

Investigació Operativa

Informe del Treball de Curs

Aarón Acosta

Júlia Gasull

Índex

Índex	2
Models	3
Model inicial: CPM bàsic	3
Model implementat: CPM amb Pareto i càrrega fixa	6
Aplicacions del model implementat	11
Exemples de funcionament del model (jocs de proves)	11
Resultats dels exemples	14
Canviant la variable coeficient_pareto	14
cpm_implemented_02.dat	14
cpm_implemented_03.dat	15
cpm_implemented_04.dat	16
Canviant la variable ccpt	17
cpm_implemented_05.dat	17
cpm_implemented_06.dat	18
cpm_implemented_07.dat	18
Canviant la variable pressupost	20
cpm_implemented_08.dat	20
cpm_implemented_09.dat	21
cpm_implemented_10.dat	21
Canviant la variable tipus_interes	23
cpm_implemented_11.dat	23
cpm_implemented_12.dat	23
cpm_implemented_13.dat	24
Apèndix I: qüestions relatives al treball	26
Competència d'ús solvent dels recursos d'informació	26
Avaluació crítica de les fonts documentals	26
Competència d'ús solvent dels S.I.	26
Aplicacions del model CPM-PERT	26
Extensions del model CPM	26
Bibliografia	27

Models

Model inicial: CPM bàsic

Per explicar inicialment què és el Critical Path Method, podriem dir que és un mètode que consisteix en determinar la mínima durada d'un projecte. Aquest projecte ve donat per conjunt de tasques les quals tenen unes determinades relacions de precedències entre elles. Un cop sabut quin és el graf que les representa, aquest mètode ens permet trobar quin és el camí crític.

Formalment, el CPM bàsic el definim com:

Min t, τ t_n
s.t:
 $t_i + \tau_{i,j} - t_j \leq 0, (i, j) \in A$
 $\tau_{i,j} \leq \tau_{i,j} \leq \tau_{i,j}$
($\tau_1 = 0$)

on,

- t_n = temps total del projecte
- t_j = instant en el que han de finalitzar les tasques $(i,j) \forall i$ que incide en j
- $\tau_{i,j}$ = duració de la tasca (i,j)
- $t_j - t_i - \tau_{i,j}$ = temps d'inactivitat per la tasca (i,j)

La implementació que hem fet ha estat la següent:

```
#####  
##### cpm.mod #####  
#####  
  
# sets  
set nodes;  
param orig symbolic in nodes;  
param dest symbolic in nodes, <> orig;  
  
set arcs within (nodes diff {dest}) cross (nodes diff {orig});  
  
# params  
param tau {(i,j) in arcs} >= 0; # durada de la tasca [i,j]  
  
# vars  
var t {j in nodes} default 0; # instant en que acaba la tasca [i,j]  
  
# funció i restriccions  
minimize time: t[dest];  
subject to tasca_entre_nodes {(i,j) in arcs}: t[i] + tau[i,j] - t[j] <= 0;  
subject to t_positiu {i in nodes}: t[i] >= 0;
```

```
#####
##### cpm-sample.dat #####
#####

set nodes := 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17;

param orig := 1;
param dest := 17;

param:
  arcs:
    tau := # i j tau[i,j]
      1 2 3
      2 13 12
      2 5 4
      5 7 10
      6 7 2
      7 11 3
      1 3 2
      4 8 4
      3 14 3
      9 10 16
      8 10 2
      10 11 2
      11 12 2
      13 16 2
      14 15 1
      15 16 2
      16 17 3
      2 4 0
      3 4 0
      5 6 0
      8 9 0
      12 13 0
      12 14 0
;

```

```
#####
##### cpm-sample.run #####
#####

reset;

model cpm.mod;
data cpm_sample.dat;

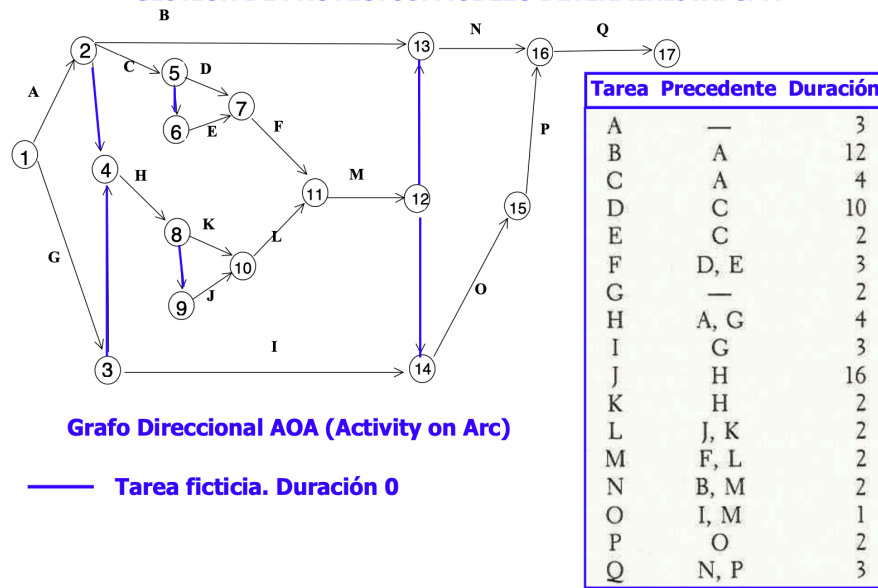
option solver './gurobi';
solve;

display t;

```

Hem utilitzat l'exemple de les transparències explicades a classe, el qual té el següent graf de precedències:

GESTIÓN DE PROYECTOS. MODELO DETERMINISTA. CPM



L'output obtingut ha estat l'esperat, és a dir:

```

ampl: include cpm_sample.run;
Gurobi 9.0.3: optimal solution; objective 33
t [*] :=
1 0
2 3
3 2
4 3
5 7
6 7
7 17
8 7
9 7
10 23
11 25
12 27
13 27
14 27
15 28
16 30
17 33
;

```

També ho hem provat amb el que farem els jocs de prova més endavant (*mirar cpm_vaccination.run*).

Model implementat: CPM amb Pareto i càrrega fixa

Després de llegir les instruccions de l'enunciat, que deien...

Un cop verificat el model de CPM bàsic, es vol **formular i resoldre un model** que tingui en compte els **costs econòmics** d'execució de les tasques en funció de la durada d'execució d'aquestes (generalment costs decreixents). Amb aquest model es pretén...

Plantejar la frontera d'eficiència Pareto entre els dos objectius següents:

1. a durada total del projecte
2. el cost econòmic total del projecte el qual inclourà: **(a)** els costs d'execució de les tasques, **(b)** els costs de direcció proporcionals al temps total de durada del projecte i **(c)** els interessos (tipus d'interès) d'un possible préstec per excedir el cost econòmic total d'una quantitat B_0 disponible.

... hem decidit utilitzar tant pareto com càrrega fixa per tal de poder implementar el nostre model.

Per començar, el que volem minimitzar és una barreja entre dues coses: la durada i el cost. Per cadascuna, utilitzarem el coeficient pareto, que estarà definit a les dades de cada joc de proves. Si és més proper a 1, es tindrà més en compte la durada i, si és més proper a 0, el cost.

Ara bé, necessitem desglossar el cost per tal de tenir-lo ben definit. Tindrem tres tipus de cost:

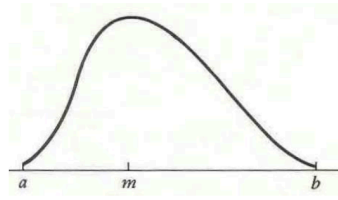
- El primer serà definit per cada tasca (i,j), i es defineix al fitxer de dades, juntament amb els nostres arcs i taus (més tard ens centrarem en explicar aquestes).
- El segon serà, com diu (b), els costs proporcionals al temps total del projecte; per tal de fer això, hem definit un coeficient (ccpt), que multiplicarà al temps total (t[dest]) del projecte.
- El tercer seran els interessos que tindrem en cas de necessitar demanar un préstec pel projecte. Per poder definir això, hem inentat veure el problema com un de càrrega fixa definint un coeficient "prestec_demanat", que valrà 1 sempre i quant el nostre cost es passi d'un pressupost que es defineix a les dades. En cas de demanar-ho, se li sumarà al cost total.

Donat que també és una variant del CMP bàsic, és a dir, el CMP-Pert, també hem inclòs les tau màxima i mínima. Aquestes ens defineixen el temps màxim i mínim que una tasca pot durar. El CPM-Pert, sense les minimitzacions que necessitem per cost i temps definides abans, es formalitza de la següent manera:

Las duraciones t_{ij} de las tareas son v. a. independientes entre sí.
distribución β .

Se conoce:

- un valor mínimo a .
- un valor máximo b .
- el valor más frecuente m (moda).



$$E[t_{ij}] = \frac{1}{3} \left(2m + \frac{1}{2} (a + b) \right), \quad Var[t_{ij}] = \left[\frac{1}{6} (b - a) \right]^2$$

El método PERT determina el camino crítico usando el modelo CPM tomando como tiempos para cada tarea $E[t_{ij}]$.

Deben evaluarse entonces las varianzas de los caminos alternativos al crítico.

En caso de proyectos con número alto de tareas la distribución de los tiempos de los caminos se toma $\sim N(\mu, \sigma)$

Procedim ara a ensenyar els codis de la implementació:

```
#####
##### cpm-implemented.mod #####
#####

# sets
set nodes;
param orig in nodes;
param dest in nodes diff {orig};

set arcs within (nodes diff {dest}) cross (nodes diff {orig});

# params
# duració màxima de la tasca
param tau_max {(i,j) in arcs} >= 0;
# duració mínima de la tasca
param tau_min {(i,j) in arcs} >= 0;
# cost de cada tasca
param cost {(i,j) in arcs} >= 0;
# coeficient pareto (=1: minimitzar temps, =0: minimitzar cost)
param coeficient_paretto;
# coeficient de cost proporcional del temps total
param ccptt;
# pressupost que té el projecte sense demanar cap
param pressupost;
# factor que multiplica el cost-pressupost en cas préstec
param tipus_interes;
# (=1 s'ha de demanar prestec, =0 otherwise)
var prestec_demanat binary;
param cost_total default 0;

# vars
# instant en que acaba la tasca [i,j]
var t {j in nodes} default 0;
# durada de la tasca [i,j]
var tau {(i,j) in arcs} >= 0;

# funció i restriccions
minimize cost_paretto:
    coeficient_paretto*t[dest] +
    (1.0-coeficient_paretto)*
        ( # cost total
            # cost segons diferència entre tau_max i tau
            (sum{(i,j) in arcs} cost[i,j]*(tau_max[i,j]-tau[i,j])) +
            # cost proporcional al temps total
            ccptt * t[dest] +
            # cost si s'ha de demanar prestec
            prestec_demanat *
                (
                    # tipus_interes * valor_pressupost_demamat
                    (tipus_interes/100)*
                    ( (sum{(i,j) in arcs} (cost[i,j]*(tau_max[i,j]-tau[i,j]))) +
                      ccptt*t[dest] - pressupost
                    )
                )
        );
```



```

subject to tasca_entre_nodes {(i,j) in arcs}: t[i] + tau[i,j] - t[j] <= 0;
subject to t_fit_inferior {i in nodes}: t[i] >= 0;
subject to t_inicial_es_0 {i in nodes}: t[1] = 0;
subject to tau_fit_inferior {(i,j) in arcs}: tau_min[i,j] <= tau[i,j];
subject to tau_fit_superior {(i,j) in arcs}: tau[i,j] <= tau_max[i,j];

# només es demana préstec si se sobrepassa el pressupost
subject to interessos: preste_c_demanat =
(
    if((
        (
            sum{(i,j) in arcs} (cost[i,j]*(tau_max[i,j]-tau[i,j])) +
            ccptt*t[dest] -
            pressupost
        ) > 0) then 1
        else 0
    );

```

```

#####
##### cpm-implemented_01.dat #####
#####
set nodes := 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20;

param orig := 1 ;
param dest := 20 ;
param coeficient_paretto := 0.5;          # pot variar
param ccptt := 15;                        # pot variar
param pressupost := 50;                   # pot variar
param tipus_interes := 0.654;             # pot variar
param:
    arcs:
        tau_max    tau_min    cost := # cost pot variar
    1 3      35      7      10
    1 2      8       2       6
    2 12     25      5      45
    3 4      15      4      30
    3 5      15      3      15
    3 6      30      7      10
    4 7      10      1      33
    4 8      3       1      21
    4 9      3       2       8
    5 10     5       1       6
    5 11     40      10      11
    6 17     0       0       0
    7 16     100     15      15
    8 16     50      10      12
    9 13     10      1      13
    10 14    30      10      22
    11 15    10      1      17
    12 17    0       0       0
    13 16    15      7      21
    14 16    5       1      13
    15 17    40      7       7
    16 18    20      6      23
    17 16    5       1       9
    18 19    15      2      11
    19 20    20      2      18
;

```

```
#####
##### cpm-implemented_01.run #####
#####
reset;

model cpm_implemented.mod;
data cpm_implemented_01.dat;

option solver './knitro.exe';

solve;

display t;
display tau;

let cost_total :=
  (sum{(i,j) in arcs} cost[i,j]*(tau_max[i,j]-tau[i,j])) +
  ccptt*t[dest] +
  prestec_demanat*
  (
    (tipus_interes/100)*
# tipus_interes * valor_pressupost_demamat
    (
      (sum{(i,j) in arcs} cost[i,j]*(tau_max[i,j]-tau[i,j])) +
      ccptt*t[dest] - pressupost
    )
  )
;
display cost_paretto;
display t[dest];
```

Si ens hi fixem, hem hagut d'utilitzar el solver `knitro` per tal de poder definir la variable `prestec_demanat` al model.

Els resultats s'explicaran al següent punt.

Aplicacions del model implementat

El model implementat al fitxer `cpm_implemented.mod` pot ser utilitzat per resoldre el problema del CPM de qualsevol tipus de projecte que pugui ser fragmentat en diverses tasques o activitats i on es vegi present una dependència entre unes tasques i altres. Com en la majoria de projectes, es volen realitzar el conjunt de les diferents tasques en el menor temps possible i que això suposi a la vegada, un cost total mínim del projecte (normalment econòmic).

Alguns dels projectes en què es podria aplicar el nostre model seria en el procés de **construcció d'un edifici** com es descriu a Remigius (2017), el **desenvolupament d'un fàrmac** Kumar (2016), **disseny de maquinaria**, **manteniment d'equips** entre d'altres.

Exemples de funcionament del model (jocs de proves)

Hem provat a executar el nostre model CPM amb costos Pareto en diversos escenaris modificant els paràmetres **coeficient_pareto**, **ccptt** (costos de direcció proporcionals al temps de finalització del projecte), **pressupost** (pressupost inicial de què es disposa) i **tipus_interes** (tipus d'interès del préstec demanat).

Hem partit d'un joc de prova base (*cpm_implemented_01.dat*) a partir del qual hem variat els valors dels paràmetres anteriorment esmentats un per un amb la finalitat d'observar el comportament de la **funció objectiu** i els valors de les variables **tau_{ij}** i **t_i**.

El codi del joc de prova *cpm_implemented_01.dat* es mostra a continuació:

```

set nodes := 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20;

param orig := 1 ;
param dest := 20 ;
param coeficient_paretto := 0.5;
param ccptt := 15;
param pressupost := 50;
param tipus_interes := 0.654;

param:
    arcs:
        tau_max    tau_min    cost :=
1 3      35        7         10
1 2      8         2         6
2 12     25        5         45
3 4      15        4         30
3 5      15        3         15
3 6      30        7         10
4 7      10        1         33
4 8      3         1         21
4 9      3         2         8
5 10     5         1         6
5 11     40        10        11
6 17     0         0         0
7 16     100       15        15
8 16     50        10        12
9 13     10        1         13
10 14    30        10        22
11 15    10        1         17
12 17    0         0         0
13 16    15        7         21
14 16    5         1         13
15 17    40        7         7
16 18    20        6         23
17 16    5         1         9
18 19    15        2         11
19 20    20        2         18
;

```

Com es pot veure, utilitzem un **coeficient de paretto** (representat sovint com una α) de **0.5**, un **ccptt** de **15**, un **pressupost** inicial de **50**, y un **tipus_interes** de **0.654**.

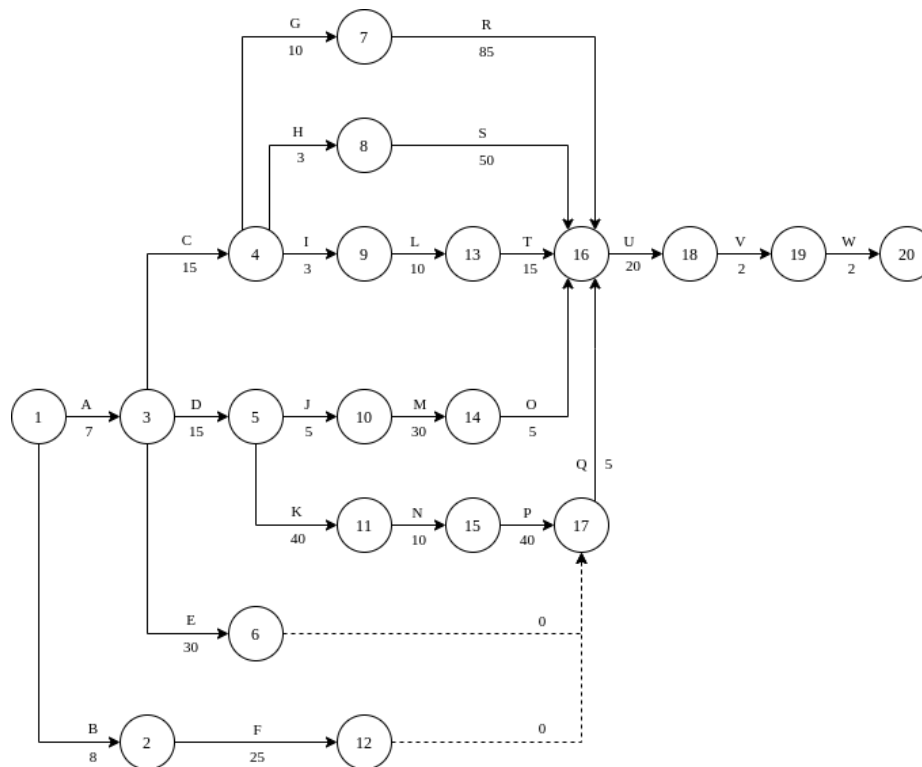
Com hem explicat abans, aquests 4 paràmetres són els que hem anat variant al llarg dels diferents jocs de prova que hem creat. Per tant, cada joc de prova creat és idèntic al *cpm_implemented_01.dat* llevat d'un dels paràmetres del qual es modifica el seu valor respecte el joc de prova base.

- *cpm_implemented_02.dat* → coeficient_paretto = 0
- *cpm_implemented_03.dat* → coeficient_paretto = 0.75
- *cpm_implemented_04.dat* → coeficient_paretto = 1
- *cpm_implemented_05.dat* → ccptt = 5
- *cpm_implemented_06.dat* → ccptt = 10
- *cpm_implemented_07.dat* → ccptt = 20
- *cpm_implemented_08.dat* → pressupost = 100
- *cpm_implemented_09.dat* → pressupost = 500

- *cpm_implemented_10.dat* → pressupost = 1000
- *cpm_implemented_11.dat* → tipus_interes = 0
- *cpm_implemented_12.dat* → tipus_interes = 0.5
- *cpm_implemented_13.dat* → tipus_interes = 1

Finalment, a l'última part del fitxer definim els **interval·ls de temps pessimista ($\tau_{\max_{ij}}$) i optimista ($\tau_{\min_{ij}}$)** de realització de les tasques, i el **cost associat a la realització de cadascuna d'elles (cost_{ij})**.

Una vegada definit tot, podem executar el joc de prova base *cpm_implemented_01.dat* del qual obtenim els següents resultats per a les variables **τ_{ij}** :



Així com els valor de la variable **$t[\text{dest}]$** , que indica el temps total del projecte; i de la funció objectiu (cost_paretto):

```

cost_paretto = 1605.75
t[dest] = 159
  
```

Amb aquest exemple, hem pogut comprovar el correcte funcionament del model implementat ja que els interval·ls de temps τ_{ij} estan entre els valors que indiquen $\tau_{\max_{ij}}$ i $\tau_{\min_{ij}}$.

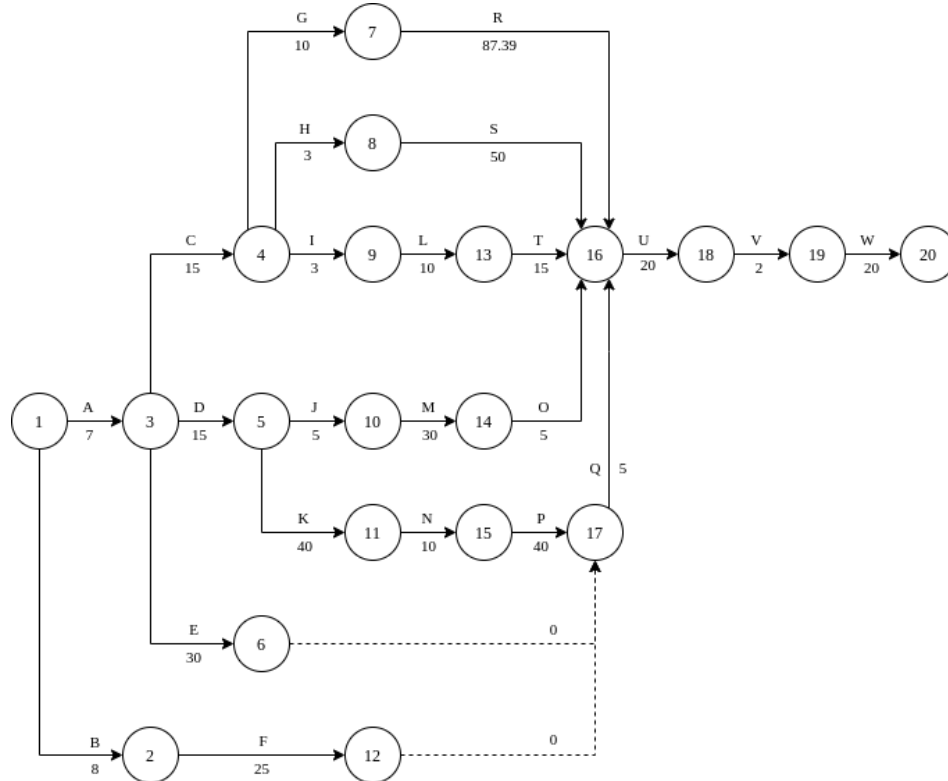
Resultats dels exemples

Canviant la variable coeficient_paretto

cpm_implemented_02.dat

Per aquest joc de prova, s'ha modificat el valor del paràmetre **coeficient_paretto** = 0.

Executem el joc de prova i obtenim els següent valors per a les variables **tau_{ij}**:



Fixant-nos detalladament en els valors de les variables τ_{ij} obtinguts, podem observar que les **tasques R i W** tenen valors diferents als que tenen al joc de prova base. Concretament, en aquesta execució el temps de la **tasca R**, que equival al valor de $\tau_{7,16}$ es de **87.39**. El de la **tasca W**, que equival al valor de $\tau_{19,20}$, es de **20**.

En canvi, els valors de temps de les tasques **R i W** al joc de prova base son de **85 i 2** respectivament.

Observant els resultats que obtenim per a la funció objectiu i el temps total del projecte:

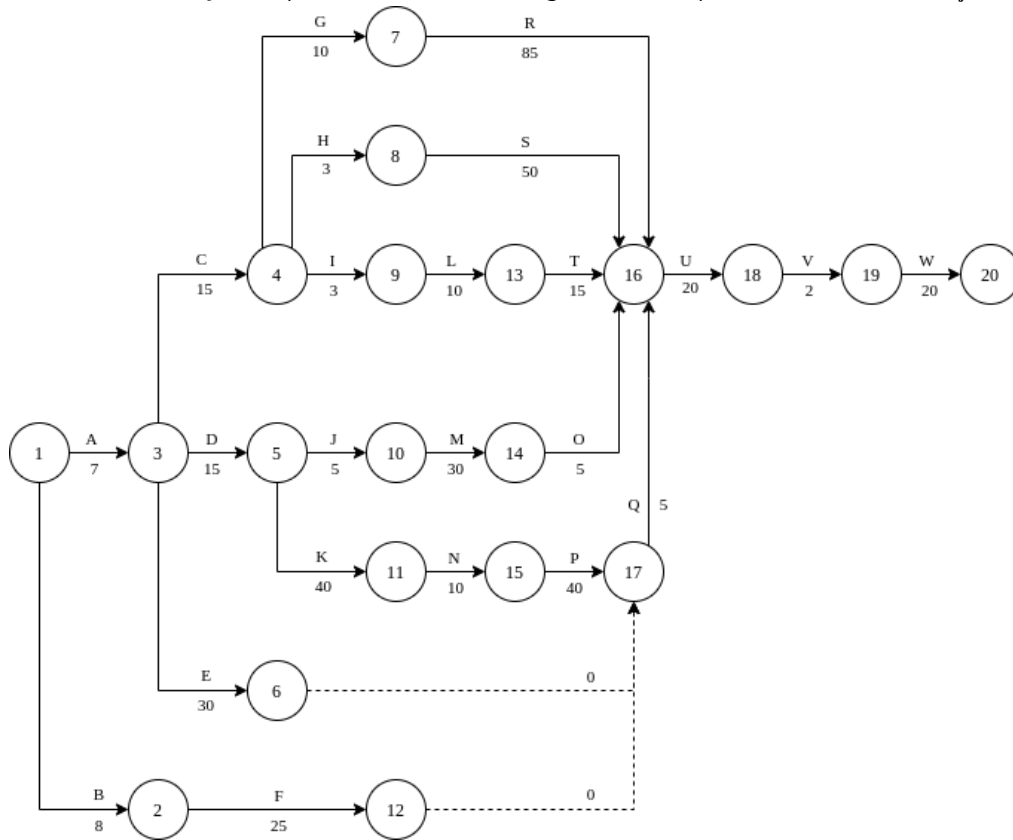
```
cost_paretto = 3052.51
t[dest] = 161.397
```

Es pot veure com el temps total del projecte ha augmentat respecte el temps total obtingut al joc de prova base. Aquests resultats són lògics degut a que, com el coeficient de paretto és 0, no ens estem esmerçant a minimitzar la durada total del projecte, sinó que estem dedicant tots els esforços a reduir els costos associats a la duració de les tasques.

cpm_implemented_03.dat

Per aquest joc de prova, s'ha modificat el valor del paràmetre **coeficient_paretto** = **0.75**

Executem el joc de prova i obtenim els següent valors per a les variables **tau_{ij}**:



En aquest cas, l'única tasca amb valor de temps diferent és la **tasca W**, amb un valor de **20**. En canvi, al joc de prova base, la **tasca W** té un valor de **2**.

Observant els resultats que obtenim per a la funció objectiu i el temps total del projecte:

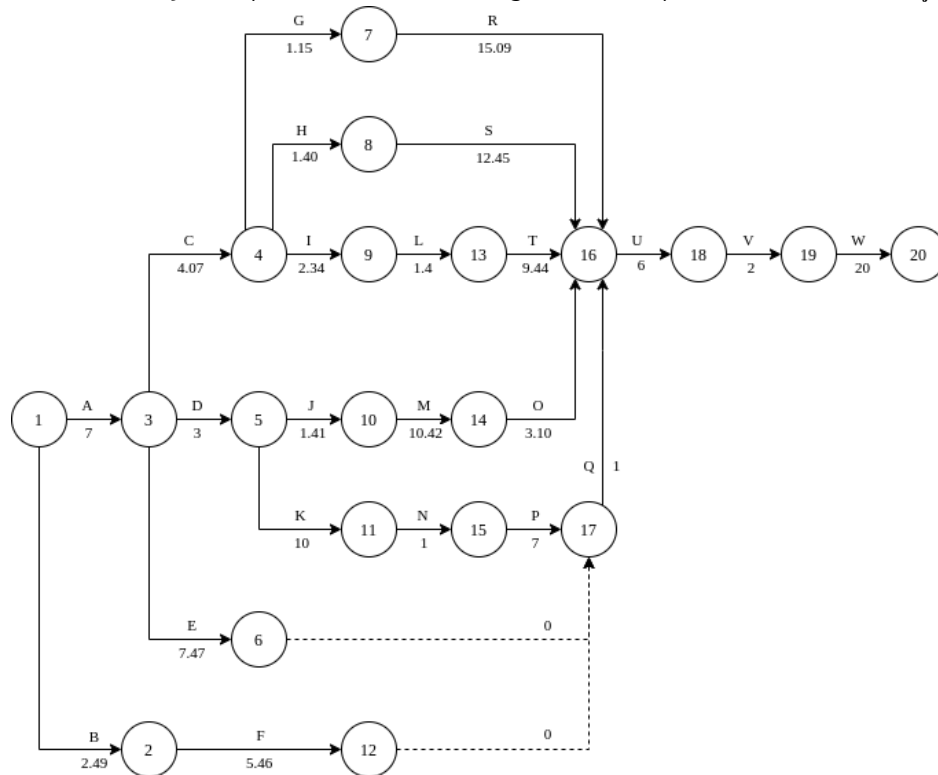
```
cost_paretto = 882.377
t[dest] = 159
```

Es pot veure com, el temps total del projecte no es veu afectat per aquest augment de temps a la realització de la tasca W. No obstant això, com que el **coeficient_paretto** es de **0.75**, la part que té més pes de la funció objectiu és la relativa a la durada del projecte en comptes de la que fa referència als costos.

cpm_implemented_04.dat

Per aquest joc de prova, s'ha modificat el valor del paràmetre **coeficient_paretto = 1**

Executem el joc de prova i obtenim els següent valors per a les variables **tau_{ij}**:



En aquest cas, podem observar que els temps de realització de la gran majoria de tasques han disminuït en comparació als del joc de prova base.

Observant els resultats que obtenim per a la funció objectiu i el temps total del projecte:

```
cost_paretto = 39
```

```
t[dest] = 39
```

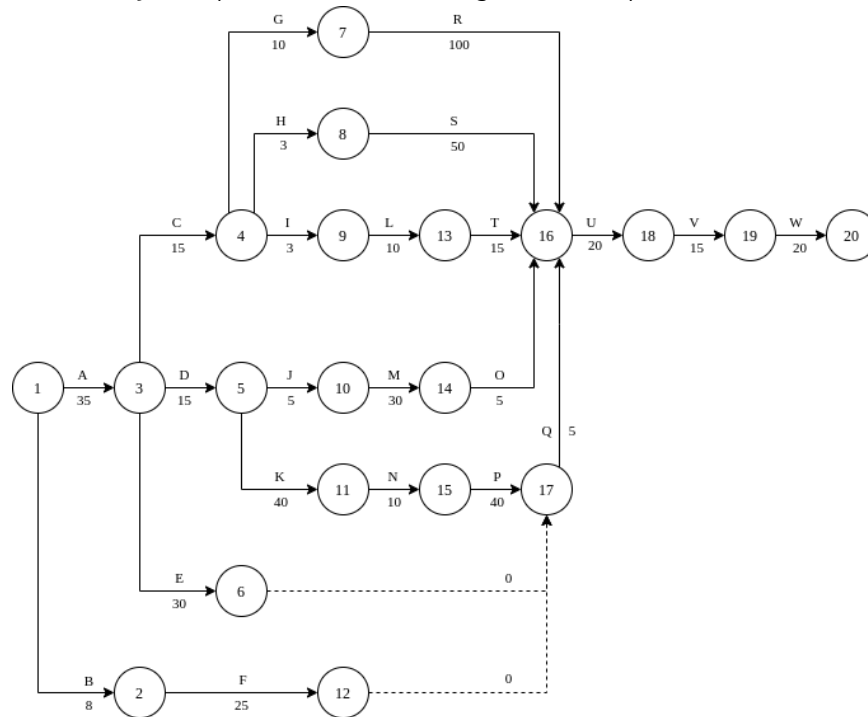
Aquesta reducció tant gran de la durada del projecte és lògica que s'hagi produït ja que el **coeficient de paretto** val 1. Per tant, s'està dedicant tots els esforços a reduir el temps total del projecte en comptes de reduir el cost derivat de la durada de les tasques.

Canviant la variable ccpt

cpm_implemented_05.dat

Per aquest joc de prova, s'ha modificat el valor del paràmetre **ccpt** = 5

Executem el joc de prova i obtenim els següent valors per a les variables **tau_{ij}**:



En aquest cas, podem veure com les **tasques A, R, V, W** tenen un temps de realització major que al joc de prova base.

Observant els resultats que obtenim per a la funció objectiu i el temps total del projecte:

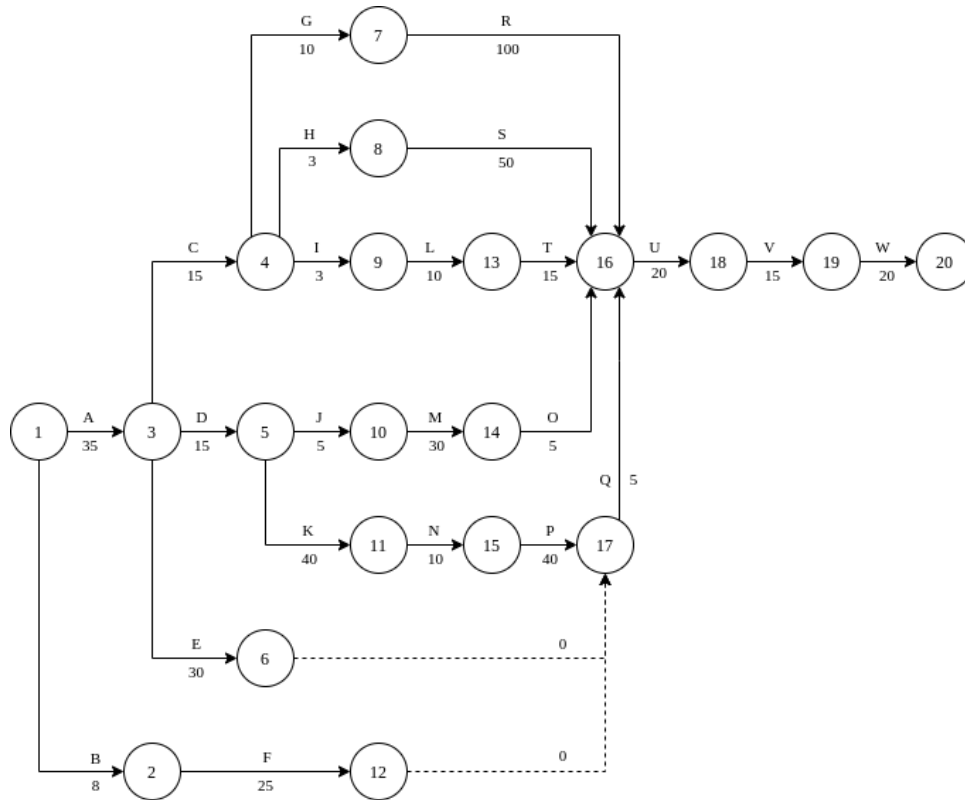
```
cost_paretto = 648.352  
t[dest] = 215
```

Es pot veure com, el valor de la funció objectiu és menor que el del joc de prova base degut a que els temps de realització d'algunes tasques són majors, fet que implica una reducció en els costos a la vegada que s'han reduït els costos de direcció proporcionals a la durada del projecte, **ccptt**, de **15** a **5**. Per tant, és lògic aquest decrement en el valor de la funció objectiu.

cpm_implemented_06.dat

Per aquest joc de prova, s'ha modificat el valor del paràmetre **ccpt** = 10

Executem el joc de prova i obtenim els següent valors per a les variables **tau_{ij}**:



La situació és idèntica al cas anterior en què utilitzàvem un **ccptt** = 5 pel que fa als temps de realització de les tasques.

Observant els resultats que obtenim per a la funció objectiu i el temps total del projecte:

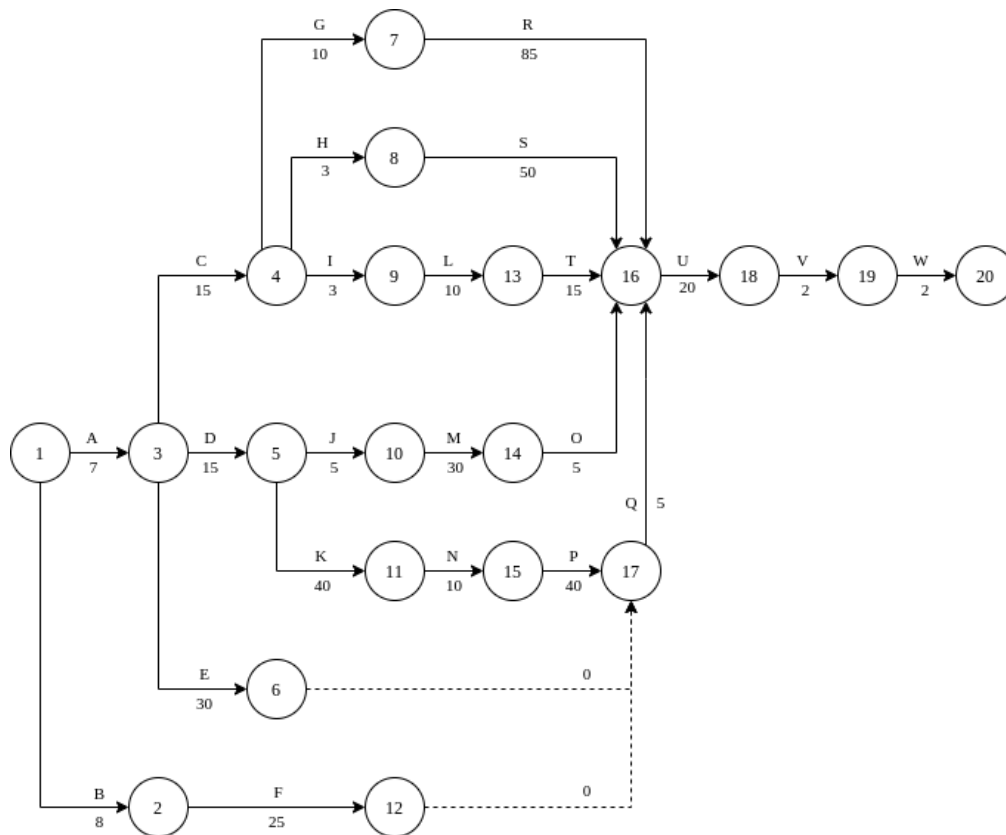
```
cost_paretto = 1175.37
t[dest] = 187
```

Podem observar que, degut a l'increment dels costos de direcció associats a la durada del projecte (**ccptt**) de 5 a 10, s'està penalitzant més el fet de tenir una durada del projecte major. Per això, el temps total del projecte ha disminuït de 215 en el cas anterior, a 187. A més a més, l'increment de **ccptt** afecta també el valor de la funció objectiu, el qual es veu augmentat de 648 a 1175.

cpm_implemented_07.dat

Per aquest joc de prova, s'ha modificat el valor del paràmetre **ccptt** = 20

Executem el joc de prova i obtenim els següent valors per a les variables **tau_{ij}**:



En aquest cas, no es produeix cap canvi en els temps de realització de les tasques respecte del joc de prova base.

Observant els resultats que obtenim per a la funció objectiu i el temps total del projecte:

```
cost_paretto = 1978.74
t[dest] = 141
```

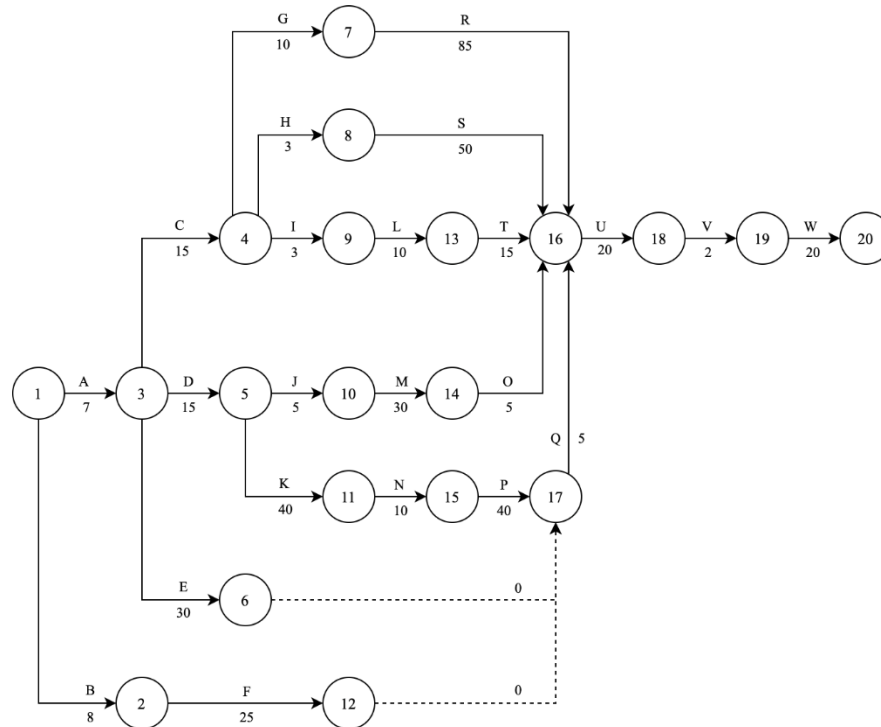
Podem veure com, la durada total del projecte, **t[dest]**, es veu reduïda a **141** mentre que **el valor de la funció objectiu** augmenta de valor a **1978**. Això és degut a l'increment dels costos de direcció proporcionals a la durada del projecte **ccptt** de **10** a **20**, de manera que s'està penalitzant amb més intensitat el fet de tenir una durada del projecte major.

Canviant la variable pressupost

cpm_implemented_08.dat

Per aquest joc de prova, s'ha modificat el valor del paràmetre **pressupost = 100**

Executem el joc de prova i obtenim els següent valors per a les variables **tau_{ij}**:



En aquest cas, no es produeix cap canvi en els temps de realització de les tasques respecte del joc de prova base.

Observant els resultats que obtenim per a la funció objectiu i el temps total del projecte:

```
cost_paretto = 1605.59
t[dest] = 159
```

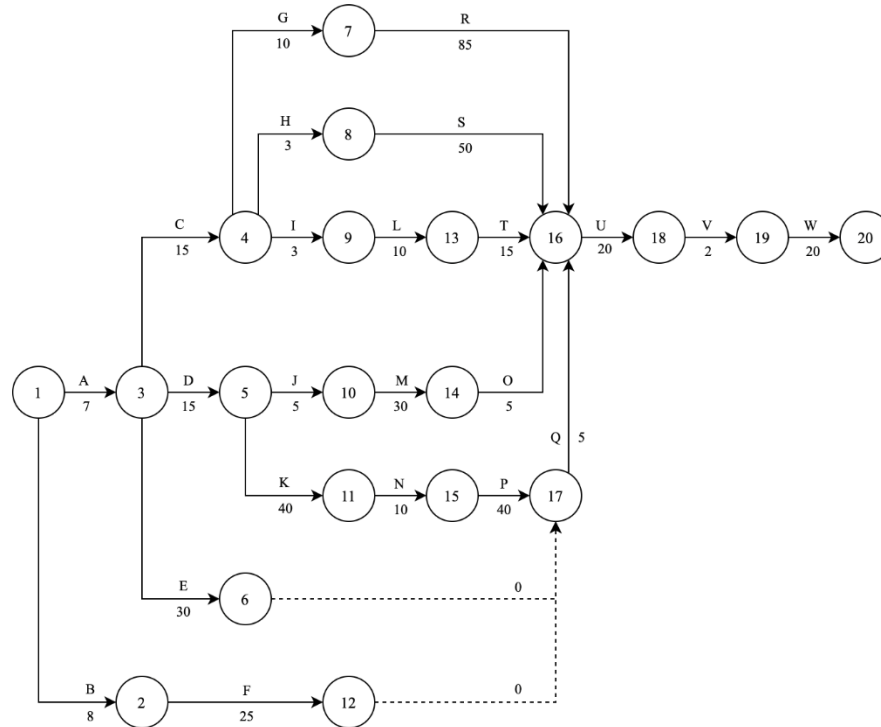
Diferenciant-lo de l'anterior, veiem que el **cost_paretto** ha millorat, però, en canvi, el temps total del projecte ha fet el contrari.

Anem a veure els dos següents per tal de poder comparar millor segons el pressupost.

cpm_implemented_09.dat

Per aquest joc de prova, s'ha modificat el valor del paràmetre **pressupost = 500**

Executem el joc de prova i obtenim els següent valors per a les variables **tau_{ij}**:



En aquest cas, no es produeix cap canvi en els temps de realització de les tasques respecte del joc de prova base.

Observant els resultats que obtenim per a la funció objectiu i el temps total del projecte:

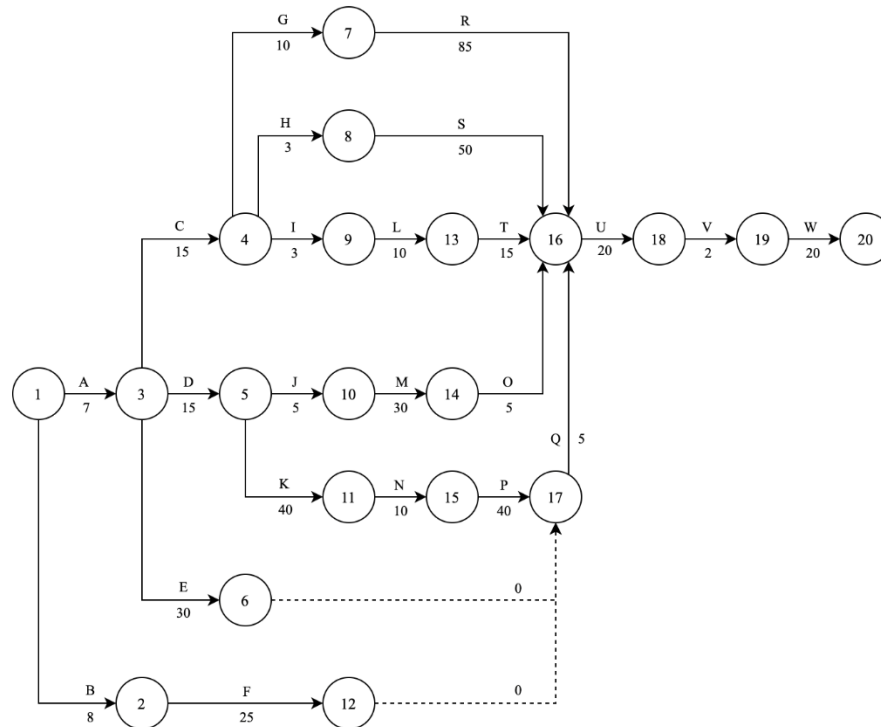
```
cost_paretto = 1604.28
t[dest] = 159
```

A diferència de l'anterior, el cost paretto ha estat reduït, donat que teniem menys pressupost i, per tant, el fet de demanar un préstec no té els interessos tant alts.

cpm_implemented_10.dat

Per aquest joc de prova, s'ha modificat el valor del paràmetre **pressupost = 1000**

Executem el joc de prova i obtenim els següent valors per a les variables **tau_{ij}**:



En aquest cas, no es produeix cap canvi en els temps de realització de les tasques respecte del joc de prova base.

Observant els resultats que obtenim per a la funció objectiu i el temps total del projecte:

```
cost_paretto = 1602.65
t[dest] = 159
```

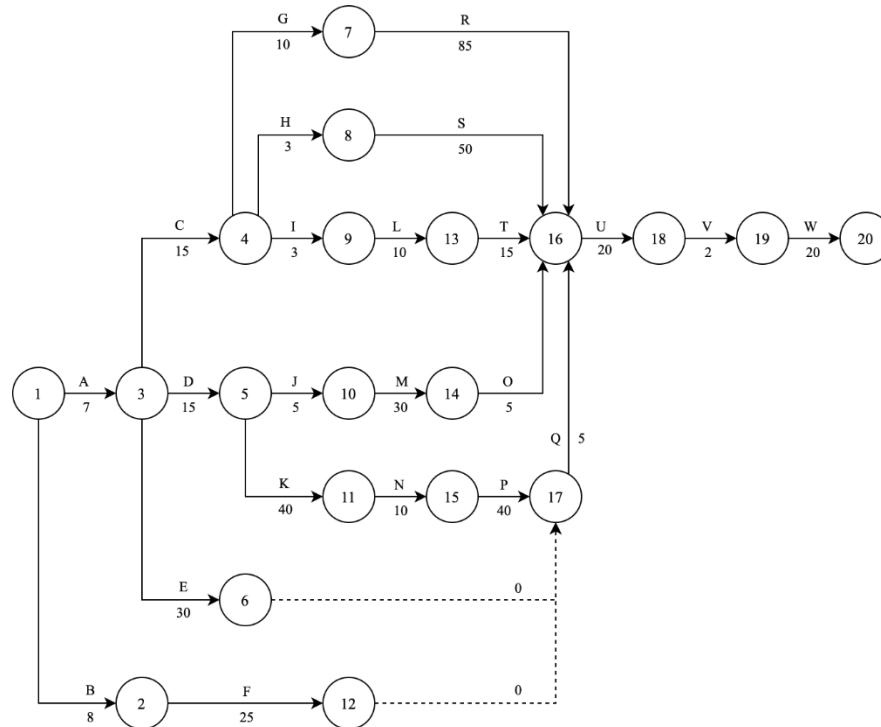
Podem dir exactament el mateix que abans, tenint en compte que, donat que encara tenim més pressupost, el cost és encara menor.

Canviant la variable tipus_interes

cpm_implemented_11.dat

Per aquest joc de prova, s'ha modificat el valor del paràmetre **tipus_interes = 0**

Executem el joc de prova i obtenim els següent valors per a les variables **tau_{ij}**:



En aquest cas, no es produeix cap canvi en els temps de realització de les tasques respecte del joc de prova base.

Observant els resultats que obtenim per a la funció objectiu i el temps total del projecte:

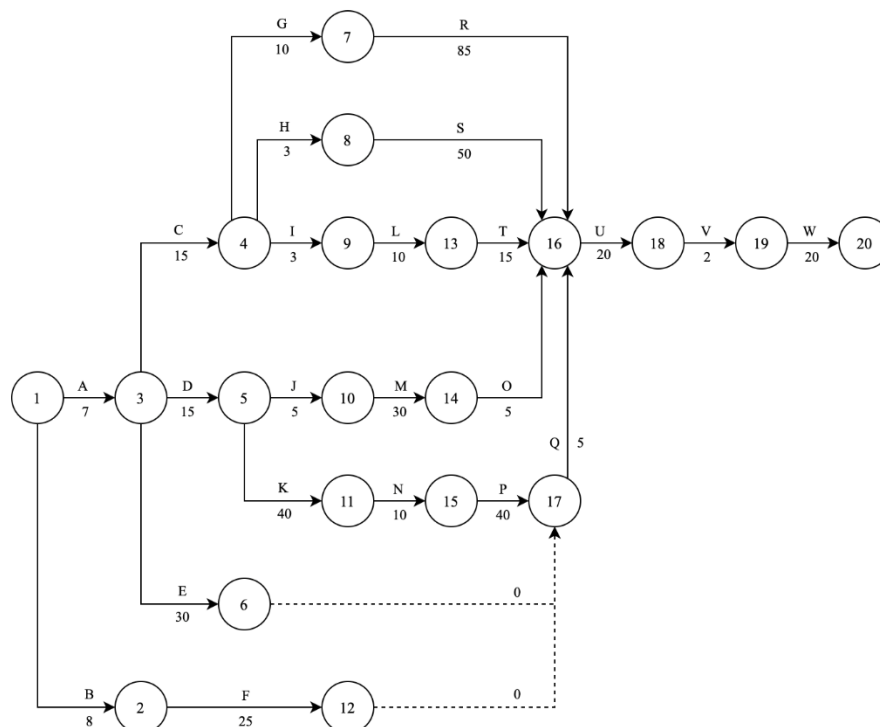
```
cost_paretto = 1596
t[dest] = 159
```

Veiem que aquí el cost és de 1596. Per tal de poder comentar-ho, hem de mirar els següents. El més lògic és que, com més alt el tipus_interes, sempre i quant sigui necessari demanar un préstec, més alt serà el cost. Així doncs, anem a veure el següent.

cpm_implemented_12.dat

Per aquest joc de prova, s'ha modificat el valor del paràmetre **tipus_interes = 0.5**

Executem el joc de prova i obtenim els següent valors per a les variables **tau_{ij}**:



En aquest cas, no es produeix cap canvi en els temps de realització de les tasques respecte del joc de prova base.

Observant els resultats que obtenim per a la funció objectiu i el temps total del projecte:

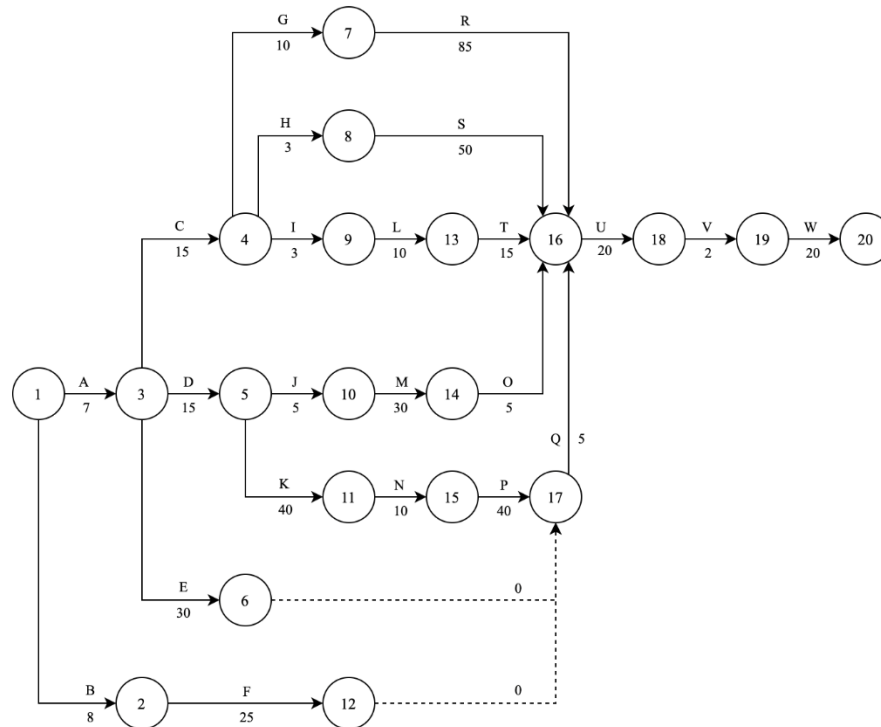
```
cost_paretto = 1603.46
t[dest] = 159
```

Efectivament, el cost ha pujat. Donat que el pròxim joc de proves té un tipus_interes més elevat encara, podem afirmar que el cost serà major.

cpm_implemented_13.dat

Per aquest joc de prova, s'ha modificat el valor del paràmetre **tipus_interes = 1**

Executem el joc de prova i obtenim els següent valors per a les variables **tau_{ij}**:



En aquest cas, no es produeix cap canvi en els temps de realització de les tasques respecte del joc de prova base.

Observant els resultats que obtenim per a la funció objectiu i el temps total del projecte:

```
cost_paretto = 1610.91
t[dest] = 159
```

Tal i com hem dit abans, el cost ha pujat.

Apèndix I: qüestions relatives al treball

Competència d'ús solvent dels recursos d'informació

Avaluació crítica de les fonts documentals

Els articles que hem consultat per documentar les aplicacions del mètode CPM-PERT han estat publicats a webs com la **biblioteca de la UPC** o la xarxa social d'investigadors i científics **ResearchGate**, on es comparteixen *papers* de múltiples temes dins del camp de la ciència i l'enginyeria.

La informació relativa a les extensions del model CPM ha sigut obtinguda del **web del professor Beasley**, com se'ns suggeria a l'enunciat del treball de curs. Les transparències i vídeos consultats han sigut els propis que el professor de l'assignatura ha penjat.

Competència d'ús solvent dels S.I.

Aplicacions del model CPM-PERT

Remigius (2017) explica com aplicar el model CPM-PERT en el procés de construcció d'un duplex de 5 dormitoris per un edifici de Nigeria. El resultat és que, gràcies a l'aplicació del mètode CPM-PERT s'ha aconseguit reduir el temps de construcció en 97 dies, el que implica un augment del marge de benefici per a la companyia constructora. El cercador utilitzat ha estat Google.

Una altra aplicació del model seria el que exposen Kumar i Chakraborty (2016). En aquest cas, s'aplica el model CPM en un *clinical trial* (assaig clínic) pel desenvolupament d'un fàrmac. L'objectiu de l'aplicació del CPM en assaigs clínics és "*millorar el desenvolupament de fàrmacs i reduir la incertesa i els costos mitjançant l'aplicació d'eines*". El cercador utilitzat ha estat Google.

Extensions del model CPM

Una de les extensions del model CPM que s'exposa a Beasley (n.d.) és **la incertesa en els temps de finalització de les tasques**. En aquesta extensió, els temps associats a cada tasca ja no són 1 només, sinó que ara en tenim 3: el temps de finalització optimista (t_1), el més probable (t_2), i el pessimista (t_3). Aquests tres temps es combinen entre ells segons la fórmula següent:

$$E(t) = (t_1 + 4 \cdot t_2 + t_3) / 6$$

Una vegada obtingut $E(t)$, ja el podem utilitzar en el nostre model CPM bàsic.

A més a més, es pot utilitzar una distribució de probabilitat *beta* amb els 3 temps de manera que el nostre model ens podria donar informació sobre **quina seria la probabilitat que el projecte s'allargui més d'X setmanes o la probabilitat que el projecte acabi abans d'Y setmanes**. Aquesta extensió s'anomena la **tècnica PERT**.

Una altra extensió del model CPM que es planteja és el **balanç temps/cost**. En aquest cas, el temps de finalització associat a cada tasca es pot reduir en funció dels diners gastats en aquesta. És a dir, el temps és funció lineal dels diners que s'inverteixen per realitzar la tasca, de manera que quants més diners es gastin, abans s'acabarà la tasca.

Bibliografia

- [1] Anre. (n.d.). *PERT and CPM - Objectives and Applications*. Retrieved December 31, 2020, from <https://www.prodyogi.com/2019/03/pert-and-cpm-objectives-and-applications.html>
- [2] Beasley, J. E. (n.d.). *OR-Notes - contents*. Retrieved January 1, 2021, from <http://people.brunel.ac.uk/~mastjib/jeb/or/contents.html>
- [3] Codina, E. (n.d.). *Gestión de proyectos. modelo determinista. cpm*.
- [4] IO. *Sessió Teoria 10T (2020-11-17 at 08:07 GMT-8) - Google Drive*. (n.d.). Retrieved December 31, 2020, from https://drive.google.com/file/d/1CBaMtTNZWjEMjU4J6RmQSV2p21_2xhyd/view
- [5] Jain, S. (2013). (PDF) *Application of PERT Technique in Health Programme Monitoring and Control*. https://www.researchgate.net/publication/319526864_Application_of_PERT_Technique_in_Health_Programme_Monitoring_and_Control
- [6] Kumar, A., & Chakraborty, B. (2016). Application of critical path analysis in clinical trials. *Journal of Advanced Pharmaceutical Technology and Research*, 7(1), 17. <https://doi.org/10.4103/2231-4040.173263>
- [7] Remigius Okeke, A. (2017). (PDF) *Application of Project Evaluation, Review Technique and Critical Path Method (PERT-CPM) Model in Monitoring Building Construction*. https://www.researchgate.net/publication/329798870_Application_of_Project_Evaluation_Review_Technique_and_Critical_Path_Method_PERT-CPM_Model_in_Monitoring_Building_Construction