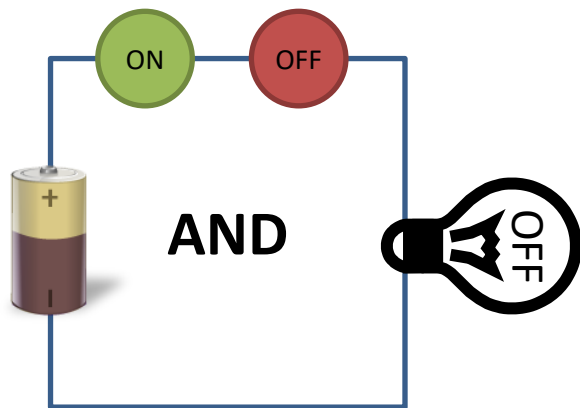


A	B	S = A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

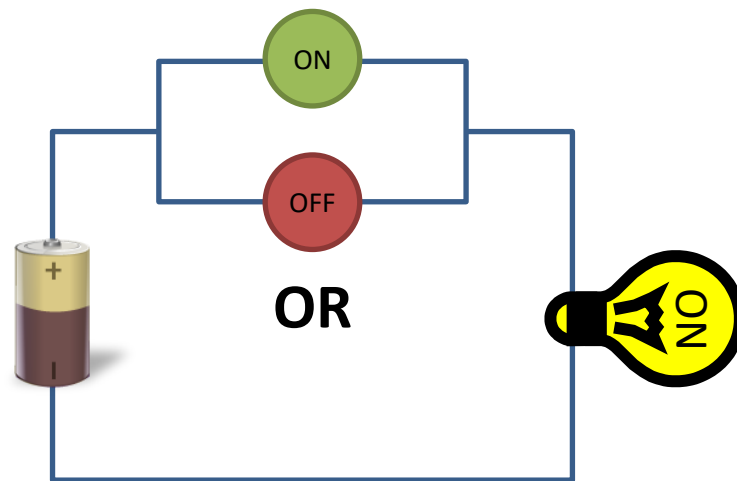


A	B	S = A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# AND e OR – Analogia lâmpada

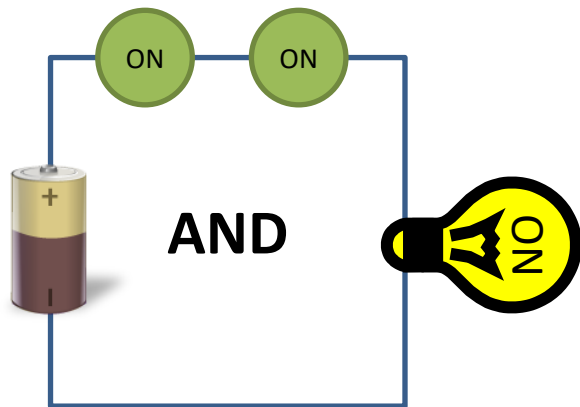


A	B	S = A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

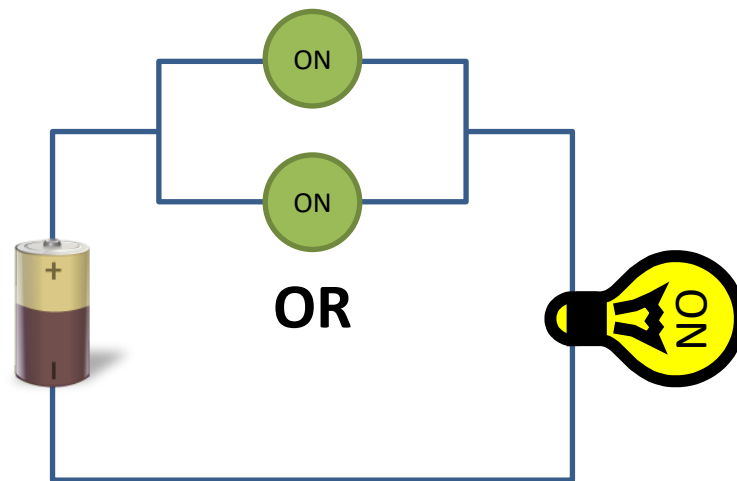


A	B	S = A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# AND e OR – Analogia lâmpada



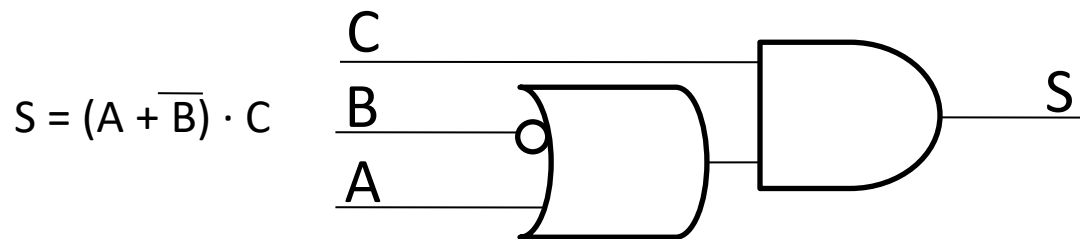
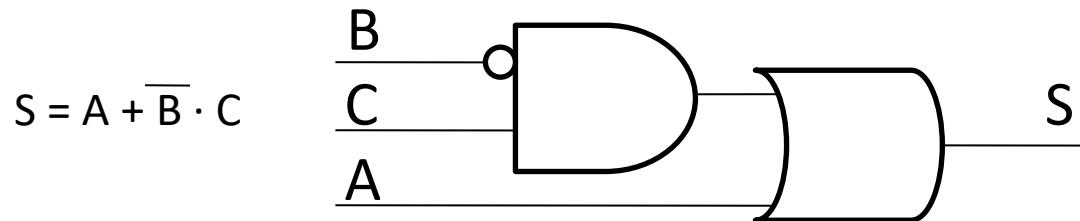
A	B	S = A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



A	B	S = A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# Observações

- A operação AND tem precedência sobre a operação OR



- A operação AND pode ser representada pela concatenação dos operandos
  - $A \cdot B = AB$

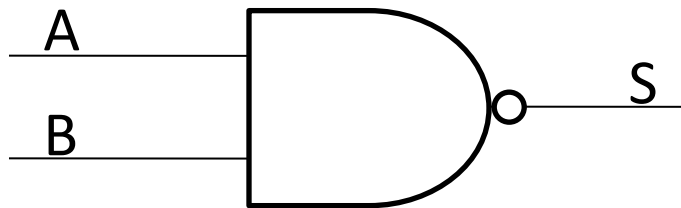
# NAND, NOR e XOR

- Outras operações lógicas importantes
  - **NAND** - Complemento (NOT) da função AND
    - $A \text{ NAND } B = \text{NOT}(A \text{ AND } B) = \overline{AB}$
  - **NOR** - Complemento (NOT) da Função OR
    - $A \text{ NOR } B = \text{NOT} ( A \text{ OR } B ) = \overline{A + B}$
  - **XOR** – Ou Exclusivo
    - $A \text{ XOR } B = A \oplus B$

# Operações lógicas - **NAND**

- Operação **NAND**

- O resultado da operação é o complemento (NOT) da função AND.
- Ou seja, o resultado é falso (valor binário 0) se e somente se todas as entradas forem verdadeiras



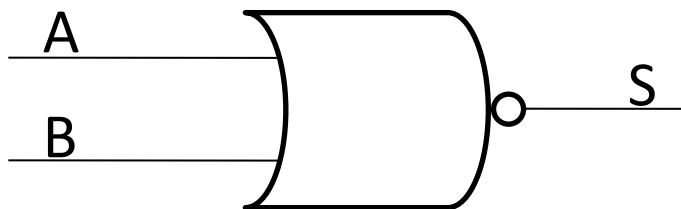
$$S = A \text{ NAND } B = \overline{A \cdot B}$$

A	B	S = A NAND B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

# Operações Lógicas - **NOR**

- Operação **NOR**

- O resultado da operação é o complemento (NOT) da função OR.
- Ou seja, o resultado é falso (valor binário 0) se qualquer uma das entradas, ou ambas, forem verdadeiras

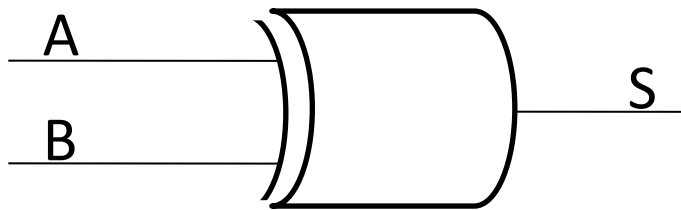


A	B	S = A NOR B
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

$$S = A \text{ NOR } B = \overline{A + B}$$

# Operações lógicas - XOR

- Operação **XOR** (OU - Exclusivo)
  - O resultado da operação é verdadeiro (valor binário 1) se e somente se exatamente um dos operandos tem valor 1



A	B	S = A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$S = A \text{ XOR } B = A \oplus B$$



# Tabela Verdade

P	Q	P AND Q	P OR Q	NOT P	P NAND Q	P NOR Q	P XOR Q
0	0	0	0	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0	0

# Identidades básicas da álgebra booleana

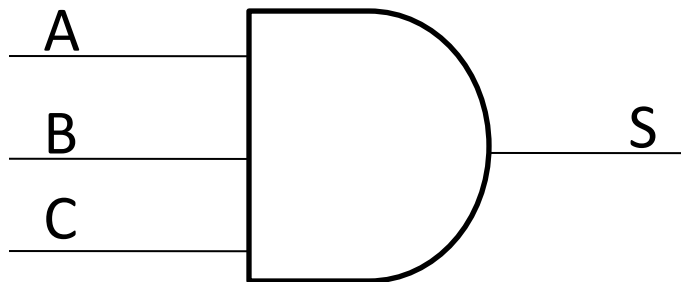
	Postulados Básicos	
$A \cdot B = B \cdot A$	$A + B = B + A$	Leis da comutatividade
$A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$	$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$	Leis da distributividade
$1 \cdot A = A$	$0 + A = A$	Elemento identidade
$A \cdot \bar{A} = 0$	$A + \bar{A} = 1$	Elemento inverso
	Outras Identidades	
$0 \cdot A = 0$	$1 + A = 1$	
$A \cdot A = A$	$A + A = A$	
$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C$	$A + (B + C) = (A + B) + C$	Leis de associatividade
$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$	$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$	Teorema de DeMorgan

# Portas Lógicas

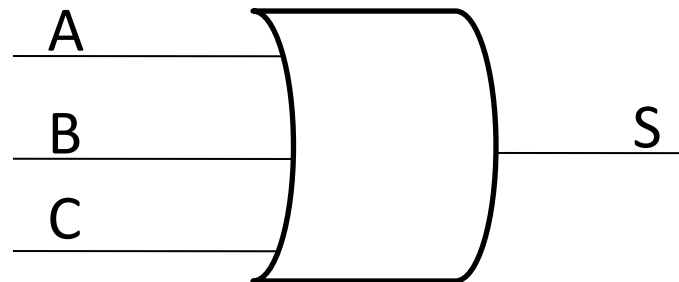
- Portas lógicas são:
  - Os blocos fundamentais dos circuitos lógicos digitais
  - Circuitos eletrônicos que produzem um sinal de saída que é o resultado de uma **operação booleana** entre os sinais de entrada

# Portas Lógicas

- Portas lógicas podem ter mais de 2 entradas (2, 3, 4, ...)



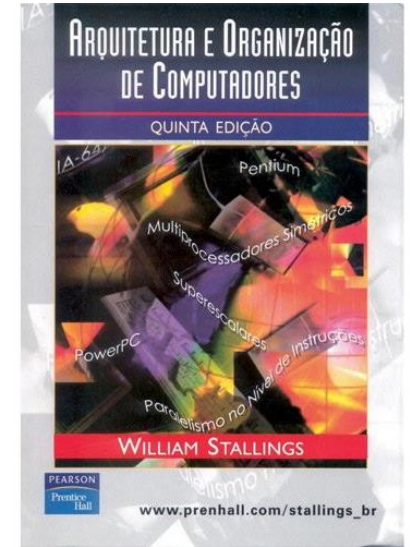
A	B	C	$S = A \text{ AND } B \text{ AND } C$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



A	B	C	$S = A \text{ OR } B \text{ OR } C$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

# Referências

- **STALLINGS, W. Arquitetura e Organização de Computadores, 5. Ed., Pearson, 2010.**
  - Apêndice A



# Referências

1. Foto de Claude Shannon
  - Foto por Konrad Jacobs, distribuída sob a CC-BY-SA 2.0
    - <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0/>
  - [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:ClaudeShannon\\_MFO3807.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:ClaudeShannon_MFO3807.jpg)
2. Foto de George Boole
  - Autor desconhecido. Domínio público.
  - [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:George\\_Boole\\_color.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:George_Boole_color.jpg)

