



Serie 1, Teil 2

Aufgaben Teil 2 — \LaTeX -Bericht — Finite Differenzen

In diesem zweiten Teil der Serie, sollen Sie einen Bericht in \LaTeX schreiben, indem Sie das Konvergenzverhalten der Approximation der Ableitungen einer Funktion mit Hilfe der Finiten Differenzen untersuchen. Erstellen Sie ein zusätzliches Pythonskript, welches alle Experimente des Berichtes reproduzieren und die verwendeten Daten erstellen kann.

Nehmen Sie insbesondere Bezug auf die beiden nachfolgenden Aufgaben.

Aufgabe 1.2: Experimente

Gegeben sei wieder $g_1(x) = \sin(x)/x$ auf $[\pi, 3\pi]$ und $p = 1000$.

- Vergleichen Sie die exakte und approximierte erste und zweite Ableitung von g_1 für $h = \pi/3$, $h = \pi/4$, $h = \pi/5$ und $h = \pi/10$ graphisch.
- Zeichnen Sie die Fehlerplots in Abhängigkeit von $h = 1, 0.1, \dots, 10^{-\ell}$.

Wählen Sie ℓ jeweils so groß, dass das in der Theorie ermittelte und zunächst erwartete Konvergenzverhalten nicht für alle h beobachtet wird.

Aufgabe 1.3: Weiterführende Experimente

Gegeben seien nun Funktionen $g_j(x) = \sin(jx)/x$, mit $j \in \mathbb{R}^+$.

- Wie ändert sich das Konvergenzverhalten von $e_f^{(k)}$ für kleinere j , im Vergleich zu dem von g_1 ? Wie klein muss j gewählt werden, damit eine qualitative Veränderung im Fehlerplot beobachtet werden kann?
- Wie ändert sich das Konvergenzverhalten von $e_f^{(k)}$ für grössere j , im Vergleich zu dem von g_1 . Wie groß muss j mindestens gewählt werden, damit eine qualitative Veränderung im Fehlerplot beobachtet werden kann.

Wie lassen sich die Beobachtungen erklären?