

# Formal Specification and Verification of Programs

1st Assignment Solutions  
Mohammad Hossein Khoshechin - 99210164  
Group 2

۱۳۹۹ آذر ۸

تمرین ۱: یافتن ب.م.م. و ک.م.م. دو عدد

در این تمرین ابتدا تابع  $x \text{ divides } y$  را تعریف کردم که بخش پذیری  $y$  به  $x$  را نشان میدهد با استفاده از این تابع توصیف ب.م.م. و ک.م.م. دو عدد را انجام داده ام

$$\frac{\_divides\_ : \mathbb{N}_1 \leftrightarrow \mathbb{N}}{\forall x : \mathbb{N}_1; y : \mathbb{N} \bullet x \text{ divides } y \Leftrightarrow \exists k : \mathbb{N} \bullet x * k = y}$$

$$\frac{gcd\_ : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}}{\forall x, y : \mathbb{N} \bullet gcd\ x\ y = (\mu\ z : \mathbb{N} \mid z \text{ divides } x \wedge z \text{ divides } y \wedge (\forall u : \mathbb{N} \bullet u \text{ divides } x \wedge u \text{ divides } y \Rightarrow u \leq z))}$$

$$\frac{lcm\_ : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}}{\forall x, y : \mathbb{N} \bullet lcm\ x\ y = (\mu\ z : \mathbb{N} \mid x \text{ divides } z \wedge y \text{ divides } z \wedge (\forall u : \mathbb{N} \bullet x \text{ divides } u \wedge y \text{ divides } u \Rightarrow u \geq z))}$$

## تمرین ۲: رنگ آمیزی یک گراف ساده با کمترین تعداد رنگ

در این تمرین ابتدا تایپ Node و Color را تعریف کرده ام سپس در قسمت اعلان مجموعه nodes و روابط edges و colored را تعریف کرده ام  
در بخش اول predicate توصیف کرده ام هر نود در گراف دارای یک رنگ می باشد. در بخش دوم predicate توصیف کرده ام که هر نود فقط میتواند یک رنگ داشته باشد. در بخش سوم predicate توصیف کرده ام که نود های دو سر یک یال باید رنگشان متفاوت با یکدیگر باشد. در بخش چهارم predicate توصیف کرده ام که اگر هر مجموعه رنگ با عناصر کوچکتر از مجموعه رنگ فرض شده در نظر بگیریم حتما یک یال خواهیم داشت که نود های دو سر آن هم رنگ باشند.

[Node]  
[Color]

### GraphColoring

$nodes : \mathbb{P} \text{ Node}$

$edges : \mathbb{P} (\text{Node} \times \text{Node})$

$colored : \mathbb{P} (\text{Node} \times \text{Color})$

$\forall x : \text{Node} \bullet x \in nodes \Rightarrow \exists c : \text{Color} \bullet x \mapsto c \in colored$

$\forall x : \text{Node}; c1, c2 : \text{Color} \bullet x \in nodes \wedge x \mapsto c1 \in colored \wedge$   
 $x \mapsto c2 \in colored \Rightarrow c1 = c2$

$\forall x1, x2 : \text{Node} \mid x1 \in nodes \wedge x2 \in nodes \bullet x1 \mapsto x2 \in edges \Rightarrow$   
 $\neg \exists c : \text{Color} \bullet x1 \mapsto c \in colored \wedge x2 \mapsto c \in colored$

$\forall c : \mathbb{P} \text{ Color} \bullet \# c < \# colored \mid \text{Node} \mid \Rightarrow \exists x1, x2 : \text{Node}; c0 : \text{Color} \mid$   
 $x1 \in nodes \wedge x2 \in nodes \wedge c0 \in c \bullet$

$x1 \mapsto x2 \in edges \wedge x1 \mapsto c0 \in \mathbb{P} (\text{Node} \times c) \wedge x2 \mapsto c0 \in \mathbb{P} (\text{Node} \times c)$