

مدرس: دکتر موقر موعد تحویل: ۸آذر نيمسال اول ١۴٠٠

دانشکدهی مهندسی کامپیوتر

تمرين اول

هدف از این تمرین شبیهسازی یک سیستم صف M/M/1/K (یک صف و یک پردازنده) با نرخ سرویسدهی  $\mu$  برای پردازنده و ظرفیت محدود  $\mu$  برای صف است. خط مشی سرویسدهی به صورت FCFS است. هر فردی که وارد سیستم می شود فقط برای مدت زمان مشخصی تا دریافت سرویس می تواند منتظر بماند، این مدت زمان را با متغیر تصادفی  $\mu$  نشان می دهیم. بنابراین هر فرد پس از گذشت مدت زمان  $\mu$ ، در صورت عدم دریافت سرویس، صف را ترک خواهد کرد.

- زمان انتظار را تا لحظه ی شروع سرویس دهی در نظر بگیرید. دقت کنید پس از این که یک مشتری شروع به دریافت سرویس کند، حتی با رسیدن موعد خود، صف را ترک نخواهد کرد.
- تابع توزیع زمان انتظار (θ) را در دو حالت ثابت و نمایی در نظر بگیرید. سپس با استفاده از روش شبیهسازی، برای هر یک از حالتها:
- نمودار احتمال خارج شدن ( $P_a$ ) را نسبت به تغییرات نرخ ورودی  $\lambda$  (در بازه [0.1-20] با میزان پرش 0.1)، با میانگین زمان انتظار  $\theta$  بدست آورید.
- نمودار احتمال بلوکه شدن را نسبت به تغییرات نرخ ورودی  $\lambda$  (در بازه [0.1-20] با میزان پرش 0.1)، با میانگین زمان انتظار  $\theta$  بدست آورید.

١

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> First-Come, First-Served (FCFS)

ارر دانشکدهی مهندسی کامپیو تر

مدرس: دکتر موقر موعد تحویل: ۸ آذر نيمسال اول ١۴٠٠

تمرين اول

### روش تحليلي

به کمک روابط زیر خطای روش شبیه سازی خود را محاسبه کنید.

احتمال اینکه n نفر درون صف M/M/1/K با موعد انتظار باشند:

$$P_n = \begin{cases} P_0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right), & n = 1\\ P_0\lambda^n \frac{\varphi_{n-1}(\mu)}{(n-1)!}, & n > 1 \end{cases}$$

که مقدار تابع  $arphi_n(\mu)$  با توجه به توزیع زمان انتظار بهدست می آید. برای حالت موعد دارای توزیع نمایی:

$$\varphi_n(\mu) = \frac{n!}{\prod_{i=0}^n (\mu + i/\bar{\theta})}$$

برای حالت موعد ثابت:

$$\varphi_n(\mu) = \frac{n!}{\mu^{n+1}} (1 - e^{-\mu \bar{\theta}} \sum\nolimits_{i=0}^{n-1} \frac{(\mu \bar{\theta})^i}{i!})$$

اگر طول صف برابر K باشد:

$$\sum_{i=0}^{K} P_i = 1$$

حال از روابط زیر برای محاسبه مقادیر  $P_{\mathrm{d}}$  و  $P_{\mathrm{b}}$  استفاده کنید:

$$P_b = P_K$$

$$P_d + P_b = 1 - \frac{\mu}{\lambda} (\sum_{i=1}^K P_i) = 1 - \frac{\mu}{\lambda} (1 - P_0)$$

دانشکده ی مهندسی کامپیو تر

تمرين اول

مدرس: دکتر موقر موعد تحویل: ۸ آذر نيمسال اول ١۴٠٠

### نکات و سوالات متداول

- طول صف نشان دهنده ی تمامی مشتری های حاضر در سیستم می باشد. به طور مثال در این تمرین اگر ۱۱ مشتری در صف منتظر باشند و یک مشتری در حال سرویس دهی باشد، مشتری های جدید بلاک خواهند شد.
- برای بدست آوردن یک عدد تصادفی با توزیع نمایی می توان از رابطه زیر کمک گرفت. در این رابطه x یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت (Uniform) در بازه (0,1) می باشد. در این رابطه  $\lambda$  همان نرخ ورود مشتری به سیستم است.

$$y = -\frac{\ln(1-x)}{\lambda}$$

- برای کمینه کردن خطای نتایج شبیهسازی توصیه میشود تعداد مشتریهای ورودی به سیستم ۱۰<sup>۸</sup> یا ۱۰<sup>۸</sup> در نظر گرفته شود. برای هر مشتری سرانجام یکی از سه وضعیت سرویس گرفتن، بلاک شدن (وقتی صف پر است) و ترک صف (زمان رسیدن موعد) اتفاق خواهد افتاد.
- ورود مشتریها به سیستم یک فرآیند پواسون با پارامتر  $\lambda$  است. درنتیجه، زمان بین ورود مشتریها مستقل و از توزیع نمایی با پارامتر  $\lambda$  پیروی می کند.

#### تست برنامه

به منظور بررسی صحت کد ارسالی، موارد زیر را حتما در مورد کد ارسالی رعایت کنید.

• در کنار کد خود یک Makefile قرار دهید. برای کامپایل و اجرای کد شما دستورات زیر استفاده خواهد شد.

make make run

• برنامه شبیه سازی ارسال شده توسط شما باید مقدار پارامتر  $\theta$  و  $\mu$  را به عنوان ورودی بگیرد و مقدار  $P_a$  و  $P_b$  برای حالتهای شبیه سازی و تحلیلی فقط برای  $\lambda$  های  $\lambda$  های  $\lambda$  و ۱۰ و زمان انتظار ثابت را در یک فایل متنی چاپ کند. مقادیر پارامترهای ورودی در فایل parameters.conf در کنار Makefile در کنار پروژه قرار گرفته است.

دانشکدهی مهندسی کامپیو تر

تمرين اول

مدرس: دکتر موقر موعد تحویل: ۸آذر نيمسال اول ١٤٠٠

### نكات پايانى

- شبیه سازی می تواند با استفاده از زبانهای برنامه نویسی  $C^{++}$ ، جاوا یا پایتون انجام شود.
- پروژههای ارسالی باید شامل کد استفاده شده و نتایج گرفته شده در قالب فایل Excel با پارامترهای گفته شده در بالا باشد.
- قالب فایلهای Excel در کل شامل ۴ نمودار هستند. دو نمودار برای موعد ثابت و دو نمودار برای موعد نمایی که هر کدام شامل نتایج  $P_a$  و  $P_b$  با پارامترهای  $P_a$  و  $P_b$  میباشند. هر کدام از نمودارها شامل دو منحنی است که مقدار احتمالات به دست آمده از روش شبیه سازی و تحلیلی به ازای نرخ ورودی داده شده در مسأله را نشان می دهد.
- پروژههای خود را در قالب یک فایل zip/.rar با نام PE-CA1-[ID]-[Name] در سایت <u>cw.sharif.edu</u> بارگزاری کنید.
  - حداکثر تأخیر مجاز ۷ روز و به ازای هر روز دیرکرد ۵ درصد از نمرهی پروژه کسر می گردد.
- در صورت وجود ابهام سوالات خود را به imanrht@gmail.com و fshahinfar@ce.sharif.edu رسال نماييد.