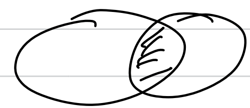
MINDEN $A, B, C$ halmazra

ÁLL.:

| | | KOMMUTATÍV | |
|---|---|---|---|
| $A \cap B$ | $= B \cap A$ | | $A \cup B = B \cup A$ |
| $(A \cap B) \cap C$ | $= A \cap (B \cap C)$ | ASSOCIATÍV | $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ |
| $A \cap A$ | $= A$ | | $A \cup A = A$ |
| $A \cap \emptyset$ | $= \emptyset$ | | $A \cup \emptyset = A$ |
| $A \subseteq B$ | $\Leftrightarrow A \cap B = A$ | | $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$ |



Biz: $A \cap B = B \cap A$

Mi a def?

$x \in A \cap B$, ha $x \in A$ és $x \in B$

Másik def:

$$X = Y \Leftrightarrow \forall x : (x \in X \Leftrightarrow x \in Y)$$

(egyenlők $\Leftrightarrow$ ugyanazok az elemeik)

biz!:

$$x \in A \cap B \overset{\text{def.}}{\Longleftrightarrow} x \in A \wedge x \in B \overset{\text{IGAZSÁGTÁBLÁZAT}}{\Longleftrightarrow} x \in B \wedge x \in A \overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow} x \in B \cap A$$

biz2: 4 eset: $x \overset{?}{\in} A$ $x \overset{?}{\in} B$

| $x \in A$? | $x \overset{?}{\in} B$ | $x \in A \cap B$ | $x \in B \cap A$ |
|---|---|---|---|
| I | I | I | I |
| I | H | H | H |
| H | I | H | H |
| H | H | H | H |

ugyanaz az oszlop ✓

HF: többi hasonló

ÁII.:

1.) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

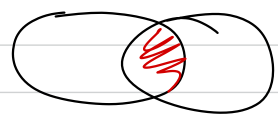
$\cap$ disztributív $\cup$-ra

2.) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

biz: a fenti technika, 8 eset.

---

HALMAZ MŰVELETEK

$\cap$ 

$\cup$ 

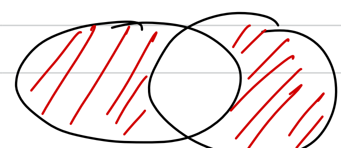
kizáró vagy

XOR

DEF: $A \triangle B$ : $x \in A \triangle B \iff x \in A \oplus x \in B$

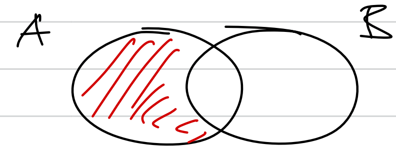
a „szimmetrikus differencia"

„SZIMDIF"



**DEF.:** $A \setminus B$ : $x \in A \setminus B \iff x \in A \wedge x \notin B$

A „különbség" B

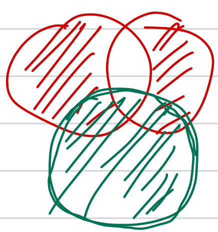


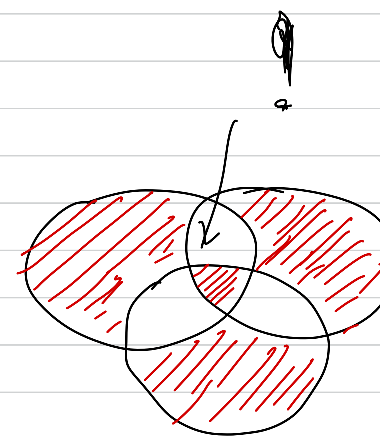
**ÁLL:** $A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

$= (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

**biz:** ld. festési technika

**ÁLL:** $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C)$





HALMAZOK HALMAZA (HALMAZRENDSZER):

Pl.: $X = \{\{1,2\},\{2,3\},\{3,4\}\}$ $\rightsquigarrow$ $\bigcup X = \{1,2,3,4\}$

$\bigcap X = \emptyset$

DEF. $X$ halmazrendszer:

$$\bigcup X := \{a \mid \exists A \in X : a \in A\}$$

$$\bigcap X := \{a \mid \forall A \in X : a \in A\}$$

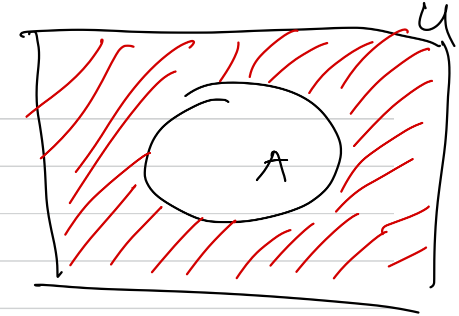
HF.: $\bigcap \{\{n, n+1, n+2, \dots\} \mid n \in \mathbb{N}\}$

„SZÓTÁR”

KOMPLEMENTER

| HALMAZOK | LOGIKA |
|---|---|
| $\cap$ | $\wedge$ |
| $\cup$ | $\vee$ |
| $\triangle$ | $\oplus$ |
| $\setminus$ | ANDNOT |
| ? | $\neg$ |
| $\subseteq$ | $\Rightarrow$ |

<u>DEF.</u> Ha van egy NAGY $U$ (univerzum) nevű halmaz, melynek minden aktuálisan vizsgált halmaz része, akkor $A \subseteq U$ -nál az $U$-ra vonatkozó




**KOMPLEMENTERE** : $U \setminus A$

Jele: $\overline{A}_U$ vagy $\overline{A}$

„$A$ komplementer".

**Áll**: $x \in U$ : $x \notin A \iff x \in \overline{A}$

**Áll**: (komplementer tul.)

1) $\overline{\emptyset} = U$
2) $\overline{U} = \emptyset$
3) $\overline{\overline{A}} = A$
4) $A \cap \overline{A} = \emptyset$
5) $A \cup \overline{A} = U$
6) $A \subseteq B \iff \overline{B} \subseteq \overline{A}$
7) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
8) $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

DE MORGAN

DEF:

HATVÁNYHALMAZ: $\mathcal{P}(A) = \{H \mid H \subseteq A\}$

vagyis: $x \in \mathcal{P}(A) \iff x \subseteq A$

Pl.: $A = \{1,2,3\} \rightarrow \mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$

$\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$

$\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

DEF: RENDEZETT PÁR:

$$(a,b) := \{\{a\},\{a,b\}\}$$ (de ez nem fontos)

ÁLL:

$$(a,b) = (c,d)$$
$$\Updownarrow$$
$$a=c \wedge b=d$$

DEF: $A \times B := \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$

(Descartes-szorzat)
szorzat
direkt szorzat

A „kereszt" B

Pl.: $\{1,2,3\} \times \{x,y\} =$

$= \{(1,x),(1,y),(2,x),(2,y),$
$(3,x),(3,y)\}$

# RELÁCIÓK

Pl.: $((a<b) \wedge (b<c)) \Rightarrow a<c$

$((A \subseteq B) \wedge (B \subseteq C)) \Rightarrow A \subseteq C$

Z: ((a osztója b-nek) ∧ (b osztója c-nek)) ⇒ a osztója c-nek

GEO: $(e \parallel f \wedge f \parallel g) \Rightarrow e \parallel g$

$a \quad <$

$\quad \subseteq$ RELÁCIÓ TRANZITÍV.

osztója

$\parallel$

**DEF:** R egy reláció (BINÉR REL.), ha minden eleme rendezett pár.

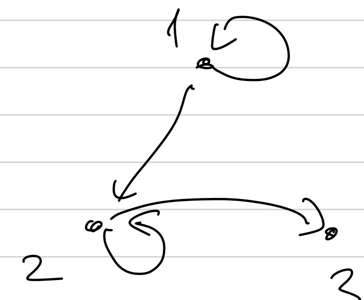
**pl.:** $\{(1, 10), (2, 20), (3, 30)\}$

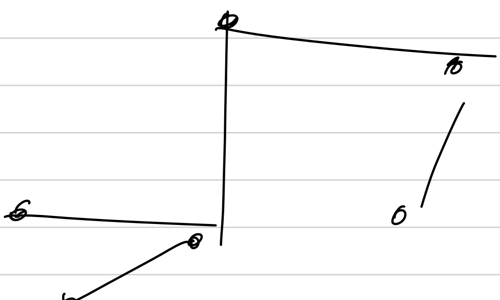
$1 \to 10$

$2 \to 20$

$3 \to 30$

$\{(1,1), (1,2), (2,2), (2,3)\}$



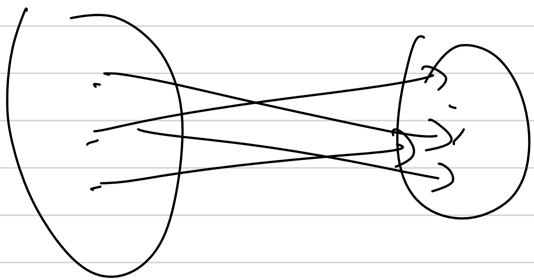




SZEREPELT KÖZÖS FILMBEN

**DEF:** Egy $R$ reláció $A$ és $B$ halmazok között, ha

$$R \subseteq A \times B$$

(azaz $\forall (x,y)$-ra $R$-ből $x \in A \wedge y \in B$



$A$ $B$

Pl.:

$A$ : {hallgatók}

$B$ : {kurzusok}

$R$: 2022-23/2 felvett k.

{(JQ2B47, DM1-22...), ... }

| A | B |
|---|---|
| JQ2B47 | 0141-____ |
| | |

<u>DEF</u>: Egy $R$ reláció $A$-beli HOMOGÉN rel., ha

$$R \subseteq A \times A$$

Pl.:

a osztója b-nek $\iff$ b többszöröse a-nak

$a < b \iff b > a$

a szülője b-nek $\iff$ b gyereke a-nak

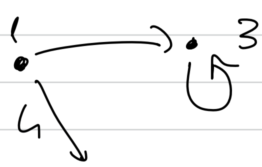
$e \parallel f \iff f \parallel e$

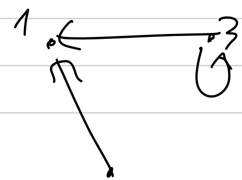
DEF: R reláció INVERZE, $R^{-1}$ („err invert")

$$R^{-1} := \{(b,a) \mid (a,b) \in R\}$$

„NYILAK MEGFORDÍTÁSA"

Pl.: $R = \{(1,3),(1,4),(3,3)\}$

R: 

$R^{-1}$: 

$$R^{-1} = \{(3,1),(4,1),(3,3)\}$$

R = „osztója"    ⇒  $R^{-1}$ = „többszöröse"

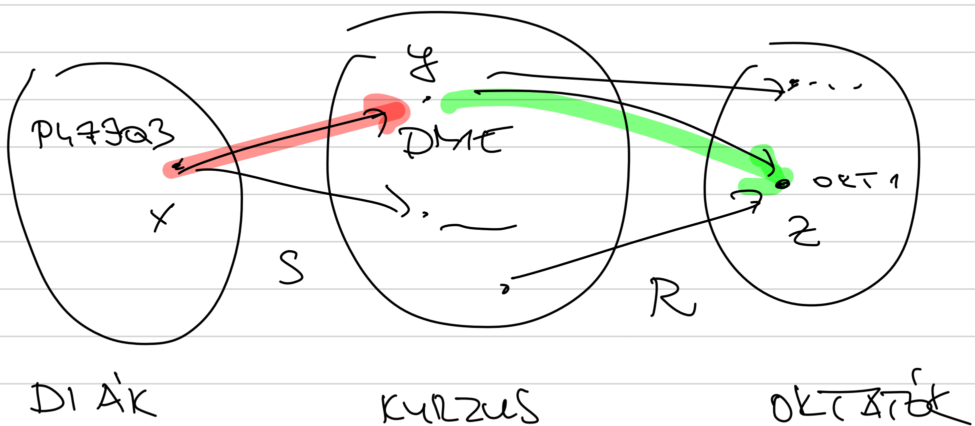
DEF   KOMPOZÍCIÓ / SZORZAT        szülő szülője: nagyszülő

R, S relációk

$$R \circ S := \{ (x,z) \mid \exists y : (x,y) \in S \wedge (y,z) \in R \}$$ !

„egy kör, ess"

Pl.:



ÁLL: $(R \circ S)^{-1} = S^{-1} \circ R^{-1}$

FEL: zokni → cipő
LE: cipő → zokni

biz:

$(z, x) \in (R \circ S)^{-1}$

$\Updownarrow$ INV. DEF.

$(x, z) \in R \circ S$

$\Updownarrow$ $\circ$ def.

$\exists y: (x, y) \in S \wedge (y, z) \in R$

$\Updownarrow$ inv. def.

$\exists y: (y, x) \in S^{-1} \wedge (z, y) \in R^{-1}$

$\Updownarrow$ $\circ$ def.

$(z, x) \in S^{-1} \circ R^{-1}$ ✓

MAJD:

$f \circ g\,(x) =$

$f(g(x))$