

4.분할정복

4.3 점화식을 풀기 위한 치환

치환(Substitution)법 : 귀납 가정을 더 작은 문제에 적용할 때 추측한 해로 치환한다.

1. 해의 모양을 추측한다.
2. 상수들의 값을 찾아내기 위해 수학적 귀납법을 사용하고 그 해가 제대로 동작함을 보인다.

이 책에서는 결과로 나올 해의 모양을 추측하여 치환하는 것에 대한 설명이 많다.

하지만 실제로 양 변에서 공통된 모양을 추출하여 새로운 수열로 치환함으로써 풀 수 있는 점화식 이 많다.

예시

$$A(n) = 2A(n-1) - 2$$

$$A(n) - 2 = 2(A(n-1) - 2)$$

$$S(n) = A(n) - 2 \quad \underline{\underline{\text{치환}}}$$

$$S(n) = 2S(n-1)$$

$$S(1) = k$$

$$S(n) = 2^n k = A(n) - 2$$

$$A(n) = 2^n k + 2$$