L.EIC

#2.2

Métodos Estatísticos

Exercícios das aulas práticas

Paulo Maurício

2. Probabilidades

1. **a)** $P(A) = P(A \cap B) - P(B) + P(A \cup B) = 3/4$

b) $P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 1/2$

c) $P(B \cap \bar{A}) = P(B) - P(A \cap B) = 1/8$

2. B | Ser infetado por bactérias $\quad P(C) = 0{,}42$

C | Ser infetado por eogurnelas $\quad P(\bar{B}) = 0{,}85$

$P(B \cap C) = 0{,}05$

a) $P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C) = 0{,}52$

b) $P(\bar{B} \cap \bar{C}) = P(\overline{B \cup C}) = 0{,}48$

c) $P(B \cup C) = P(B) \cdot P(C)$ // Assumindo que são independentes

$(=) \quad 0{,}52 = 0{,}15 \times 0{,}42$

$(=) \quad 0{,}52 = 0{,}063$ $\quad \therefore$ Não há independência

3. T | Teste com resultado positivo $\quad P(T \mid D) = 0{,}99$

D | Ter a doença $\quad P(T \mid \bar{D}) = 0{,}02$

$P(D) = 0{,}001$

a)
$$P(T) = P(T \cap D) + P(T \cap \bar{D})$$
$$= P(T \mid D) \cdot P(D) + P(T \mid \bar{D}) \cdot P(\bar{D}) \simeq 0{,}021$$

b)
$$P(D \mid T) = \frac{P(D \cap T)}{P(T)} = \frac{P(T \mid D) \cdot P(D)}{P(T)} \simeq 0{,}047$$

c)
$$P(\bar{D} \mid \bar{T}) = \frac{P(\bar{D} \cap \bar{T})}{P(\bar{T})} = \frac{P(\bar{T} \mid \bar{D}) \cdot P(\bar{D})}{P(\bar{T})} \simeq 1$$

4. a) $\dfrac{{}^{12}C_2 \times {}^{12}C_6}{{}^{18}C_4} = \dfrac{11}{34} \simeq 32\%$

b) $\dfrac{12 \times 12 \times 6 \times 6}{18^4} \times {}^4C_2 = \dfrac{8}{27} \simeq 30\%$

5. a) $P(S) = \dfrac{526 + 274 + 216}{6559} \simeq 0{,}155$

b) $P(S \mid A) = \dfrac{P(S \cap A)}{P(A)} = \dfrac{216/6559}{(216 + 1899)/6559} \simeq 0{,}102$

c) $P(S \cap A) = \dfrac{216}{6559} \simeq 0{,}033$

3. Distribuições

1. a) $P(X=1) = 1 - 0{,}35 - 0{,}46 - 0{,}05 - 0{,}02 - 0{,}01 - 0{,}01 = 0{,}1$

b) $P(X \leq 2) = 0{,}35 + 0{,}46 + e + 0{,}05 = 0{,}96$

$P(X < 2) = 0{,}35 + 0{,}46 + e = 0{,}91$

$P(|X| \leq 1) = 0{,}35 + 0{,}46 + e = 0{,}91$

c) $\mu = E(X) = -1 \times 0{,}35 + 0 \times 0{,}46 + \cdots = 0$

$M_o = 0$; $Q_2 = 0$

d) $P(X = \mu - 1) = P(X = \mu + 1)$ // Assumindo simetria

$P(X = -1) = P(X = 1)$

$0{,}35 = 0{,}1$ $\boxed{F}$ $\therefore$ Distribuição não simétrica

2. a) $P(20 < C < 30) = 0{,}41 + 0{,}21 = 0{,}62$

b) $P(C > 20) = 0{,}41 + 0{,}21 + 0{,}03 = 0{,}65$

c) $P(C < 20) = 0{,}01 + 0{,}34 = 0{,}35$

3. a) $= P(C < 20)^2 = 0{,}1225$

b) $= P(C < 20) \times P(C > 25) = 0{,}084$

c) $= P(C < 20) \times P(C > 25) \times {}^2C_1 = 0{,}168$

d) $= P(C < 20) \times P(C \geq 20) \times {}^2C_1 = 0{,}455$

e) $= p_d + p_a = 0{,}5775$

4. C | Nível de chumbo no sangue superior a $30\ \mu g/dl$

$n = 16 \qquad p = \frac{1}{8} \qquad C \sim Bi(n, p)$

a) $P(C=2) = {}^{16}C_2 \cdot p^2 \cdot (1-p)^{16-2} \simeq 0,289$

b) $P(C=0) = (1-p)^{16} \simeq 0,118$

Tabela ou: $P(C=0) + P(C=1) + \dots$

c) $P(C \geq 3) = 1 - P(C \leq 2) \simeq 0,325$

5. Distribuição normal X: $\mu = 3,18 \qquad \sigma = 0,53 \qquad X \sim N(\mu, \sigma^2)$

Distribuição normal padrão Z: $\quad Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$

a) $P(X \leq 3) \simeq P(Z \leq -0,34) = P(Z > 0,34)$

$= 1 - P(Z < 0,34) \simeq 0,367$

Tabelas!!

b) $P(X \geq 4) \simeq P(Z \geq 1,55) = 1 - P(Z < 1,55) \simeq 0,061$

c) $P(2,5 < X < 3,5) \simeq P(-1,28 < Z < 0,60)$

$= P(Z < 0,60) - P(Z < -1,28)$

$= P(Z < 0,60) - (1 - P(Z < 1,28)) \simeq 0,625$

6. $X \sim N(0,5\ ;\ 0,04) \qquad Z = (X - \mu)/\sigma$

- $P(X < 0,3) = P(Z < -1) = 1 - P(Z < 1) \simeq 0,159$

- $P(0,5 - e \leq X \leq 0,5 + e) = 0,95$

$\Leftrightarrow P(X \leq 0,5 + e) - P(X \leq 0,5 - e) = 0,95$

$\Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{e}{0,2}\right) - P\left(Z \leq -\frac{e}{0,2}\right) = 0,95$

$\Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{e}{0,2}\right) - \left(1 - P\left(Z \leq \frac{e}{0,2}\right)\right) = 0,95$

$\Leftrightarrow P\left(Z \leq \frac{e}{0,2}\right) = (0,95 + 1) \cdot \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{e}{0,2} \simeq 1,96$

$\Leftrightarrow e \simeq 0,392$

7. $X \sim N(7, 9)$ $\qquad Z = (X - \mu) / \sigma$

a) $P(X < 8) = P(Z < \frac{1}{3}) \simeq 0{,}6293$

$P(X > 4{,}5) = P(Z > -0{,}83) = P(Z < 0{,}83) \simeq 0{,}7967$

$P(4 \leq X < 10) = P(Z < 1) - P(Z < -1)$

$= P(Z < 1) - (1 - P(Z < 1)) \simeq 0{,}6827$

b) • $P(X > a) = 0{,}25$

$\Leftrightarrow P(Z > \frac{a-7}{3}) = 0{,}25$

$\Leftrightarrow 1 - P(Z < \frac{a-7}{3}) = 0{,}25$

$\Leftrightarrow \frac{a-7}{3} \simeq 0{,}68$

$\Leftrightarrow a \simeq 9{,}04 \longrightarrow$ 3º Quartil

• $P(X < b) = 0{,}10$

$\Leftrightarrow P(Z < \frac{b-7}{3}) = 0{,}10$

$\Leftrightarrow P(Z < -\frac{b-7}{3}) = 0{,}90$ } Todos as p na tabela são $> 0{,}5$

$\Leftrightarrow -\frac{b-7}{3} \simeq 1{,}29$

$\Leftrightarrow b \simeq 10{,}87 \longrightarrow$ Quantil de ordem 0,1

c) $\mu_Y = E(Y) = E(X_1) + E(X_2) = 7 + 7 = 14$

$\sigma_Y^2 = V(Y) = V(X_1) + V(X_2) = 9 + 9 = 18$

$\therefore Y \sim N(14, 18)$ $\qquad Z = (Y - E(Y)) / \sqrt{V(Y)}$

$P(Y > 12) \simeq P(Z > -0{,}47) = P(Z < 0{,}47) \simeq 0{,}6808$

(*) Exercícios 8 e 9 resolvidos com recurso ao R (ver notebook)

10. $\boxed{\text{I}}$ a) $\qquad \boxed{\text{II}}$ c) $\qquad \boxed{\text{III}}$ b)

(*) Exercício 11 resolvido com recurso ao R (ver notebook)

52. a) i) $H_a \sim N(172,\ 7{,}2^2)$

$P(H_a < 160) \simeq P(Z < -1{,}67)$

$= 1 - P(Z < 1{,}67) \simeq 0{,}0475$

ii) $H_m \sim N(64{,}9\ ;\ 7{,}03^2)$

$P(H_m > m) = 0{,}10$

$\Leftrightarrow P\left(Z > \frac{m - 64{,}9}{7{,}03}\right) = 0{,}10$

$\Leftrightarrow P\left(Z < \frac{m - 64{,}9}{7{,}03}\right) = 0{,}90$

$\Leftrightarrow \frac{m - 64{,}9}{7{,}03} \simeq 1{,}28$

$\Leftrightarrow m \simeq 73{,}9$ kg

iii) $M_a \sim N(161\ ;\ 6{,}6^2)$

$P(M_a < a) = 0{,}20$

$\Leftrightarrow P\left(Z < \frac{a - 161}{6{,}6}\right) = 0{,}20$

$\Leftrightarrow P\left(Z < -\frac{a - 161}{6{,}6}\right) = 0{,}80$

$\Leftrightarrow -\frac{a - 161}{6{,}6} \simeq 0{,}84$

$\Leftrightarrow a = 155$ cm

b) $\bar{Y} \sim N\left(\mu_Y,\ \frac{\sigma_Y^2}{n}\right)$ $\left\{\begin{array}{l} \text{i) } N\left(161,\ \frac{6{,}6^2}{24}\right) \\ \text{ii) } N\left(178,\ \frac{7{,}6^2}{10}\right) \\ \text{iii) } N\left(55{,}8,\ \frac{6{,}49^2}{5}\right) \end{array}\right.$

c) $\bar{X} \sim N\left(172,\ \frac{7{,}2^2}{10}\right)$ $\qquad Z = (\bar{x} - \mu)/\sigma$

$P(\bar{X} > 165) \simeq P(Z > -3{,}07) = P(Z < 3{,}07) \simeq 0{,}9989$

53. $X \sim N(3{,}18\ ;\ 0{,}53^2)$

Ex. 5

a) $Y \sim Bi(n, p)$ $\qquad n = 50 \qquad p = P(X > 3) \simeq 0{,}633$

$n > 25\ ;\ n \cdot p > 5\ ;\ n(1-p) > 5$ ✓ Aprox.

$W \sim N(np,\ np(1-p))$

$\sim N(31{,}65\ ;\ 11{,}62)$ $\qquad Z = (W - \mu)/\sigma$

$P(Y \geq 30) = P(W \geq 29{,}5) \simeq P(Z > -0{,}63)$

$= P(Z < 0{,}63) \simeq 0{,}7357$

b) $\underbrace{Y \sim Bi(n, p)}$ $\quad n = 50 \quad p = P(X < 8) = 0,367$

Aproximação para uma distribuição normal

$W \sim N(np,\ np(1-p)) \qquad Z = (W - \mu)/\sigma$

$P(Y = 50 \times 0,3) = P(14,5 < W < 15,5)$

$\simeq P(-1,17 < Z < -0,84) \simeq 0,0713$

c) $Y \sim Bi(n, p) \quad n = 50 \quad p = P(X \geq 4) \simeq 0,0609$

$\#$ girassóis $=$ $\#$ média de sucessos $= \mu_Y = n \cdot p = 3$ girassóis

14. $X \sim N(15, 3^2) \qquad n = 49$

a) $\bar{X} \sim N\left(15, \frac{9}{49}\right) \qquad Z = (\bar{X} - \mu)/\sigma$

$P(\bar{X} > 16) \simeq P(Z > 2,33) = 1 - P(Z < 2,33) \simeq 0,0099$

b) $P(|\bar{x} - \mu| < 3)$

$= P(12 < \bar{x} < 18)$

$= P(-7 < Z < 7)$

$= P(Z < 7) - P(Z < -7)$

$= P(Z < 7) - (1 - P(Z < 7))$

$= 2P(Z < 7) - 1$

$\simeq 1$

4. Intervalos de confiança

1. $se = \frac{s}{\sqrt{n}}$ $\left\{ \begin{array}{l} a) = 145/\sqrt{8} \simeq 51,3 \\ b) = 145/\sqrt{30} \simeq 26,5 \end{array} \right.$

2. $X \sim N(\overset{\bar{x}}{1269}, \overset{s}{145})$ $\quad \alpha = 0,05$

$$IC_{(1-\alpha)} = \bar{X} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, n-1} \cdot se$$

$\boxed{n = 8}$

$\simeq 1269 \pm t_{0{,}025, 7} \times 51,3$

$\simeq]1148, 1390[$

$\boxed{n = 30}$

$\simeq 1269 \pm t_{0{,}025, 29} \times 26,5$

$\simeq]1215, 1323[$

3. $\sigma = 80\text{ g} \qquad se \leq 20\text{ g} \qquad n?$

$$se = \frac{s}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow \frac{80}{\sqrt{n}} \leq 20 \Leftrightarrow n \geq \left(\frac{80}{20}\right)^2 \Leftrightarrow n \geq 16$$

4. $\sigma = 15$ dias $\quad n = 16 \quad \bar{x} = 85$ dias $\quad \alpha = 0,05$

$X \sim N(\mu, 15^2) \longrightarrow \bar{X} \sim N(\mu, \frac{15^2}{16}) \sim (\mu, 14,0625)$

$\bar{Z} = (\bar{X} - \mu_{\bar{x}}) / (\sigma_{\bar{x}}) \sim N(0,1)$

$P(|\bar{X} - \mu| < a) = 1 - \alpha$

$P(\mu - a < \bar{X} < \mu + a) = 0,95$

$P(-z_{\frac{\alpha}{2}} < \bar{Z} < z_{\frac{\alpha}{2}}) = 0,95$ $\qquad (*)\ z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{a}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

$P(\bar{Z} < z_{\frac{\alpha}{2}}) - P(\bar{Z} < -z_{\frac{\alpha}{2}}) = 0,95$

$2P(\bar{Z} < z_{\frac{\alpha}{2}}) - 1 = 0,95$

$P(\bar{Z} < z_{\frac{\alpha}{2}}) = 0,975$

$z_{\frac{\alpha}{2}} \simeq 1,96$ $\qquad$ // Este valor é dado nos slides teóricos *

$a \simeq \frac{1,96 \cdot \sigma}{\sqrt{n}}$ $\qquad \therefore IC_{(95\%)} =]78,11 ; 91,89[$

$a \simeq 6,890625$

* ou $IC = \bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \simeq \bar{x} \pm 6,890625$

ME

5. $\sigma = 1 \qquad n = 100 \qquad \bar{x} = 5,5 \qquad \mu\,?$

a) $\alpha = 99\% \Rightarrow z_{0,005} = 2,58$

$IC = \bar{x} \pm z_{0,005} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \iff IC_{(99\%)} = \,]\,5,242\,;\,5,758\,[$

b) $X \sim N(5,5\,,\,1) \qquad \bar{X} \sim N(5,5\,,\,\frac{1}{n}) \qquad n\,?$

$P(5 < \bar{X} < 6) \geq 0,9 \qquad (*)\ Z = (\bar{X} - \mu) \,/\, \frac{1}{\sqrt{n}}$

$\iff P(-0,5\sqrt{n} < Z < 0,5\sqrt{n}) \geq 0,9$

$\overset{\dots}{\iff} 2P(Z < 0,5\sqrt{n}) - 1 \geq 0,9$

$\iff P(Z < 0,5\sqrt{n}) \geq 0,95$

$\iff 0,5\sqrt{n} \geq 1,645$

$\iff n \geq 10,8241 \qquad \therefore n \geq 11$

6. $n = 5 \qquad \bar{x} = 25,26 \qquad \sigma_{\bar{x}}^2 = 0,028 \qquad \alpha = 0,002$

$se = \sigma / \sqrt{n} \simeq 0,0748$

$IC_{(98\%)} = \bar{x} \pm t_{0,01\,;\,4} \cdot se \simeq \,]\,24,97\,;\,25,55\,[$

7. **a)** $\bar{x} = \frac{28,84 + 31,10}{2} = \frac{28,48 + 31,46}{2} \simeq 29,97$

b) ■ $]\,28,84\,;\,31,10\,[$ □ $]\,28,48\,;\,31,46\,[$

$\downarrow$ confiança $(\alpha) \Rightarrow \downarrow$ amplitude

8. $\bar{x} = 7 \qquad \sigma = 1 \qquad \alpha \leq 0,05 \qquad z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot se < 0,05 \qquad n\,? \qquad \mu$

$$\left.\begin{array}{l} z_{0,025} = 1,96 \\ se = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n}} \end{array}\right\} \quad \frac{1,96}{\sqrt{n}} < 0,05 \iff \sqrt{n} > \frac{1,96}{0,05} \iff n \geq 1537$$

9. **a)** $E(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 = -15$

$V(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2} \simeq 385,47$

$se = \sqrt{V(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} \simeq 19,633$ //

$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1) S_1^2 + (n_2 - 1) S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \simeq 2599,13$

$SE_p = \sqrt{\frac{S_p^2}{n_1} + \frac{S_p^2}{n_2}} \simeq 20,813$ //

b) $V(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) = 196$ $\qquad n_1 = n_2$

$se = 14$ // $\qquad \therefore se = SE_p = 14$ //

10. $\bar{F}$ | Grupo fumadores

$\bar{N}$ | " não "

	$\bar{x}$	s	n
$\bar{N}$	12,4(3)	4,849227	9
$\bar{F}$	16,6916(6)	4,633564	12

$\alpha = 0,05$

$\bar{x} = \bar{x}_F - \bar{x}_N \simeq 4,258(3)$

$se = \sqrt{\frac{s_F^2}{n_F} + \frac{s_N^2}{n_N}} \simeq 4,7426$ $\qquad g.l. = n_F - 1 + n_N - 1 = 19$

???

$IC_{(95\%)} = \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}, g.l.}^{(2,0930)} \, se \simeq \,]-5,6679 \,;\, 14,185[$

$\therefore$ Não é possível inferir nenhuma conclusão com uma confiança de 95%.

11.

	x_i												$\bar{x}$	s	n
1 pais	190	184	183	182	181	178	175	174	170	168	165	164	N/A 176,1(6)	N/A 8,2224	
2 filhos	189	186	180	179	187	182	183	171	170	178	174	165	N/A 178,(6)	N/A 7,41415	12
1-2	1	-2	3	3	-6	-4	-8	3	0	-10	-9	-1	-2,5	4,81475	

$\alpha = 0,05$

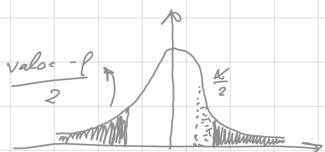
a) $IC_{(95\%)} = \bar{x} \pm t_{0,025;11}^{(2,2010)} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \simeq \,]-5,56 \,;\, 0,56[$ $\qquad \therefore$ sem conclusão

b) $t_{\frac{\alpha}{2};11} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = t_{0,025;11} \cdot \frac{s}{2\sqrt{n}} \Rightarrow t_{\frac{\alpha}{2};11} = \frac{2,2010}{2} \Leftrightarrow \alpha \simeq 0,35$

$IC_{(82\%)} \simeq \,]-4,0295 \,;\, -0,9704[$ $\qquad \therefore$ Não, aqui já é possível inferir

5. Testes de hipóteses

1. $n = 15$ $\quad \mu = 12$ ml ?



a) $H_0 : \mu = 12$ ml

$H_1 : \mu \neq 12$ ml

b) (valor-p)

$\alpha = 0,01 <$ $\quad$ ∴ Não é possível rejeitar H_0

$\alpha = 0,03 > 0,0187$ $\quad$ ∴ Rejeita-se H_0

$\alpha = 0,05 >$ $\quad$ ∴ " "

2. $H_0 : \mu_d = 0$ $\quad H_1 : \mu_d \neq 0$ $\quad \mu_d = 24$ $\quad \sigma_d = 34,04$ $\quad n = 9$

$$se = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} = \frac{s_d}{\sqrt{n_d}} \simeq 11,34(6)$$

g.l = 8 (ν)

$$t_s = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - 0}{se} = \frac{\bar{d} - 0}{se} \simeq 2,11511$$

(prob.)

↳ $0,05 < \text{valor-p} < 0,10$ // 2α das tabelas t-student

$\alpha = 0,01,\ 0,02,\ 0,05$ → Não há evidência para rejeitar a hipótese H_0

$\alpha = 0,10$ → Rejeita-se a hipótese nula H_0

3. a) $H_0 : \mu_m - \mu_f = 0$ // O género não impacta o comp.

$H_1 : \mu_m - \mu_f \neq 0$

b)

$$se = \sqrt{\frac{s_m^2}{n_m} + \frac{s_f^2}{n_f}} \simeq 0,62056$$

$$t_s = \frac{(\bar{x}_m - \bar{x}_f) - 0}{se} \simeq -3,25535$$

$$\text{g.l.} = n_m + n_f - 2 = 108$$

$\text{valor-p} < 0,0005 < 0,01$ ∴ Rejeita-se a hipótese H_0

4. a) Rejeita-se H_0 b) Não há evidência de H_1

c) $t_s = 3{,}75$, $g.l. = 19$ $\Big\}$ valor-p < 0,0005, $\alpha = 0{,}01$ ∴ Rejeita-se H_0

ou $\mu_1 > \mu_2$

5.

	"1" Normal	2 Com doença	1−2 Difer.
$\bar{x}$	4,5	3,4	
s	1	1,5	

$n = 12$

$\alpha = 0{,}05$

$H_0 = \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_1 = \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

$$se = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} \simeq 0{,}52042$$

$$t_s = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - 0}{se} \simeq 2{,}1137$$

0,05 < valor-p < 0,10

∴ Não há evidência de H_1

6. $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ $\alpha = 0{,}05$

$se \simeq 0{,}151606$

$t_s \simeq -3{,}9247$

0,01 < valor-p < 0,02

∴ Rejeita-se H_0

7. $IC_{(95\%)} =]-7{,}4 \,;\, -2{,}3[$

$\alpha = 0{,}05$ → Não inclui 0 → Rejeita-se H_0

$\alpha = 0{,}10$ → Não inclui 0 → Rejeita-se H_0

(↑ conf. ⇒ ↓ amplitude)

6. Proporções

× 1, 6, 7
✓ 2, 3, 4, 5

2. Método de Agresti Coull (mais alargado, usar na dúvida)

$$\tilde{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n+4}} \quad \text{sendo} \quad \tilde{p} = \frac{y+2}{n+4}$$

} Formulário $z_{\frac{\alpha}{2}} \simeq 1{,}96$

$\therefore \; IC_{(95\%)} =]\,13\%\,,\, 33\%\,[$

3. $n = 100 \qquad \hat{p} = 0{,}55$

$\hat{p} \simeq 0{,}5$
(grande amostra → tanto faz)

a) $\boxed{\alpha = 95\%}$ $\quad z_{\frac{\alpha}{2}} \simeq 1{,}96$ | Método de <u>Wald</u> / Agresti Coull

$$\hat{p} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \Rightarrow IC_{(95\%)} =]\,45{,}2\%\,,\, 64{,}8\%\,[$$

$\boxed{\alpha = 99\%}$ $\quad z_{\frac{\alpha}{2}} = 2{,}5758 \Rightarrow IC_{(99\%)} =]\,42{,}1\%\,;\, 67{,}9\%\,[$

b) Não, porque o limite inferior do $IC_{(95\%)}$ é menor que 50% (45,2%).

4. $n = 200 \qquad \hat{p} = \frac{22}{200} \qquad IC_{(95\%)} =]\,0{,}073\,;\,0{,}162\,[$

a)
- Método de Agresti - Coull

  $\varepsilon_{inicial} = \frac{0{,}162 - 0{,}073}{2} \simeq 0{,}0445$ } Semi amplitude

  $\varepsilon = \frac{\varepsilon_{inicial}}{2} \simeq 0{,}02225$ } Dobro da precisão

  $\tilde{p} = \frac{x+2}{n+4} = \frac{24}{204} \simeq 0{,}1176471$

  $\varepsilon = z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n+4}} \leq 0{,}02225 \;\; \ddot{\Leftrightarrow} \;\; n \geq 802$

- Sem estimativa prévia: $\tilde{p} = 0{,}25 \;\ddot{\Rightarrow}\; n \geq 1936$

b) Não, pois o $IC_{(95\%)}$ contém o valor 15%.

ME

5. $\varepsilon \leq 0{,}05$ $\quad \alpha = 0{,}95$ $\quad n?$ $\quad \cancel{\tilde{p}} \rightarrow$ conservativo $\tilde{p} = 0{,}25$

a) • Método de Agresti - Coull (pode ser feito pelos dois)

$$z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\tilde{p}(1-\tilde{p})}{n+4}} \leq \varepsilon \quad \Longrightarrow \quad n \geq 381$$

b) $x = 78$ $\quad n = 400$ $\quad$ (Tanto faz o método)

...

7. Testes do χ^2

1. H_0 : $P(B) = \frac{12}{16}$; $P(A) = \frac{3}{16}$; $P(V) = \frac{1}{16}$

$O_B = 155$ $\qquad O_A = 40$ $\qquad O_V = 10$

$e_B = P(B) \times 205 \simeq$ $\qquad e_A \simeq$ $\qquad e_V \simeq$

$$\chi^2_S = \frac{(O_B - e_B)^2}{e_B} + \frac{(O_A - e_A)^2}{e_A} + \frac{(O_V - e_V)^2}{e_V} \simeq$$

$\chi^2_S \;\dot{\sim}\; \chi^2_2$ $\Big\}$