Heurísticas y Optimización Combinatoria: Soluciones a instancias del Problema del Pombero por medio de la heurística de Colonia de Hormigas

Karla Socorro García Alcántara

June 15, 2018

Abstract

Your abstract.

1 Introduction

En este reporte presento los resultados obtenidos de experimentar la búsqueda de soluciones a algunas instancias del Problema del Bombero por medio de la heurística de Colonia de Hormigas (ambos explicados más adelante). Esta heurística es una optimización conocida para resolver algunos problemas NP-Duros, en este caso la implementación permite su ejecución al tiempo que se ejecuta el problema que en este caso es dinámico.

2 Descripciones

2.1 El problema

Este problema fue descrito en 1995[1] como un modelo determinista de tiempo discreto para el esparcimiento y control de fuego. También ha sido utilizado para ejemplificar el contagio de enfermedades y la contención de inundaciones.

Partimos de una gráfica dada $G = (V, E)$ plana de grado al menos 5 que representa un vecindario, todos sus vértices se marcan como $aSalvo$. Como manejamos tiempo discreto, iniciamos en el ciclo $t = 0$, entonces el fuego se *siembra* en un conjunto de vértices $Q_{init} \subseteq V$, los vértices de este conjunto son marcados como *quemados* e incrementamos en 1 a t. En el tiempo $t = 1$ tomamos a cada elemento de un conjunto de bomberos B con n_B elementos y los asignamos a n_B vértices $aSalvo$ de G marcándolos como $defendidos$, en caso de que haya menos de n_B vértices $aSalvo$ en G, marcaremos todos los posibles; entonces el fuego se expande a todos los vértices vecinos de los vétices *quemados* que no estén marcados como $defendidos$, incrementamos t y repetimos la operación. El procedimiento se detiene cuando ya no hay más vértices a los que se pueda esparcir el fuego.

Los objetivos[2] principales al resolver este problema son:

- Minimizar el número de vértices quemados si el fuego inicia en uno o más vértices aleatorios.
- Salvar la mayor cantidad de vértices, esto es maximizar $defendidos + aSalvo$.
- Acabar con el esparcimiento de fuego lo antes posible, es decir, minimizar el número de ciclos.
- Encontrar el número de bomberos suficientes y necesarios para salvar a determinado número de vértices conteniendo el fuego dado un determinado escenario (gráfica con fuego sembrado en determinados vértices).

2.2 La heurística

Fue elegida la Optimización con Colonia de Hormigas, que consiste en construir una gráfica a partit de un vértice inicial para recorrer las posibles soluciones a partir de un escenario inicial. Se tiene un conjunto de hormigas que recorren la gráfica de las soluciones posibles en busca de una con una buena evaluación, cada una a su paso deja un rastro de feromonas, de manera que el camino con más feromonas es el que más hormigas van a seguir, mientras que en los caminos por los que menos pasen las hormigas irá evaporándose el rastro de feromonas; esto nos ayudará a encontrar una solución que, si buen no es la óptima, se espera que sea suficientemente buena.

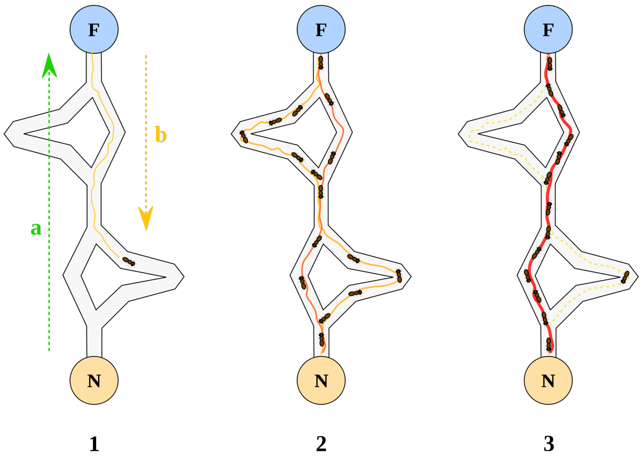


Figure 1: Ilustración de la heurística de hormigas en busca del mejor camino de F a N.

Para esta implementación, por ser un problema dinámico, la heurística se ejecuta al mismo tiempo que el problema. La gráfica que recorren las hormigas es construida a partir del escenario del tiempo $t = 0$ dando forma a una gráfica acíclica (un árbol) en la que cada vértice h hijo de un vértice p padre guarda la relación de que es posible construir a h a partir de una formación de bomberos y la propagación de fuego en un solo incremento de t.

3 Integración

Para buscar soluciones al problema utilicé gráficas planas de cuadrícula con diagonales colocadas aleatoriamente para representar un vecindario; aleatoriamente con un parámetro modificable inicié el fuego en un conjunto de vértices. Entonces al mismo tiempo que inicia la propagación se corre la heurística; en cada tiempo t_i se inicializan n_H hormigas (n_H es un parámetro sintonizable) que inician nuevos recorridos dejando rastro de feromonas sobre la gráfica de soluciones basándose en el nivel de feromonas que las hormigas anteriores han dejado para decidir si tomar uno conocido o explorar uno nuevo (para esta decisión se "lanza una moneda"), si se decide explorar uno nuevo genera un vértice $hijo$ para el vértice en el que actualmente se encuentra eligiendo entre los vértices candidatos a ser $defendidos$ para acomodar una alineación de bomberos y continúa explorando a partir de él; en caso de que ya no pueda generarse un vértice $hijo$ (cuando no se pueda propagar más fuego) la hormiga a terminado su recorrido y cuenta con una solución propia. La heurística termina cuando una cantidad determinada de hormigas termina su recorrido.

3.1 Función de costo

La función de costo utilizada para evaluar las soluciones encontradas consiste en obtener la diferencia entre el daño con el que inicia la gráfica en el tiempo $t = 0$ y el daño en el tiempo final t_f aplicando un castigo de acuerdo a los ciclos t que tardó en detener al fuego, así como por la cantidad de bomberos utilizados:

- q_0 - Número de vértices quemados en t_0.
- q_T - Número de vértices quemados en t_f.
- $dano_0 = q_0/|V|$ corresponde al daño inicial.

- $dano_f = q_f/|V|$ corresponde al daño final.
- $dano_T = (dano_f - dano_0)$ corresponde al daño ocasionado en la ejecución del problema.
- b_U es el número de bomberos utilizados.
- b_T es la cantidad parametrizable de bomberos con los que "contamos", aunque podemos excedernos.
- $b = (b_U/b_T)^2$ corresponde al valor de castigo por bomberos utilizados.
- T es el número de ciclos necesarios para llegar a esta solución.

Con lo que la función de costo es:

$$dano_T * b * T$$

4 Experimentación

Los experimentos se realizaron en gráficas de 12, 50, 100 y 1000 vértices, para ejemplificar tomaremos una gráfica de 12 vértices que con un sólo vértice incendiado en el tiempo $t = 0$, 2 bomberos por tiempo y la semilla 4548, ésta fue la mejor solución obtenida.

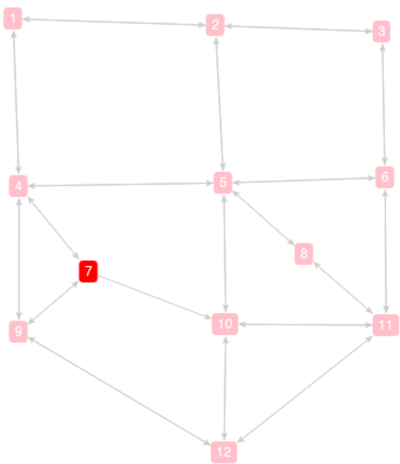


Figure 2: $t = 0$, inicia con un sólo vértice incendiado.

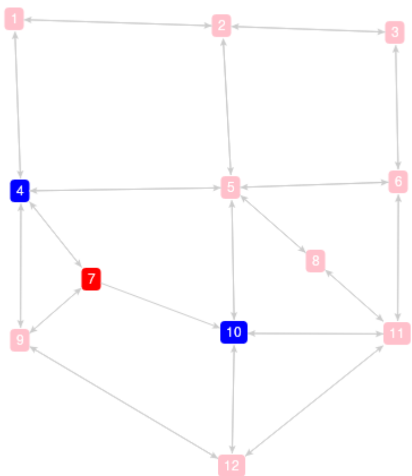


Figure 3: Se colocan 2 bomberos al azar en los vértices candidatos.

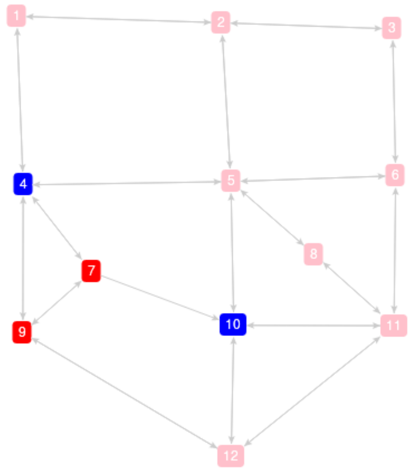


Figure 4: $t = 1$, se propaga el fuego a los vecinos del vértice incendiado que no ha sido protegido.

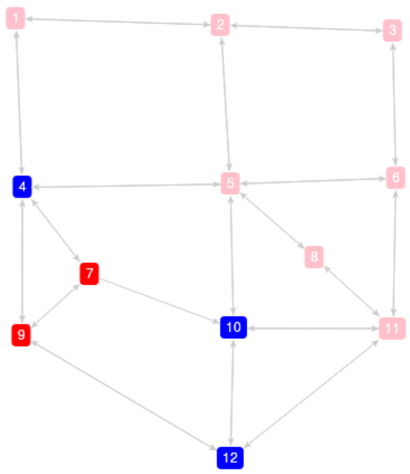


Figure 5: Se colocan un bombero en el único vértice candidato. El fuego ya no puede propagarse.

Los experimentos estuvieron enfocados en minimizar la cantidad de bomberos utilizados, así que sintonicé el programa para encontrar los parámetros en los que obtuviera los mejores resultados al respecto. Para los experimentos con la gráfica de 50 vértices, utilicé el siguiente escenario para $t = 0$:

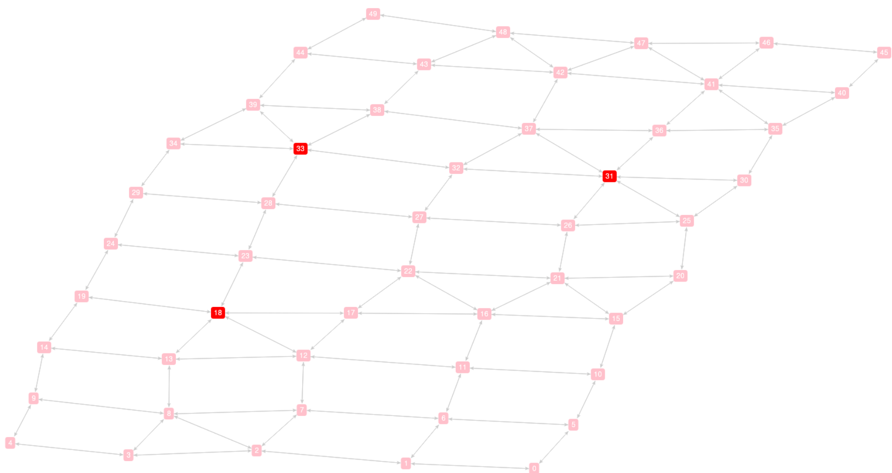


Figure 6: Escenario inicial para experimentos con 50 vértices.

En este escenario inicial, coloqué el fuego en vértices de grado 5 y 6 para acelarar la propagación del fuego. Envié diferentes cantidades de bomberos por ciclo en diferentes experimentos y obtuve los siguientes resultados con la semilla 547.

Con 4 bomberos por ciclo:

- Ciclos: 4
- Bomberos utilizados: 13
- Vértices salvados: 27

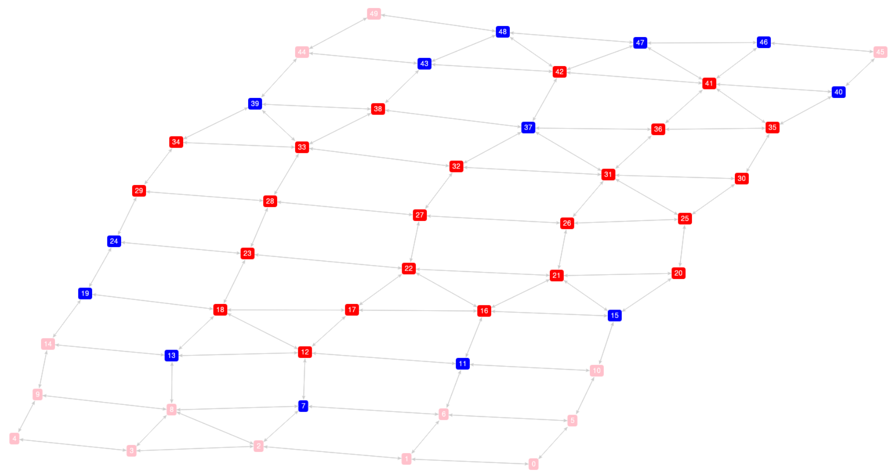


Figure 7: Escenario final de experimentos con 50 vértices usando 4 bomberos por ciclo.

Con 5 bomberos por ciclo:

- Ciclos: 3
- Bomberos utilizados: 11
- Vértices salvados: 32

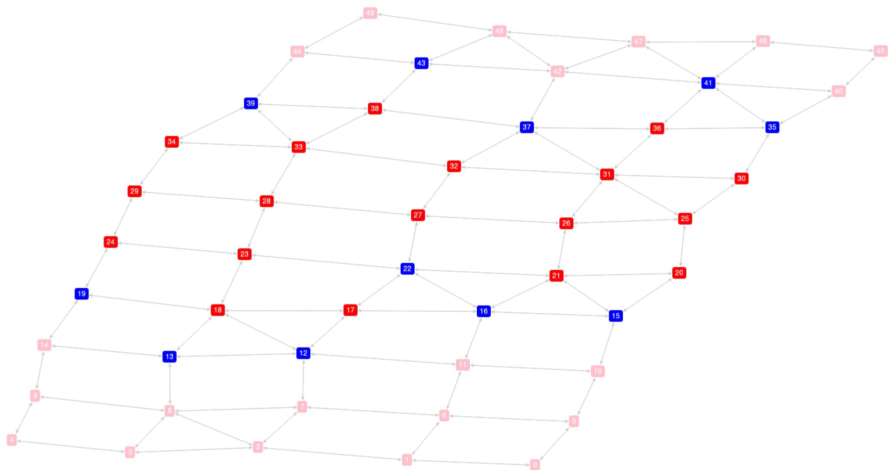


Figure 8: Escenario final de experimentos con 50 vértices usando 5 bomberos por ciclo.

Con 8 bomberos por ciclo:

- Ciclos: 2
- Bomberos utilizados: 16
- Vértices salvados: 40

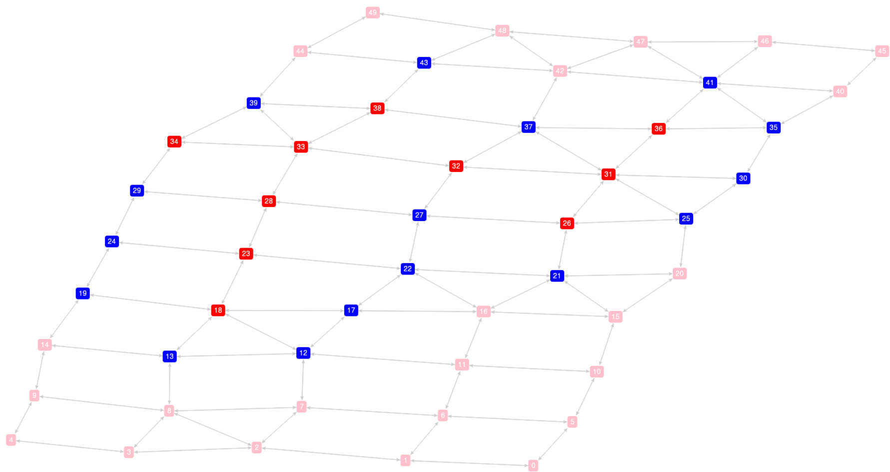
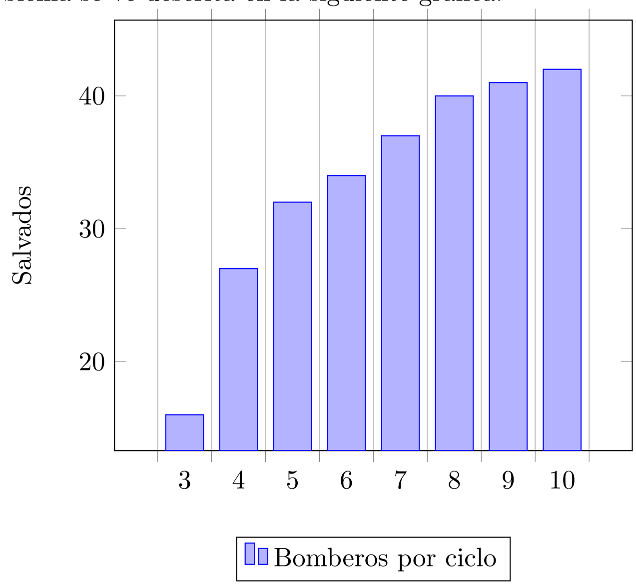


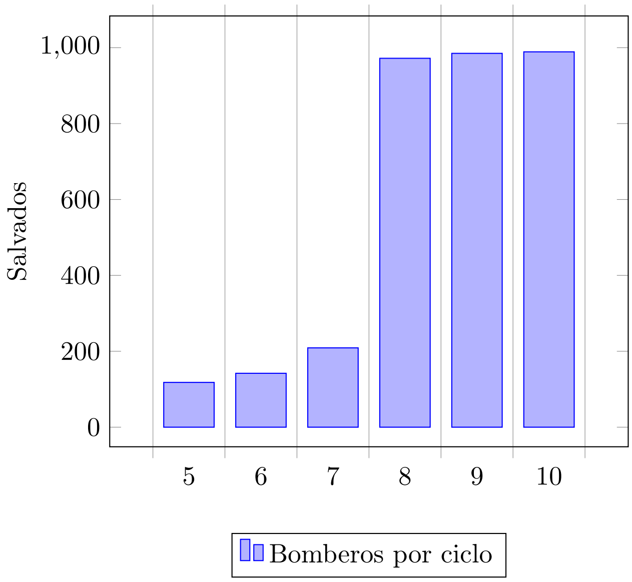
Figure 9: Escenario final de experimentos con 50 vértices usando 8 bomberos por ciclo.

La relación entre bomberos enviados por ciclo con vértices salvados para esta instancia del problema se ve descrita en la siguiente gráfica:



Es observable que incluso con pocos bomberos por ciclo, la heurística funciona bien, ya que rodea los vértices incendiados para contener el fuego lo más pronto posible con los recursos (bomberos) limitados. En el caso de esta instancia del problema es destacable que enviando 5 bomberos por ciclo es posible solucionar el problema salvando más de la mitad de la gráfica y con un total de bomberos menor a la suma de los grados incendiados en $t = 0$, es decir, con 11 bomberos se salvaron 32 vértices mientras que inicialmente el fuego podía propagarse a 15 vértices (serían 16 pero uno de los vértices es adyacente a dos elementos de Q_{init}. De 7 bomberos ahí en adelante, conforme se aumenta la cantidad de vértices salvados cada vez más lento, hasta llegar uno a uno hasta 15.

Para la instancia de 1000 vértices sembré el fuego inicial en 5 vértices con la finalidad de observar si había un salto tan marcado en el total de vértices salvados determinado por el número de bomberos permitidos por ciclo. El resultado se encuentra en la siguiente gráfica:



En este caso se observa una marcada diferencia determinada por la disponibilidad de bomberos para cada ciclo y hay un salto enorme entre permitir sólo 6 bomberos y permitir 7. Puede deberse a que los incendios iniciales están "sembrados" en las orillas de la gráfica y un par de bomberos disponibles pueden representar la posibilidad de que estos incendios se unifiquen.

Para el caso de la gráfica de 1000 vértices, con 5 incendios iniciales colocados al centro, logramos salvar 937 vértices usando los siguientes parámetros:

```
TotalBomberos = 50
BomberosXt = 12
HormigasXt = 3
Phe = 0.3
PheReducion = 0.15
Semilla = 8710526160774049443
fuegoInicial = 495, 546, 583, 631, 577
```

5 Conclusiones

Este problema abre la observación de problemas dinámicos; una vez comprendido el problema, fue sencillo acoplar la heurística de hormigas una vez comprendido el problema, aunque sí fue complicado para mí visualizar la gráfica en la que progresan las hormigas, ya que no está guardada en alguna estructura; esto me pareció especialmente interesante ya que la búsqueda de soluciones consistía en navegar una gráfica desconocida en la que cada vértice consistía en una gráfica (los vecindarios).

References

[1] ChristianBlum, María J. Blesa, et al. *The Firefigther Problem: Aplication of Hybrid Ant Colony Optimization Algorithms.* Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization, Springer, España, 2014.

[2] Stephen Finbbow and MacGillivray *The Firefigther Problem: A survey of results, directions and questions.* Canada.