

# Protokoll zum Versuch Nichtlineare Dynamik und Chaos

Nicolas Heimann, Jesse Hinrichsen

*Universität Hamburg*

2015

Zusammenfassung

## 1 Einleitung

LALALA

## 2 Logistische Abbildung

$$x_{n+1} = f_r(x_n) = rx_n(1 - x_n)$$

Def.:  $f^2(x) = f(f(x))$

$$\Rightarrow x_{n+2} = r^2 x_n(1 - x_n)(1 - rx_n(1 - x_n))$$

Fixpunktgleichung (Einerzyklus):

$$x = rx(1 - x)$$

$$\Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1 - \frac{1}{r}$$

Startwerte  $x=0$  und  $x=1$  haben den Fixpunkt  $x_1$  wohingegen für alle  $x \in (0, 1)$  der Fixpunkt  $x_2$  ist.

Fixpunktgleichung (Zweierzyklus):

$$x = r^2 x(1 - x)(1 - rx(1 - x))$$

$$\Rightarrow x_{3,4} = \pm \frac{\sqrt{r^2 - 2r - 3} + r + 1}{2r}$$

Damit  $x_{3,4}$  reel bleibt muss  $r^2 - 2r - 3 \geq 0$

$$\Rightarrow r < -1 \wedge r > 3$$

Für diesen Bereich gibt es folglich 2 weitere Fixpunkte  $x_{3,4}$

Stabilitätsbedingung:

$$|f'(x)| < 1, \text{ mit } f'(x) = r(1 - x) \text{ folgt}$$

$$|r(1 - x)| < 1$$

$$\Leftrightarrow |1 - x| < \frac{1}{r}$$

### **3 Literatur**

- Nichtlineare Dynamik und Chaos - Physikalisches Praktikum für Fortgeschrittene Universität Hamburg