

# 波动方程

## 一维波动方程

振动的吉他弦可以近似地用一维波动方程来描述：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

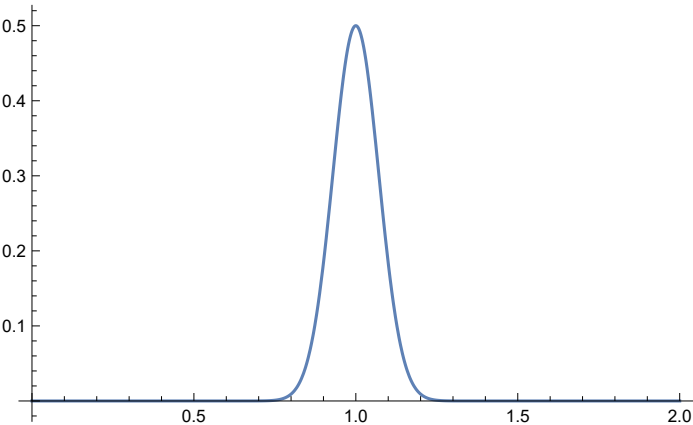
这里的  $u$  表示的是吉他弦偏离平衡位置的距离， $t$  是时间， $x$  指琴弦上的点到上弦枕的距离。 $c$  代表弦上的振动波传播的速度， $c = \sqrt{T/\mu}$ ，它由弦的张力  $T$  和单位长度上弦的质量  $\mu$  两个因数共同决定。

首先初始位置条件我们暂时这样表示：

$$u(0, x) = 0.5 e^{-100(x-1)^2}$$

`In[*]:= Plot[0.5 E-100 (x-1)2, {x, 0, 2}, PlotRange -> All]`  
[绘图](#) [绘制范围](#) [全部](#)

`Out[*]=`



```

In[ ]:= Manipulate[ sol = NDSolveValue[ { ∂{t,2} u[t, x] == c2 (∂{x,2} u[t, x]) ,
  |交互式操作 |数值解的值
  u[t, 0] == 0, u[t, 2] == 0, u[0, x] == 0.5 E-100 (x-1)2 ,
  Derivative[1, 0] [u] [0, x] == 0 } , u[t, x], {t, 0, 20}, {x, 0, 2} ];
  |导数

Plot[sol /. t → tt, {x, 0, 2}, PlotRange → 0.5],
  |绘图 |绘制范围
  {{c, 0.15}, 0.1, 0.5}, {tt, 0, 20}, {sol, ControlType → None} ]
  |控件类型 |无

```

Out[ ]:=



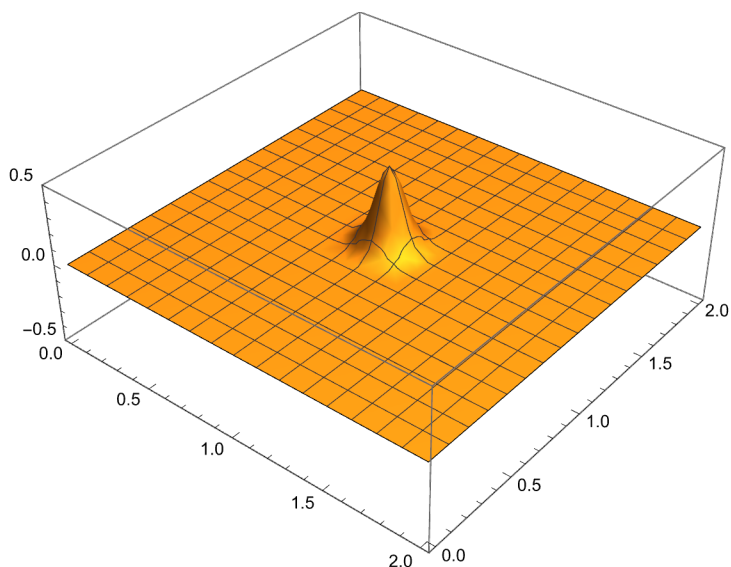
## 二维波动方程

```

In[ ]:= Plot3D[ 0.5 E-100 ((x-1)2 + (y-1)2) , {x, 0, 2}, {y, 0, 2}, PlotRange → 0.5]
  |绘制三维图形 |自然常数 |绘制范围

```

Out[ ]:=



## 二维波动微分方程

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

```

In[ ]:= sol = NDSolveValue[{ $\partial_{t,t} u[t, x, y] == 0.1^2 (\partial_{x,x} u[t, x, y] + \partial_{y,y} u[t, x, y])$ ,
    数值解的值
    u[t, 0, y] == u[t, 2, y] == u[t, x, 0] == u[t, x, 2] == 0,
    u[0, x, y] ==  $0.5 E^{-100 ((x-1)^2 + (y-1)^2)}$ ,
    自然常数
    Derivative[1, 0, 0][u][0, x, y] == 0}, u[t, x, y], {t, 0, 10}, {x, 0, 2}, {y, 0, 2}]
    导数

```

Out[ ]:=

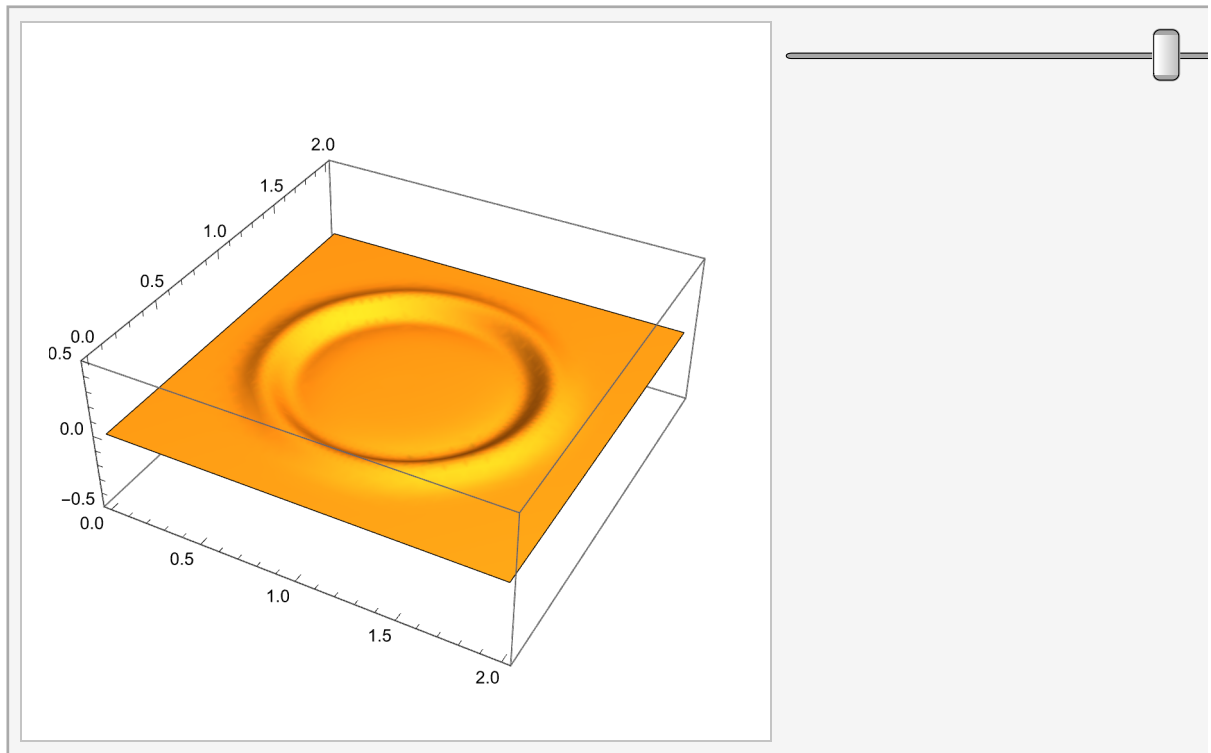
InterpolatingFunction[  
 Domain: {{0., 10.}, {0., 2.}, {0., 2.}}  
 Output: scalar  
 数据存储于 LocalObject[...]  
 ] [t, x, y]

```

In[ ]:= ani = ListAnimate[Table[Plot3D[sol /. t -> tt,
    列表帧动画 表格 绘制三维图形
    {x, 0, 2}, {y, 0, 2}, PlotRange -> 0.5, Mesh -> None, PlotPoints -> 30],
    绘制范围 网格 无 绘图点
    {tt, 0, 10, 0.5}]]

```

Out[ ]:=



```

Export[NotebookDirectory[] <> "wave2D.gif", ani]
    导出 当前笔记本的目录

```

多点波动