

rBAS 使用文档

王江宇

2019-03-18

目录

第一章 R 以及 rBAS 安装	7
1.1 R 安装	7
1.2 Rstudio 安装	8
1.3 rBAS 安装	9
第二章 算法原理	11
2.1 BAS	11
2.1.1 算法流程	11
2.1.2 不足与改进	12
2.2 BSAS	13
2.2.1 与 BAS 不同之处	13
2.2.2 不足与改进	15
2.3 BAS-WPT	15
2.3.1 与 BAS 不同之处	15
2.3.2 约束问题抽象形式	16
2.3.3 不足与改进	17
2.4 BAS with momentum(second-order BAS)	17
2.4.1 算法原理	18
2.4.2 不足与改进	19
第三章 混合算法	21
3.1 BSO	21
3.1.1 粒子群算法流程	21
3.1.2 与 BAS 的结合	22
3.1.3 总结	24
3.1.4 算法调用说明	24

3.2 bBAS	26
3.2.1 算法流程	26
3.2.2 总结	27
第四章 函数使用	29
4.1 BAOptim/BASoptim2	29
4.1.1 BAOptim 参数说明	30
4.1.2 BAS2optim 参数说明	31
4.1.3 BAOptim 简单案例	31
4.1.4 BAOptim2 简单案例	35
4.2 BSASoptim	37
4.2.1 BSASoptim 参数说明	37
4.2.2 BSASoptim 取值摸索	38
4.2.3 BSASoptim 案例	39
4.3 BSAS-WPT	45
4.3.1 BSAS-WPT 参数说明	46
4.3.2 BSAS-WPT 案例	46
4.4 BSOoptim	48
4.4.1 BSO 参数说明	48
4.4.2 BSO 案例	49
4.5 bBAS	51
4.5.1 bBAS 参数说明	51
4.5.2 bBAS 案例	53
第五章 用户界面	59
5.1 调用语句	59
5.2 使用案例	60
5.2.1 Michalewicz function	60
5.2.2 Pressure Vessel function	61
5.3 Authors 界面	68
第六章 BAS 案例一：多杆机构优化问题	69
6.1 背景	69
6.1.1 四连杆机构 (Four-bar linkage mechanism)	69
6.1.2 六连杆机构 (Stephenson III Six-bar linkage mechanism)	70

6.2 优化问题	72
6.2.1 四连杆机构	72
6.2.2 六连杆机构	73
6.3 优化理论	73
6.4 优化结果	74
6.4.1 Case1 无规定时间内轨迹生成 (Path generation without prescribed timing)	74
6.4.2 Case2 有规定时间的轨迹生成 (with prescribed timing)	75
6.4.3 Case3 规定时间内路径生成 (Path generation with prescribed timing)	77
6.4.4 Case4 规定时间路径生成问题	78
6.4.5 Case5 规定时间内路径生成问题	80
6.4.6 Case6 六杆机构路径生成	82
6.4.7 Case7 无规定时间的路径生成	84
6.4.8 Case8 无规定时间的路径生成	87
第七章 BAS 案例二: 龙门起重机运动控制	89
7.1 问题背景	89
7.2 优化问题抽象	90
7.3 优化理论	92
7.4 优化结果	92
第八章 Python 接口	95
8.1 安装方式	95
8.2 使用	95
第九章 已发表工作	101
9.1 工具箱/软件	101
9.2 论文	101
9.3 专利	105
第十章 调参	107
10.1 技巧 1: 高维问题的初始步长设定	107
10.1.1 原理	107
10.1.2 测试函数	108

10.1.3 BAS 测试代码	108
10.1.4 BAS 测试结果	109
10.1.5 BSAS 测试代码	110
10.1.6 BSAS 测试结果	111
10.1.7 总结	112
10.2 技巧 2: 判断迭代终止时算法收敛状况	114
10.2.1 实验 1	114
10.2.2 实验 2	120
第十一章 更新及维护计划	129
11.1 工具箱	129
11.2 待加入的功能	129
11.3 联系方式	130
附录	131

表格

4.1 需求订单与库存	58
6.1 case1 各算法结果对比	76
6.2 case2 各算法结果对比	77
6.3 case3 各算法结果对比	79
6.4 case4 各算法结果对比	80
6.5 case5 各算法结果对比	82
6.6 case6 各算法结果对比	85
6.7 case7 各算法结果对比	86
6.8 case8 各算法结果对比	88
7.1 实验参数取值	92
7.2 优化结果对比	92

插图

1.1 R 界面	8
1.2 Rstudio 界面	9
1.3 devtools 手动安装示意图	10
2.1 BAS 寻优过程示意	14
2.2 BSAS 寻优过程示意	14
4.1 Michalewicz 函数示意	32
4.2 Michalewicz 函数示意	34
5.1 shiny interface	61
5.2 optimization progress 栏信息	62
5.3 Optimization Parameters 栏信息	63
5.4 Progress Plot 栏信息	64
5.5 BSAS-WPT 参数调整	65
5.6 BSAS-WPT 优化结果	66
5.7 BSAS-WPT 优化过程可视化	67
5.8 用户界面作者信息	68
6.1 四连杆机构示意	70
6.2 六连杆机构示意	71
6.3 各算法优化轨迹	75
6.4 各算法优化轨迹	77
6.5 各算法优化轨迹	78
6.6 各算法优化轨迹	80
6.7 各算法优化轨迹	81

6.8 各算法优化轨迹	84
6.9 各算法优化角度	84
6.10 各算法优化轨迹	86
6.11 各算法优化轨迹	88
7.1 龙门起重机示意	89
7.2 龙门起重机模型	90
7.3 起重小车加速度曲线	93
7.4 起重小车速度曲线	93
7.5 起重小车位置曲线	93
8.1 Goldstein-Price problem	96
8.2 MICHALEWICZ FUNCTION	97
8.3 ACKLEY FUNCTION	98
10.1 高维优化问题下 BAS 不同初始步长结果对比	110
10.2 高维优化问题下 BSAS 不同初始步长结果对比	111
10.3 高维优化问题下 BSAS($k=2$) 不同初始步长结果对比	112
10.4 高维优化问题下 BSAS($k=4$) 不同初始步长结果对比	113
10.5 高维优化问题下 BSAS($k=5$) 不同初始步长结果对比	113
10.6 Fig.1 Rastrigin function	120

前言

手册内容概述

本手册是为了大家更好地使用 **rBAS** (Wang et al., 2018) 包而撰写，内容如下：

- 第一章介绍了如何安装 R 语言的环境，来使用 rBAS 包。不用担心，R 的语法很简单，各种功能是按照自身的需要安装各种 packages，所以比 matlab 体积更小，入门时间成本也较低。哪怕你无意于 R 的学习，也可以看看本手册的原理篇（第二章），应用篇（第六章）以及后续的更新计划（第十一章），来了解算法的原理，出现了哪些变种，以及有着什么样的工程应用。
- 第二章介绍了 BAS 算法以及在其基础上出现的各种改进算法的原理，当然，随着算法的不断改进和发展，这个文档还需要随之不断更新。
- 第三章中介绍了 BAS 与其他算法结合的算法。目前收录的有，王糖糖同学提供的 BSO，即 BAS 和 PSO 的结合。rBAS 包也提供了这些算法的实现与调用。
- 第四章讲述了如何在 R 中使用 rBAS 包调用收录的算法的对应函数，以及一些简单的案例（大部分是 BAS 相关文献中的算例和 benchmark functions）。每一句出现的代码我都会尽我所能去注释，让大家了解每一步的意义，以及 R 的简单易用。我也希望，自己的语言能尽力通俗，对于其他工具的使用者来说。
- 第五章介绍了 rBAS 中的用户界面的调用，以及运行。

- 第 六 章主要介绍的是 BAS 及变体算法在多杆机构优化中的应用，由群友莫小娟同学提供。
- 第 七 章主要介绍的是 BAS 及变体算法在龙门起重机控制优化中的应用，由群友李晓晓同学提供。
- 第 八 章主要介绍吴会欢同学提供的 python 接口，目前有基本的 BAS，以及三个测试函数，后续会持续更新。
- 第 九 章用于收录基于 BAS 及相关算法的工具箱，软件或者文献等等。
- 第 十 章会记录一些 BAS 算法的调参经验，或者存在不足的原因及后续的改进方向。
- 第 十一 章讲述了 rBAS 包的开发和使用手册更新的计划。因为算法总是会不断地推陈出新，所以 rBAS 包也必须和目前的研究保持一致。如果你有好的想法，可以看此章的内容，然后把自己的建议传达给我们。

好了，冗长的章节介绍完毕。大家可以开始浏览正文了。

由于后续的案例中，会带有大量的动态图片。为了方便大家的浏览，强烈推荐在网页上阅读本手册，https://jywang2016.github.io/rBAS_documents/。此外，由于个人能力与时间有限，希望大家看到相关的 BAS 文章或者工作后，可以在https://github.com/jywang2016/rBAS_documents/issues 上写明文章的信息，应用的领域以及采用的是哪种 BAS 算法，以此来帮助我的整理。十分感谢大家的帮助！

夹带私货

如果你对这本手册本身的撰写环境感兴趣的话，那我可能还要啰嗦两句。

第一句：照搬 Yihui¹ 的一句话：我用了两个 R 包编译这本书，分别是 **knitr** ([Xie, 2015](#)) 和 **bookdown** ([Xie, 2018](#))。

第二句：感谢 Yihui。嗯...，因为这个男人，R 用户的读书笔记，文章，学

¹<http://yihui.name/>

位论文，个人网站等等都可以在 R 里面撰写或者开发。不得不感慨他的天才和对需求的把握。

致谢

感谢提倡者李帅老师，以及姜向远博士。他们是 BAS 的提出者，也在算法原理与改进上，给了我这个做暖通的门外汉以启发。

此外，还感谢李晓晓，王甜甜，莫小娟，阮月同学贡献自己的算法代码和应用案例，他(她)们改进了算法，并且让其应用部分变得更加丰富。

感谢吴会欢同学提供了 python 的接口，虽然目前只有基本的 BAS，但后续会更加完善。

当然，还得感谢 Yihui 的 bookdown。

老实讲，2018/07，也就是一个月以前，我刚开始用 R 编写这个算法，然后用在自己的建筑系统辨识研究中，没想到 ... 所以，这个手册是比较仓促的产物，再加之自身关于优化算法理论水平较低，如果大家发现了本手册的各种问题，欢迎在 QQ 群 (437958608) 内留言，或者是在 rBAS 的 github 上提出 issues²。

总之，谢谢上述老师及同学，也谢谢未来给我提供问题或建议的同学，你们的帮助，让手册更加完善。

最后的最后，希望大家尽量用 https://jywang2016.github.io/rBAS_documents/ 来访问本手册，PDF 不支持案例中的动态图片展示。

王江宇
2018/08/18
华中科技大学

²<https://github.com/jywang2016/rBAS/issues>

作者简介

- 包作者
 - 王江宇: BSAS 算法, 创建维护 rBAS 包。Github³
 - 李帅: 提出 BAS 以及 BAS-WPT 算法。个人主页⁴ & 谷歌学术⁵
 - 姜向远: 提出 BAS 以及 BAS-WPT 算法。
- 贡献者
 - 李晓晓: 二阶 BAS
 - 王甜甜: 天牛群体优化算法 BSO
 - 阮月: Binary-BAS
 - 莫小娟: 多杆机构优化问题

³<https://github.com/jywang2016/rBAS>

⁴<http://www4.comp.polyu.edu.hk/~cssli/>

⁵<https://scholar.google.com/citations?hl=zh-CN&user=H8UOWqoAAAAJ>

第一章 R 以及 rBAS 安装

R 以及其集成开发环境 (IDE)Rstudio 加起来都不到 200M，所以大家放心下载安装，不会是需要 10+G 的庞然大物。当然，matlab 也是很好的科学计算软件，这里仅仅是说明安装的大小。

总体来说，R 的安装十分简单，类似于把大象装进冰箱只需要三步。

1.1 R 安装

Step1: 进入 R 的网站 <https://www.r-project.org/>，然后点击左上角 Download 底下的 CRAN。

Step2: 选择并点击 China 底下的镜像网址，方便下载。然后点击 Download R for windows，出现的界面右上角有 install R for the first time，点击即可下载。

Step3: 安装，不需要各种复杂的配置，按照给定提示操作即可。

但是，打开 R，你会发现是如图1.1这样过于简洁的界面。

这并不符合新手的操作和开发习惯。因此，你可能需要一个集成开发环境，最好是有函数、变量的提示，方便浏览代码和结果等等优势的软件。那么，我想你说的应该是 Rstudio。



图 1.1: R 界面

1.2 Rstudio 安装

Step1: 进入下载页面 <https://www.rstudio.com/products/rstudio/download/>。

Step2: 选择 free 版本的下载。

Step3: 安装，无需配置特别的环境变量等。

那么，打开 Rstudio 后，会看到如图1.2这样的界面。

左上角是撰写代码脚本的区域，左下角是结果输出的窗口。右下角的 files 可以查看工作路径下的文件，和 matlab 左侧的栏目是类似的； plots 用于查看使用代码绘制的图像，packages 可以用于安装 CRAN 上发布，或者是本地的 packages，也就类似 matlab 的 toolbox； help 则是用来显示各个函数的帮助文档；Viewer 则是用来预览 R 生成的交互图像（比如 plotly 绘制的图），生成的网页（比如我现在正在使用 bookdown 包来写本手册，那就可以预览生成的 gitbook 电子书的内容）等等。右上角的 Environment 显示被加载进来的函数，变量等信息，和 matlab 的 workspace 是类似的。剩下的和本手册无关，可以在后面的开发中慢慢了解。

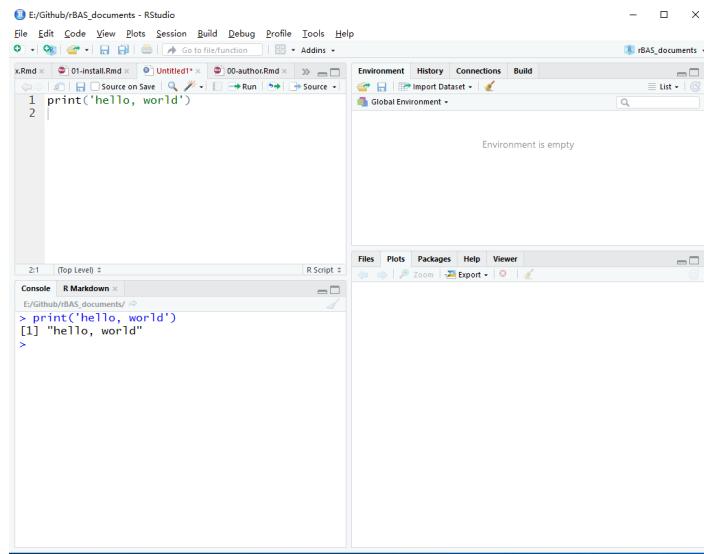


图 1.2: Rstudio 界面

1.3 rBAS 安装

在 Rstudio 的 Console 框内输入:

```
install.packages('devtools')
```

因为目前 rBAS 包还不在 CRAN 内，所以需要通过 devtools 包，来从 github 上安装。所以我们先在本地安装 devtools 包。如果觉得代码敲的累，那么有个更直观的方式，如图1.3:

最后，有了 devtools 包，我们可以从 github 上安装 rBAS 包了。

```
# 不加载 devtools, 只调用其中的函数
devtools::install_github("jywang2016/rBAS")
```

接下来，我们可以使用 rBAS 的函数了。

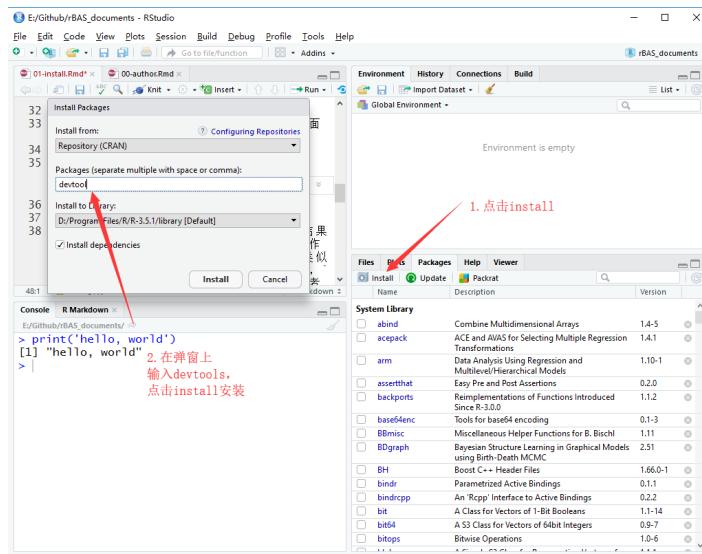


图 1.3: devtools 手动安装示意图

第二章 算法原理

本章讲述目前 rBAS 集成的三种算法，即 BAS, BSAS, BSAS-WPT 的原理。如有错漏，还请指出。此外，本章所述的算法，在原始的 BAS 基础上，并没有过多地改变根本上的东西。[第三章](#)的算法，则是 BAS 和其他一些算法的结合，又或者，有更多根本性改动。如王糖糖同学提出的 BSO，很典型地 BAS 和 PSO 的结合，则不在此章节。

2.1 BAS

关于 BAS，主要的参考资料为姜向远博士和李帅老师在 arXiv 上的论文，[BAS: beetle antennae search algorithm for optimization problems](#)¹。而我是在知乎上看到一篇文章²后，才开始复现 BAS 算法。

2.1.1 算法流程

1. 随机生成方向向量，标准化

$$\vec{b} = \frac{\text{rnd}(n, 1)}{\|\text{rnd}(n, 1)\|} \quad (2.1)$$

其中， n 是待优化参数的维度。

2. 计算左右须的坐标

¹<https://arxiv.org/abs/1710.10724>

²<https://zhuanlan.zhihu.com/p/30742461>

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_r &= \mathbf{x}^t + d^t \vec{\mathbf{b}} \\ \mathbf{x}_l &= \mathbf{x}^t - d^t \vec{\mathbf{b}}\end{aligned}\quad (2.2)$$

其中, \mathbf{x}^t 为 t 时刻天牛的位置, d^t 则是 t 时刻, 质心到须的距离。

3. 根据两须对应函数值, 决定天牛下一时刻移动位置

$$\mathbf{x}^t = \mathbf{x}^{t-1} + \delta^t \vec{\mathbf{b}} \operatorname{sign}(f(\mathbf{x}_r) - f(\mathbf{x}_l)) \quad (2.3)$$

其中, δ^t 为 t 时刻的步长, f 为待优化目标函数。

4. 步长与搜索距离更新

$$d^t = \eta_d d^{t-1} + d_0 \quad (2.4)$$

$$\delta^t = \eta_\delta \delta^{t-1} \quad (2.5)$$

其中, d_0 是人为设定的距离的常数, η_d 与 η_δ 分别是搜索距离和步长的更新衰减系数。

为了避免参数过多, 姜向远博士在 BAS-WPT 算法中是按照式(2.6)来更新搜索距离和步长的。其中, c_2 是人为设定的常数。

$$\begin{aligned}\delta^t &= \eta_\delta \delta^{t-1} \\ d^t &= \frac{\delta^t}{c_2}\end{aligned}\quad (2.6)$$

2.1.2 不足与改进

在对 BAS 算法的复现与案例应用中, 我个人认为, 其可能存在如下的缺点。

- 步长更新策略 (反馈)
 - 缺点: 无论每一步得到的结果是否变得更优, 步长总会衰减;

- 改进：带有反馈的步长更新，在无法找到更优的位置时，才进行步长的更新；
- 关键：反馈
- 初始步长选取（参数标准化）
 - 缺点：对于多参数且量纲相差较大的问题，步长 δ 的初始值并不好选取；
 - 改进：标准化参数后，再进行调节，这也是 BAS-WPT 的技巧所在；
 - 关键：标准化
- 群体寻优
 - 缺点：1 只天牛在随机方向上搜索更优的位置，容易迷失；
 - 改进：多只天牛寻优，设定的回合内无法找到更优位置，再考虑步长更新；
 - 关键：群体智能
- 约束处理能力不足
 - 缺点：在约束边界上优化目标突变问题的处理上表现不佳
 - 改进：二阶 BAS
 - 关键：暂时没有能力归纳，有待学习二阶 BAS

2.2 BSAS

在2.1.2节中提及，BAS 可能在步长更新和群体寻优两个方面的策略上有一定的不足。因此，我比较莽撞地改出一个粗糙的算法，那就是所谓的 BSAS，即 beetle swarm antennae search。在 BSAS: Beetle Swarm Antennae Search Algorithm for Optimization Problems³中，我给出了更为详细的材料。至于具体和王甜甜同学的 BSO，即 beetle swarm optimization 有何不同，我需要进一步研究她的论文材料。

2.2.1 与 BAS 不同之处

此部分没有公式，因为和 BAS 算法核心公式思路是一致的。而图2.1与图2.2描述了一种假设的寻优场景，能比较清晰地体现 BSAS 与 BAS 之间

³<https://arxiv.org/abs/1807.10470>

的不同。

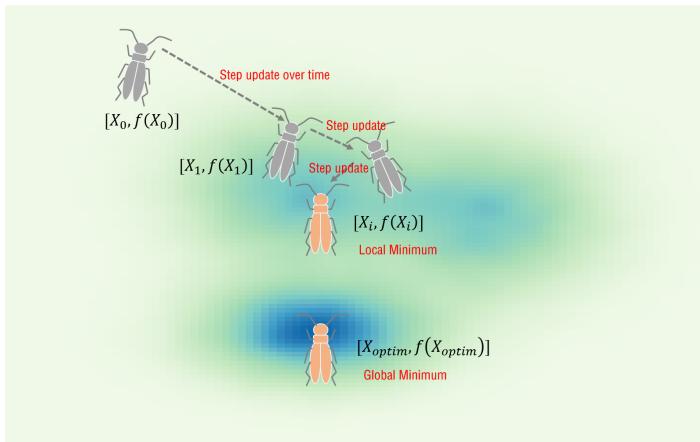


图 2.1: BAS 寻优过程示意

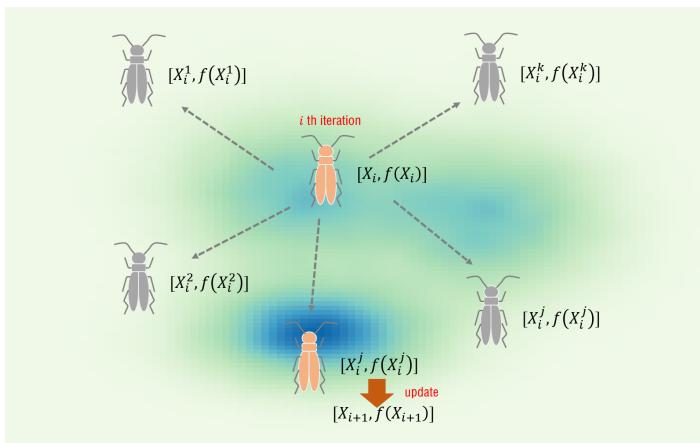


图 2.2: BSAS 寻优过程示意

假定，天牛要找到图中最蓝的点。图2.1中，天牛的起点在距离最优点较远处。由于位置更新只与时间有关，也就是每一步，天牛的步长都会缩减（为了可视化效果，天牛的大小我并没有缩放）。如果初始位置距离最优点较远，那在给定的步长缩减情况下，天牛只能在一个局部最优点处收敛。而图2.2中，每回合天牛会派出 k 只天牛在外试探，如果有更优的点，那么更新天牛位置。这样天牛可以更好地到达全局最优点。

2.2.2 不足与改进

虽然解决了步长更新和群体寻优的策略问题，但是还有两点并未解决。

- 初始步长选取（参数标准化）
 - 缺点：对于多参数且量纲相差较大的问题，步长 δ 的初始值并不好选取；
 - 改进：标准化参数后，再进行调节，这也是 BAS-WPT 的技巧所在；
- 约束处理能力不足
 - 缺点：在约束边界上优化目标突变问题的处理上表现不佳
 - 改进：二阶 BAS

好的是，在 rBAS 0.1.5 中，我们吸收了 BAS-WPT 中参数标准化的想法，加入了 BSAS-WPT 算法，来解决步长调参的问题，并取得了一定的改进效果。

2.3 BAS-WPT

相比于2.1.1节中描绘的 BAS, Beetle Antennae Search without Parameter Tuning (BAS-WPT) for Multi-objective Optimization⁴一文给出了改进后的 BAS 是如何处理步长调节和约束问题抽象的。

2.3.1 与 BAS 不同之处

BAS-WPT 的小尾巴 without parameter tuning 已经说明了两者之间的区别，即 BAS-WPT 是不需要进行参数调节的。当然，按照我现在的理解，是 BAS-WPT 一方面简化了每回合搜索距离 (质心到须的距离) 的更新，不需要再额外设定与调节诸如 d_0 , η_d 等参数，用户只需要按照式(2.6)来设置 c_2 便可；另一方面，参数标准化，让存在量级差异的参数之间不必再像 BAS 一样，共享一个你不知道该怎么设定的步长 δ^t (步长过大，小的参数可能经常处于在边界的状态；步长过小，大的参数可能搜索范围达不到)。

⁴<https://arxiv.org/abs/1711.02395>

那么上述两方面的优势归纳起来是什么呢，那就是你可以设置一个在 1 附近 δ ，然后设定一个衰减率 η_δ ，以及步长与搜索距离之比 c_2 ，那么你的天牛就不会出太大的岔子，并且方便调整调节。也就是说，WPT 不是让你不用调参，而是减轻了调参的负担。

“不必就纠结归一化处理，之所以这么处理，仅仅是为了调参方便”

— 姜向远

果然，偷懒催生了这一技巧的诞生。不过，我还得再次啰嗦一句标准化的好（是不是我没有接触这个领域，所以喜欢大惊小怪……）。我们在之后，压力容器约束问题（混合整型规划）中，可以看到，待优化参数存在量级差异时，标准化技巧下的步长会比原始的 BAS 步长设定要更加合理。

2.3.2 约束问题抽象形式

此外，BAS-WPT 还为 BAS 引入了约束问题处理的手段。不过，这和我做模型预测控制时候看到的抽象方式是相同的。我觉得 BAS 的用户们应该都早已了解，此处就照本宣科。

2.3.2.1 约束问题一般形式

$$\begin{aligned} & \underset{\text{Maximize}}{\text{Minimize}} f(\mathbf{x}) \\ & \text{s.t. } g_j(\mathbf{x}) \leq 0, j = 1, \dots, K \\ & x_i^{\max} \leq x_i \leq x_i^{\min}, i = 1, \dots, N \end{aligned} \tag{2.7}$$

$g_j(\mathbf{x}) \leq 0$ 和 $x_i^{\max} \leq x_i \leq x_i^{\min}$ 表示了参数本身的范围和更为精细具体的不等式约束控制。在 rBAS 包中，我们会有很直观和简便的方式，来设置这些约束。

2.3.2.2 惩罚函数

$$F(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \lambda \sum_{j=1}^K h_j(\mathbf{x})g_j(\mathbf{x}) \quad (2.8)$$

$$h_j(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & g_j(\mathbf{x}) > 0 \\ 0, & g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

其中，式(2.8)中的 λ 表示约束违背的惩罚因子，选取尽量大的正数。而后的 $h_j(\mathbf{x})$ 为 Heaviside 函数，即不等式约束满足时，该函数为 0，反之为 1。

2.3.3 不足与改进

- 约束处理能力不足
 - 缺点：在约束边界上优化目标突变问题的处理上表现不佳
 - 改进：二阶 BAS

此处的不足，还需要考虑步长反馈和群体搜索的问题。不过，既然 BSAS 把姜博的 WPT 给窃来了，摇身变为了 BSAS-WPT，那就不说上述两个问题了。等他日有闲，再去整合李晓晓同学的二阶 BAS。

2.4 BAS with momentum(second-order BAS)

带动量的 BAS，唔……这名字听着有点长。顾名思义，是利用了惯性项（即，前一时刻的状态），来使得算法不陷入局部最优。不得不说，李晓晓同学对算法的改进既保留了 BAS 本身的简洁，又增大了 BAS 对局部最优处理的能力。

在打算复现 BSO(BAS 和 PSO 的诚意结合) 算法之前，我就看过了李晓晓同学提供给我的二阶 BAS 代码。相比于 BSO，进行了大量的细节上的 BAS 和 PSO 融合，二阶 BAS 只对天牛位置更新的等式（即式(2.3)）

做了大的改动。因此，我觉得这还是更为类似 BAS 的，大家接受起来应该也更为容易。

2.4.1 算法原理

在2.1.1节的基础上，改动了一大一小两处地方。大的是，天牛位置更新。小的改动是，步长增加了一个最小分辨率，也就是存在了最小值，不会无限制地缩减。

在位置更新上，参考式(2.10)至式(2.12)。

$$\mathbf{v}^{t+1} = w_0 \mathbf{v}^t - w_1 \vec{b} (f(\mathbf{x}_l^t) - f(\mathbf{x}_r^t)) \quad (2.10)$$

$$\mathbf{v}^{t+1} = \begin{cases} V_{max}, & \mathbf{v}^{t+1} > V_{max} \\ \mathbf{v}^{t+1}, & \mathbf{v}^{t+1} \in [V_{min}, V_{max}] \\ -V_{max}, & \mathbf{v}^{t+1} < -V_{max} \end{cases} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{x}^{t+1} = \mathbf{x}^t + \mathbf{v}^{t+1} \quad (2.12)$$

大的改动；在式(2.10)中， v 表示速度， w_0 和 w_1 分别为常数，也可以理解为权重。前者是上一时刻速度的权重，后者是由左右须函数强度差（类似于梯度）的权重。式(2.11)是对速度范围进行的限定。把式(2.12)和式(2.3)相比，不仅多了速度项，还把原有的步长从式中去掉了。

那步长在哪里用呢，有两个地方。

- 用来更新感知距离，也就是质心到须的距离。 $d = \delta/c$ ， c 是两者之比。
- 用来确定式(2.11)中最大速度 V_{max} ，即 $V_{max} = c_0\delta$ 。原文中的 c_0 和 w_0 是用的同一符号，但是在后续的测试函数调试中，两者分开似乎效果更好。因此，在 rBAS 中的 BAsoptim2 中，为了更加灵活而将两者区分开来，把选择权给了大家。

此外，还有一个小改动。步长的更新采用了一个最小分辨率，参考式(2.13)。

$$\delta^{t+1} = \eta_\delta(\delta^t - \delta_0) + \delta_0 \quad (2.13)$$

如果有必要的话，大家在使用过程中可以设定较小的 δ_0 来规避此项规则。

2.4.2 不足与改进

总的来说，我觉得是大家看完原理，应该就能自己敲出代码的算法。这也反映了该算法的简洁，这和 BAS 原本的风格应该是一致的。

当然，简洁也意味着可以提升的余地还存在。既然二阶 BAS 把最精华的惯性项奉上了，我们可以开始对其的改造。此处就不一一罗列。可以参考前面的章节。

就我而言，我觉得 BSAS 的思路完全可以用在二阶 BAS 上。这也是由于在某些测试函数上，BSAS 更容易地（特指调参简单）达到更优精度给我带来的启发。看来，群体和反馈是一直可以借鉴的思路。

第三章 混合算法

在第二章中说明过，在基本 BAS 算法及变体的基础上，做出了大的改动的算法在本章说明。

3.1 BSO

关于 BSO，主要的参考资料为王糖糖同学的论文 Beetle Swarm Optimization Algorithm: Theory and Application¹。作为一个捣鼓了两天算法的能源人，论文对我而言很是吃力。因为我此前只听说过粒子群算法，却从未了解过其原理。在囫囵看过几篇入门粒子群算法的博文后，再阅读上述的论文，就看到了很多有意思的地方。

首先，假设大家都阅读过第二章，对 BAS 有了一定的了解。那么，接下来就能看看，BSO 是如何把 BAS 和 PSO 结合起来的。此处，只把我的认知写在此处，如有问题，还请大家指出。

3.1.1 粒子群算法流程

我们先说一下标准的粒子群算法的几个核心更新关系。

粒子在第 $k + 1$ 回合中，其速度与第 k 回合的速度关系如式(3.1):

$$v_{i,k+1} = \omega v_{i,k} + c_1 * rand_1 * (pbest_i - x_{i,k}) + c_2 * rand_2 * (gbest_k - x_{i,k}) \quad (3.1)$$

¹<https://arxiv.org/abs/1808.00206>

那么第 $k + 1$ 回合中粒子位置如式(3.2)更新。

$$x_{i,k} = x_{i,k} + v_{i,k} \quad (3.2)$$

其中, $i = 1, 2, \dots, S$, S 为设定的粒子数目。而 $k = 1, 2, \dots, n$, n 为设定的最大循环数。 ω 表示粒子速度的惯性, 也就是本回合速度对下回合速度更新的影响。 $c1, c2$ 则是学习因子, $pbest_i - x_{i,k}$ 表示粒子 i 当前的位置和其历史最优的位置的差距, 而 $gbest_k - x_{i,k}$ 则表示, 粒子 i 当前的位置和历史全局最优的粒子的位置 (所有粒子在历史时间跨度中最好的位置) 的差距。

那么, 这样更新了粒子的位置之后, 自然要计算这一回合的适应度, 也就是目标函数的值。如果存在适应度比自身历史或全局历史更优, 那么就相应地更新 $pbest$ 和 $gbest$ 。然后, 就重复上述过程, 直到设定的终止条件满足。

ω 动态变化, 能取得好的效果, 一般, 它如式(3.3)所示变化。

$$\omega = \omega_{max} - (\omega_{max} - \omega_{min}) \frac{k}{n} \quad (3.3)$$

当然, 如果 k 取 0, 也就是初始回合, 那么 $\omega = \omega_{max}$ 。如果 k 取 n (也就是最终的回合), 那么 $\omega = \omega_{min}$ 。所以, 这也是个权重线性递减的过程。

3.1.2 与 BAS 的结合

我们假想一下, 要把 PSO 和 BAS 结合, 从什么方向入手呢?

作为门外汉, 我可能会想, 那就多放置几只天牛, 让它们像粒子一样, 信息共享, 但是本身的更新寻优还按照 BAS 的来 (后面会讲, 这类似于 BSAS, 但不是 BSO)。

不过呢, BSO 给了一种很丰满和交错的方式, 让 BAS 和 PSO 不是那么的泾渭分明。

首先，位置更新时，按照 PSO 和 BAS 的方式各自更新后加权得到新的位置。也就是，利用了 BAS 的触须方向和步长，同时也利用了粒子（在 BSO 中就是天牛）的速度。如式(3.4):

$$X_s^{k+1} = X_s^k + \lambda V_s^k + (1 - \lambda) \xi_s^k \quad (3.4)$$

第一项 X_s^k 自然是表明粒子 s 在 k 回合的位置了，第二项 λV_s^k 也就是 PSO 中的天牛速度乘以权重 λ 。那么第三项中的 ξ_s^k 应该是 BAS 中的步长乘以方向向量才对。但是，方向并不是 BAS 中随机生成的方向。

我们看看 ξ_s^k 怎么得到。在文中，给出了式(3.5)。

$$\xi_s^{k+1} = \delta^k V_s^k \operatorname{sign}(f(X_{rs}^k) - f(X_{ls}^k)) \quad (3.5)$$

这就是我们熟悉的 BAS 更新的方式，不过，把随机生成的天牛方向，换为了粒子速度 V_s^k 。在 BSO 中，并没有 BAS 中成方向的操作。有同学可能会问，既然没有随机方向，那么天牛的左右须坐标怎么来的呢？和式(3.5)中使用速度替代方向的操作相同，计算左右须坐标时，也是用的速度，来代替方向。即，如式(3.6)。

$$\begin{aligned} X_{rs}^k &= X_s^k + V_s^k \frac{d}{2} \\ X_{ls}^k &= X_s^k - V_s^k \frac{d}{2} \end{aligned} \quad (3.6)$$

这样，就完成了 BSO 算法的更新过程。里面的速度，和粒子群算法的更新方式相同。

注明，原文中使用的上一回合的左右须坐标，更新这回合的左右须坐标。但是根据代码来看，是文章存在了脚标的小错误，应该是用天牛坐标，更新须坐标。

王糖糖同学还给出了一个动态的（BAS）步长更新系数，如式(3.7):

$$\eta = \omega_{\delta_1} \left(\frac{\omega_{\delta_1}}{\omega_{\delta_0}} \right)^{1/(1+10k/n)} \quad (3.7)$$

默认参数为 $\omega_{\delta_1} = 0.4$, $\omega_{\delta_0} = 0.9$ 。即, 步长在回合初始, 衰减最快, 回合临终时, 衰减最慢。

3.1.3 总结

此前, 在写 BSAS 算法说明的时候, 我把 BSO 加入到了待完成列表内。看了双方的英文名, 是在是太巧了。BSAS 是 Beetle Swarm Antennae Search, 而 BSO 是 Beetle Swarm Optimization。彼时, 我还不知晓 PSO 是啥含义。现在看来, 这样的名称所包含的意义是千差万别的。后来, 在复现 BSO 的过程中(此句为马后炮, 毕竟是有了王糖糖同学提供的代码), 也深刻地体会到两者的不同, 下面我们来做一下罗列。

- 区别

- BSAS: 是 BAS 的衍生, 移动和搜索的方式也很 BAS。一言蔽之, BSAS 就像天牛有了 k 对须而不是一对, 在每回合, 它必须要沿着这些须的方向都探索一遍。所谓的 Swarm, 是因为每回合有 k 只(虚拟的)天牛在探索这 k 对须的方向。
- BSO: 在粒子群算法的大框架下, 由速度的更新(PSO)和步长的更新(BAS)共同决定下一步的天牛位置。这其中的 Swarm, 可以视作是真正独立的群体, 它们间共享信息。

- 联系

- BSO 和 BSAS 保留着 BAS 的搜寻和移动方式
- BSO 和 BSAS 都是意图通过每回合搜索更多的位置(也可以视为方向), 达到更优的效果。

3.1.4 算法调用说明

```
BSOptim(fn, init = NULL, constr = NULL,
        lower = c(-50, -50), upper = c(50, 50), n = 300,
        s = floor(10 + 2 *sqrt(length(lower))),
        w = c(0.9, 0.4),
        w_vs = 0.4,
        step = 10,
```

```
step_w = c(0.9, 0.4),
c = 8,
v = c(-5.12, 5.12),
trace = T,
seed = NULL,
pen = 1e+06)
```

在本节写函数调用，是因为函数内有部分参数和本节的公式变量名称有出入。上面的代码是函数的默认调用形式，其中 s 表示设定的天牛或者粒子数目， w 也就是式(3.3)中提到的 ω_{max} 和 ω_{min} 。 w_{vs} 是 λ ，也就是式(3.4)中天牛速度和移动步长之间的权重，直观地理解为 weight between velocity and step-size。 $step$ 和 c 仍然是表示步长和步长与须距离之比。而 $step_w$ 为一个向量，表示的是式(3.7)中的 $\omega_{\delta_1} = 0.4$, $\omega_{\delta_0} = 0.9$ 。

一个简单的例子如下：

```
library(rBAS)
mich <- function(x){
y1 <- -sin(x[1])*(sin((x[1]^2)/pi))^(20
y2 <- -sin(x[2])*(sin((2*x[2]^2)/pi))^(20
return(y1+y2)
}
result <-
BSOoptim(fn = mich,
          init = NULL,
          lower = c(-6,0),
          upper = c(-1,2),
          n = 100,
          step = 5,
          s = 10, seed = 1, trace = F)
result$par; result$value
```

```
## [1] -4.965998 1.570796
```

```
## [1] -1.967851
```

3.2 bBAS

bBAS 算法由阮月同学提出，主要针对于 0-1 规划问题。当然，对于实数空间上的其他优化问题也可以使用，但是会牺牲一部分的精度（后面会谈到分辨率问题）。

3.2.1 算法流程

step1: 根据计算（或者初始随机生成）的天牛坐标，计算天牛质心和两触须的目标函数值，取最小的作为下一回合的位置。其中，搜索距离 d 的更新方式与 BAS 算法相同。可参考式(2.2) 与式(2.4)。然后得到了当前最佳的天牛位置 x_{best} 。

step2: 两个速度向量的计算（或者初始随机生成）；如式(3.8)所示， \vec{V}_i^0 表示天牛状态（在对应的二进制位上）由 1 转 0 的速度（或者称之为可能性，概率）， \vec{V}_i^1 表示天牛由 0 转 1 的速度。

$$V_i^c = \begin{cases} \vec{V}_i^0, & \text{if } x_i = 1 \\ \vec{V}_i^1, & \text{if } x_i = 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

那么这两个速度分量该如何计算呢？假设按照 **step1** 得到的最优位置（二进制位表示）向量长度为 $m + n$ ，有 m 个元素为 1， n 个元素为 0。那么，在 $x_{best} = 1$ 的这 m 个元素上，速度分量的更新方式如式(3.9)。

$$\begin{aligned} \text{if } x_{best}^i = 1 \text{ then} \\ V_i^1 &= wV_i^1 + cr & (3.9) \\ V_i^0 &= wV_i^0 - cr \end{aligned}$$

在 $x_{best} = 0$ 的这 n 个元素上，速度分量的更新方式如式(3.10)所示。

$$\begin{aligned}
 & \text{if } x_{best}^i = 0 \quad \text{then} \\
 & \quad V_i^1 = wV_i^1 - cr \\
 & \quad V_i^0 = wV_i^0 + cr
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

其中， w 是惯性项，为前一时刻速度分量的影响权重， c 为一个固定的常数， r 为 $(0, 1)$ 区间的随机数。

step3: 有了速度分量后，如何更新 x_{best} 呢？和实数空间上的优化问题不同，如果直接把速度与对应的位置向量相加，这势必不符合会使得原有的位置向量脱离 0-1 的范畴。实际上，更新方式如式(3.11)所示。

$$x_i(t+1) = \begin{cases} \bar{x}_i(t) & \text{if } rand() \leq S(V_i) \\ x_i(t) & \text{if } rand() > S(V_i) \end{cases} \tag{3.11}$$

当生成的服从均匀分布 $U(0, 1)$ 的随机数向量（长度与速度相同），某些元素小于等于状态转换概率 $S(V_i)$ 时，那么下一时刻的位置等于在这些元素对应位置上的位置取非。反之，保持不变。例如，位置向量 $x_t = (1, 1, 1, 0, 0, 1, 0)$ ，如果其 2,3,5 元素上满足随机数小于等于转换概率条件，那么下一时刻的位置为 $x_{t+1} = (1, 0, 0, 0, 1, 1, 0)$ 。

速度参与更新的方式，表现在计算状态转换概率 $S(V_i)$ 上，类似于 Sigmoid 函数，该概率计算方式如式(3.12)所示。

$$S(V_i) = \frac{1}{1 + e^{-V_i}} \tag{3.12}$$

3.2.2 总结

BBAS 算法与原始的 BAS 算法差异很大，具体表现在，已经不使用左右须作为类似梯度的指导下一步移动的方向的指标了，而是比较三者的大小，择优者作为最佳位置。

此外，不管是 0-1 问题，还是实数空间的问题，都会（通过扩大维度）转换为 0-1 问题来求解。因此，算法本身没有步长，速度也仅仅是用于求取 0-1 之间相互转换的概率。

最后，由于实数空间的优化问题会被乘以一个分辨率向量后，转为二进制向量。比如，区间 **(-2.048,2.048)** 内的优化问题，会被转换为 **(0,4096)** 的空间，然后再把正整数进行二进制的转换。这样会导致，bBAS 算法的搜索空间粒度较大（粗糙）。

“(对实数空间的优化问题)bbas 的效果是比 bpsو 好点，但是肯定没有实数空间的算法好”

— 阮月

因此，如果优化参数不包含整型变量，或者简单地可以转为非整型变量（如压力容器例子约束的构造，见4.2.3.2节），则优先考虑其他的算法。

更细致与形象地讨论分辨率问题，在4.5.1节。

第四章 函数使用

首先，加载 `rBAS` 包，然后在4.1节到4.3节中，我们详细讲述每个参数的含义。如果可能的话，我会加上调参时的经验（可能只对我的问题有用）。

```
library(rBAS)
```

打开网址¹，可以看到托管在 `github` 上的 `rBAS` 文档。大家可以通过 `Reference` 来访问里面所有函数的帮助文档，通过 `Changelog` 来看每次包的更新及 `bugs` 修复记录。

文档网页是由 `pkgdown`²包制作而成，logo 由 `hexSticker`³包制作。

4.1 BAsoptim/BAsoptim2

除了通过访问函数文档网站外，还可以在 `R` 中输入下面的命令，来查看文档。

```
help(BAsoptim)
```

¹<https://jywang2016.github.io/rBAS/>

²<http://pkgdown.r-lib.org/>

³<https://github.com/GuangchuangYu/hexSticker>

4.1.1 BAOptim 参数说明

BAOptim 函数⁴(对应 BAS 算法) 调用的格式如下:

```
BAOptim(fn,
        init = NULL,
        lower = c(-6, 0), upper = c(-1, 2),
        constr = NULL, pen = 1e+05,
        d0 = 0.001, d1 = 3, eta_d = 0.95,
        l0 = 0, l1 = 0, eta_l = 0.95,
        step = 0.8, eta_step = 0.95,
        n = 200, steptol = 0.01,
        seed = NULL, trace = T )
```

直接带有 = 号的参数，表明是有默认值的。大家可以不指定，但是上下限需要根据实际问题来人为指定。给出的上下限只是因为第一个调试函数是 Michalewicz 而已。

由于英文蹩脚，所以大家看起包自带的文档会比较吃力。因此，在此处给出中文说明。

- 已知条件：目标函数与约束
 - fn 待优化的目标函数
 - init 参数初始值，默认为 NULL，即在上下限内随机选取，也可以自行指定
 - constr 不等式约束
 - lower/upper 上下限
 - pen 惩罚因子 λ
- BAS 待调参数
 - d0 参见式(2.4)中所述的搜索距离（也就是质心到须的距离）参数，一个比较小的值，默认为 0.001
 - d1 初始的搜索距离，默认为 3
 - eta_d 搜索距离的衰减系数
 - l0/l1/eta_l 这一系列关于 l 的参数，来源于 **BAS** (Jiang Xiangyuan, 2017a) 论文中给出的 matlab 代码。

⁴<https://jywang2016.github.io/rBAS/reference/BAOptim.html>

其作用在于每回合位置更新时，产生一个随机抖动 $x = x - step * dir * sign(fn(left) - fn(right)) + l * random(npars)$

- step/eta_step 步长以及步长的衰减率
- steptol 停止更新的步长临界值
- n 回合数或者迭代次数

- 其他

- seed 给定随机种子，用来固定寻优结果。不同的种子，对结果的影响非常大。
- trace 是否显示寻优过程信息

4.1.2 BASoptim2 参数说明

BASoptim2 函数⁵(对应二阶 BAS 算法) 调用的格式如下：

```
BASoptim2(fn, init = NULL, lower = c(-6, 0), upper = c(-1, 2),
         constr = NULL, c = 2, l0 = 0, l1 = 0, eta_l = 0.95,
         step0 = 5e-05, step = 0.8, eta_step = 0.95, n = 200,
         seed = NULL, trace = T, steptol = step0/2, pen = 1e+05,
         w0 = 0.7, w1 = 0.2, c0 = 0.6)
```

与前面 BASoptim 函数调用的大部分参数含义相同。不同点如下：

- c; $d = \delta/c$, c 是步长 δ 与感知距离 d 之比。二阶 BAS 中，不直接指定感知距离。因此，与感知距离相关的参数都被移除。
- step0; 步长的最小分辨率，可参见式(2.13)。
- w0;w1;c0 分别是式(2.10)中的权重系数，和 $V_{max} = c_0\delta$ 中确定最大速度的系数。

实际调参中，调节 w0 会给结果带来较大的改变。

4.1.3 BASoptim 简单案例

这里采用 **BAS** (Jiang Xiangyuan, 2017a) 一文中给出的测试函数，即 Michalewicz function 与 Goldstein-Price function。

⁵<https://jywang2016.github.io/rBAS/reference/BASoptim2.html>

4.1.3.1 Michalewicz function

$$f(x) = \sum_{i=1}^{d=2} \sin(x_i) [\sin(\frac{ix_i^2}{\pi})]^{20}$$

图4.1为 Michalewicz 函数在给定的约束范围的三维示意图。可以看到，最小值在 $x = -5, y = 1.5$ 的附近。

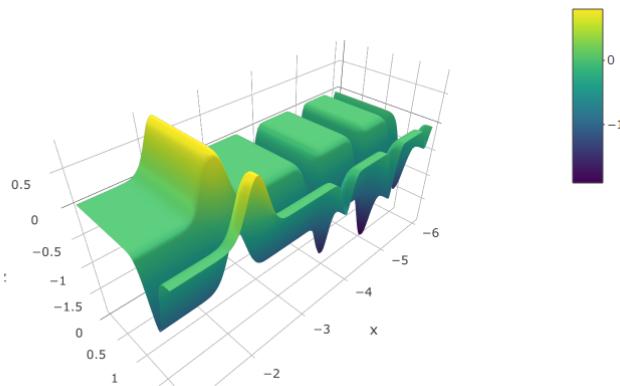


图 4.1: Michalewicz 函数示意

我们先在 R 的脚本中构建出函数：

```
# <- 可以视作 = 即用等于号在此处也是可以的
mich <- function(x){
  y1 <- -sin(x[1])*(sin((x[1]^2)/pi))^20
  y2 <- -sin(x[2])*(sin((2*x[2]^2)/pi))^20
  return(y1+y2)
}
```

然后利用 rBAS 包中的 BASoptim 函数求解：

```
# 把 BASoptim 的寻优结果赋值给 test
test<-
  BASoptim(fn = mich,
```

```
lower = c(-6,0), upper = c(-1,2),
seed = 1, n = 100,trace = FALSE)
```

```
test$par
```

```
## [1] -4.964687 1.575415
```

```
test$value
```

```
## [1] -1.966817
```

可以看到，BAS 在 100 个回合内找到了全局的最小值。非 R 用户可能对上下限的声明有点陌生，`c(-6,0)` 中 `c()`，其实是声明了一个向量，这也是 R 里面最基本的数据类型，和 matlab 里面的 `[-6 0]` 效果类似。整体看来，代码还是很简洁的。

4.1.3.2 Goldstein-Price function

$$\begin{aligned} f(x) = & [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 \\ & + 6x_1x_2 + 3x_2^2)][30 + (2x_1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 \\ & + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)] \end{aligned}$$

图4.2为 Goldstein-Price 函数在给定的约束范围的三维示意图。可以看到，最小值在 $x = -5, y = 1.5$ 的附近。图4.1与4.2均使用 `plotly`⁶绘制。

函数构造：

```
gold <- function(x){
  x1 <- x[1]
  x2 <- x[2]
```

⁶<https://plot.ly/r/>

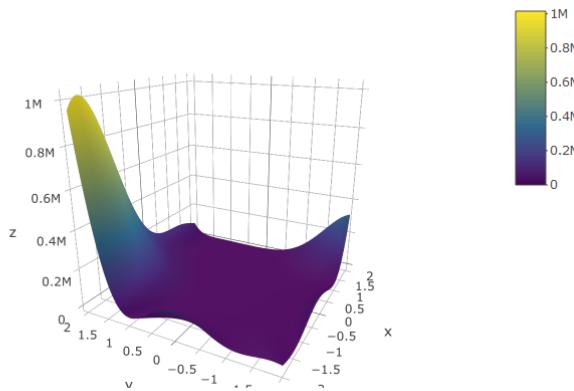


图 4.2: Michalewicz 函数示意

```

y1 <- 1 + (x1 + x2 + 1)^2*
(19 - 14*x1+3*x1^2 - 14*x2 + 6*x1*x2 + 3*x2^2)
y2 <- 30 + (2*x1 -3*x2)^2*
(18 - 32*x1 + 12*x1^2+48*x2-36*x1*x2 + 27*x2^2)
return(y1*y2)
}

```

其中， $x[1]$ 表示向量 x 的第一个元素。举例， $x = c(1, 2)$ ，那么 $x[1]$ 等于 1， $x[2]$ 等于 2。索引从 1 开始，并不是从 0 开始（python 和 C++ 用户可能需要在此处注意）。

优化代码：

```

test<-
  BASeoptim(fn = gold,
             lower = c(-2,-2), upper = c(2,2),
             seed = NULL, n = 100, trace = F)

test$par

```

```
## [1] 0.001870855 -0.996496153
```

```
test$value
```

```
## [1] 3.004756
```

同样，结果也是给出了全局最优点（或在此附近，继续迭代下去，可能会有更精确更小的值）。

4.1.4 BASeoptim2 简单案例

```
mich <- function(x){
  y1 <- -sin(x[1])*(sin((x[1]^2)/pi))^20
  y2 <- -sin(x[2])*(sin((2*x[2]^2)/pi))^20
  return(y1+y2)
}
fit<-
  BASeoptim2(fn = mich,
              lower = c(-6,0),
              upper = c(-1,2),
              n = 100,
              trace = F,
              c = 0.4,#d = 1.2/0.4 = 3
              step = 1.2,
              seed = 1,
              w0 = 0.4,w1 = 0.2, c0 = 0.6)
fit$par;fit$value
```

```
## [1] -4.965421  1.569728
```

```
## [1] -1.967772
```

```
func1 <- function(x){
  sum(x^2)
}
```

```
fit<-  
  BAOptim2(fn = func1,  
            lower = c(-100,-100),  
            upper = c(100,100),  
            n = 100,  
            trace = F,  
            c = 20,  
            step = 100,  
            seed = 1,  
            w0 = 0.5,w1 = 0.2, c0 = 0.6)  
fit$par;fit$value
```

```
## [1] 7.320204e-06 7.091455e-05
```

```
## [1] 5.082459e-09
```

```
func2 <- function(x){  
  sum((abs(x)-5)^2)  
}  
fit<-  
  BAOptim2(fn = func2,  
            lower = c(-10,-10),  
            upper = c(10,10),  
            n = 100,  
            trace = F,  
            c = 5,  
            step = 5,  
            seed = 1,  
            w0 = 0.2,w1 = 0.2, c0 = 0.6)  
fit$par;fit$value
```

```
## [1] -5 -5
```

```
## [1] 1.871564e-13
```

4.2 BSAOptim

BSAOptim 函数⁷(对应 BSAS 算法), 在 BAS 的基础上, 加入了步长反馈和群体策略。调用的格式如下:

```
BSAOptim(fn,
          init = NULL, constr = NULL,
          lower = c(-6, 0), upper = c(-1, 2),
          k = 5, pen = 1e+05,
          d0 = 0.001, d1 = 3, eta_d = 0.95,
          l0 = 0, l1 = 0, eta_l = 0.95,
          step = 0.8, eta_step = 0.95, steptol = 0.01,
          n = 200, seed = NULL, trace = T,
          p_min = 0.2, p_step = 0.2, n_flag = 2)
```

4.2.1 BSAOptim 参数说明

与 BAS 相比, BSAS 在下面几处不同参数:

- k 每回合的外出试探的天牛数目, 越多结果会越稳定(多次执行, 结果更接近), 但是计算时长会相应增长。适当选取天牛数目, 有助于避免随机的初始值和方向带来影响的同时, 计算时长也可以接受。
- p_min 当 k 只外出的天牛存在超过 1 只找到了更优的位置, 也就是比当前的最佳值要更小。那是否需要更新到那 k 只天牛中最优的那一只所在的位置呢? 经过一些尝试, 我片面地认为, 未必是每次都最佳, 最后的位置一定最佳。因此, 给定一个概率 p_{min} 。当有 2 只或以上的天牛找到更好的位置时, 会在 [0,1] 间生成一个随机数, 如果大于 p_{min} , 那么就选 k 只天牛里最优天牛作为下次的更新位置; 如果小于 p_{min} , 那么就在找到了更好的位置的天牛里面, 随机选出一只天牛, 作为下次的更新位置。
- p_step 想法与 p_min 类同, 用于控制步长反馈策略。在 k 只天牛找不到更优位置时, 算法认为是步长过大, 下一回合天牛位置不更新, 且会减小步长。反之, 则更新天牛位置, 并保持当前步长直至

⁷<https://jywang2016.github.io/rBAS/reference/BSAOptim.html>

不能找到更优位置。那么，是否存在由于随机方向的原因，或者是 k 过小，导致在当前步长条件下，存在更优位置，但是找不到。这个时候，我们设置一个更新概率 p_{step} ，即在找不到更优的天牛位置下，步长有 p_{step} 概率不更新，继续寻找。

- n_flag 为了防止设定过大的 p_step ，让数次产生的随机数都小于 p_step ，影响迭代的效率。我们给定了这个参数，默认为 2，只要在同一个步长上的无效搜索（因为找不到更优位置而反复搜索）次数保持 3 次及以上，则会强制更新步长。

4.2.2 BSASoptim 取值摸索

好吧，用中文说明都这么绕口，何况是我撰写的可怜的英文文档。有同学会问了，为什么要后面那几个概率和什么次数的参数，这不是画蛇添足吗？回答是，这几个参数来源于生活 …

我在做建筑阻容模型系统辨识时，每回合的寻优，都是在用龙哥库塔法求解一次常微分方程组（ODEs）。在我的问题规模下，每回合纯粹的 R 代码要耗费 **0.25s** 左右来求解一次这样的 ODEs。也就是说，在求解目标函数上，程序耗费的时间就有 $k * n * 0.25$ ，还不算其他的计算开销。（换言之，用遗传算法，会带来更大的计算开销，因为每回合至少计算 10^* 参数个数次的目标函数）

所以，我必须要结果较好的同时，尽量减少不必要的计算。因此， k 不能太大，但是这又会在随机方向的影响下，错失一些优化的位置，那就需要 p_{step} 参数了。但是初始位置或者说中间位置附近的最优，不代表在这附近或方向上，有全局最优，所以我还需要 p_{min} 来保证，我有那么一丝可能，跳出每次都找最优，可是收敛结果与全局最优背离的怪圈。至于 n_flag ，是因为我之前设置了 p_{step} 为 0.5，所以算法效率极低，几乎每个找不到更优的夜，这些天牛都悲伤地多做数次运行，所以我设置了这个参数。

还是需要强调，在我的问题里，这些参数起到了较好的效果。

但是换成大家的研究，这些参数可能就是被害妄想症的产物了。有意思的是，我在默认参数下执行 50 次 Michalewicz 函数的寻优，效果并没有 BAsoptim 好。但在 RC 模型辨识上，BSASoptim 远好于 BAsoptim。

接下来就是这几个参数的调节的一些小技巧了。

- 设置 k 为 1，那就是带步长反馈的 BAS 了
 - 如果求解目标函数速度快，可以设置较大的 k
 - p_step 设置为 0，只要 k 只天牛找不到最优位置，步长就会更新；不存在不更新继续找的可能
 - p_step 设置为 1，那算法会在一个步长下一直执行，直到找到更优的位置，才会更新步长
 - p_min 设置为 0，在 k 只出去试探的天牛中找到了更优的位置时，那么当前时刻的天牛，总会选择这 k 只中最好的一只的位置来作为下一时刻的位置
 - p_min 设置为 1，下一时刻的位置是 k 只中更优天牛的位置的随机选择
 - 为了求解效率， p_step 会选择较小的值； p_min 我也没有摸清楚个规律，但是在我的研究对象中，为 0 得到的结果在多次试验中，整体看来没有为较小值 0.2 好。

上述是我在自身研究方向上摸出的规律，可能问题的类型不同，需要做的取舍也不同。大家可以保持默认参数，然后进行符合自身情况的微调。更为详细的结果可以参见 **BSAS** ([Wang Jiangyu, 2018](#)) 论文。

4.2.3 BSAOptim 案例

4.2.3.1 Michalewicz function

不做过多的阐述对于此案例，可以参看4.1.3.1节。

```

seed = 1, n = 100,k=5,step = 0.6,
trace = FALSE)

result$par

## [1] -4.970202 1.578791

result$value

## [1] -1.963534

```

4.2.3.2 Pressure Vessel function

使用 **BAS-WPT**(Jiang Xiangyuan, 2017b) 论文中压力容器优化函数来测试 **BSASoptim** 处理约束的能力。问题背景如下：

$$\begin{aligned}
\text{minimize } f(\mathbf{x}) &= 0.6224x_1x_3x_4 + 1.7781x_2x_3^2 \\
&\quad + 3.1661x_1^2x_4 + 19.84x_1^2x_3 \\
s.t. \quad g_1(\mathbf{x}) &= -x_1 + 0.0193x_3 \leq 0 \\
g_2(\mathbf{x}) &= -x_2 + 0.00954x_3 \leq 0 \\
g_3(\mathbf{x}) &= -\pi x_3^2x_4 - \frac{4}{3}\pi x_3^3 + 1296000 \leq 0 \\
g_4(\mathbf{x}) &= x_4 - 240 \leq 0 \\
x_1 &\in \{1, 2, 3, \dots, 99\} \times 0.0625 \\
x_2 &\in \{1, 2, 3, \dots, 99\} \times 0.0625 \\
x_3 &\in [10, 200] \\
x_4 &\in [10, 200]
\end{aligned} \tag{4.1}$$

构造一个列表，也就是 `list()`。其中包含有 2 个函数，一个是我们目标函数 `obj`，一个是我们的不等式约束函数 `con`。为了方便起见，我并没有写每一个函数的返回值，那么，R 会自动返回计算的最后一个对象。

比如，在 `obj` 函数中，是 `result` 变量（标量）被返回。而在 `con` 函数中，是由 `c()` 声明的向量被返回。

```
pressure_Vessel <- list(
  obj = function(x){
    x1 <- floor(x[1])*0.0625
    x2 <- floor(x[2])*0.0625
    x3 <- x[3]
    x4 <- x[4]
    result <- 0.6224*x1*x3*x4 +
      1.7781*x2*x3^2 +
      3.1611*x1^2*x4 +
      19.84*x1^2*x3
  },
  con = function(x){
    x1 <- floor(x[1])*0.0625
    x2 <- floor(x[2])*0.0625
    x3 <- x[3]
    x4 <- x[4]
    c(# 把所有的不等式约束，全部写为小于等于 0 的形式
      0.0193*x3 - x1,
      0.00954*x3 - x2,
      750.0*1728.0 - pi*x3^2*x4 - 4/3*pi*x3^3
    )
  }
)
```

使用 `BSASoptim` 函数进行优化。需要注意的是，`pressure_Vessel` 是一个列表，对于其中包含的元素，使用 `$` 符号进行访问。也可以使用 `[[` 符号，即 `pressure_Vessel$obj` 等价于 `pressure_Vessel[[1]]`。

```
result <- BSASoptim(fn = pressure_Vessel$obj,
                     k = 5,
                     lower =c( 1, 1, 10, 10),
```

```

    upper = c(100, 100, 200, 200),
    constr = pressure_Vessel$con,
    n = 200,
    step = 100,
    d1 = 5,
    pen = 1e6,
    steptol = 1e-6,
    n_flag = 2,
    seed = 2, trace = FALSE)

result$par

```

```
## [1] 14.92195 7.87620 43.51377 159.87104
```

```
result$value
```

```
## [1] 6309.406
```

可以看到结果与论文 **BAS-WPT**(Jiang Xiangyuan, 2017b) 中 TABLE 1 给出的优化值还是有一定的差距。不过，这也让我意识到了，对于复杂的优化问题，调试其中的参数是个困难的活。歧路亡羊呀！

好在，改进后的 BSAS-WPT 能够比较好地得到不逊于 **BAS-WPT**(Jiang Xiangyuan, 2017b) 中的结果（在4.3.2节可以看到）。更多更优地结果，等待你去调参，如果你还有勇气的话。

4.2.3.3 Himmelblau function

$$\begin{aligned}
 \text{minimize } f(\mathbf{x}) = & 5.3578547x_3^2 + 0.8356891x_1x_5 \\
 & + 37.29329x_1 - 40792.141 \\
 \text{s.t. } g_1(\mathbf{x}) = & 85.334407 + 0.0056858x_2x_5 \\
 & + 0.00026x_1x_4 - 0.0022053x_3x_5 \\
 g_2(\mathbf{x}) = & 80.51249 + 0.0071317x_2x_5 \\
 & + 0.0029955x_1x_2 + 0.0021813x_3^2 \\
 g_3(\mathbf{x}) = & 9.300961 + 0.0047026x_3x_5 \\
 & + 0.0012547x_1x_3 + 0.0019085x_3x_4 \\
 g_1(\mathbf{x}) \in & [0, 92] \\
 g_2(\mathbf{x}) \in & [90, 110] \\
 g_3(\mathbf{x}) \in & [20, 25] \\
 x_1 \in & [78, 102] \\
 x_2 \in & [33, 45] \\
 x_3 \in & [27, 45] \\
 x_4 \in & [27, 45] \\
 x_5 \in & [27, 45]
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

构造优化目标函数和约束：

```

himmelblau <- list(
  obj = function(x){
    x1 <- x[1]
    x3 <- x[3]
    x5 <- x[5]
    result <- 5.3578547*x3^2 +
      0.8356891*x1*x5 +
      37.29329*x[1] -

```

```

40792.141
},
con = function(x){
  x1 <- x[1]
  x2 <- x[2]
  x3 <- x[3]
  x4 <- x[4]
  x5 <- x[5]
  g1 <- 85.334407 + 0.0056858*x2*x5 +
    0.00026*x1*x4 - 0.0022053*x3*x5
  g2 <- 80.51249 + 0.0071317*x2*x5 +
    0.0029955*x1*x2 + 0.0021813*x3^2
  g3 <- 9.300961 + 0.0047026*x3*x5 +
    0.0012547*x1*x3 + 0.0019085*x3*x4
  c(
    -g1,
    g1-92,
    90-g2,
    g2 - 110,
    20 - g3,
    g3 - 25
  )
}
)

```

使用 `BSASoptim` 函数进行优化:

```

result <- BSASoptim(fn = himmelblau$obj,
  k = 5,
  lower =c(78,33,27,27,27),
  upper = c(102,45,45,45,45),
  constr = himmelblau$con,
  n = 200,
  step = 100,

```

```

d1 = 10,
pen = 1e6,
steptol = 1e-6,
n_flag = 2,
seed = 11,trace = FALSE)

result$par

## [1] 78.01565 33.00000 27.07409 45.00000 44.95878

result$value

## [1] -31024.17

```

这个结果，比 **BAS-WPT**(Jiang Xiangyuan, 2017b) 中 TABLE 2 记载的结果都要好。但只要你愿意调差，嘿嘿，总有更好的。

4.3 BSAS-WPT

在进行 BSAS-WPT 参数讲解的这一部分前，我想问个问题。在式(4.1)和式(4.2)中，我们可以看到，有些 x_i 的约束范围较小，有的较大。比如，压力容器中， x_1 和 x_2 就偏小，只是经过提取出 0.0625，勉强能达到 x_3 和 x_4 的一半。那么，如果某些优化问题，其参数约束范围之间，相差了量级，该如何选择步长呢？这就是 WPT 的便捷之处了。

BSAS-WPT 函数⁸(对应 BSAS-WPT 算法) 调用的格式如下：

```

BSAS_WPT(fn,
  init = NULL,
  lower = c(-6, 0), upper = c(-1, 2),
  k = 5, constr = NULL, pen = 1e+05,
  c2 = 5,
  step = 1, eta_step = 0.95, steptol = 0.001,

```

⁸https://jywang2016.github.io/rBAS/reference/BSAS_WPT.html

```
n = 200, seed = NULL, trace = T,
p_min = 0.2, p_step = 0.2, n_flag = 2)
```

4.3.1 BSAS-WPT 参数说明

与 BSAS 相比，除去我人为略去的抖动部分，减少了搜索距离 d 相关的参数，这些用 $c2$ 来替代。而初始步长 $step$ ，我们可以设定为一个在 1 附近的数。由于算法先标准化了参数，然后根据式(2.3)在计算位置后，再根据上下限进行反标准化，而后导入目标函数。所以，你可以认为，BSAS 中，把 $step$ 变成一个 n 维的向量，假设 n 是参数个数，每个步长元素都根据参数的约束范围大小来设定，那么算法就会变成 BSAS-WPT。

总之，现在要调节的参数，主要有 2 个，即 $c2$ 和 $step$ 。

4.3.2 BSAS-WPT 案例

我们使用和 `BSASoptim` 函数相同的例子来对比效果。但是，这些效果都是不固定的，即给定不同的参数，结果也会不同，所以不能根据一次结果评价算法的优劣。

4.3.2.1 Pressure Vessel function

```
result <- BSAS_WPT(fn = pressure_Vessel$obj,
                     k = 8,
                     lower = c(1, 1, 10, 10),
                     upper = c(100, 100, 200, 200),
                     constr = pressure_Vessel$con,
                     c2 = 10, n = 200, step = 2,
                     seed = 1,
                     n_flag = 3,
                     trace = FALSE,
```

```

                      steptol = 1e-6)
result$par

## [1] 13.882270 7.434164 42.094999 176.932890

result$value

## [1] 6065.478

```

4.3.2.2 Himmelblau function

```

result <- BSAS_WPT(fn = himmelblau$obj,
                     k = 10,
                     lower =c(78,33,27,27,27),
                     upper = c(102,45,45,45,45),
                     constr = himmelblau$con,
                     c2 = 5, n = 200, step = 1.6,
                     pen = 1e5,trace = FALSE,seed = 11)

```

-----step < steptol-----stop the iteration-----

```
result$par
```

```
## [1] 78.00000 33.00000 27.07176 45.00000 44.96713
```

```
result$value
```

```
## [1] -31025.47
```

BSAS-WPT 没有做过多的参数调节，即可获得更畅快地优化体验。举例，在对 Himmelblau 函数进行优化时，我仅仅设定了随机种子 `seed`，然后把 `step` 从 1 调到了 2，看了看效果的变化。发现都不错，最后每隔 0.1

选取 `step`, 试探最好的效果在哪里, 于是就成了上面的例子。如果把这一套, 放在 `BSASoptim` 函数上, 对于复杂的优化问题, 就成了一种折磨。

4.4 BSOoptim

4.4.1 BSO 参数说明

由于 BSO 参数与原理中的公式较为复杂。因此, 在讲述其原理时, 对函数的参数也进行了说明。故大家可以参考3.1.4节。此处, 仅仅复制该节内容。

```
BSOoptim(fn, init = NULL, constr = NULL,
         lower = c(-50, -50), upper = c(50, 50), n = 300,
         s = floor(10 + 2 *sqrt(length(lower))),
         w = c(0.9, 0.4),
         w_vs = 0.4,
         step = 10,
         step_w = c(0.9, 0.4),
         c = 8,
         v = c(-5.12, 5.12),
         trace = T,
         seed = NULL,
         pen = 1e+06)
```

上面的代码是函数的默认调用形式, 其中 `s` 表示设定的天牛或者粒子数目, `w` 也就是式(3.3)中提到的 ω_{max} 和 ω_{min} 。`w_vs` 是 λ , 也就是式(3.4)中天牛速度和移动步长之间的权重, 直观地理解为 `weight between velocity and step-size`。`step` 和 `c` 仍然是表示步长和步长与须距离之比。而 `step_w` 为一个向量, 表示的是式(3.7)中的 $\omega_{\delta_1} = 0.4$, $\omega_{\delta_0} = 0.9$ 。

4.4.2 BSO 案例

4.4.2.1 Michalewicz function

一个简单的例子（Michalewicz function）如下：

```
library(rBAS)
mich <- function(x){
  y1 <- -sin(x[1])*(sin((x[1]^2)/pi))^(20)
  y2 <- -sin(x[2])*(sin((2*x[2]^2)/pi))^(20)
  return(y1+y2)
}
result <-
  BSOoptim(fn = mich,
            init = NULL,
            lower = c(-6,0),
            upper = c(-1,2),
            n = 100,
            step = 5,
            s = 10,seed = 1, trace = F)
result$par; result$value

## [1] -4.965998  1.570796
## [1] -1.967851
```

4.4.2.2 Pressure Vessel function

```
pressure_Vessel <- list(
obj = function(x){
  x1 <- floor(x[1])*0.0625
  x2 <- floor(x[2])*0.0625
  x3 <- x[3]
```

```

x4 <- x[4]
result <- 0.6224*x1*x3*x4 + 1.7781*x2*x3^2 + 3.1611*x1^2*x4 + 19.84*x1^2*x3
},
con = function(x){
  x1 <- floor(x[1])*0.0625
  x2 <- floor(x[2])*0.0625
  x3 <- x[3]
  x4 <- x[4]
  c(
    0.0193*x3 - x1, #<=0
    0.00954*x3 - x2,
    750.0*1728.0 - pi*x3^2*x4 - 4/3*pi*x3^3
  )
}
)

```

```

result<-
BSOptim(fn = pressure_Vessel$obj,
        init = NULL,
        constr = pressure_Vessel$con,
        lower = c( 1, 1, 10, 10),
        upper = c(100, 100, 200, 200),
        n = 1000,
        w = c(0.9,0.4),
        w_vs = 0.9,
        step = 100,
        step_w = c(0.9,0.4),
        c = 35,
        v = c(-5.12,5.12),
        trace = F,seed = 1,
        pen = 1e6)
result$par

```

```
## [1] 13.955250 7.550179 42.098446 176.636596

result$value
```

```
## [1] 6059.131
```

得到的结果十分好（甚至比论文（Wang Tiantian, 2018）还要高出那么一点点）。但是，这是调参调出来的结果。

总的来说，我自己的经验是：

- 调节最大迭代次数 `n`
- 调节步长 `step` 和步长与须距离比值 `c`（让搜索距离的尺度尽量在迭代后不要太大）
- 调节 `w_vs`，该值越大，粒子群算法更新方式所占的比重越大。

而王糖糖同学给出的建议是：

“在试验的时候发现，当维度提高时，步长和迭代次数也要相应的提高”

—王糖糖

4.5 bBAS

4.5.1 bBAS 参数说明

bBAS 算法原理参看 3.2 节。对应的 `bBASoptim` 函数，与其他算法相比，需要调节的参数较少。调用形式如下。

```
bBASoptim(fn, init = NULL,
          lower = c(-6, 0), upper = c(-1, 2),
          d0 = 1e-30, d1 = 3, eta_d = 0.99,
          w = 0.2, c = 0.5, vmax = 4,
          n = 800,
          seed = NULL, trace = 20, resolution = rep(1, length(lower)))
```

w 与 c 分别为式(3.9)与式(3.10)中的惯性项与常系数。 $vmax$ 则用于控制速度的边界。

`trace` 参数表示，每隔多少次循环，打印一次结果。

`resolution` 则是我们在处理实数空间优化问题时候所给的分辨率。这么说有点绕口，举例说明。如果 `Michalewicz function` 使我们的优化目标，上下限分别是 $(-6, 0)$ 和 $(-1, 2)$ 。

那问题来了，用二进制数来模拟取值空间：

- 我们如何让二进制数取负数呢？
- 我们如何让二进制数取小数呢？

首先，算法把 $x_1 \in [-6, -1]$ 转为 $x_1 \in [0, 5]$ 来处理。然后新的空间转为二进制后，可以写作 $x_1 \in [000, 101]$, $x_2 \in [00, 10]$ 。也就是，表示第一个分量，需要三个二进制位，表示第二个分量，需要两个二进制位，然后我们的算法就可以对于每个二进制位的 0-1 进行寻优调节。但是实际上的二进制上限会与十进制的值有所出入，可能会出现 $x_1 = 111, x_2 = 11$ 的状况。

大家可能会问，为什么不进行上下限的判定？主要是因为还没有想好，如果超过上下限，该限制哪些位数上的取值。此外，二进制转十进制判断大小，会拖慢循环的速度。所以，下面有个更好的办法。

因此，我们只在转二进制后只获取和关注位数信息，把新的范围写为 $x_1 \in [000, 111], x_2 \in [00, 11]$ ，也就是上限全部位数为 1，下限全部位数为 0。然后利用下面的方法来变成原来的实数空间的取值。

$$x_1 = \frac{x_{1,binary} - 0}{(2^3 - 1) - 0} * (-1 - (-6))$$

$$x_0 = \frac{x_{0,binary} - 0}{(2^2 - 1) - 0} * (2 - (0))$$

这样，就不用担心在取值的过程中，溢出上下限了。

接下来，问题又来了，这样的表示方法，能够搜索到的值寥寥无几。我们可以穷举出来， $x_1 \in \frac{5}{2^3 - 1} * k \quad k = 0, 1, \dots, 7$ ，共 8 种取值，而 x_2 共 4 种取值。所以，如果搜索空间只有 32 种可能，这肯定是不合理的，

我们需要更细的粒度来让算法更为细致地搜索参数空间。这就是分辨率参数的由来。

还是上面的问题，取值范围有限是由于二进制位数小引起的，二进制位数小是由于十进制的上下限差距小引起的。换言之，我们可以考虑放大参数的上下限。比如，我们使用 100 的分辨率（倍数），那么 $x_1 \in [-600, -10] = [0, 590] = [0000000000, 1001001110]$ ，现在，二进制位数变为了 **10 位**，当然，还会稍作扩大，使得 x_1 新的上限为 **1111111111**。而 x_2 的取值为 $x_2 \in [0, 200] = [00000000, 11001000]$ ，二进制位数变为了 **8 位**。同样，按照下面的方式转为原始空间的取值。

$$x_1 = \frac{x_{1,binary} - 0}{(2^{10} - 1) - 0} * (-1 - (-6))$$

$$x_0 = \frac{x_{0,binary} - 0}{(2^8 - 1) - 0} * (2 - (0))$$

这样，我们能探索的空间有 $2^{10} * 2^8$ 种可能性，这样能极大地增大寻优的几率。把分辨率理解为，你要精确到小数点后多少位。比如 $x \in [-2.048, 2.048]$ ，设置 1000 的分辨率，表明希望能精确到 0.001 位。当然，这是比较形象的一个理解办法。

一个小的技巧是，对于库存问题，参数本身的取值就是 0 和 1，那么分辨率设为 1 即可，这也是默认取值；而对于实数空间的取值，如 $[-2.048, 2.048]$ ，可以设置分辨率为 1000。** 如果参数中既有 0-1 变量，又有实数变量，可以分别设置，比如 $x_1 = 0, 1 \quad x_2 \in [-1, 1]$ ，可以设置分辨率为 `resolution = c(1, 100)`。

4.5.2 bBAS 案例

对于上面提及的 Michalewicz function 优化问题，代码如下：

```
library(rBAS)
mich <- function(x){
  y1 <- -sin(x[1])*(sin((x[1]^2)/pi))^20
  y2 <- -sin(x[2])*(sin((2*x[2]^2)/pi))^20
  return(y1+y2)
```

```
}

fit <- bBASoptim(fn = mich,
                  init = c(-3,1),
                  resolution = c(100,100), # 分辨率的设置
                  trace = 20, # 每隔 20 个循环，打印一次信息
                  c = 0.6,
                  seed = 3)

## Iters 0 xbest = [ -3 1 ], fbest = -2.55738e-05
## Iters 20 xbest = [ -3.651663 1.607843 ], fbest = -0.9949117
## Iters 40 xbest = [ -4.581213 1.568627 ], fbest = -0.9998098
## Iters 60 xbest = [ -4.581213 1.568627 ], fbest = -0.9998098
## Iters 80 xbest = [ -4.581213 1.568627 ], fbest = -0.9998098
## Iters 100 xbest = [ -3.78865 1.458824 ], fbest = -1.111469
## Iters 120 xbest = [ -3.798434 1.537255 ], fbest = -1.485165
## Iters 140 xbest = [ -3.798434 1.537255 ], fbest = -1.485165
## Iters 160 xbest = [ -3.798434 1.537255 ], fbest = -1.485165
## Iters 180 xbest = [ -3.798434 1.537255 ], fbest = -1.485165
## Iters 200 xbest = [ -3.798434 1.537255 ], fbest = -1.485165
## Iters 220 xbest = [ -3.798434 1.537255 ], fbest = -1.485165
## Iters 240 xbest = [ -3.798434 1.537255 ], fbest = -1.485165
## Iters 260 xbest = [ -3.798434 1.537255 ], fbest = -1.485165
## Iters 280 xbest = [ -3.798434 1.537255 ], fbest = -1.485165
## Iters 300 xbest = [ -3.798434 1.537255 ], fbest = -1.485165
## Iters 320 xbest = [ -3.798434 1.537255 ], fbest = -1.485165
## Iters 340 xbest = [ -3.798434 1.537255 ], fbest = -1.485165
## Iters 360 xbest = [ -3.798434 1.537255 ], fbest = -1.485165
## Iters 380 xbest = [ -5.011742 1.6 ], fbest = -1.747737
## Iters 400 xbest = [ -5.011742 1.6 ], fbest = -1.747737
## Iters 420 xbest = [ -5.011742 1.6 ], fbest = -1.747737
## Iters 440 xbest = [ -5.011742 1.6 ], fbest = -1.747737
## Iters 460 xbest = [ -5.011742 1.6 ], fbest = -1.747737
## Iters 480 xbest = [ -5.011742 1.6 ], fbest = -1.747737
## Iters 500 xbest = [ -5.011742 1.6 ], fbest = -1.747737
```

```

## Iter 520 xbest = [ -5.011742 1.6 ], fbest = -1.747737
## Iter 540 xbest = [ -5.011742 1.6 ], fbest = -1.747737
## Iter 560 xbest = [ -5.011742 1.6 ], fbest = -1.747737
## Iter 580 xbest = [ -5.011742 1.6 ], fbest = -1.747737
## Iter 600 xbest = [ -5.011742 1.6 ], fbest = -1.747737
## Iter 620 xbest = [ -4.972603 1.537255 ], fbest = -1.919954
## Iter 640 xbest = [ -4.972603 1.537255 ], fbest = -1.919954
## Iter 660 xbest = [ -4.972603 1.568627 ], fbest = -1.963422
## Iter 680 xbest = [ -4.972603 1.568627 ], fbest = -1.963422
## Iter 700 xbest = [ -4.972603 1.568627 ], fbest = -1.963422
## Iter 720 xbest = [ -4.972603 1.568627 ], fbest = -1.963422
## Iter 740 xbest = [ -4.972603 1.568627 ], fbest = -1.963422
## Iter 760 xbest = [ -4.972603 1.568627 ], fbest = -1.963422
## Iter 780 xbest = [ -4.972603 1.568627 ], fbest = -1.963422
## Iter 800 xbest = [ -4.972603 1.568627 ], fbest = -1.963422

fit$par; fit$value

## [1] -4.972603 1.568627
## [1] -1.963422

```

此处还有阮月同学提供的库存 (批次) 问题 (lot-sizing) 案例。

$$\begin{aligned}
& \text{minimize} \sum_{i=1}^n (Ax_i + cI_i) \\
& \text{s.t. } I_0 = 0 \\
& \quad I_{i-1} + x_i Q_i - I_i = R_i \\
& \quad I_i \geq 0 \\
& \quad Q_i \geq 0 \\
& \quad x_i \in \{0, 1\}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

该案例具体的参数解释会在之后案例章节描述。此处简单给出例子。

```
lot_size2 <- function(x){  
  R = c(100,60,40,50,80)  
  A = 100  
  c = 1  
  x1 = 1 - x  
  
  I = rep(0,5)  
  
  for(m in 1:4){  
    t = 0  
    for (p in (m+1):5){  
      if(x1[p] == 1){  
        t = t + R[p]  
      }  
      else{break}  
    }  
    I[m] = t  
  }  
  if(x[1] != 1){  
    pen = 1e5  
  }else{  
    pen = 0  
  }  
  cost = sum(A*x) + sum(c*I) + pen  
  
  return(cost)  
}  
fit <- bBASoptim(fn = lot_size2,  
                  init = rep(1,5),  
                  lower = rep(0,5),  
                  upper = rep(1,5),  
                  resolution = rep(1,5),  
                  n = 200,
```

```
trace = 10)

## Iter 0 xbest = [ 1 1 1 1 1 ], fbest = 500
## Iter 10 xbest = [ 1 0 0 1 1 ], fbest = 440
## Iter 20 xbest = [ 1 0 0 1 0 ], fbest = 420
## Iter 30 xbest = [ 1 0 0 1 0 ], fbest = 420
## Iter 40 xbest = [ 1 0 0 1 0 ], fbest = 420
## Iter 50 xbest = [ 1 0 0 1 0 ], fbest = 420
## Iter 60 xbest = [ 1 0 0 1 0 ], fbest = 420
## Iter 70 xbest = [ 1 0 1 0 1 ], fbest = 410
## Iter 80 xbest = [ 1 0 1 0 1 ], fbest = 410
## Iter 90 xbest = [ 1 0 1 0 1 ], fbest = 410
## Iter 100 xbest = [ 1 0 1 0 1 ], fbest = 410
## Iter 110 xbest = [ 1 0 1 0 1 ], fbest = 410
## Iter 120 xbest = [ 1 0 1 0 1 ], fbest = 410
## Iter 130 xbest = [ 1 0 1 0 1 ], fbest = 410
## Iter 140 xbest = [ 1 0 1 0 1 ], fbest = 410
## Iter 150 xbest = [ 1 0 1 0 1 ], fbest = 410
## Iter 160 xbest = [ 1 0 1 0 1 ], fbest = 410
## Iter 170 xbest = [ 1 0 1 0 1 ], fbest = 410
## Iter 180 xbest = [ 1 0 1 0 1 ], fbest = 410
## Iter 190 xbest = [ 1 0 1 0 1 ], fbest = 410
## Iter 200 xbest = [ 1 0 1 0 1 ], fbest = 410
```

```
fit$par; fit$value
```

```
## [1] 1 0 1 0 1
```

```
## [1] 410
```

得到的结果能使得库存与订单总的费用最小。

表 4.1: 需求订单与库存

	day1	day2	day3	day4	day5	$f(X^k)$
R_d	100	60	40	50	80	-
x_d^k	1	0	1	0	1	-
Q_d^k	160	-	90	-	80	-
I_d^k	60	-	50	-	-	-
c_d^k	60	-	50	-	-	-
Ax_d^k	100	-	100	-	-	-
$C(X_d^k)$	160	-	150	-	100	410

第五章 用户界面

用户界面基于 shiny¹包开发。核心思想是，把目标函数或者约束在 R 的脚本中预先定义好，然后调用 `run_BAS_App(func = ..., constr = ..., theme = ...)` 函数来人为调节参数，运行以及可视化。

5.1 调用语句

```
run_BAS_App(func = Your-objective-func,  
            constr = Your-constraint-func,  
            theme = 'united')
```

其中：

- `func` 指的是，需要优化的目标函数
- `constr` 则是不等式约束，至于上下限约束，可以直接在用户界面里面定义
- `theme` 也就是界面主题，即皮肤，默认的主题是 `united`。可以使用 `help(run_BAS_App)` 语句来看可选的主题样式都有哪些，如 `superhero,cosmo,paper,journal` 等主题。这些主题是调用 `shinythemes`²而来。

¹<https://github.com/rstudio/shiny>

²<https://github.com/rstudio/shinythemes>

5.2 使用案例

5.2.1 Michalewicz function

先在代码中预定义函数：

```
Mich <- function(x){
  y1 <- -sin(x[1])*(sin((x[1]^2)/pi))^20
  y2 <- -sin(x[2])*(sin((2*x[2]^2)/pi))^20
  return(y1+y2)
}
```

然后调用用户界面：

```
run_BAS_App(func = Mich)
#run_BAS_App(func = Mich, theme = 'paper') 可以尝试下 paper 或是其他的主题
```

出现了如图5.1的界面：

左边是固定的参数调节栏，最上方有目前的收录的三种算法可供选择，以及本包的作者信息。右侧也有三个选项，分别是优化过程信息，优化参数结果以及优化结果可视化。

按照你的需要，调节好左边的参数信息（第一个参数，也就是初始值 `init`，默认为空，也可以指定），然后点击左下方的 `Run BAS` 键，即可看到如图5.2的内容：

由于回合数较大，因此只截取了部分内容显示。

分别点击 `Optimization Parameters` 和 `Progress Plot` 键，可以看到最后的结果，以及可视化信息，分别如图5.3与 5.4所示。

可以看到，窗口的 `$par` 显示的是参数的优化结果，而 `$value` 则是对应的目标函数值。

`BAS` 与其他两种算法有着不同的可视化结果，其并不是基于反馈来控制步长的。因此，图中的两条曲线，红色的为每一回合的目标函数值，而

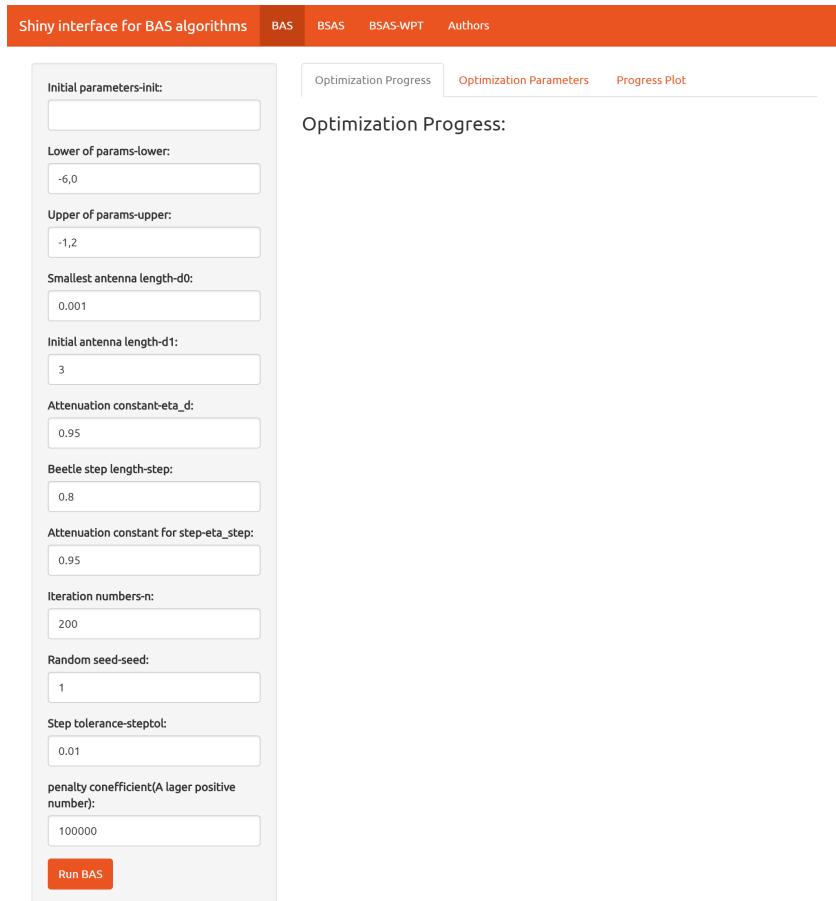


图 5.1: shiny interface

蓝色的为此前回合中最优的目标函数值。

5.2.2 Pressure Vessel function

这次，我们在 BSAS-WPT 栏下进行界面使用。先在代码中预定义目标函数和约束：

```
pressure_Vessel <- list(  
  obj = function(x){
```

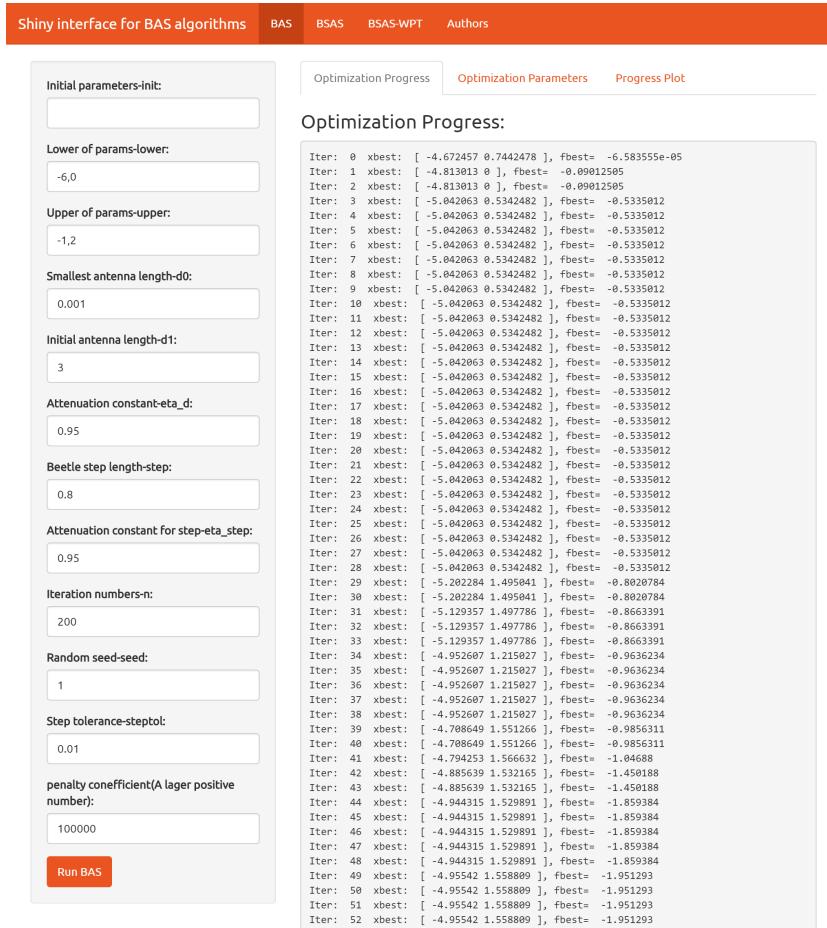


图 5.2: optimization progress 栏信息

```

x1 <- floor(x[1])*0.0625
x2 <- floor(x[2])*0.0625
x3 <- x[3]
x4 <- x[4]
result <- 0.6224*x1*x3*x4 +
1.7781*x2*x3^2 +
3.1611*x1^2*x4 +
19.84*x1^2*x3
},

```

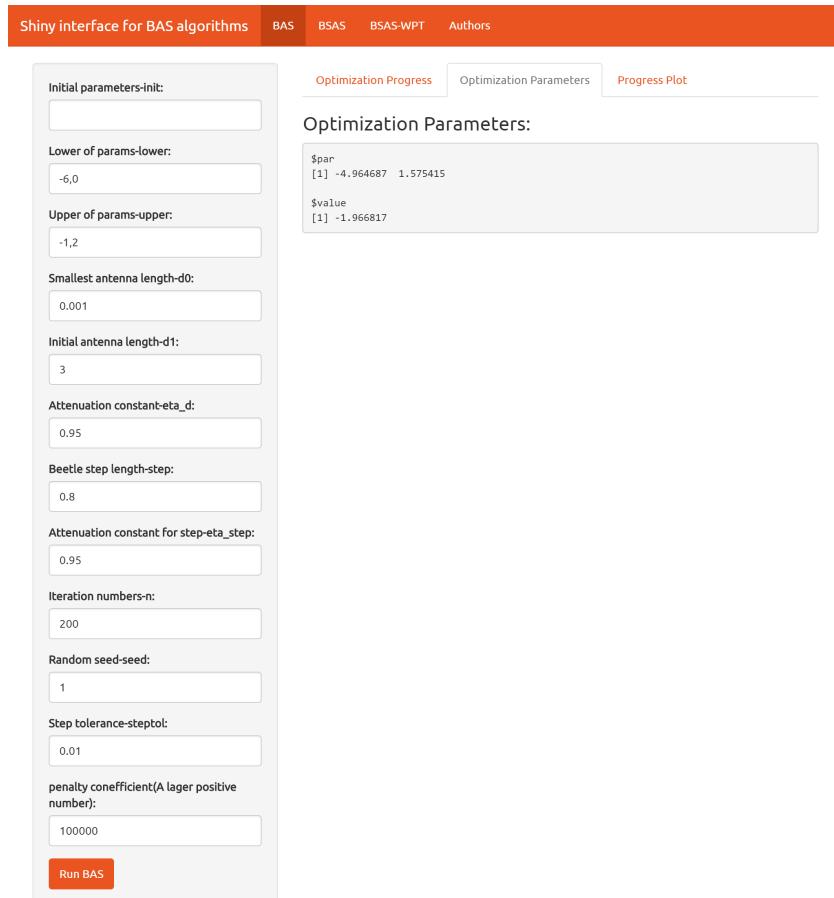


图 5.3: Optimization Parameters 栏信息

```
con = function(x){
  x1 <- floor(x[1])*0.0625
  x2 <- floor(x[2])*0.0625
  x3 <- x[3]
  x4 <- x[4]
  c(
    0.0193*x3 - x1, #<=0
    0.00954*x3 - x2,
```

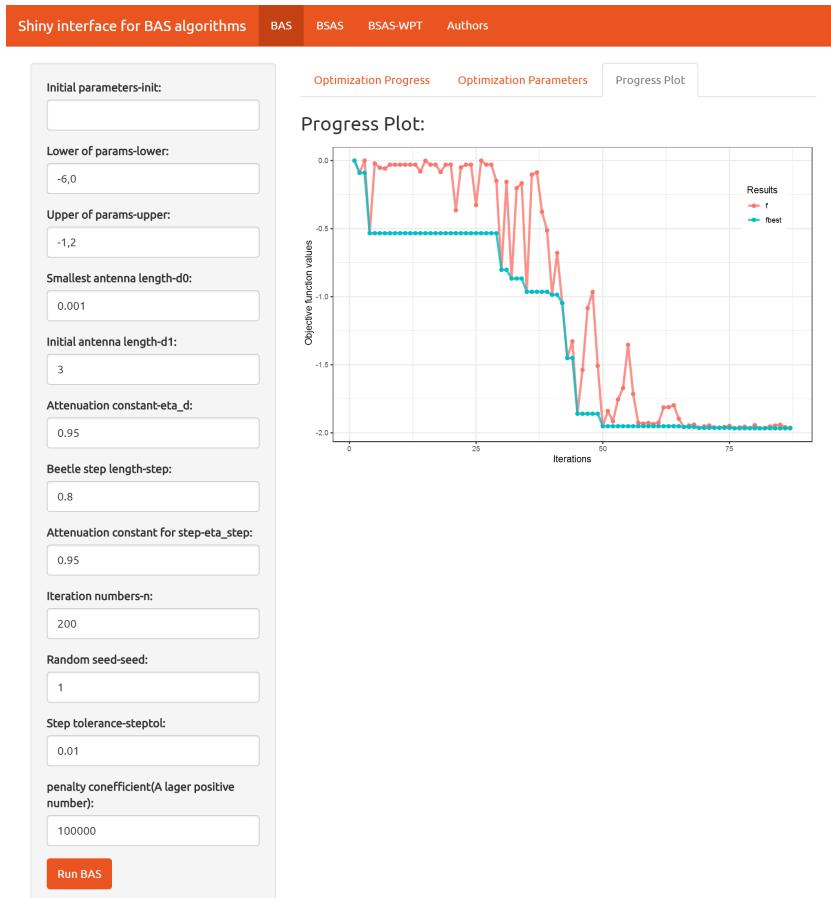


图 5.4: Progress Plot 栏信息

```

750.0*1728.0 - pi*x3^2*x4 - 4/3*pi*x3^3
)
}
)

```

调用用户界面，注意此时多出了 `constr`，也就是约束函数，\$ 符号在索引列表中的元素时使用：

```
run_BAS_App(func = pressure_Vessel$obj,  
            constr = pressure_Vessel$con)
```

自行调整参数后，用户界面如图5.5所示：

The screenshot shows the Shiny interface for BAS algorithms. At the top, there is a navigation bar with tabs: Shiny interface for BAS algorithms, BAS, BSAS, BSAS-WPT (which is currently selected), and Authors. Below the navigation bar, there are two main sections: 'Initial parameters-init:' on the left and 'Optimization Progress:' on the right.

Initial parameters-init:

- Lower of params-lower: 1, 1, 10, 10
- Upper of params-upper: 100, 100, 200, 200
- ratio of step-size and searching distance C2: 10
- Beetle step length-step: 2
- Attenuation constant for step-eta_step: 0.95
- Iteration numbers-n: 200
- Random seed-seed: 1
- Step tolerance-steptol: 0.000001
- Number of beetles-k: 8
- p_min(in [0,1]): 0.2
- p_step(in [0,1]): 0.2
- n_flag(positive integer): 3
- penalty coneeficient(A lager positive number): 100000

Optimization Progress:

This section is currently empty, showing the header 'Optimization Progress'.

At the bottom left of the interface is a red button labeled 'Run BAS-WPT'.

图 5.5: BSAS-WPT 参数调整

点击 Run BAS-WPT 之后，选择 optimization Parameters 栏目，可以

看到优化结果如图5.6所示：

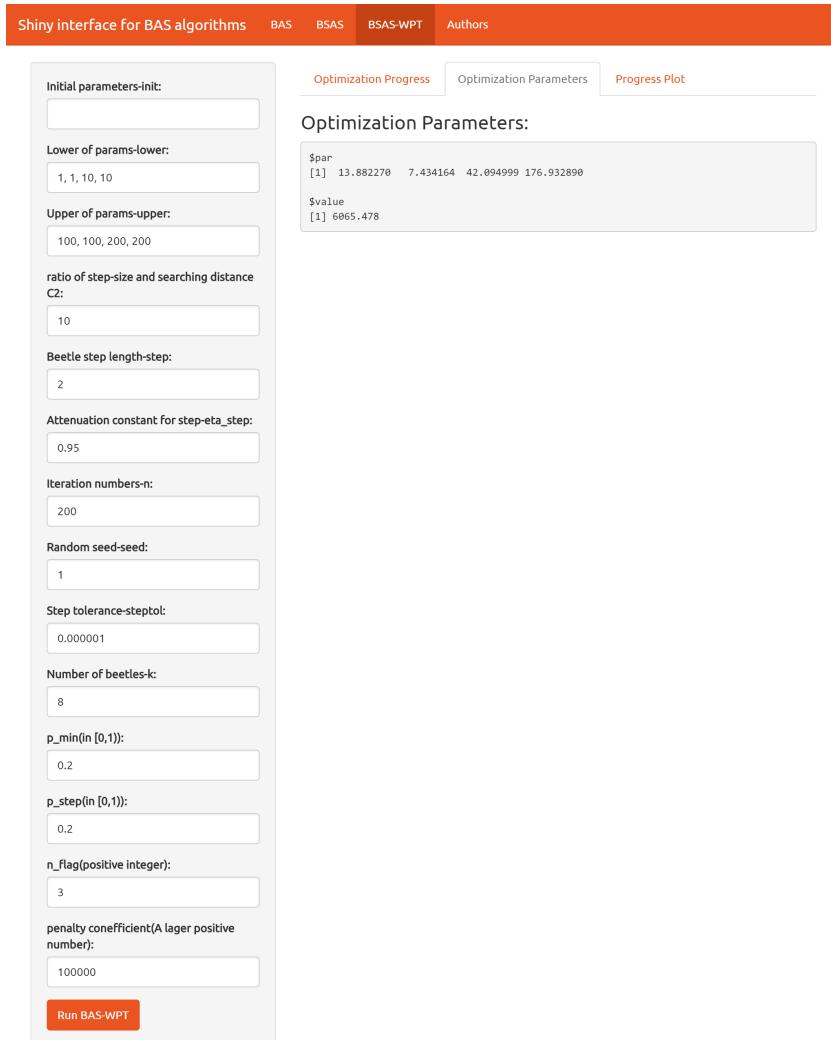


图 5.6: BSAS-WPT 优化结果

选择 Progress Plot 栏目，过程可视化如图5.7所示：

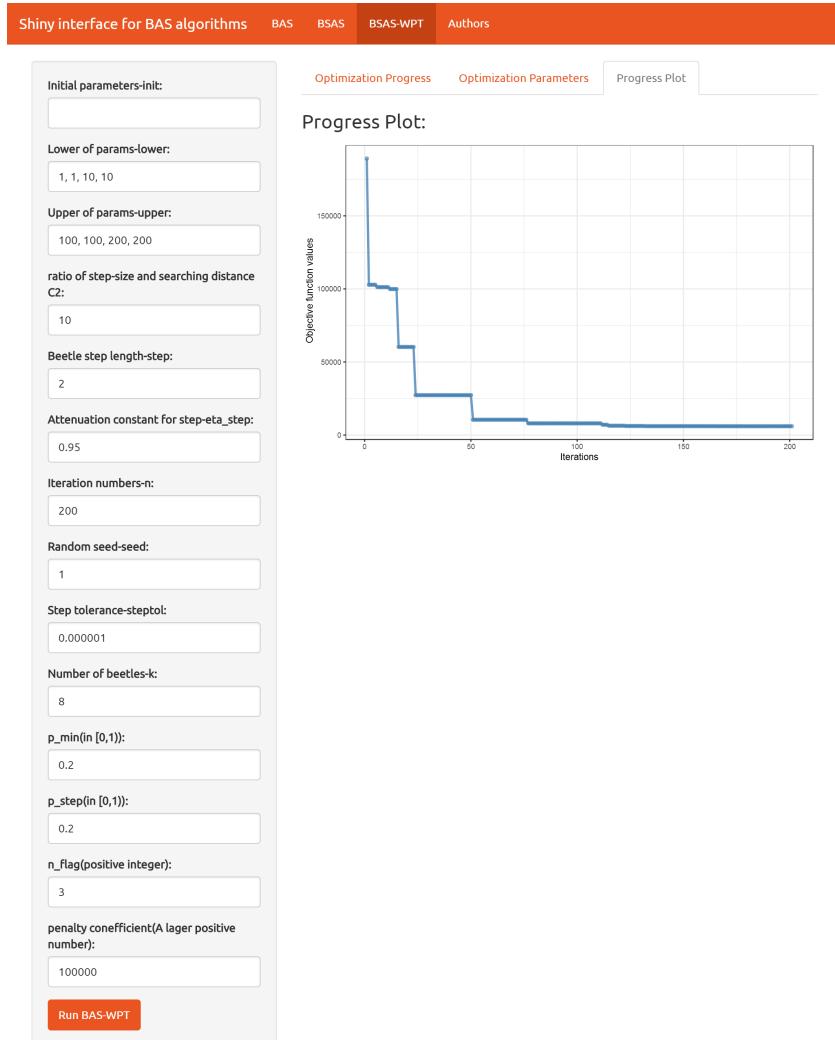


图 5.7: BSAS-WPT 优化过程可视化

5.3 Authors 界面

如果并不想执行任何函数优化，则可以不指定函数和约束。在 R 里面输入以下代码：

```
library(rBAS) # 加载 rBAS 包  
run_BAS_App() # 直接调用函数
```

可以看到 rBAS 的用户界面，里面有关于 rBAS 的作者信息，如图5.8所示。

The screenshot shows the 'Authors' section of the rBAS Shiny application. At the top, there is a navigation bar with tabs: 'Shiny interface for BAS algorithms', 'BAS', 'BSAS', 'BSAS-WPT', and 'Authors'. The 'Authors' tab is currently selected. Below the navigation bar, the content area is titled 'Authors:' and lists four individuals with their roles and links:

- Jiangyu Wang : BSAS & Package Creator
[Github Page](#)
- Shuai Li : BAS & BAS-WPT
[Personal Homepage](#) & [Googlescholar](#)
- Xiangyuan Jiang : BAS & BAS-WPT

Contributors:

- Xiaoxiao Li : second-order-BAS
- Tiantian Wang : beetle-swarm-optimization
- Yue Ruan : binary-BAS
- Xiaojuan Mo : multi-bar mechanism optimization

图 5.8: 用户界面作者信息

如果大家对该项目有兴趣，参与了包的开发，或者 BAS 算法应用案例的提出。我会在征得当事人同意的情况下，将名字加入该界面:)。

第六章 BAS 案例一：多杆机构 优化问题

说明：由于自身专业知识局限，在整理转述各位研究者或贡献者所提供的材料时，我可能无法准确地表达出对应领域的知识要点。避免言多必失，我仅仅做简要的翻译或者是介绍。对于读者而言，如果觉得并不能解你之疾，或没有挠到痒处，建议直接和对应的作者联系。对于贡献者而言，如果我表述有误，欢迎提出建议，或者在 github 上 pull request。

由群友莫小娟博士研究生提供案例。

由于案例均为各位热心的同学提供，均为自己的研究。因此，希望大家要引用其中的结果时，可以引用对应同学的文章。此外，也请大家转载时注明来源。

6.1 背景

6.1.1 四连杆机构 (Four-bar linkage mechanism)

四连杆机构如图6.1所示：

基于闭环矢量方程，推导出节点位置。推导过程如式(6.1)至式(6.4)：

$$\text{Loop: } r_1 e^{i\theta_0} + r_4 e^{i\theta_4} - r_2 e^{i\theta_2} - r_3 e^{i\theta_3} = 0 \quad (6.1)$$

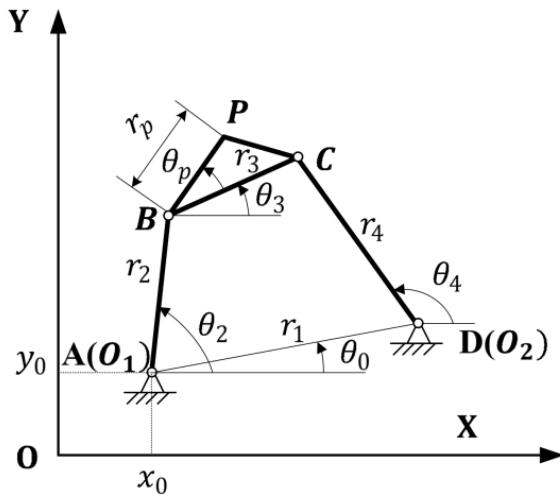


图 6.1: 四连杆机构示意

$$\begin{cases} r_1 \cos(\theta_0) + r_4 \cos(\theta_4) - r_2 \cos(\theta_2) - r_3 \cos(\theta_3) = 0 \\ r_1 \sin(\theta_0) + r_4 \sin(\theta_4) - r_2 \sin(\theta_2) - r_3 \sin(\theta_3) = 0 \end{cases} \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} \theta_3 &= 2\text{atan}\left(\frac{-A \pm \sqrt{2A^2 - 4BC}}{2B}\right) + \theta_0 \\ A &= \cos(\theta_2 - \theta_0) - K_1 + K_2 \cos(\theta_2 - \theta_0) + K_3 \\ B &= -2\sin(\theta_2 - \theta_0), F = K_1 + (K_2 - 1)\cos(\theta_2 - \theta_0) + K_3 \\ K_1 &= r_1/r_2, K_2 = r_1/r_3, K_3 = (r_4^2 - r_1^2 - r_2^2 - r_3^2)/(2r_2r_3) \end{aligned} \quad (6.3)$$

$$\begin{cases} x_p = x_0 + r_2 \cos(\theta_2) + r_p \cos(\theta_3 + \theta_p) \\ y_p = y_0 + r_2 \sin(\theta_2) + r_p \sin(\theta_3 + \theta_p) \end{cases} \quad (6.4)$$

6.1.2 六连杆机构 (Stephenson III Six-bar linkage mechanism)

六连杆机构如图6.2所示：

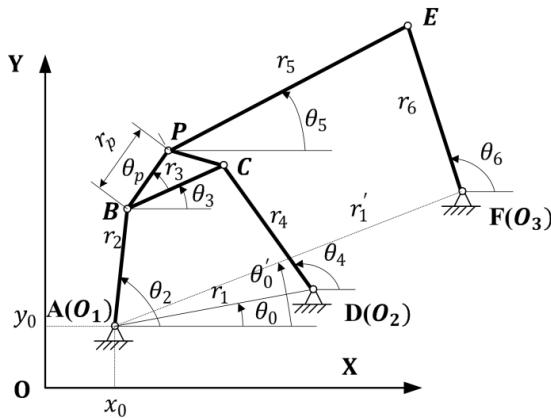


图 6.2: 六连杆机构示意

基于闭环矢量方程，推导出节点位置和外部链接角度。推导过程如式(6.5)至式(6.6):

$$\begin{aligned} \text{Loop1: } & r_1 e^{i\theta_0} + r_4 e^{i\theta_4} - r_2 e^{i\theta_2} - r_3 e^{i\theta_3} = 0 \\ \text{Loop2: } & r'_1 e^{i\theta'_0} + r_6 e^{i\theta_6} - r_2 e^{i\theta_2} - r_p e^{i(\theta_3 + \theta_p)} - r_5 e^{i\theta_5} = 0 \end{aligned} \quad (6.5)$$

Loop1:

$$\begin{aligned} \alpha &= r_2 \cos(\theta_2) - r_1 \cos(\theta_0), \beta = r_2 \sin(\theta_2) - r_1 \sin(\theta_0) \\ \gamma &= (r_4^2 + \alpha^2 + \beta^2 - r_3^2)/(2r_4), \lambda = \text{atan2}(\alpha, \beta) \\ \theta_4 &= \text{atan}(\cos(\lambda)\gamma/\beta, \{1 - (\cos(\lambda)\gamma/\beta)^2\}^{1/2}) - \lambda \\ \theta_3 &= \text{atan2}(r_4 \sin(\theta_4) - \beta, r_4 \cos(\theta_4) - \alpha) \end{aligned}$$

Loop2:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= r_2 \cos(\theta_2) + r_p \cos(\theta_3 + \theta_p) - r_6 \cos(\theta_6) \\ \beta_1 &= r_2 \sin(\theta_2) + r_p \sin(\theta_3 + \theta_p) - r_6 \sin(\theta_6) \\ \gamma_1 &= (r_6^2 + \alpha_1^2 + \beta_1^2 - r_5^2)/(2r_6), \lambda_1 = \text{atan2}(\alpha_1, \beta_1) \\ \theta_6 &= \text{atan2}(\cos(\lambda)\gamma_1/\beta_1, -\{1 - (\cos(\lambda)\gamma_1/\beta_1)^2\}^{1/2}) - \lambda_1 \\ \theta_5 &= \text{atan2}(r_6 \sin(\theta_6) - \beta_1, r_6 \cos(\theta_6) - \alpha_1) \end{aligned} \quad (6.6)$$

于是，可以得到节点位置如式(6.7):

$$\begin{cases} x_A = x_0, y_A = y_0 \\ x_D = x_0 + r_1 \cos(\theta_0), y_D = y_0 + r_1 \sin(\theta_0) \\ x_F = x_0 + r'_1 \cos(\theta'_0), x_F = x_0 + r'_1 \sin(\theta'_0) \\ x_p = x_0 + r_2 \cos(\theta_2) + r_p \cos(\theta_3 + \theta_p) \\ y_P = y_0 + r_2 \sin(\theta_2) + r_P \sin(\theta_3 + \theta_p) \end{cases} \quad (6.7)$$

6.2 优化问题

6.2.1 四连杆机构

四杆机构的优化问题可以用式(6.8)表示。

$$\min \sum_{i=1}^N [(P_{Xd}^i - P_X^i)^2 + (P_{Yd}^i - P_Y^i)^2] + M_1 h_1(x) + M_2 h_2(x) \quad (6.8)$$

where $x_i \in [l_{min}^i, l_{max}^i] \quad \forall x_i \in X,$

$$X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_p, \theta_p, \theta_0, x_0, y_0, \theta_2^1, \dots, \theta_2^N]$$

其中，

$$h_1(x) = \begin{cases} 1, & \text{the Grashof condition false} \\ 0, & \text{the Grashof condition true} \end{cases} \quad (6.9)$$

$$h_2(x) = \begin{cases} 1, & \text{the sequence condition of the crank angle false} \\ 0, & \text{the sequence condition of the crank angle true} \end{cases} \quad (6.10)$$

$h_1(X)$ 和 $h_2(X)$ 分别用于评估曲柄存在条件 (Grashof Condition) 以及曲柄角度 (顺时针或逆时针) 的顺序情况。 M_1 和 M_2 分别是对应的惩罚系数。 X 为设计参数。

6.2.2 六连杆机构

$$\begin{aligned} \min & \sum_{i=1}^N [(P_{Xd}^i - P_X^i)^2 + (P_{Yd}^i - P_Y^i)^2] + \sum_{i=1}^M [(\theta_{6d}^i - \theta_6^i)^2] \\ & + M_1 h_1(x) + M_2 h_2(x) + M_3 h_3(X) \end{aligned} \quad (6.11)$$

where $x_i \in [l_{min}^i, l_{max}^i] \quad \forall x_i \in X,$

$$X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_p, \theta_p, \theta_0, x_0, y_0, \theta_2^1, \dots, \theta_2^N]$$

其中, $h_1(X)$ 与 $h_2(X)$ 同式(6.9)与(6.10), $h_3(X)$ 如式(6.12):

$$h_3(x) = \begin{cases} 1, & \text{non-violation of transmission angle false} \\ 0, & \text{non-violation of transmission angle true} \end{cases} \quad (6.12)$$

$h_3(X)$ 所表示的是, 是否没有违背传动角 (超过 20°) 的约束。同样地, M_3 为对应的惩罚系数。

6.3 优化理论

案例所使用的算法是标准化的群体天牛算法。有意思的是, 此处群体天牛算法, 和 rBAS 包的 BSASoptim 的算法极为类似。这也说明, 加入群体智能策略, 会使得 BAS 对于复杂问题寻优能力增强。

联系在于: 此案例使用的群体天牛, 是在每回合, 对于天牛探索方向数的提升。即, 每回合生成多个随机的方向, 在这些方向上, 派出天牛进行试探。这点和 BSAS 保持一致, 可以理解为, 如果天牛不止有一对须, 而是有多对, 那每回合探索的方向也会有多个。大致的原理如式(6.13):

$$\begin{aligned} x_{ri} &= x_t + d^t \vec{b}_i, \quad i = 1, \dots, q \\ x_{li} &= x_t - d^t \vec{b}_i, \\ x_{ti} &= x_{t-1} - \delta^t \vec{b}_i sign(f(x_{ri}) - f(x_{li})) \end{aligned} \quad (6.13)$$

区别在于: 并未使用基于结果反馈的步长调节策略。

对于轨迹优化问题，莫小娟同学给出的参数建议是， $d_0 = 0.10, \delta_0 = 0.05, c_1 = 0.9998, c_2 = 0.5, q = 40, T_{max} = 50000$ 。部分同学可能看过手册的二节，对于步长 d 和须到质心距离 δ 的更新，即式(2.6)中有所提及。此处，参数的含义如式(6.14)所示。部分参数与式(2.6)类同，也有同名但含义冲突的，大家复现时需要注意这些地方。

$$\begin{aligned} d^t &= c_1 d^{t-1} \\ \delta^t &= c_2 d^t \end{aligned} \quad (6.14)$$

6.4 优化结果

此处，莫小娟同学提供了 8 个案例，并且与其他的经典算法（指多杆机构优化问题中多用的算法）进行了优化效果的对比。

6.4.1 Case1 无规定时间内轨迹生成 (Path generation without prescribed timing)

本案例是四杆机构的路径（6 个点）在一条垂直的线上（没有规定时间）。通过式(6.8)计算得到误差。

设计参数为：

$$X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_p, \theta_p, \theta_0, x_0, y_0, \theta_2^1, \dots, \theta_2^6]$$

目标点坐标：

$$\{C_d^i\} = \{(20, 20), (20, 25), (20, 30), (20, 40), (20, 45)\}$$

参数约束：

$$r_1, r_2, r_3, r_4 \in [0, 60] \quad r_p, x_0, y_0 \in [-60, 60] \quad \theta_0, \theta_1, \dots, \theta_2^6, \theta_p \in [0, 2\pi]$$

算法参数为 $d_0 = 0.10, \delta_0 = 0.05, c_1 = 0.9998, c_2 = 0.5, q = 40, T_{max} = 50000$, 动画结果如图??。

[img/case1.gif](#)

与其他算法对比结果如图6.3和表6.1。

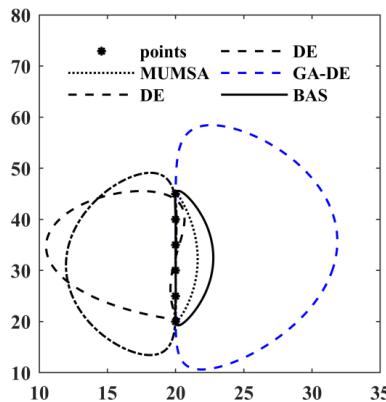


图 6.3: 各算法优化轨迹

6.4.2 Case2 有规定时间的轨迹生成 (with prescribed timing)

本案例四杆机构的路径为 5 个没有对齐的点 (规定时间)。通过式(6.8)计算得到误差。

设计参数为:

$$X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_p, \theta_p]$$

目标点坐标:

$$\begin{aligned} \{C_d^i\} &= \{(3, 3), (2.759, 3.363), (2.759, 3.363), (1.890, 3.862), (1.355, 3.943)\} \\ \{\theta_2^1, \theta_2^2, \theta_2^3, \theta_2^4, \theta_2^5\} &= \{\pi/6, \pi/4, \pi/3, 5\pi/12, \pi/2\} \end{aligned} \tag{6.15}$$

表 6.1: case1 各算法结果对比

	MUMSA	GA	DE	GA.DE	BAS
r_1	31.788264	28.771330	35.020740	13.2516000	19.4920810
r_2	8.204647	5.000000	6.404196	5.9407800	6.2644716
r_3	24.932131	35.365480	31.607220	58.3118000	20.1001631
r_4	31.385926	59.136810	50.599490	53.7207000	19.0219161
r_p	37.108246	14.850370	46.461261	61.3011560	39.8538048
θ_p	0.398977	1.570796	1.106544	-1.3002600	0.3679660
θ_0	4.015959	5.287474	0.000000	0.1960760	4.4245619
x_0	-6.366519	29.913290	60.000000	-35.3621000	-13.0300715
y_0	56.836760	32.602280	18.077910	36.7704000	51.1796666
θ_2^1	1.366547	6.283185	6.283185	1.6601500	5.9699819
θ_2^2	2.330773	0.318205	0.264935	2.0468400	0.4554995
θ_2^3	2.871039	0.638520	0.500377	2.4281100	1.0202707
θ_2^4	3.394591	0.979950	0.735321	2.8090100	1.5550696
θ_2^5	3.970960	1.412732	0.996529	3.1900900	2.1117409
θ_2^6	4.963490	2.076254	1.333549	3.5737900	2.8839248
Error	0.002057	1.101697	0.122738	0.0000172	0.0000124

参数约束：

$$r_1, r_2, r_3, r_4 \in [0, 5] \quad r_p \in [-5, 5] \quad \theta_p \in [0, 2\pi]$$

算法参数为 $d_0 = 0.10, \delta_0 = 0.05, c_1 = 0.9998, c_2 = 0.5, q = 40, T_{max} = 10000$, 动画结果如图??。

[img/case2.gif](#)

与其他算法对比结果如图6.4和表6.2。

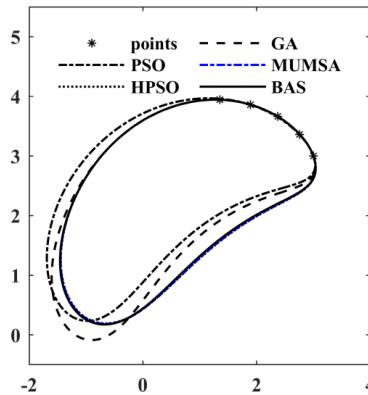


图 6.4: 各算法优化轨迹

表 6.2: case2 各算法结果对比

	PSO	HPSO	GA	MUMSA	BAS
r_1	3.0576200	3.7877200	3.0630424	3.7732686	3.7135255
r_2	1.8618400	1.9984200	1.9959624	2.0000040	1.9978745
r_3	3.8459100	4.1331300	3.3058230	4.1169710	4.0469527
r_4	2.9706300	2.7451300	2.5247060	2.7461567	2.7192391
r_p	2.4968270	2.3697220	2.3721479	2.3684374	2.3702974
θ_p	0.7243557	0.7841479	0.8044176	0.7831567	0.7865371
Error	0.0005860	0.0009860	0.0000018	0.0000018	0.0000007

6.4.3 Case3 规定时间内路径生成 (Path generation with prescribed timing)

本案例四杆机构需要在规定时间通过一个闭环。通过式(6.8)计算得到误差。

设计参数为:

$$X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_p, \theta_0, \theta_1, x_0, y_0, \theta_2^1, \dots, \theta_2^6]$$

目标点坐标:

$$\begin{aligned}\{C_d^i\} &= \{(0.5, 1.1), (0.4, 1.1), (0.3, 1.1), (0.2, 1.0), (0.1, 0.9), (0.05, 0.75), \\ &\quad (0.02, 0.6), (0, 0.5), (0, 0.4), (0.03, 0.3), (0.1, 0.25), (0.15, 0.2), \\ &\quad (0.2, 0.3), (0.3, 0.4), (0.4, 0.5), (0.5, 0.7), (0.6, 0.9), (0.6, 1.0)\} \\ \{\theta_2^i\} &= \{\theta_2^1, \theta_2^1 + 20 \cdot i/\pi\}, \quad i = 1, \dots, 17\end{aligned}\tag{6.16}$$

参数约束：

$$r_1, r_2, r_3, r_4 \in [0, 5] \quad r_p, x_0, y_0 \in [-5, 5] \quad \theta_0, \theta_2^1, \theta_p \in [0, 2\pi]$$

算法参数为 $d_0 = 0.10, \delta_0 = 0.05, c_1 = 0.9998, c_2 = 0.5, q = 8, T_{max} = 50000$ ，动画结果如图??。

[img/case3.gif](#)

与其他算法对比结果如图6.5和表6.3。

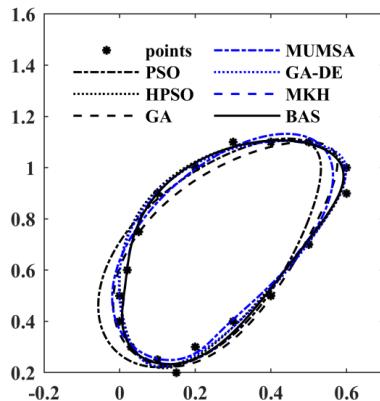


图 6.5: 各算法优化轨迹

6.4.4 Case4 规定时间路径生成问题

第四个案例同样是一个规定时间的路径生成问题。六个优化点由一个 semi-archer 弧构成，问题定义如下。

表 6.3: case3 各算法结果对比

	PSO	HPSO	GA	MUMSA	GA.DE	MKH	BAS
r_1	2.9261	2.8500	3.0579	4.4538	47.4379	1.0043	1.0542
r_2	0.4877	0.3700	0.2378	0.2971	0.3248	0.4218	0.4239
r_3	2.9099	2.9048	4.8290	3.9131	0.4729	0.8782	0.9146
r_4	2.1503	0.5000	2.0565	0.8494	47.3093	0.5801	0.5989
r_p	1.4939	1.9737	2.0035	2.6520	0.3413	0.5234	0.5450
θ_p	-0.3325	1.0274	1.1779	2.4647	-1.2154	0.8148	0.8227
θ_0	0.7190	0.7600	1.0022	2.7387	3.3203	0.2929	0.2850
x_0	-0.3846	0.9400	1.7768	-1.3092	0.5270	0.2689	0.2677
y_0	-0.6752	-1.1712	-0.6420	2.8070	0.7239	0.1772	0.1544
θ_2^1	0.2159	0.5134	0.2262	4.8535	3.5123	0.8860	1.1764
Error	0.0492	0.0111	0.0337	0.0196	0.0109	0.0091	0.0090

设计参数为:

$$X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_p, \theta_p, \theta_0, x_0, y_0]$$

目标点坐标:

$$\begin{aligned} \{C_d^i\} &= \{(0, 0), (1.9098, 5.8779), (6.60989, 5.106), (13.09, 9.5106), (18.09, 5.8779), (20, 0)\} \\ \{\theta_2^1, \theta_2^2, \theta_2^3, \theta_2^4, \theta_2^5\} &= \{\pi/6, \pi/3, \pi/2, 2\pi/3, 5\pi/6, \pi\} \end{aligned} \tag{6.17}$$

参数约束:

$$r_1, r_2, r_3, r_4 \in [0, 50] \quad r_p, x_0, y_0 \in [-50, 50] \quad \theta_0, \theta_p \in [0, 2\pi]$$

算法参数为 $d_0 = 0.10, \delta_0 = 0.05, c_1 = 0.9997, c_2 = 0.5, q = 40, T_{max} = 30000$, 动画结果如图??。

表 6.4: case4 各算法结果对比

	MUMSA	GA	PSO	GA.DE	BAS
r_1	50.0000000	50.0000000	50.0000000	50.000000	47.2345017
r_2	5.0000000	5.0000000	5.0000000	5.000000	8.8473992
r_3	7.0310470	6.9700900	7.0310200	5.905343	25.0474709
r_4	48.1341830	48.1993000	48.1342000	50.000000	50.0000000
r_p	21.3533558	21.2191204	21.3532819	18.819312	50.0000000
θ_p	0.6517294	0.6380060	0.6517238	0.000000	5.7107187
θ_0	0.0428247	0.0508453	0.0428286	0.463633	0.8225945
x_0	12.1974940	12.2377000	12.1975000	14.373772	16.5531171
y_0	-15.9982030	-15.8332000	-15.9981000	-12.444295	-48.1473786
Error	2.5803500	2.5828600	2.5803600	2.349649	0.7863680

[img/case4.gif](#)

与其他算法对比结果如图6.6和表6.4。

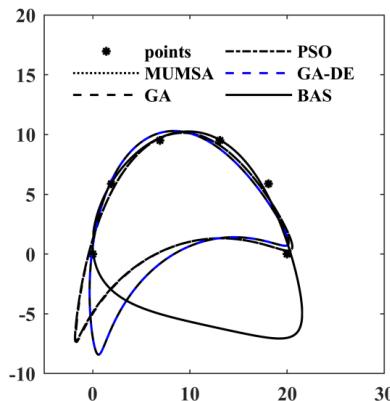


图 6.6: 各算法优化轨迹

6.4.5 Case5 规定时间内路径生成问题

这个例子是一个椭圆路径生成问题，没有规定的时间，其中轨迹是由 10 个点定义的。问题定义如下。

设计参数为：

$$X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_p, \theta_p, \theta_0, \theta_0, x_0, y_0, \theta_2^1, \dots, \theta_2^{10}]$$

目标点坐标：

$$\begin{aligned} \{C_d^i\} = & \{(20, 10), (17.66, 15.142), (11.736, 17.878), (5, 16.928), (0.60307, 12.736), \\ & (0.60307, 7.2638), (5, 3.0718), (11.736, 2.1215), (17.66, 4.8577), (20, 0)\} \end{aligned} \quad (6.18)$$

参数约束：

$$r_1, r_2, r_3, r_4 \in [0, 80] \quad r_p, x_0, y_0 \in [-80, 80] \quad \theta_0, \theta_2^1, \dots, \theta_2^{10}, \theta_p \in [0, 2\pi]$$

算法参数为 $d_0 = 0.10, \delta_0 = 0.05, c_1 = 0.9998, c_2 = 0.5, q = 40, T_{max} = 40000$, 动画结果如图??。

[img/case5.gif](#)

与其他算法对比结果如图6.7和表6.5。

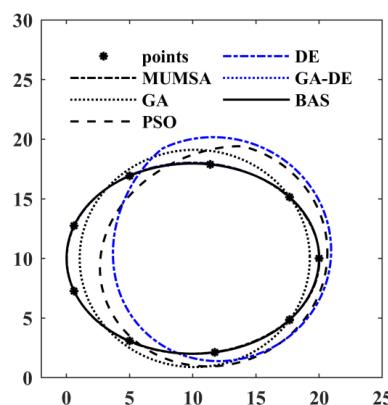


图 6.7: 各算法优化轨迹

表 6.5: case5 各算法结果对比

	MUMSA	GA	PSO	DE	GA.DE	BAS
r_1	79.5160680	79.981513	52.535162	54.360893	80.0000000	71.8681225
r_2	9.7239730	9.109993	8.687886	8.683351	8.4203200	9.2618623
r_3	45.8425240	72.936511	36.155078	34.318634	51.3426000	44.4542963
r_4	51.4384800	80.000000	80.000000	79.996171	42.4532000	43.0533508
r_p	8.7289390	0.000000	1.481055	1.465250	10.6530404	8.7820722
θ_p	-0.3452264	0.000000	1.570796	1.570669	2.6465448	1.6362575
θ_0	5.5969445	0.026149	1.403504	2.129650	4.2817700	1.6011655
x_0	2.0211090	10.155966	11.002124	10.954397	5.5337200	16.7540360
y_0	13.2165878	10.000000	11.095585	11.074534	0.4771830	15.2986682
θ_2^1	0.6376873	6.283185	6.282619	6.283185	2.0935000	0.1258416
θ_2^2	1.3255329	0.600745	0.615302	0.616731	2.8129100	0.8167208
θ_2^3	2.0080339	1.372812	1.305421	1.310254	3.5160500	1.5351326
θ_2^4	2.6955659	2.210575	2.188053	2.193570	4.2063800	2.1811489
θ_2^5	3.3845794	2.862639	2.913049	2.917170	4.8905100	2.8753839
θ_2^6	4.0829376	3.420547	3.499313	3.490746	5.5739800	3.5728072
θ_2^7	4.7984548	4.072611	4.125586	4.132017	6.2645800	4.2854058
θ_2^8	5.5117056	4.910373	4.919977	4.922075	0.6761980	5.0016208
θ_2^9	6.2127919	5.682440	5.685021	5.695372	1.3830700	5.7133417
θ_2^{10}	0.6371866	6.283185	6.282323	6.282970	2.0934800	0.1258290
Error	0.0047000	2.281273	1.971004	1.952326	0.0006022	0.0004252

6.4.6 Case6 六杆机构路径生成

这个案例我也看不懂。大概意思是，六杆问题，在规定时间内让轨迹耦合目标点，并且 output link 在停顿位置（dwell portion? 我翻译不下去了……）保持在一个精确的角度。大家看底下的原文靠谱一点。

“This case is a path and function combined synthesis problem with prescribed timing in which the coupler of six-bar mechanism has to the precision points and its output link has to maintain an accuracy angle in the dwell portion.”

设计参数为：

$$X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_p, \theta_p, r'_1, \theta_0, \theta'_0, x_0, y_0, \theta_2^1]$$

目标点坐标：

$$\begin{aligned} \{C_d^i\} &= \{(-0.5424, 2.3708), (0.2202, 2.9871), (0.9761, 3.4633), \\ &\quad (1.0618, 3.6380), (0.8835, 3.7226), (0.5629, 3.7156), \\ &\quad (0.1744, 3.6128), (-0.2338, 3.4206), (-0.6315, 3.1536), \\ &\quad (-1.0, 2.8284), (-1.3251, 2.4600), (-1.5922, 2.0622), \\ &\quad (-1.7844, 1.6539), (-1.8872, 1.2654), (-1.8942, 0.9448), \\ &\quad (-1.8096, 0.7665), (-1.6349, 0.8522), (-1.1587, 1.6081)\} \\ \{\theta_2^i\} &= \{0, 15, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180, \\ &\quad 200, 220, 240, 260, 280, 300, 320, 345\} \\ \rightarrow \theta_2^i &= \theta_2 + \delta_2^i \end{aligned} \tag{6.19}$$

在停顿位置处的输入输出角度的关联如下：

$$\begin{aligned} \theta_2^i &= \theta_2^1 + \{160, 180, 200, 220\} \rightarrow \theta_6^i = 210 \\ \theta_2^i &= \theta_2^1 + \{345, 0, 15\} \rightarrow \theta_6^i = 225 \end{aligned} \tag{6.20}$$

注意，上述涉及到角度的数值单位均为 deg，而非弧度。

算法参数为 $d_0 = 0.05, \delta_0 = 0.025, c_1 = 0.9999, c_2 = 0.5, q = 10, T_{max} = 50000$ ，动画结果如图??。

[img/case6.gif](#)

与其他算法对比结果如图6.8, 图6.9和表6.6。

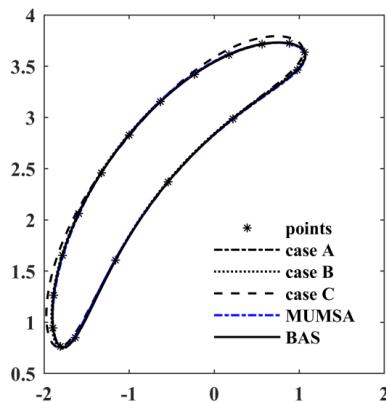


图 6.8: 各算法优化轨迹

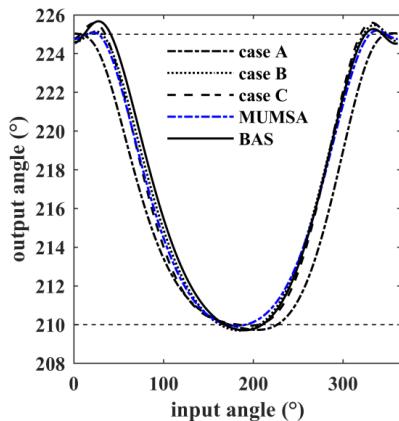


图 6.9: 各算法优化角度

6.4.7 Case7 无规定时间的路径生成

本案例为一个'8'型路径生成问题，轨迹由 12 个点规定。

设计参数为：

$$X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_p, \theta_p, \theta_0, x_0, y_0, \theta_2^1, \dots, \theta_2^{12}]$$

目标点坐标：

表 6.6: case6 各算法结果对比

	DE.A	DE.B	DE.C	MUMSA	BAS
r_1	1.8145	1.8065	2.0926	1.713529	1.8380584
r_2	0.9911	0.9826	1.1464	0.92602	1.0060976
r_3	1.9995	2.0177	1.989	1.991373	1.9978006
r_4	2.0315	2.0009	1.9727	1.848672	2.0084721
r_5	4.3674	5.7769	6.6633	5.35498	6.1065867
r_6	2.4924	2.5296	2.5517	2.54979	2.5514921
r_p	2.8174	2.8711	2.7178	2.975936132	2.8150412
θ_p	0.7776	0.783712	0.845246	0.831651258	0.7838698
θ_0	6.269879	0.011582	6.242260827	0.067677	6.2774277
r'_1	4.4158	5.2817	6.2907	4.87374	5.6382822
θ'_0	0.235595	0.0170309	6.18118303	0.0967027	6.2578638
x_0	0.0115	0.0415	-0.2729	0.175257	-0.0138493
y_0	0.0157	-0.0377	0.0931	-0.1187032	0.0115919
θ_2^1	0.00052	0.003648	-0.04062	6.222361	6.2817682
<i>Evaluations</i>	53310	93405	93405	93405	50000
<i>Error</i>	0.000250876	0.005653158	0.03537533	0.0014	0.000195212

$$\{C_d^i\} = \{(4.15, 2.21), (4.50, 2.18), (4.53, 1.83), (4.13, 1.68), (3.67, 1.58), (2.96, 1.33), \\ (2.67, 1.06), (2.63, 0.82), (2.92, 0.81), (3.23, 1.07), (3.49, 1.45), (3.76, 1.87)\}$$
(6.21)

参数约束:

$$r_1 \in [0, 5] \quad r_2, r_3, r_4 \in [0, 10] \quad r_p \in [0, 14], \\ x_0, y_0 \in [-80, 80] \quad \theta_0, \theta_2^1, \dots, \theta_2^{12}, \theta_p \in [0, 2\pi]$$
(6.22)

算法参数为 $d_0 = 0.05, \delta_0 = 0.025, c_1 = 0.9995, c_2 = 0.5, q = 40, T_{max} =$

表 6.7: case7 各算法结果对比

	PSO	HPSO	MKH	BAS
r_1	4.550300	4.535900	2.8764500	2.8162769
r_2	1.101300	1.113300	1.1464400	1.1382629
r_3	3.955800	14.738100	4.4077300	4.0509922
r_4	3.933000	16.801700	4.7571300	4.1957758
r_p	3.941572	3.941866	2.6665746	2.6682801
θ_p	-0.539171	-1.521104	-1.1363513	5.1910788
θ_0	0.000000	0.000000	0.1650200	0.2070603
x_0	0.000000	0.000000	1.1426500	1.1226995
y_0	0.000000	0.000000	0.4823700	0.5246662
θ_2^1	-0.201400	-0.181600	-0.3139900	6.1191060
Error	0.171600	0.096400	0.0001597	0.0000994

20000，动画结果如图??。

[img/case7.gif](#)

与其他算法对比结果如图6.10和表6.7。

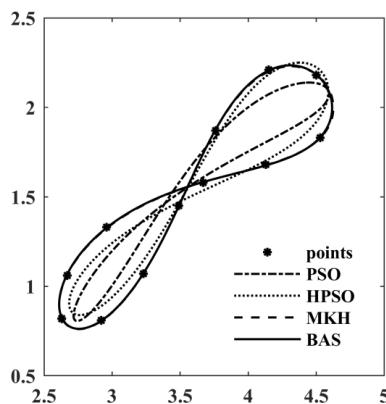


图 6.10: 各算法优化轨迹

6.4.8 Case8 无规定时间的路径生成

本案例为一个叶形路径生成问题（无规定时间），轨迹由 25 个点规定。

设计参数为：

$$X = [r_1, r_2, r_3, r_4, r_p, \theta_p, \theta_0, x_0, y_0, \theta_2^1, \dots, \theta_2^{25}]$$

目标点坐标：

$$\begin{aligned} \{C_d^i\} = & \{(7.03, 5.99), (6.95, 5.45), (6.77, 5.03), (6.4, 4.6), (5.91, 4.03), \\ & (5.43, 3.56), (4.93, 2.94), (4.67, 2.6), (4.38, 2.2), (4.04, 1.67), \\ & (3.76, 1.22), (3.76, 1.97), (3.76, 2.78), (3.76, 3.56), (3.76, 4.34), \\ & (3.76, 4.91), (3.76, 5.47), (3.8, 5.98), (4.07, 6.4), (4.53, 6.75), \\ & (5.07, 6.85), (5.05, 6.84), (5.89, 6.83), (6.41, 6.8), (6.92, 6.58)\} \end{aligned} \quad (6.23)$$

参数约束：

$$r_1, r_2, r_3, r_4 \in [0, 5] \quad r_p, x_0, y_0 \in [-5, 5] \quad \theta_0, \theta_2^1, \dots, \theta_2^{25}, \theta_p \in [0, 2\pi]$$

算法参数为 $d_0 = 0.05, \delta_0 = 0.025, c_1 = 0.99975, c_2 = 0.5, q = 40, T_{max} = 50000$ ，动画结果如图??。

[img/case8.gif](#)

与其他算法对比结果如图6.11和表6.8。

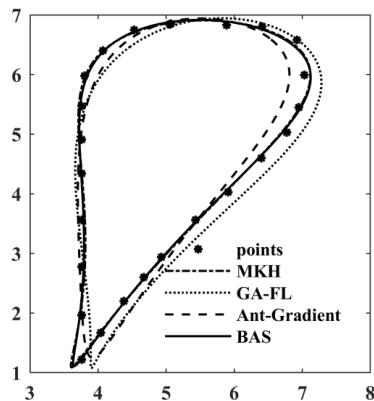


图 6.11: 各算法优化轨迹

表 6.8: case8 各算法结果对比

	MKH	GA.FL	Ant.Gradient	BAS
r_1	9.99432	9	13.08	9.6132193
r_2	1.93027	3.01	1.89	1.9459840
r_3	4.57242	8.8	8.41	4.9080817
r_4	7.36674	8.8	6.75	6.6768279
r_p	8.04254	11.0995	14.45	8.6409226
θ_p	0.187430	-0.681	0.195	0.1694076
θ_0	-0.61763	0.489	-0.3815	5.7260733
x_0	-2.31301	-2.4	-8.77	-2.9214626
y_0	2.86189	-4	1.20	2.7190256
θ_2^1	*	*	*	0.4529787
Error	0.03916	0.9022	0.5504	0.0397777

第七章 BAS 案例二：龙门起重 机运动控制

由群友李晓晓同学提供案例。

7.1 问题背景

龙门起重机 (gantry crane)，如图7.1所示，是水平桥架设置在两条支腿上构成门架形状的一种桥架型起重机。起重小车 trolley 在桥架上运行，利用绳索 (cable) 一类的柔性体连接负载 (load)。在负载的输送过程中，load 的摆动问题一直是影响吊车装运效率提高的一大难题。

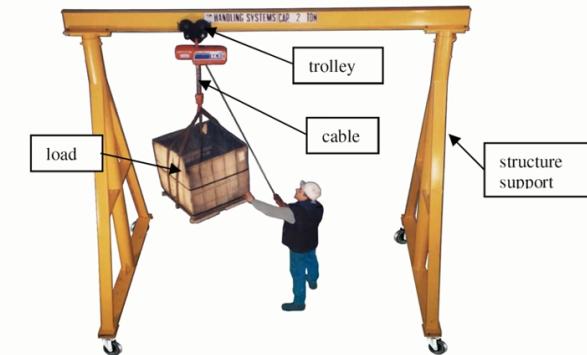


图 7.1: 龙门起重机示意

模型可以简化为图7.2。重物通过绳索与小车相连，小车在外力的作用下水平运动，小车质量为 M (kg)，重物的质量为 m (kg)，绳索的长度为 r (m)， θ 为摆角， x 表示水平方向上的位移。

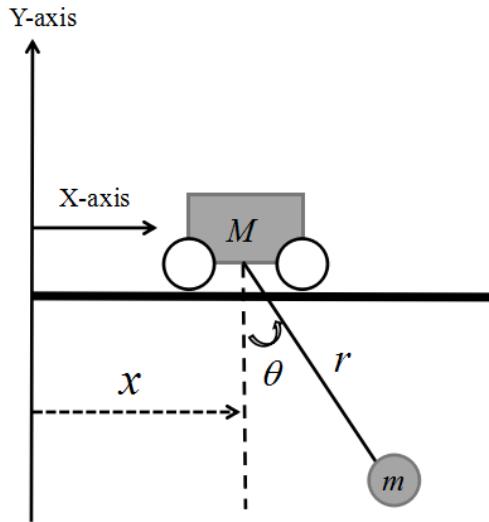


图 7.2: 龙门起重机模型

7.2 优化问题抽象

优化的变量为 bang-coast-bang 控制中, $x = [tp_1, tp_2, tf]^T$, 两个给予脉冲加速度激励的时段以及全部的作业时间, 以此来使得负载的摆角(优化目标)最小。

取小车的位置 x , 摆角 θ 作为系统的广义坐标系。小车和负载在 t 时刻的位置坐标如式(7.1)所示。

$$\begin{cases} x_M(t) &= x(t) \\ y_M(t) &= 0 \\ x_m(t) &= x(t) + r \sin \theta(t) \\ t_m(t) &= -r \cos \theta(t) \end{cases} \quad (7.1)$$

因此, 对 t 求导, 得到小车和负载的速度分量如式(7.2)所示。

$$\begin{cases} \dot{x}_M(t) = \dot{x}_t \\ \dot{y}_M(t) = 0 \\ \dot{x}_m(t) = \dot{x}(t) + r\dot{\theta}(t)\cos\theta(t) \\ \dot{y}_m(t) = r\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) \end{cases} \quad (7.2)$$

系统动能如式(7.3):

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}MV_M^2(t) + \frac{1}{2}mV_m^2(t) \\ &= \frac{1}{2}M(\dot{x}_M^2(t) + \dot{y}_M^2(t)) + \frac{1}{2}m(\dot{x}_m^2(t) + \dot{y}_m^2(t)) \\ &= \frac{1}{2}M\dot{x}_M^2(t) + \frac{1}{2}m\dot{x}_m^2(t) + \\ &\quad \frac{1}{2}mr^2\dot{\theta}^2(t) + mr\dot{x}(t)\dot{\theta}(t)\cos\theta(t) \end{aligned} \quad (7.3)$$

势能如式(7.4):

$$P = -mgr\cos\theta(t) \quad (7.4)$$

通过式(7.4)和式(7.3), 我们可以得到拉格朗日方程, 即 $L = T - P$ 。根据欧拉-拉格朗日方程 (Euler-Lagrangian equation), 龙门起重机的动力学模型如式(7.5)所示。

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}\right] - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_k, \quad k = 1, \dots, n \quad (7.5)$$

其中, n 表示系统的自由度, $\{q_1, \dots, q_n\}$ 表示广义坐标集合, $\{Q_1, \dots, Q_n\}$ 表示广义的驱动力 (对应于各自的广义坐标)。把摆角作为广义坐标, 可以得到式(7.6)。

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right] - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (7.6)$$

第一项为 $mr^2\ddot{\theta}(t) + mr\ddot{x}(t)\cos\theta(t)$, 第二项为 $-mgr\sin\theta(t)$, 代入式(7.6)中可以得到 θ 的求解方程, 即式(7.7)。

表 7.1: 实验参数取值

Parameter	Description	Values
c	Constant	5
λ	Step length ratio	0.95
γ	Penalty coefficient	10^{50}
n	Number of iterations	1000
r	Height of crane	20(m)
h	Load displacement	40(m)

表 7.2: 优化结果对比

Variables	fmincon	BAS
tp_1	8.9624000	6.9082000
tp_2	8.9803000	6.9741000
tf	19.8346000	15.8866000
f	0.0029586	0.0001415

$$\ddot{\theta}(t) = -\frac{\ddot{x}(t)\cos\theta(t) + g\sin\theta(t)}{r} \quad (7.7)$$

通过求解该方程，我们可以得到我们的优化目标。

7.3 优化理论

优化理论为二阶 BAS 算法。李晓晓同学给出的参数是， $w_0 = 0.7$, $w_1 = 0.2$ 。当然，文档中对于不同的目标函数可能有不同的调参结果，大家可以自行调试。

7.4 优化结果

从表7.2中可以看到，BAS 能够让起重机小车在 7 秒内加速到最大速度，在 16 秒内就能到达终点并消除摆角。动图??至??分别为采用 fmincon 和 BAS 做优化的结果，可以让我们有更为直观的认识。

[img/fminconbob.gif](#)

[img/BASbob.gif](#)

[img/fmincontrace.gif](#)

[img/BASttrace.gif](#)

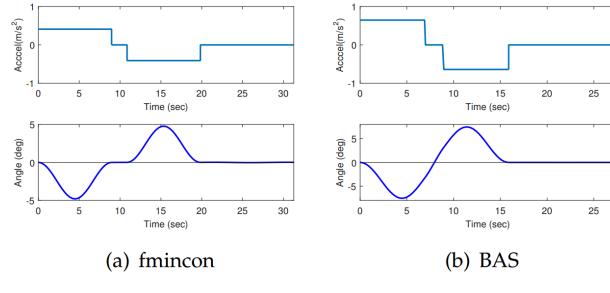


图 7.3: 起重小车加速度曲线

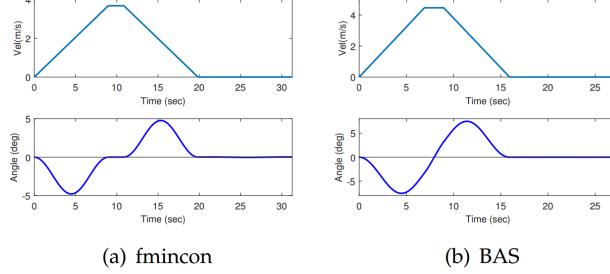


图 7.4: 起重小车速度曲线

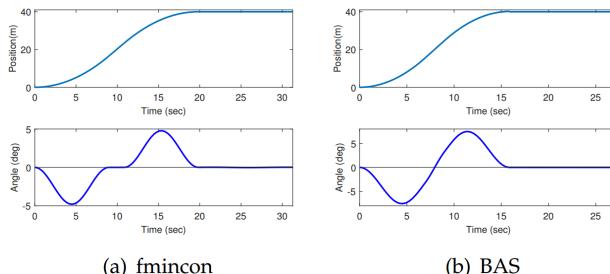


图 7.5: 起重小车位置曲线

第八章 Python 接口

项目地址 <https://github.com/whhxp/Platypus>。由吴会欢同学 fork Platypus¹项目后，修改而来。

文档内容由吴会欢同学提供。

8.1 安装方式

在线安装

```
pip install git+https://github.com/whhxp/Platypus.git
```

还可以本地安装。

利用 git 将项目克隆到本地，然后目录改为文件目录后，进行安装。

```
git clone https://github.com/whhxp/Platypus.git
cd Platypus
python setup.py install
```

8.2 使用

Platypus 是一个多目标优化库。这里我们将通过一个例子来简单介绍如何在 Platypus 中使用 BAS。首先我们需要导入需要使用的函数

¹<https://github.com/Project-Platypus/Platypus>

```
from platypus import Problem, Real
from platypus.algorithms.bas import BAS
from math import sin, pi, cos, exp, sqrt
```

下一步，我们需要创建问题，这里我找了三个问题作为例子。

第一个问题是 Goldstein and Price problem。

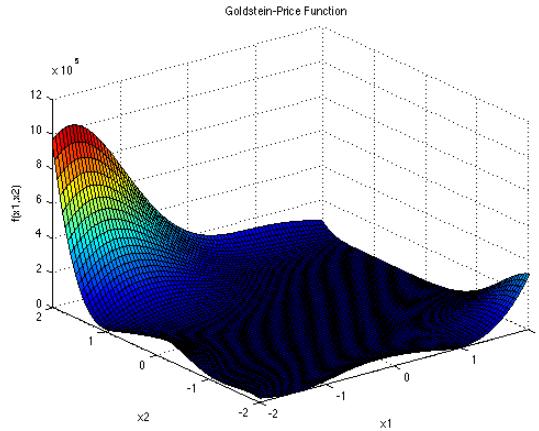


图 8.1: Goldstein-Price problem

$$\begin{aligned} f(x) = & [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 \\ & + 6x_1x_2 + 3x_2^2)][30 + (2x_1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 \\ & + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)] \end{aligned}$$

这个函数通常在正方形区间 $x_i \in [-2, 2]$ 中进行评估，其中 $i = 1, 2$. 全局最小值在 $x^* = (0, -1)$ 处，为 $f(x^*) = 3$ 。

```
class gold(Problem):
    def __init__(self):
        super(gold, self).__init__(nvars=2, nobjs=1)
        self.types[:] = [Real(-2, 2), Real(-2, 2)]
```

```

def evaluate(self, solution):
    vars = solution.variables[:]
    x1 = vars[0]
    x2 = vars[1]
    fact1a = (x1 + x2 + 1) ** 2
    fact1b = 19 - 14 * x1 + 3 * x1 ** 2 - 14 * x2 + 6 * x1 * x2 + 3 *
    fact1 = 1 + fact1a * fact1b

    fact2a = (2 * x1 - 3 * x2) ** 2
    fact2b = 18 - 32 * x1 + 12 * x1 ** 2 + 48 * x2 - 36 * x1 * x2 + 2 *
    fact2 = 30 + fact2a * fact2b
    solution.objectives[:] = [fact1 * fact2]

```

第一个问题是 MICHALEWICZ FUNCTION。

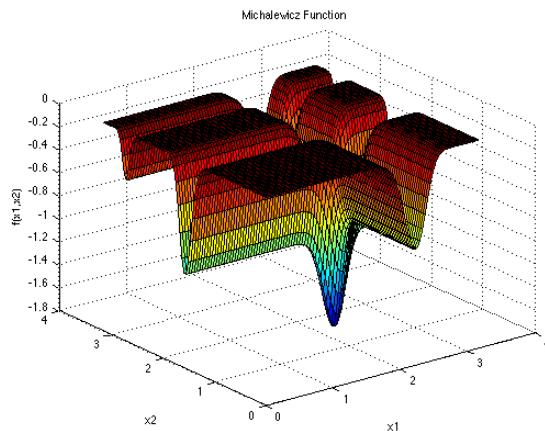


图 8.2: MICHALEWICZ FUNCTION

$$f(x) = - \sum_{i=1}^d \sin(x_i) [\sin(\frac{ix_i^2}{\pi})]^{2m}$$

Michalewicz function 有 $d!$ 个局部极值，通常在 $x_i \in [0, \pi]$, $i = 1, \dots, d$ 内进行评价。

```

class mich(Problem):
    def __init__(self):
        super(mich, self).__init__(nvars=2, nobjs=1)
        self.types[:] = [Real(-6, -1), Real(0, 2)]

    def evaluate(self, solution):
        vars = solution.variables[:]
        x1 = vars[0]
        x2 = vars[1]
        y1 = -sin(x1) * ((sin((x1 ** 2) / pi)) ** 20)
        y2 = -sin(x2) * ((sin((2 * x2 ** 2) / pi)) ** 20)
        solution.objectives[:] = [y1 + y2]

```

第三个问题是 ACKLEY 函数 (ACKLEY FUNCTION)。

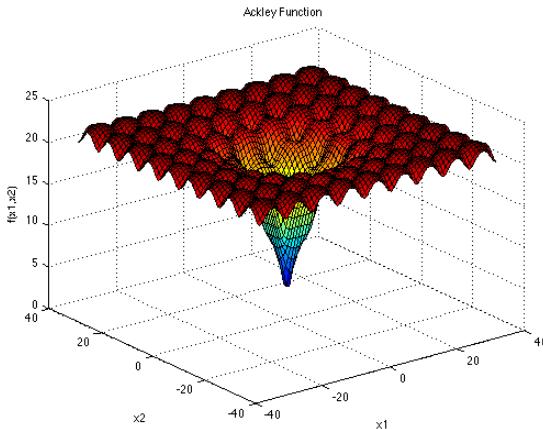


图 8.3: ACKLEY FUNCTION

$$f(x) = -a \exp\left(-b \sqrt{\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d \cos(cx_i)\right) + a + \exp(1)$$

推荐的测试参数为 $a = 20, b = 0.2, c = 2\pi, x_i \in [-32.768, 32.768], i = 1, \dots, d$ 。全局最小值为 $f(x^*) = 0, \text{ at } x^* = (0, \dots, 0)$

```
class Ackley(Problem):
    def __init__(self):
        super(Ackley, self).__init__(nvars=2, nobjs=1)
        self.types[:] = [Real(-15, 30), Real(-15, 20)]

    def evaluate(self, solution):
        vars = solution.variables[:]
        n = 2
        a = 20
        b = 0.2
        c = 2 * pi
        s1 = 0
        s2 = 0
        for i in range(n):
            s1 = s1 + vars[i] ** 2
            s2 = s2 + cos(c * vars[i])
        y = -a * exp(-b * sqrt(1 / n * s1)) - exp(1 / n * s2) + a + exp(1)
        solution.objectives[:] = [y]
```

然后我们将每个问题构成一个单独的实例。

```
problem = gold()
problem2 = mich()
problem3 = Ackley()
```

接下来，我们创建 BAS 算法的实例。BAS 算法中需要修改一些参数来获得更好的结果。例如第一个 BAS 实例中 step=1,c=5。完成初始化后，我们可以针对不同的问题迭代不同的次数，例如第三个 BAS 实例中，算法迭代了 300 次。最后通过 print 函数读取最优解。可以直接输出 solution 这个类，他的输出顺序是：

Solution[solution.variables|solution.objectives|solution.constraints]

```
algorithm = BAS(problem, step=1, c=5)
algorithm.run(100)
print(algorithm.best)
```

结果显示为:

```
Solution[-0.0024583254426162517, -1.002363921850713 | 3.0026888420039026 | 0]
```

当然也可以直接输出目标函数，例如算法实例 2。

```
algorithm2 = BAS(problem2, step=5)
algorithm2.run(1000)
print(algorithm2.best.objectives)
```

结果显示为:

```
[-1.6524859808670134]
```

或者也可以通过格式化的方法获得更好的输出效果

```
algorithm3 = BAS(problem3, step=30, c=0.1)
algorithm3.run(300)
print('Variables = {}\nObjective = {}'.format(algorithm3.best.variables, algorithm3.best.objective))
```

结果显示为:

```
Variables = [1.52121543e-06 2.42423873e-06]
Objective = [8.095169530708546e-06]
```

第九章 已发表工作

9.1 工具箱/软件

- rBAS¹ ; R 语言环境下的包。收录有 BAS/BSAS/BAS-WPT/Second-Order-BAS/BSO 算法，还会持续更新。此外，有用户界面可供调用。
- platpus²; python 环境下的包。目前仅收录有 BAS 以及三个测试函数，后续会持续更新。由吴会欢同学提供，具体的使用说明下次手册更新会进行介绍。
- BSO³; Matlab 环境的 BSO 算法代码。由 github 用户 RoyalTeng⁴ 提供
- pybas⁵; Python 3.X 环境下的 BAS 算法包，由群友 A.star 提供。

9.2 论文

基本理论

- Xiangyuan Jiang, Shuai Li,BAS: Beetle Antennae Search Algorithm for Optimization Problems,international journal of robotics and control. DOI:<https://doi.org/10.5430/ijrc.v1n1p1>

¹<https://github.com/jywang2016/rBAS>

²<https://github.com/whxpl/Platypus/tree/master/platypus>

³<https://github.com/RoyalTeng/BSO>

⁴<https://github.com/RoyalTeng>

⁵<https://github.com/AAFun/pybas>

- Jiang X, Li S. Beetle Antennae Search without Parameter Tuning (BAS-WPT) for Multi-objective Optimization[J]. arXiv preprint arXiv:1711.02395, 2017.
- Wang J, Chen H. BSAS: Beetle Swarm Antennae Search Algorithm for Optimization Problems[J]. arXiv preprint arXiv:1807.10470, 2018.
- Wang T, Yang L, Liu Q. Beetle Swarm Optimization Algorithm: Theory and Application[J]. arXiv preprint arXiv:1808.00206, 2018
- Lin M, Li Q. A Hybrid Optimization Method of Beetle Antennae Search Algorithm and Particle Swarm Optimization[C]. ECAR 2018. ISBN:978-1-60595-579-7

混沌天牛群

- 赵玉强, 钱谦. 一类带学习与竞技策略的混沌天牛群搜索算法 [J]. 通信技术, 2018, 51(11):2582-2588.

多飞行器协同

- 吴歇尔. 面向多无人机的协同任务预分配及重分配研究 [D]. 南昌航空大学, 2018.

神经网络结合

- 王甜甜, 刘强. 基于 BAS-BP 模型的风暴潮灾害损失预测 [J]. 海洋环境科学, 2018, 37(3):457-463.
- 骆正山, 姚梦月, 骆济豪, 王小完. 基于 KPCA-BAS-GRNN 的埋地管道外腐蚀速率预测 [J]. 表面技术, 2018, 47(11):173-180.
- Sun, Yuantian, et al. “Optimized neural network using beetle antennae search for predicting the unconfined compressive strength of jet grouting coalcretes.” International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics (2019).

极限学习机⁶

- Zhang X, Yang Zhi, et al. Conditioning Optimization of Ex-

⁶<https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1811/1811.09100.pdf>

treme Learning Machine by Multitask Beetle Antennae Swarm Algorithm[J]. arXiv preprint arXiv:1811.09100, 2018

支持向量机

- Sun J, Zhang J, Gu Y, et al. Prediction of permeability and unconfined compressive strength of pervious concrete using evolved support vector regression[J]. Construction and Building Materials, 2019, 207: 440-449.

Qubit 神经树网络（结合 PIPE 与 BAS 进行网络结构参数优化）

- Qi F, Wang Q, Xu L. Disease classification model based on Qubit neural tree networks[C]//2018 9th International Conference on Information Technology in Medicine and Education (ITME). IEEE, 2018: 154-158.

智能电网

- Zhu Z, Zhang Z, Man W, et al. A new beetle antennae search algorithm for multi-objective energy management in microgrid[C]//2018 13th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA). IEEE, 2018.

组合投资分析

- Chen T. Beetle Swarm Optimization for Solving Investment Portfolio Problems[J]. The Journal of Engineering, 2018.

用于传感器网络覆盖

- Dianna Song, Application of Particle Swarm Optimization Based on Beetle Antennae Search Strategy in Wireless Sensor Network Coverage, International Conference on Network, Communication, Computer Engineering (NCCE 2018)

用于水质监测

- 李明富, 凌艳, 曹勇. 基于 BAS TSFNN 的水质监测方法研究 [J]. 湘潭大学学报自然科版, 2018, (3):100~103

用于直线度误差评定

- 陈君宝, 王宸, 王生怀. 基于变步长天牛须搜索算法的空间直线度误差评定 [J], 工具技术, 2018 年第 8 期。
- Wang C, Ren C, Li B, Wang Y, Wang K, “Research on Straightness Error Evaluation Method Based on Search Algorithm of Beetle,”, Wang K, Wang Y, Strandhagen JO, Yu T, eds. (Springer Singapore, Singapore, 2019), pp. 368-374.

系统辨识

- Wang J, Chen H, Yuan Y, et al. A novel efficient optimization algorithm for parameter estimation of building thermal dynamic models[J]. Building and Environment, 2019,153,233-240.

目标识别

- 杨广; 基于多区域局部自适应特征的工业机器人自主目标识别与抓取 [D]; 浙江大学;2018 年

改进算法

- 邵良彬, 韩瑞达. 基于天牛须搜索的花朵授粉算法 [J]. 计算机工程与应用, 2018, 54(18): 188-194.

奇异值分解 (图像)

- 肖振久, 姜东, 张晗等. 增强奇异值分解的自适应零水印 [J]. 中国图像图形学报,2018,10.
- 肖振久, 宁秋莹, 张晗, 唐晓亮, 陈虹.NMF 和增强奇异值分解的自适应零水印算法 [J/OL]. 计算机应用研究:1-7[2019-01-28].<https://doi.org/10.19734/j.issn.1001-3695.2018.09.0751>.

室内定位

- 邹东尧, 陈鹏伟, 刘宽. 基于天牛须搜索优化的室内定位算法 [J]. 湖北民族学院学报 (自然科学版),2018(04):427-431+455.

9.3 专利

- 基于天牛须搜索的 SDN 网络中多目标组播路由路径构建方法
(2017112674013)
- 奇异值分解和天牛须寻优算法的灰度图像自适应增强方法
(2018102015635)
- 基于天牛须算法和数学形态学的射线图像焊缝提取方法
(2018103673035)
- 一种基于天牛群优化算法的激光谐振腔设计方法 (2018112408058)
- 基于天牛须搜索算法的空间圆柱度误差评定方法 (2018106999239)
- 一种 BASA 优化 GRBF-SVM 的液压泵故障检测方法及系统
(2018109210959)

此外，由于个人能力与时间有限，希望大家看到相关的 BAS 文章或者软件后，可以在 https://github.com/jywang2016/rBAS_documents/issues 上写明文章（软件）的信息，应用的领域（如果有具体的应用案例的话）以及采用的是哪种 BAS 算法，以此来帮助我的整理。十分感谢大家的帮助！

第十章 调参

本章节将会收录一些调参技巧和 BAS 算法改进的想法。如果大家有好的想法或者研究，欢迎在 issues 上提出。

10.1 技巧 1：高维问题的初始步长设定

李老师指出在高维问题下，BAS 及其改进算法由于步长的分量过小，天牛无法有效移动，导致性能不佳。如果该假设成立，则在处理类似问题时在初始化步长时，在原有的参数选择上，乘以 \sqrt{n} ，其中 n 是待优化变量的维度。

10.1.1 原理

在章节2.1.1的式(2.1)中，我们给出了 BAS 生成随机方向并标注化的式子，如下所示。

$$\vec{\mathbf{b}} = \frac{\text{rnd}(n, 1)}{\|\text{rnd}(n, 1)\|}$$

此后，利用上述的方向和两须的函数差值来计算下次天牛的位置，如式(2.3). 方便起见，同样在此处给出。

$$\mathbf{x}^t = \mathbf{x}^{t-1} + \delta^t \vec{\mathbf{b}} \text{sign}(f(\mathbf{x}_r) - f(\mathbf{x}_l)) \quad (2)$$

方向向量 b 会与步长 δ^t 直接相乘，直接影响下一次的天牛位置。高维度问题， b 的每个元素在标准化后都较小。这也会使得步长 δ^t 在每个方向

的分量都很小。即，天牛只能在这个方向上走动一段很小的距离。这个现象会随着问题维度的增加而变得严重。

此前，有同学反映，即使是对于简单的 $f = \sum x_i^2$ 问题，在维度高了之后，BAS 算法的效果也会变差。这个例子将用于本文来验证这个现象，以及上述的改进策略是否有效。

10.1.2 测试函数

测试函数如式

$$f = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad (10.1)$$

10.1.3 BAS 测试代码

代码用 R 语言编写，直接调用 rBAS 包，大家也可以用 matlab 来实现，因为在 BAS 上只要改变初始步长即可以重复此处实验。

```
# 包加载
library(rBAS)      #BAS 及 BSAS 算法使用
library(ggplot2)    # 用于绘图
library(dplyr)      # 管道函数，方便数据传输
```

在 R 语言中给定目标函数。

```
# 优化目标
obj <- function(x){
  return(sum(x^2))
}
```

两种策略的比较，一种是原始的 BAS，一种是初始步长乘以维度。实验取的向量长度分别为 2,4,6...40。

```
test_BAS <- function(dims){  
  m <- dims  
  fit_sqrt <- BAOptim(fn = obj,  
                       init = rep(5,m),  
                       lower = rep(-10,m),  
                       upper = rep(10,m),  
                       trace = F,  
                       d1 = 1,  
                       step = (1*sqrt(m)), eta_d = 0.98, n = 200,  
                       steptol = .Machine$double.eps, seed = 1)  
  fit_raw <- BAOptim(fn = obj,  
                       init = rep(5,m),  
                       lower = rep(-10,m),  
                       upper = rep(10,m),  
                       trace = F,  
                       d1 = 1,  
                       step = 1, eta_d = 0.98, n = 200,  
                       steptol = .Machine$double.eps, seed = 1)  
  result <- c(BAS_modified = fit_sqrt$value,  
              BAS_original = fit_raw$value)  
  return(result)  
}  
  
dimsx <- seq(2,40,by = 2)  
dims <- matrix(data = dimsx, nrow = 1)  
BAS_experiment <- apply(dims, 2, test_BAS)
```

10.1.4 BAS 测试结果

从结果可以看到，橙色线代表的改进策略，会带来显著的效果提升。

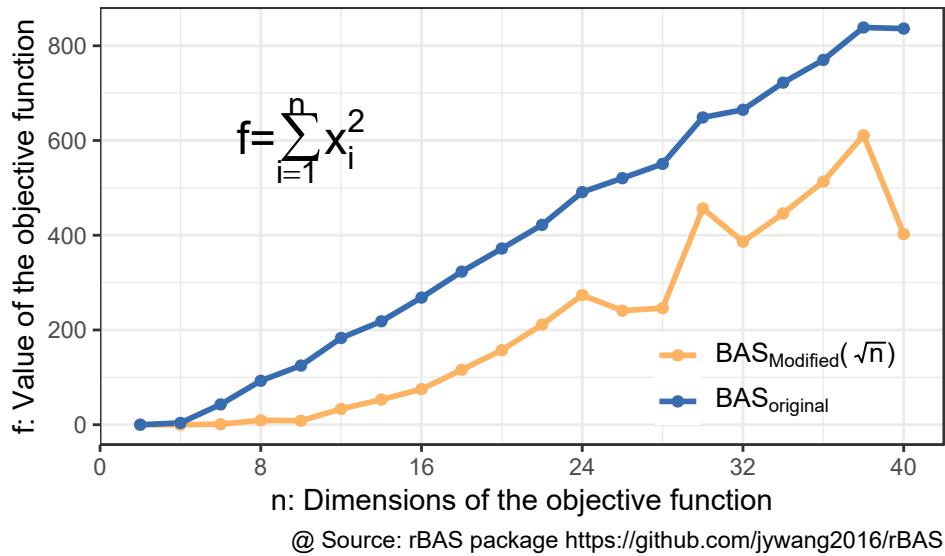


图 10.1: 高维优化问题下 BAS 不同初始步长结果对比

10.1.5 BSAS 测试代码

同样，对 BSAS 算法的不同粒子数量的取值，也分别进行了对比实验。同样，维度也是从 2 到 40。

```
test_BSAS <- function(dims,k){
  m <- dims
  fit_sqrt <- BSAOptim(fn = obj,
                        init = rep(5,m),
                        lower = rep(-10,m),
                        upper = rep(10,m),
                        trace = F,
                        k = k,
                        step = 1*sqrt(m),
                        d1 = 1,eta_d = 0.98,n = 200,
                        steptol = .Machine$double.eps,seed = 1)
  fit_raw <- BSAOptim(fn = obj,
                       init = rep(5,m),
```

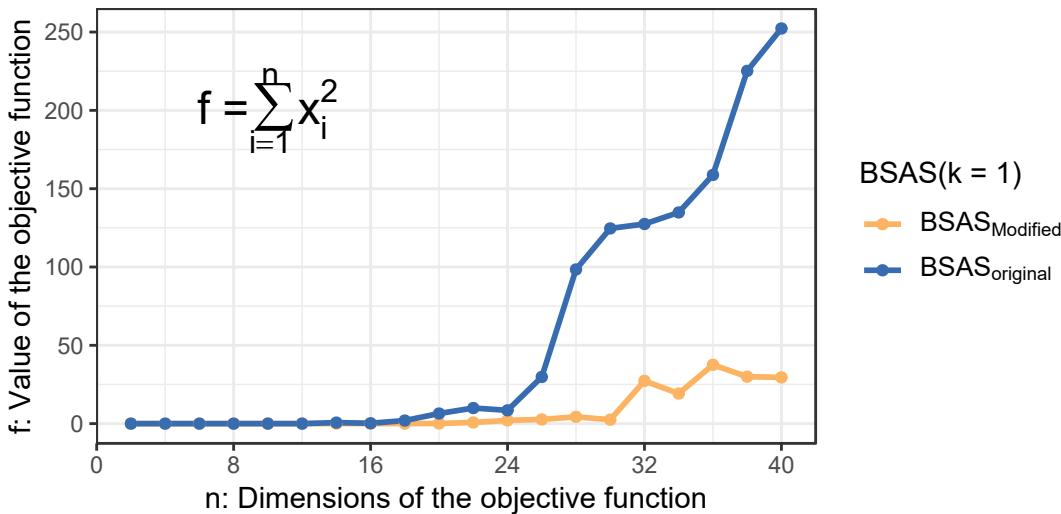
```

        lower = rep(-10,m),
        upper = rep(10,m),
        trace = F,
        k = k,
        step = 1,
        d1 = 1,eta_d = 0.98,n = 200,
        steptol = .Machine$double.eps,seed = 1)
result <- c(BSAS_modified = fit_sqrt$value,
            BSAS_original = fit_raw$value)
return(result)
}

BSAS_experiment <- apply(dims,2,test_BSAS,k=1)

```

10.1.6 BSAS 测试结果



@ Source: rBAS package <https://github.com/jywang2016/rBAS>

图 10.2: 高维优化问题下 BSAS 不同初始步长结果对比

对于只有一个粒子的 BSAS 算法（即只在步长自适应上进行优化的

BAS)，在维度升高的时候，改进策略也是成功的。当然，总体而言，两种情况均比 BAS 对应的情况效果要优。

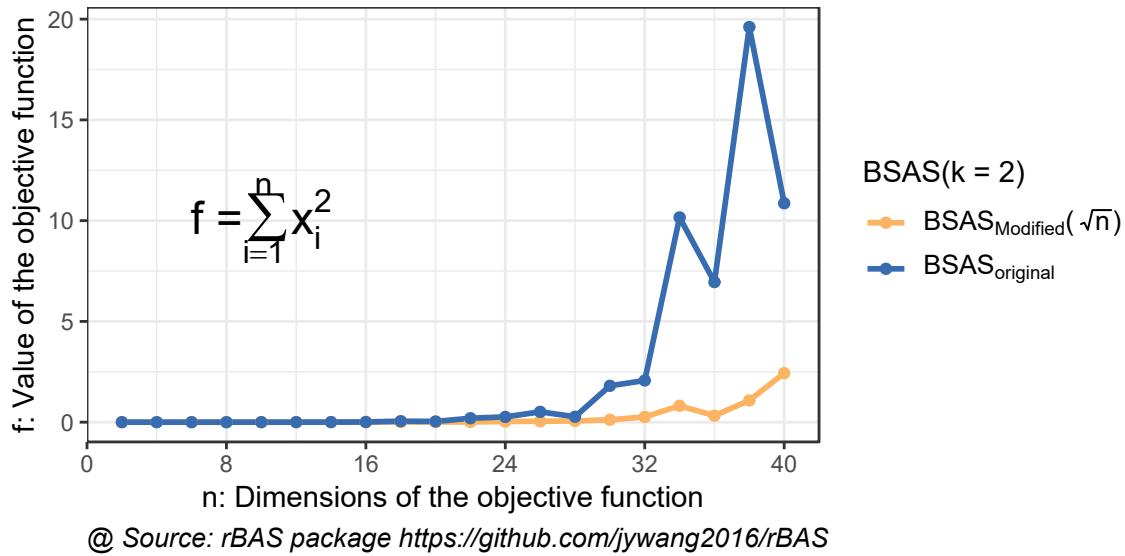


图 10.3: 高维优化问题下 BSAS($k=2$) 不同初始步长结果对比

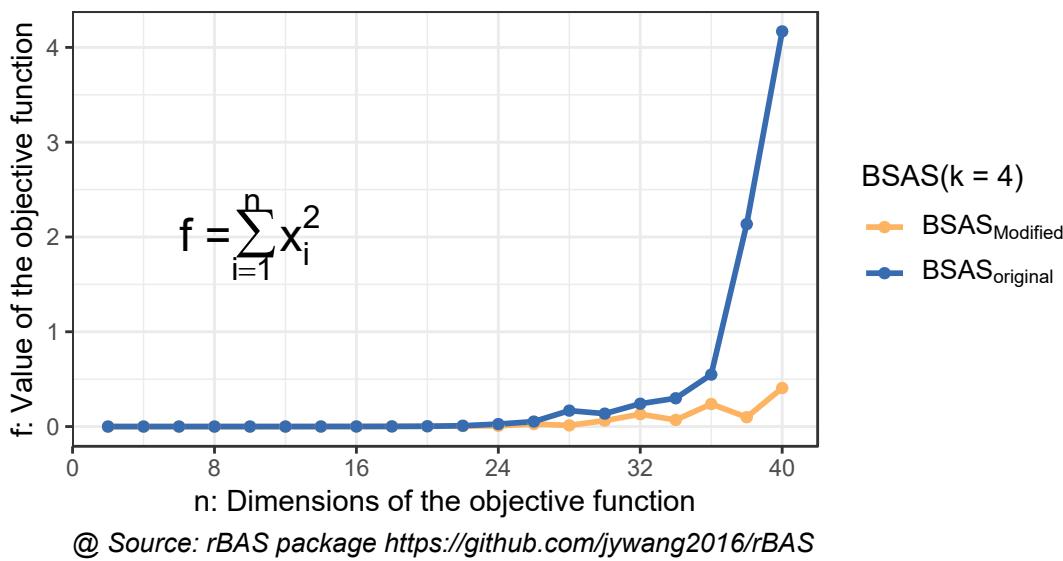
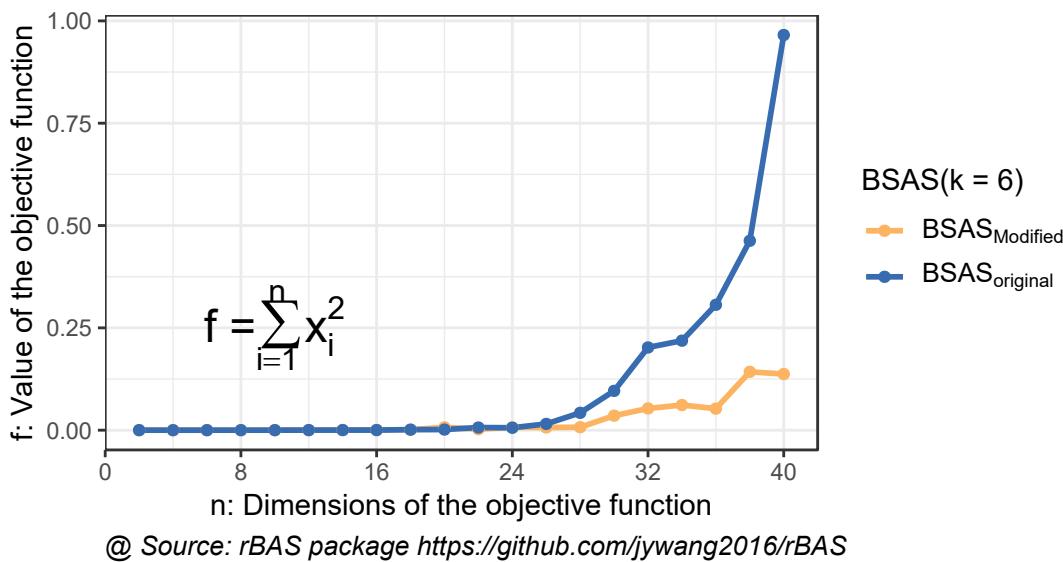
在上图中可以看到，在粒子数增加到 2 之后，算法的结果也证实了策略的可用。但是，两种方法结果接近的维度会更加延后。在 30 维度的时候，才开始出现了显著差异。一方面表明粒子数对算法的提升，另一方面，也说明了这个策略在越高维度的时候，效果也愈加显著。

同样，可以看到在粒子数增加时，BSAS 算法的效果也在逐渐优化。而加入了改进初始步长策略，橙线对应的结果也要优于蓝色线条的。总体来说，该算法在 BAS 和 BSAS 的情况下都是凑效。

10.1.7 总结

从上述测试的结果可以看到，在优化问题维度提高时，按照原有经验选择的初始步长，可能会导致算法效果不佳。

当然，大家可以还是按照原来的经验，即根据参数范围来估计一个初始步长。只要记得最后在高维问题时乘以对应的 \sqrt{n} 即可。这样算法在高维下会体现出更优的性能。

图 10.4: 高维优化问题下 BSAS($k=4$) 不同初始步长结果对比图 10.5: 高维优化问题下 BSAS($k=5$) 不同初始步长结果对比

10.2 技巧 2：判断迭代终止时算法收敛状况

李老师指出目前可能存在三种比较常见的迭代终止原因。

1. 算法陷入局部极值
2. 步长太小，天牛走不动，但是并未达到局部极值
3. 天牛走得动，并非局部极值，但是迭代次数已到，终止了迭代

对结果进行相应的判断，并做出对策，有利于做出进一步地参数优化，甚至是算法改进。

如，如果属于情况 1，可以尝试在原来的优化基础上，重新给定大的步长，帮助算法跳出当前的局部极值，达到更优的局部极值；情况 2，也可以通过给定合适的步长大小来改善；情况 3，可以考虑增加迭代次数。

同样地，我们采用两个测试函数来解释上述的情况，并验证对应方案的效果。

10.2.1 实验 1

实验 1 利用简单的测试函数，来对比 BAS 和 BSAS 在高维问题下的结果，以及出现问题的原因（属于三种情况的哪一种），来给出改进或者调试的思路。

测试函数如式(10.1)所示。该函数在 $x_i = 0$ 处取得全局最优。

10.2.1.1 BAS 算法

利用 BAS 搜索目标函数的最优值，设置迭代次数为 200，维度为 10。

```
rm(list = ls())
library(rBAS)
library(numDeriv)

obj <- function(x){
  return(sum(x^2))
```

}

```
BASn <- function(n,dims,init = rep(5,m)){
  m <- dims
  fit_BAS <- BASoptim(fn = obj,
                        init = init,
                        lower = rep(-10,m),
                        upper = rep(10,m),
                        trace = F,
                        d1 = 1,
                        step = (1*sqrt(m)),eta_d = 0.98,n = n,
                        steptol = .Machine$double.eps,seed = 1)
  return(fit_BAS)
}
```

```
fit1 <- BASn(n = 200, dims = 10)
fit1$par;fit1$value
```

```
## [1] 1.25580526 0.23166118 0.71917160 -0.42806595 1.12091543
## [6] 1.62701181 1.18880886 0.58474173 0.09426773 0.62736667
## [1] 8.392446
```

可以看到，在 200 次迭代之后，天牛所处的位置并没有接近最优值，即 $x = 0$ ，其中的部分元素接近于 0。最后的函数值是 8.4。

此时的步长如下：

```
fit1$step
```

```
## [1] 0.0001108463
```

为 $1e-4$ ，这表明此时的步长偏小，天牛所处的位置与最优点的距离为步长量级的 10^4 倍。因此，本实验属于上述的情况 2，步长太小，走不动。

此种情况可以通过在上回合的优化结果下，重新给定合适的大步长来得

到更优的结果。

```
fit2 <- BASn(n = 200, dims = 10, init = fit1$par)
fit2$par;fit2$value
```

```
## [1] 0.034425449 0.011889588 0.021235726 0.017903444 0.041177485
## [6] -0.023956800 0.008979989 0.005722928 0.024887352 -0.001700370
## [1] 0.00510314
```

可以看到，此时的函数值已经十分接近于最优值，方法凑效。

此时的步长如下：

```
fit2$step
```

```
## [1] 0.0001108463
```

由于步长和优化的坐标之间仍然存在量级的差距，还是表明在这个位置，哪怕每次都是朝着最优位置走，天牛也迈不开步子，我们可以再次使用重新给定步长的手段。

```
fit3 <- BASn(n = 200, dims = 10, init = fit2$par)
fit3$par;fit3$value
```

```
## [1] -0.0011431003 -0.0031872963 -0.0039303321 0.0020186072 0.0021288149
## [6] 0.0001232545 -0.0019088662 -0.0037557675 0.0003802965 -0.0010499301
## [1] 5.45314e-05
```

可以看到，优化结果更加接近于最优值。

此时的步长如下：

```
fit3$step
```

```
## [1] 0.0001108463
```

为了方便起见，同时列出三次寻优的结果

```
fit1$value;fit2$value;fit3$value
```

```
## [1] 8.392446  
## [1] 0.00510314  
## [1] 5.45314e-05
```

结果不断地接近最优值。这表明在上述情况 2 出现时，在现有的结果上，重新给定大的步长，然后再次寻优是凑效的。也就是，需要重新让天牛能走起来。当然，方法本身也不可能每次都凑效，此时需要大家在调试成本和结果优化之间寻求一个平衡。

10.2.1.2 BSAS 算法

BAS 问题的关键在于步长的衰减没有反馈机制，不管结果好坏，步长都会衰减。尝试使用 BSAS 算法进行寻优，结果如下：

```
BSASn <- function(n,dims,k){  
  m <- dims  
  fit_BSAS <- BSASoptim(fn = obj,  
                        init = rep(5,m),  
                        lower = rep(-10,m),  
                        upper = rep(10,m),  
                        trace = F,  
                        k = k,  
                        step = 1*sqrt(m),  
                        d1 = 1,eta_d = 0.98,n = n,  
                        steptol = .Machine$double.eps,seed = 1)  
  return(fit_BSAS)  
}  
  
fit_BSAS1 <- BSASn(n = 200, dims = 10,k = 1)
```

```
fit_BSAS1$par;fit_BSAS1$value;fit_BSAS1$step
```

```
## [1] -0.0004297315 -0.0093523824  0.0077216584  0.0016681671  0.0032866863
## [6] -0.0128492187  0.0085156508 -0.0104277522 -0.0030415481  0.0228343806
## [1] 0.001037878
## [1] 0.01872236
```

可以看到 BSAS 算法的结果是 0.001，比 BAS 算法进行了一次重新设定步长后的结果更优。猜测是因为步长反馈调节策略使得步长衰减得更合理所致。

由于此时的步长是 0.019，稍大于天牛所在位置的元素。因此，认为属于情况 3，即由于迭代次数不够，导致没能到达最优（局部最优）位置。所以，加大迭代次数来看效果。

```
fit_BSAS2 <- BSASn(n = 500, dims = 10, k = 1)
```

```
fit_BSAS2$par;fit_BSAS2$value;fit_BSAS2$step
```

```
## [1] -1.610736e-06  2.899101e-07 -4.068405e-08 -2.802695e-07 -1.098365e-06
## [6] -6.222215e-08  8.150385e-07 -7.817550e-07 -1.019755e-06  1.515487e-06
## [1] 8.581032e-12
## [1] 2.135201e-06
```

可以看到，在迭代次数为 500 时，结果更优，为 8.58×10^{-12} 。而步长 2.14×10^{-6} 仍然是和位置的元素量级保持一致。因此，推测可以继续加大迭代次数来获得更优的结果。

```
fit_BSAS3 <- BSASn(n = 1000, dims = 10, k = 1)
```

```
fit_BSAS3$par;fit_BSAS3$value;fit_BSAS3$step
```

```
## [1] -3.785371e-13 -1.806485e-13  2.075196e-13 -3.060651e-13  3.156182e-14
```

```
## [6] -6.596821e-14 1.428151e-13 -1.098809e-13 9.320642e-14 -1.186302
## [1] 3.732429e-25
## [1] 4.664409e-13
```

可以看到，随着迭代次数的提升，结果不断优化。当前条件下的目标函数值为 3.73×10^{-25} 。

方便起见，列出三次实验结果。

```
fit_BSAS1$value;fit_BSAS2$value;fit_BSAS3$value
```

```
## [1] 0.001037878
## [1] 8.581032e-12
## [1] 3.732429e-25
```

10.2.1.3 总结

对于测试函数 $f = \sum x_i^2$,

- BAS 出现情况 2，即步长太小，导致天牛走不动。这是由于 BAS 的步长衰减策略造成的。保持上一次的优化结果（作为下次优化的初始值），重新设定大的步长可以解决此类问题。
- BSAS 出现情况 3，即步长是能让天牛走动的，但迭代次数终止了算法。这是因为 BSAS 的步长是根据结果反馈来调节的，不至于衰减得太小导致天牛走不动。对于此类情况，延迟迭代次数的调差方法可以提高结果。

一般的情况是，如果算法求得的位置，其中的元素大小远超步长大小，那么应该是属于情况 2，要考虑重新设定步长。如果元素大小和步长大小量级相仿，则可以考虑增加迭代步长。

10.2.2 实验 2

实验 2 利用存在较多局部最优的函数, 来对比 BAS 和 BSAS 的结果, 试图找出问题出现的原因, 以及对应的改进思路。

10.2.2.1 测试函数

$$f = 10 * m - \sum_i^m (x_i^2 - 10 * \cos(2\pi x_i)) \quad x_i \in [-5.12, 5.12] \quad (10.2)$$

测试函数在 $x_i = 0$ 处取得最优值 $f = 0$ 。

图10.6为测试函数 2 维时的取值分布。从中可以看到, 等值线在接近 $x = (0, 0)$ 时颜色加深, 表明接近最小值。

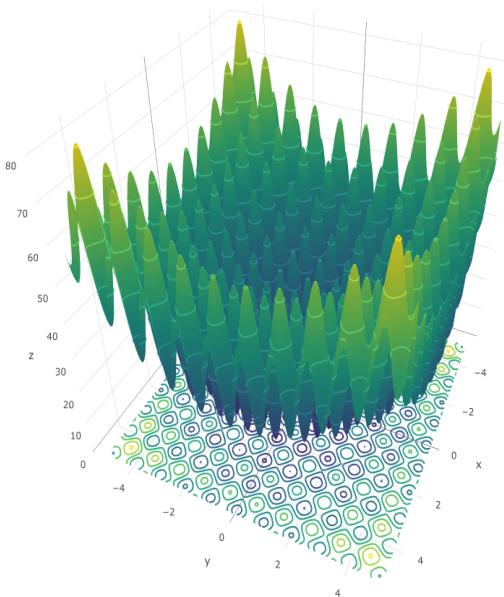


图 10.6: Fig.1 Rastrigin function

10.2.2.2 BAS 算法

```
Rast <- function(x){  
  y <- sum(x^2 - 10*cos(2*pi*x))  
  return(10*length(x) + y)  
}
```

```
BAS_Rast_n <- function(n,dims,init = rep(5,dims),seed = 1){  
  m <- dims  
  fit_BAS <- BAsoptim(fn = Rast,  
                        init = init,  
                        lower = rep(-5.12,m),  
                        upper = rep(5.12,m),  
                        trace = F,  
                        d1 = 1,  
                        step = (1*sqrt(m)),eta_d = 0.98,n = n,  
                        steptol = .Machine$double.eps,seed = seed)  
  return(fit_BAS)  
}  
fit_Rast <- BAS_Rast_n(n = 200, dims = 5)  
fit_Rast$par; fit_Rast$value  
  
## [1] -1.869276e-05 -9.950173e-01  1.989897e+00  4.974418e+00  1.989810e-05  
## [1] 33.82836
```

结果与 $(0, 0, 0, 0, 0)$ 还是存在较大的差距。

```
fit_Rast$step
```

```
## [1] 7.838014e-05
```

此时的步长为 $7.8 * 10^{-5}$ ，天牛也存在走不动的现象。此处的梯度为

```
grad(Rast,fit_Rast$par)
```

```
## [1] -0.007423366 -0.023255606 -0.006154134 -0.106994981 -0.040438609
```

从梯度接近于 0 来看，应该是陷入了局部最小值，也就是属于情况 1。我们再给定一个大的步长，重新搜索。

```
fit_Rast <- BAS_Rast_n(n = 200, dims = 5,
                        init = fit_Rast$par, seed = 1)
fit_Rast$par; fit_Rast$value;fit_Rast$step
```

```
## [1] -1.9898668 -0.9949566 -0.9950607  1.9898565  0.9949586
```

```
## [1] 10.94454
```

```
## [1] 7.838014e-05
```

可以得知，结果进一步提升。此时的梯度是

```
grad(Rast,fit_Rast$par)
```

```
## [1] 0.0180051671 0.0007939765 -0.0404656270 -0.0220834035 -0.0000156832
```

同样，梯度十分接近于 0，表明此处是一个局部最小值。即对于情况 1，重新使用大的步长也能改善优化结果，有助于找到一个更优的局部最小值。换一个初始步长，可能会导致策略失效，即这样的策略也需要辅以调差。感兴趣的同学可以自行调节代码。

10.2.2.3 BSAS 算法

```
BSAS_Rast_n <- function(n,dims,k = 1,init = rep(5,dims),seed = 1){
  m <- dims
  fit_BSAS <- BSAOptim(fn = Rast,
                        init = init,
```

```

        lower = rep(-5.12,m),
        upper = rep(5.12,m),
        trace = F,
        d1 = (1*sqrt(m)),
        k = k,
        step = (1*sqrt(m)),eta_d = 0.98,n = n,
        steptol = .Machine$double.eps,seed = seed)

    return(fit_BSAS)
}

fit_Rast <- BSAS_Rast_n(n = 200,k = 1, dims = 5,seed = 1) #2,2
fit_Rast$par; fit_Rast$value;fit_Rast$step

## [1] 2.984883 3.979838 1.989614 4.974257 2.984340
## [1] 62.68211
## [1] 0.00131646

```

梯度如下

```
grad(Rast,fit_Rast$par)
```

```
## [1] 0.01066209 0.02145915 -0.11811262 -0.17008744 -0.20354255
```

结果比 BAS 要差，且从梯度来看，算法已经达到了局部极值，属于情况 1。

此时沿用实验 1 中的结论，打算重新使用大的步长使其跳出局部极值。

```

m = 5
n = 200
k = 1
seed =1
fit_Rast <- BSASoptim(fn = Rast,
                      init = fit_Rast$par,

```

```

lower = rep(-5.12,m),
upper = rep(5.12,m),
trace = F,
d1 = (1*sqrt(m)),
k = k,
#p_step = 0.8,
step = 3,eta_d = 0.98,n = n,
steptol = .Machine$double.eps,seed = seed)
fit_Rast$par; fit_Rast$value;fit_Rast$step

```

```
## [1] 2.984560 3.979510 1.989868 4.974568 2.984608
```

```
## [1] 62.68205
```

```
## [1] 0.0006664883
```

从结果看来，并未有改善。

```
grad(Rast,fit_Rast$par)
```

```
## [1] -0.11667250 -0.10781782 -0.01768515 -0.04851506 -0.09778878
```

从梯度看，算法仍然处于陷入了局部最优

10.2.2.4 BSAS 步长更新概率

还是考虑从步长着手，设置 p_{step} 参数为 0.8，即有 0.8 的概率，哪怕找不到更优的位置，天牛也有 0.8 的概率会保持当前的步长继续搜索。尽管 BSAS 是根据结果反馈来调节步长的，在局部极值过多的情况下，找不到更优值，也会使得 BSAS 的步长一直衰减。

可以会有同学担心，如果 p_{step} 过大，又找不到更优位置，步长一直不更新怎么办。由于 BSAS 算法中有 n_{flag} 参数来限制步长不更新的次数，因此不会出现找不到更优解一直保持原步长的现象。

```
n = 400
fit_Rast <- BSASoptim(fn = Rast,
                      init = fit_Rast$par,
                      lower = rep(-5.12,m),
                      upper = rep(5.12,m),
                      trace = F,
                      d1 = (1*sqrt(m)),
                      k = k,
                      p_step = 0.8,
                      step = 3,eta_d = 0.98,n = n,
                      steptol = .Machine$double.eps,seed = seed)
fit_Rast$par; fit_Rast$value;fit_Rast$step

## [1] 9.956177e-01 2.985797e+00 3.578282e-05 1.989544e+00 2.983359e+00
## [1] 22.88472
## [1] 0.003268592
```

可以看到，结果存在较大的提升。

10.2.2.5 天牛数

此外，由于测试函数的局部极小值过多，尝试在每回合多派天牛出去探索。

```
k = 12
n = 400
seed =1
fit_Rast <- BSASoptim(fn = Rast,
                      init = fit_Rast$par,
                      lower = rep(-5.12,m),
                      upper = rep(5.12,m),
                      trace = F,
                      d1 = (1*sqrt(m)),
```

```

k = k,
step = 3,eta_d = 0.98,n = n,
steptol = .Machine$double.eps,seed = seed)
fit_Rast$value;fit_Rast$par

## [1] 5.969749

## [1] 9.632584e-07 1.989909e+00 -2.924944e-06 9.949562e-01 9.949555e-01

grad(Rast,fit_Rast$par)

## [1] 0.0003822056 -0.0014643535 -0.0011605715 -0.0009625320 -0.0012620304

```

效果也得到了改善，从梯度上看，达到了新的局部最小值。

10.2.2.6 总结

- 此前提出的改善方法（主要集中在步长的策略），在复杂的测试函数下，仍然适用。
- 在局部最小值较多的复杂测试函数下，步长不能轻易衰减。BSAS 算法在提高了步长不衰减的概率参数后效果出现了提高。而没有设置该参数的情况下，步长很容易衰减到很小（因为 BSAS 的逻辑是效果不改善就减小步长），导致无法跳出局部最小。
- 在进入局部最小值后，提高天牛数目和给定大的步长重新寻优策略结合使用，可以使得效果进一步提高。

总的来说，这些技巧都是希望大家能重新审视优化过程中步长的变化策略。大家也可以根据不同的问题，自己指定一些步长的衰减策略。

有意思的是，BSAS 在 $k = 1$ 时，其实就是步长根据结果反馈调节的 BAS。也就是，下一步找得到更优的位置，天牛就保持当前步长，继续寻优；反之，则步长衰减。尽管有很多参数限制 BSAS 不要过于贪婪，但遇到复杂的优化问题时（如实验 2），找不到更优位置，BSAS 的步长也如同 BAS 一样，一直衰减。

而对 p_{step} 参数的调节，更像是对不同的问题，给出的不同的步长衰减策略。因此，大家不必局限于 BSAS 算法，完全可以在 BAS 算法和自己的问题基础上，改进适合自己的步长调节策略。

最后，rBAS 的下一次更新，将包含对算法的结果做出判断，并给出可能的参数改进建议的功能。判断依据和改进建议来自于上面的实验。

第十一章 更新及维护计划

11.1 工具箱

计划开发 BAS 算法的 Matlab 工具箱。

11.2 待加入的功能

算法:

- 加入 BSAS
- 加入 BSAS-WPT
- 加入 binary BAS (阮月)
- 加入二阶 BAS (李晓晓)
- add_BSO(Beetle Swarm Optimizaiton) (王甜甜)
- ...

应用:

- 工程应用:
 - 多杆件机构优化 (莫小娟)
 - 龙门起重机摆角优化 (李晓晓)
 - 装配路径规划
 - 批量问题 (binary BAS)(阮月)
 - ...
- 基准测试
 - 计划超过 20 个基准测试

— ...

用户界面:

- 基本界面
 - 基本的 `shiny` 界面
 - 更新了约束处理功能
 - ...
- 自动文档
 - 基于 `rmarkdown`¹ 的自动文档报告生成
 - 文档导出
 - ...

算法部分与用户界面将会在 `rBAS` 包中不断更新。应用方面虽然有计划，但是除却基准测试外，更多的需要各位同学们的贡献。这部分暂时会选择几个重要的应用集成在 `rBAS` 包的案例库中，全部内容则会在本手册中更新。

11.3 联系方式

1. 大家可以加入 QQ 群 (437958608) 来讨论涉及 `BAS` 算法的各种问题。
2. 更进一步，如果大家有意愿将自己的研究纳入 `rBAS` 包或者是手册的应用案例上，欢迎大家给我发送邮件 (`jywang2016@hust.edu.cn`) 或者群内私信。具体的代码（如果大家愿意开源的话）或者文档形式（没有代码也是十分欢迎的）都可以具体商议。我也会尽量尝试将大家的 `matlab` 或者 `python` 代码复现为 `R`，所以“语言阻碍”暂时还不是问题。
3. 如果对 `rBAS` 有什么建议，或者 `bugs`，欢迎大家在 issues² 上发表评论。

¹<https://github.com/rstudio/rmarkdown>

²<https://github.com/jywang2016/rBAS/issues>

结语

暂无

参考文献

- Jiang Xiangyuan, L. S. (2017a). Bas: Beetle antennae search algorithm for optimization problems. *arXiv*.
- Jiang Xiangyuan, L. S. (2017b). Beetle antennae search without parameter tuning (bas-wpt) for multi-objective optimization. *arXiv*.
- Wang, J., Li, S., and Jiang, X. (2018). *rBAS: Implementation of the BAS algorithm and its mutation*. R package version 0.1.8.
- Wang Jiangyu, C. H. (2018). Bsas: Beetle swarm antennae search algorithm for optimization problems. *arXiv*.
- Wang Tiantian, Yang Long, L. Q. (2018). Beetle swarm optimization algorithm:theory and application. *arXiv*.
- Xie, Y. (2015). *Dynamic Documents with R and knitr*. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, Florida, 2nd edition. ISBN 978-1498716963.
- Xie, Y. (2018). *bookdown: Authoring Books and Technical Documents with R Markdown*. R package version 0.9.

索引

- BAS, 30, 31
- BAS-WPT, 40, 42, 45
- bookdown, 2
- BSAS, 39
- knitr, 2
- rBAS, 1