



---

**Serie 3, Teil 2**

---

---

**Aufgabe 3.4:** Bericht und Experimente

---

a) Für  $\kappa \in \mathbb{R}$  sei die Funktion  $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  durch

$$u(x) := \prod_{\ell=1}^d x_{\ell} \sin(\kappa \pi x_{\ell})$$

gegeben. Bestimmen Sie passend die Funktion  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ , so dass  $u$  die Lösung des Poisson-Problems zur rechten Seite  $f$  ist.

Lösen Sie das Poisson-Problem numerisch für verschiedene Schrittweiten und Raumdimensionen. Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten des Fehlers und vergleichen Sie dieses mit der Entwicklung der Kondition der Matrix  $A^{(d)}$ . Bedenken Sie dabei, dass sich der Gesamtfehler aus Approximationsfehler und der Fortpflanzung des Rundungsfehlers besteht.

Vergleichen Sie kurz die Kondition von  $A^{(d)}$  mit der der Hilbermatrix.

Stellen Sie im Fall  $d = 2$  die Approximation der Lösung des Poisson-Problems sowie die Lösung selbst graphisch dar. Wählen Sie als Feinheit z.B.  $n = 4$  und  $n = 11$ .

b) Vergleichen Sie die *sparsity* der Matrix  $A^{(d)}$  und der ihrer  $LU$ -Zerlegung.

*Hinweis* Der Bericht muss keine Schnittstellendoku, jedoch eine kurze Bedienungshilfe für ihr Experimentierskript enthalten. Halten Sie den Bericht kurz, versuchen Sie mit 5 Seiten auszukommen.