

Búsqueda de soluciones al Problema del Bombero por medio de la heurística de Optimización Combinatoria de Hormigas

Karla García

16 de septiembre de 2018

1. Introducción

En este reporte presento los resultados obtenidos de experimentar la búsqueda de soluciones a algunas instancias del Problema del Bombero por medio de la heurística de Colonia de Hormigas (ambos explicados más adelante). Esta heurística es una optimización conocida para resolver algunos problemas NP-Duros, en este caso la implementación permite su ejecución al tiempo que se ejecuta el problema que en este caso es dinámico.

2. Descripciones

2.1. El problema

Este problema fue descrito en 1995 como un modelo determinista de tiempo discreto para el esparcimiento y control de fuego. También ha sido utilizado para ejemplificar el contagio de enfermedades y la contención de inundaciones.[3]

Partimos de una gráfica dada $G = (V, E)$ plana de grado al menos 5 que representa un vecindario, todos sus vértices se marcan como *aSalvo*. Como manejamos tiempo discreto, iniciamos en el ciclo $t = 0$, entonces el fuego se siembra en un conjunto de vértices $Q_{init} \subset V$, los vértices de este conjunto son marcados como *quemados* e incrementamos en 1 a t . En el tiempo $t \geq 1$ tomamos a cada elemento de un conjunto de bomberos B con n_B elementos y los asignamos a n_B vértices *aSalvo* de G marcándolos como *defendidos*, en caso de que haya menos de n_B vértices *aSalvo* en G , marcaremos todos los posibles; entonces el fuego se expande a los vecinos no defendidos de todo vértice *vquemado*, incrementamos t y repetimos la operación. El procedimiento se detiene cuando ya no hay más vértices a los que se pueda esparcir el fuego.

Los objetivos principales al resolver este problema son:

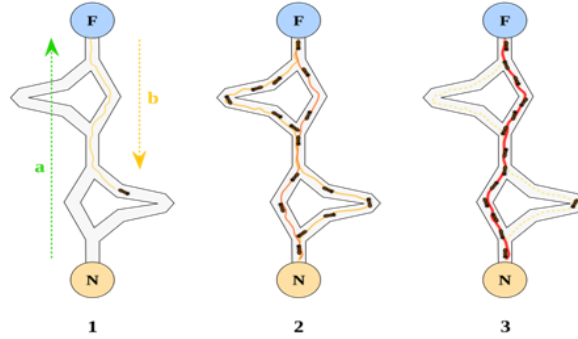
- Minimizar el número de vértices quemados respecto a la cantidad de vértices en Q_{init} .
- Salvar la mayor cantidad de vértices, esto es maximizar $defendidos + aSalvo$.
- Acabar con el esparcimiento de fuego lo antes posible, es decir, minimizar el número de ciclos t .
- Encontrar el número de bomberos suficientes y necesarios para salvar a determinado número de vértices conteniendo el fuego dado un determinado escenario (gráfica con fuego sembrado en determinados vértices).

Este problema ha sido explorado en árboles binarios y se logra resolver en tiempo lineal, pero cuando es un árbol con la misma distancia entre la raíz y todas sus hojas, el problema es NP-Completo. Presenta complejidad NP-Dura cuando está sobre gráficas planas de grado máximo ≥ 5 . [1, 2]

2.2. La heurística

Elegí la Optimización con Colonia de Hormigas, que consiste en construir una gráfica de tipo árbol a partir de un vértice inicial para recorrer las posibles soluciones. Se tiene un conjunto de hormigas que recorren el árbol, cuyas hojas son las posibles soluciones, en busca de una con buena evaluación, cada una a su paso deja un rastro de feromonas, de manera que la trayectoria con más feromonas es el que más hormigas han recorrido, mientras que en los caminos por los que menos pasen las hormigas irá evaporándose el rastro; esto nos ayudará a encontrar una solución que, si bien no es la óptima, se espera que sea suficientemente buena.

Figura 1: Ilustración de la heurística de hormigas en busca del mejor camino de F a N .



Para esta implementación, por ser un problema dinámico, la heurística se ejecuta al mismo tiempo que el problema. La gráfica que recorren las hormigas es construida a partir del escenario del tiempo $t = 0$ dando forma a un árbol en la que cada vértice h hijo de un vértice p padre guarda la relación de que es posible construir a h a partir de una formación de bomberos y la propagación de fuego en un incremento de t .

3. Integración

Para buscar soluciones al problema construí instancias con gráficas planas de cuadrícula con diagonales colocadas aleatoriamente para representar un *vecindario* (en el que se iniciará el incendio). Con un parámetro modificable inicié el fuego en un conjunto de vértices, entonces, al mismo tiempo que inicia la propagación, se ejecuta la heurística. En cada tiempo t_i hay n_H hormigas nuevas (n_H es un parámetro sintonizable) que inician recorridos desde el escenario inicial, que es equivalente al árbol de soluciones, dejando rastro de *feromonas*. Para estos recorridos deciden entre explorar trayectorias "nuevas." alguna que ha sido previamente explorada basándose en el nivel de *feromonas* que las hormigas anteriores han dejado; si decide explorar uno nuevo, se genera un escenario nuevo al que la hormiga caminará desde el actual. Este nuevo escenario se construye a partir de elegir entre los vértices de G que son candidatos a ser defendido para colocar una alineación de bomberos y que la hormiga continúe explorando; en caso de que ya no pueda generarse un vértice hijo (cuando no se pueda propagar más fuego) la hormiga ha terminado su recorrido y cuenta con una solución. La heurística termina cuando una cantidad predeterminada de hormigas termina su recorrido.

3.1. Función de costo

La función de costo utilizada para evaluar las soluciones encontradas consiste en obtener la diferencia entre el daño con el que inicia la gráfica en el tiempo $t = 0$ y el daño en el tiempo final t_f aplicando un *castigo* de acuerdo a los ciclos t que tardó en detener al fuego, así como por la cantidad de bomberos utilizados:

- q_0 - Número de vértices quemados en t_0 .
- q_T - Número de vértices quemados en t_f .
- $dam_0 = q_0/|V|$ corresponde al daño inicial.
- $dam_f = q_f/|V|$ corresponde al daño final.
- $dam_T = (dam_f - dam_0)$ corresponde al daño ocasionado en la ejecución del problema.
- b_U es el número de bomberos utilizados.
- b_T es la cantidad parametrizable de bomberos con los que contamos", aunque podemos excedernos, con lo cual empeora la evaluación de la solución.
- $b = (b_U/b_T)2$ corresponde al valor de castigo por bomberos utilizados.
- T es el número de ciclos necesarios para llegar a esta solución.

Con lo que la función de costo es:

$$dam_T \times b \times T$$

4. Experimentación

Realicé experimentos en gráficas de 12, 50, 100 y 1000 vértices, para ejemplificar tomaremos una gráfica de 12 vértices que con un sólo vértice incendiado en el tiempo $t = 0$, 2 bomberos por tiempo y la semilla 4548, ésta fue la mejor solución obtenida.

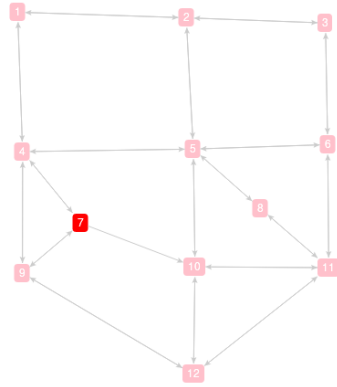


Figura 2: $t = 0$, inicia con un sólo vértice incendiado.

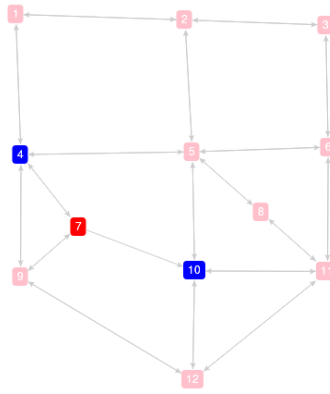


Figura 3: Se colocan 2 bomberos al azar en los vértices candidatos.

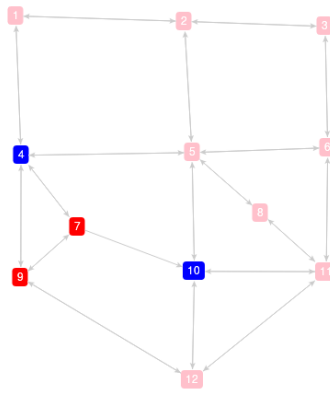


Figura 4: $t = 1$, se propaga el fuego a los vecinos del vértice incendiado que no ha sido protegido.

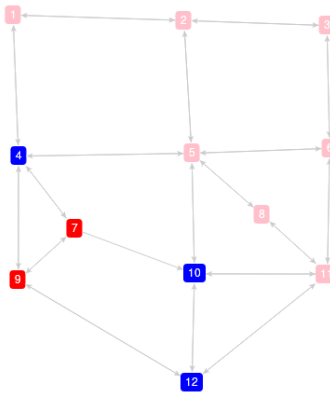


Figura 5: Se colocan un bombero en el único vértice candidato. El fuego ya no puede propagarse.

Los experimentos estuvieron enfocados en minimizar la cantidad de bomberos utilizados, así que sintonicé el programa para encontrar los parámetros en los que obtuviera los mejores resultados al respecto. Para los experimentos con la gráfica de 50 vértices, utilicé el siguiente escenario para $t = 0$:

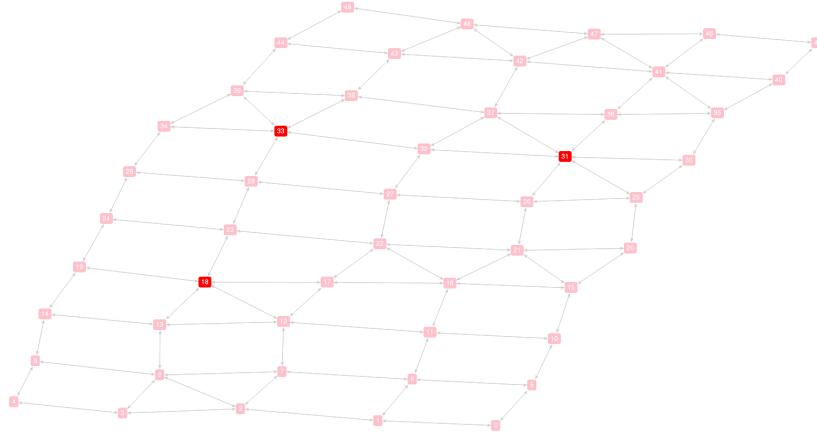


Figura 6: Escenario inicial para experimentos con 50 vértices.

En este escenario inicial, coloqué el fuego en vértices de grado 5 y 6 para acelerar la propagación del fuego. Envié diferentes cantidades de bomberos por ciclo en diferentes experimentos y obtuve los siguientes resultados con la semilla 547.

Con 4 bomberos por ciclo:

- Ciclos: 4
- Bomberos utilizados: 13
- Vértices salvados: 27

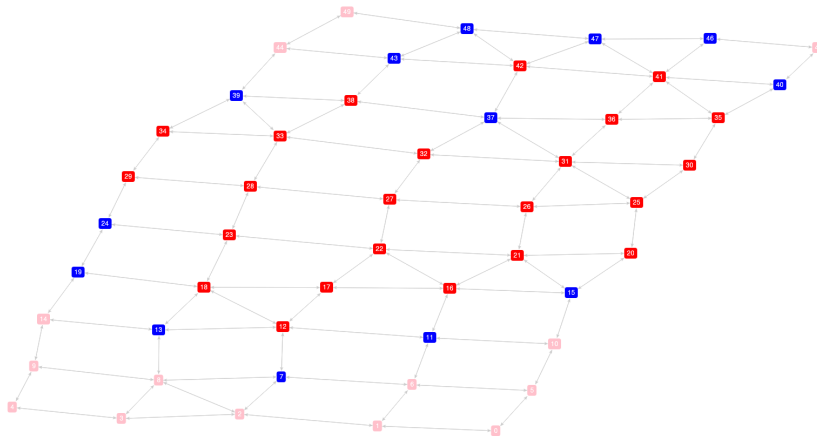


Figura 7: Escenario final de experimentos con 50 vértices usando 4 bomberos por ciclo.

Con 5 bomberos por ciclo:

- Ciclos: 3

- Bomberos utilizados: 11
- Vértices salvados: 32

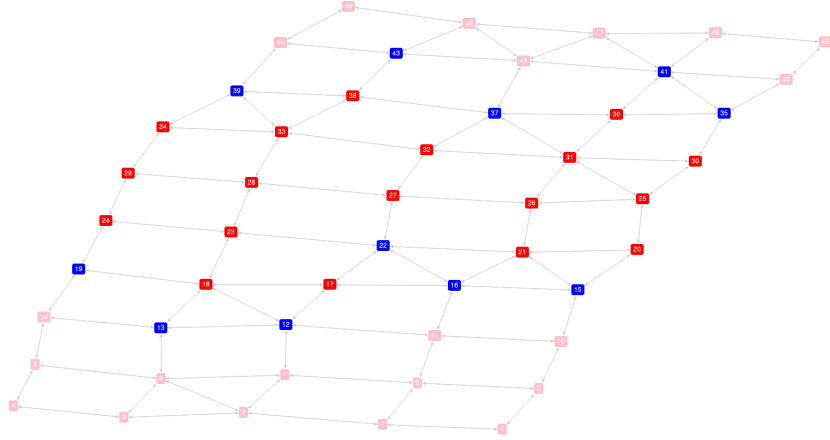


Figura 8: Escenario final de experimentos con 50 vértices usando 5 bomberos por ciclo.

Con 8 bomberos por ciclo:

- Ciclos: 2
- Bomberos utilizados: 16
- Vértices salvados: 40

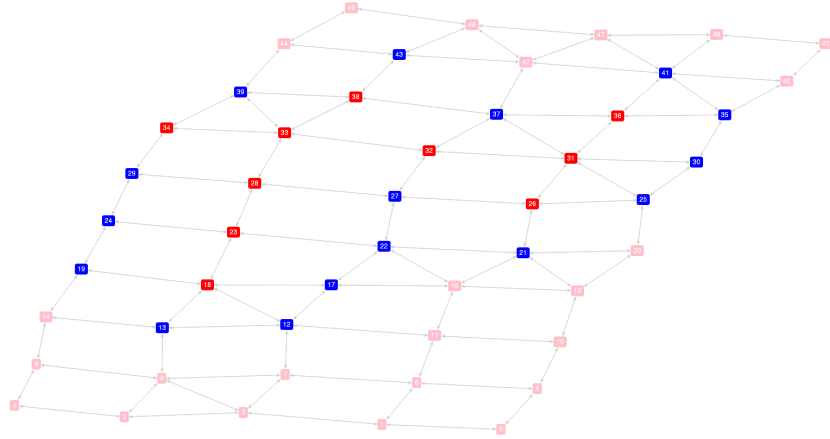
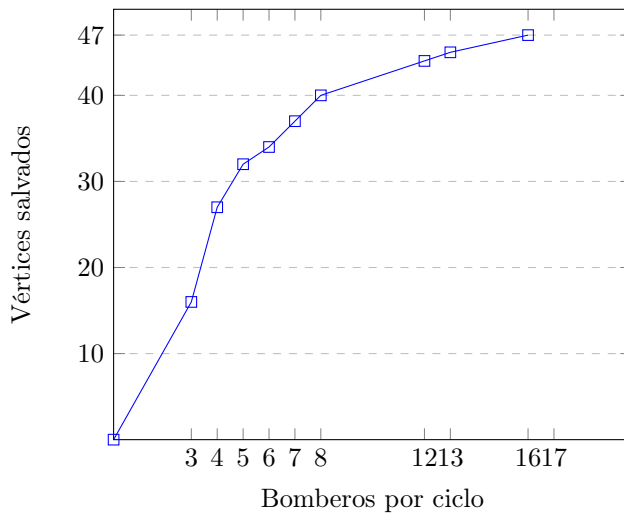


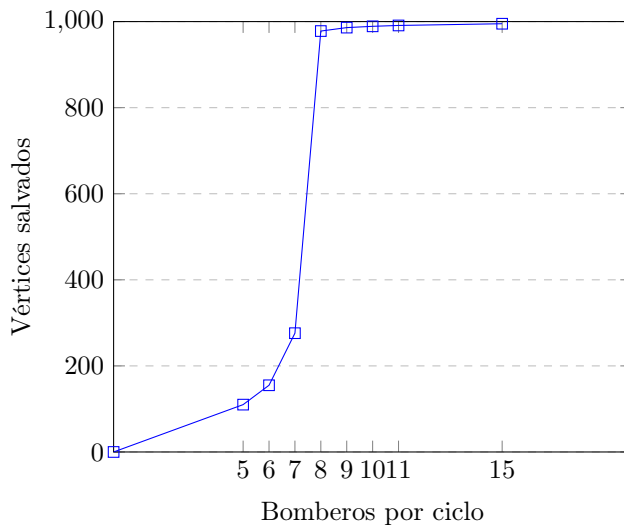
Figura 9: Escenario final de experimentos con 50 vértices usando 8 bomberos por ciclo.

La relación entre bomberos enviados por ciclo con vértices salvados para esta instancia del problema se ve descrita en la siguiente gráfica:



Se observa que incluso con pocos bomberos por ciclo, la heurística funciona bien, ya que rodea los vértices incendiados para contener el fuego lo más pronto posible con los recursos (bomberos) limitados. En el caso de esta instancia del problema es destacable que enviando 5 bomberos por ciclo es posible solucionar el problema salvando más de la mitad de la gráfica y con un total de bomberos menor a la suma de los grados incendiados en $t = 0$, es decir, con 11 bomberos se salvaron 32 vértices mientras que inicialmente el fuego podía propagarse a 15 vértices (serían 16 pero uno de los vértices es adyacente a dos elementos de Q_{init}). De 7 bomberos ahí en adelante, conforme se aumenta la cantidad de vértices salvados cada vez más lento, hasta llegar a crecer en uno a 15.

Para la instancia de 1000 vértices sembré el fuego inicial en 5 vértices ubicados al centro de la gráfica, con la finalidad de observar si había un salto tan marcado en el total de vértices salvados determinado por el número de bomberos permitidos por ciclo. El resultado se encuentra en la siguiente gráfica:



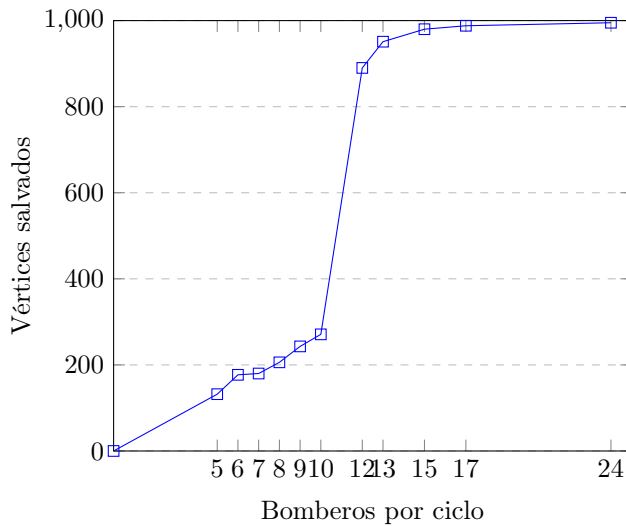
En este caso se observa que disponibilidad de bomberos se traduce en una diferencia amplia para cada ciclo y hay un salto enorme entre permitir sólo 6 bomberos y permitir 7. Puede deberse a que los incendios iniciales están "sembrados" en las orillas de la gráfica y un par de bomberos disponibles

pueden representar la posibilidad de que estos incendios se unifiquen.

Para el caso de la gráfica de 1000 vértices, con 5 incendios iniciales colocados al centro, logramos salvar 937 vértices usando los siguientes parámetros:

```
TotalBomberos = 50
BomberosXt = 12
HormigasXt = 3
Phe = 0.3
PheReduccion = 0.15
Semilla = 8710526160774049443
fuegoInicial = 495, 546, 583, 631, 577
```

Igualmente sembré incendios en 5 vértices alejados del centro de la gráfica de 1000 vértices, con lo que obtuve los siguientes resultados, en los que sí hay un gran salto, sin embargo es menos drástico y la mejora respecto al número de bomberos ligeramente gradual.



5. Conclusiones

Al ser un problema dinámico, es interesante observar la ejecución de la heurística al mismo tiempo que hay movimiento en la instancia; en cuanto a la búsqueda de los objetivos que se plantearon, observé que en todas las instancias se dan saltos muy grandes cuando se agrega un bombero por ciclo a la heurística. Especialmente esto último puede dar pauta a establecer nuevos parámetros para priorizar la búsqueda de formaciones de bomberos, tal vez nuevos experimentos priorizando a entre los vértices candidatos a defender por su grado, o eventualmente agregar algún peso a las aristas. También se puede concluir que las instancias con incendios alejados entre sí posicionados en las orillas son más difíciles de manejar que los que se posicionan al centro, ya que los segundos tienden a unirse en uno solo que es rodeado por la formación de bomberos, mientras que los primeros necesitan en general más bomberos para ser contenidos exitosamente.

Referencias

- [1] Gary MacGillivray and Stephen Finbow *The Firefighter Problem: A survey of results, directions and questions*, Canada.

- [2] Andrew King and Gary MacGillivray *The Firefighter Problem: Application of Hybrid Ant Colony Optimization Algorithms.*, Computation in Combinatorial Optimization, Springer, España, 2014.
- [3] ChristianBlum, María J. Blesa, et al. *The firefighter problem for cubic graphs*, Elsevier, Canada, 2009.