

Taylorův polynom

Taylorův polynom

Klára Drhová, 2014

Teoretické shrnutí

Polynom

Reálnou funkci reálné proměnné $p : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ nazveme **polynomem**, právě když existují nezáporné celé číslo $n \in \mathbb{N}$ a reálná čísla $a_0, \dots, a_n \in \mathbb{R}$ taková, že rovnost

$$p(x) = \sum_{k=0}^n a_k x^k$$

platí pro všechna reálná $x \in \mathbb{R}$.

Taylorův polynom

Nechť reálná funkce reálné proměnné f má v bodě $a \in \mathbb{R}$ konečnou n -tou derivaci.

Potom existuje právě jeden polynom $T_{n,a}$ stupně nejvýše n takový, že

$$T_{n,a}^{(k)}(a) = f^{(k)}(a) \text{ pro každé } k = 0, 1, \dots, n$$

Tento má tvar

$$T_{n,a}(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x - a)^k$$

a nazýváme ho n -tým **Taylorovým polynomem funkce f v bodě a** .

Ukázka

```
x = var('x')
@interact
def Taylor(funkce = selector(['sin(x)', 'log(x+1)', 'e^x',
                              'arctan(x)', '1/(x^2+1)'], buttons = True, label = 'Funkce'),
  stupen = slider([1..100], default = 1, label = 'Stupen
polynomu'), bod = slider([-20..20], default = 0, label = 'Bod')):
    if funkce == 'sin(x)': # podle výběru je přiřazena funkce
        f = sin(x)
    if funkce == 'log(x+1)':
        f = log(x+1)
    if funkce == 'e^x':
```

```

    f = e^x
    if funkce == 'arctan(x)':
        f = arctan(x)
    if funkce == '1/(x^2+1)':
        f = 1/(x^2+1)

    tayloruvPol = taylor(f, x, bod, stupen)
    #if stupen <= 20: #Taylorův polynom se ukazuje jen do stupně
20    #    print('Tayloruv polynom: ' + tayloruvPol)

    if funkce == 'log(x+1)': #funkce definována jen pro čísla
větší než -1
        graf = plot(f, (x, -1, 20), legend_label = 'Funkce')
        if bod > -1:
            graf+= plot(tayloruvPol, (x, -1, 20),
legend_label = 'Tayloruv polynom', color = 'red')
            graf+= point([bod, f(x=bod)], color = 'red', size
= 30)
        graf.show(ymin = -10, ymax = 10, xmin = -1)
    else:
        graf = plot(f, (x, -20, 20), legend_label = 'Funkce')
        graf+= plot(tayloruvPol, (x, -20, 20), legend_label =
'Tayloruv polynom', color = 'red')
        graf+= point([bod, f(x=bod)], color = 'red', size = 30)
        graf.show(ymin = -10, ymax = 10,figsize=6)

```

Funkce	<input type="button" value="sin(x)"/> <input type="button" value="log(x+1)"/> <input type="button" value="e^x"/> <input type="button" value="arctan(x)"/> <input type="button" value="1/(x^2+1)"/>
Stupen polynomu	<input type="text" value="1"/>
Bod	<input type="text" value="0"/>

