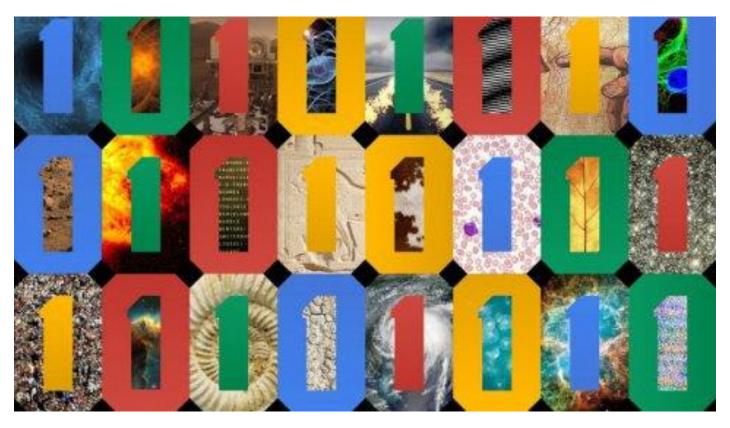
BİLGİSAYAR MİMARİSİ ve ORGANİZASYONU



9. BÖLÜM





MIPS islemcilerde 32-bit isaretli sayılar

```
Bilgisayar Mimarisi
ve
Organizasyonu
```

```
MK MK
```

1

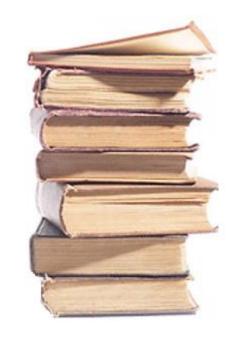


```
0000 0000 0000 0000 0000 0000 0001<sub>(2)</sub> = + 1_{(10)}
0000 0000 0000 0000 0000 0000 0010_{(2)} = + 2_{(10)}
1000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0000_{(2)} = -2,147,483,648_{(10)}
1000 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0001_{(2)} = -2,147,483,647_{(10)}
1000 0000 0000 0000 0000 0000 0010_{(2)} = -2,147,483,646_{(10)}
```

Bilgisayar Mimarisi ve Organizasyonu

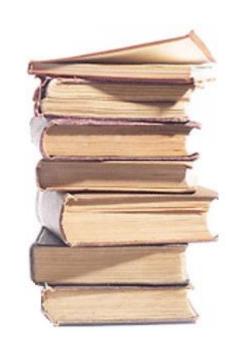


2



- ❖Bir sayının negatifi, 2'ye tümleyenine esittir.
 - > 2'ye tümleme = 0'lar 1'e, 1'ler 0'a çevrilir ve sayıya 1 eklenir
 - **>** 0000 0010 -> 1111 1010

- MK
 - 3



- Toplama sağdan sola doğru bit-bit yapılır
- Eldeler de sağdan sola iletilir
- Çıkarma da toplamayı kullanır
- Çıkanın negatif değer karşılığı alınarak toplama, çıkarmaya karşılık gelir

$$0000.....00\ 0110 = 6$$
+ $0000......00\ 0101 = 5$
 $0000.......00\ 1011 = 11$

Toplama-Çıkarma

$$0000 \dots 00 \ 1111 = 15$$
 $0000 \dots 00 \ 0111 = 7$
 $0000 \dots 00 \ 1000 = 8$

Bilgisayar Mimarisi ve Organizasyonu





- Aritmetik işlemlerin sonucu maksimum bit uzunluğunu asarsa taşma olur.
- MK
- ❖ 32bitlik MIPS işlemcilerde işaretli sayılar için taşma işlemi +2,147,483,647₍₁₀₎ veya −2,147,483,648₍₁₀₎ değerlerinin asılması ile gerçekleşir.

- ❖ Gerçek sonuç 2 147 483 649 olmalı idi
- Fakat bu sayı ancak 33-bit işaretli sayı olarak gösterilebilir.



9. Bölüm

- Bir negatif sayı ile pozitif sayının toplanmasında taşma olmaz.
- İşaretleri aynı olan iki sayının çıkartılması ile taşma olmaz.
- Taşma, işlem sonucunun işareti değiştirmesi ile meydana gelir.
 - İki pozitif sayının toplanması ile sonucun negatif çıkması durumu
 - > İki negatif sayının toplanması ile sonucun pozitif çıkması durumu
 - Pozitif sayıdan negatif sayının çıkarılması ve sonucun negatif olması durumu
 - Negatif sayıdan pozitif sayının çıkarılması ve sonucun pozitif olması durumu
- MIPS'te taşma olayı istisnai durum oluşturur.





- Çarpma zor aritmetik işlemlerden birisidir.
- Donanımsal olarak çarpma işlemini gerçekleştirmenin 2 temel yolu bulunmaktadır.
 - Daha çok devre kullanarak hızlı çarpma işlemi gerçekleştirmek.
 - > Daha az devre ile daha yavaş çarpma işlemi gerçekleştirmek
- Günümüzde işaretli ve işaretsiz sayıların çarpılması için çeşitli yöntemler bulunmaktadır.
- Bu yöntemler hem donanımsal hem de yazılımsal olarak kullanılabilmektedir.





Bilgisayar Mimarisi ve Organizasyonu

♣ İşaretsiz iki sayının çarpımı : 13 ×6 = 78

			1 × 0	1 1 0	0 1 0	1 0	Çarpılan Çarpan
			0				
		1	1	0	1		Ara değerler
	1	1	0	1		ĺ	-
+0	0_	0	0				
1	0	0	1	1	1	0	Çarpım

- Sadece 0 ve 1 değerleri ile çarpma yapıldığından ara değerler daima 0'a veya çarpılana (Bu örnek için 1101) eşittir.
- Ara değerlerin hepsi toplanarak çarpım elde edilir.
- İki tane n-bit sayı çarpılırsa çarpım, 2.n bit'e kadar çıkabilir.



8



gerçekleştirilebilir.

- **Bilgisayar Mimarisi** Organizasyonu
 - MK
 - 9

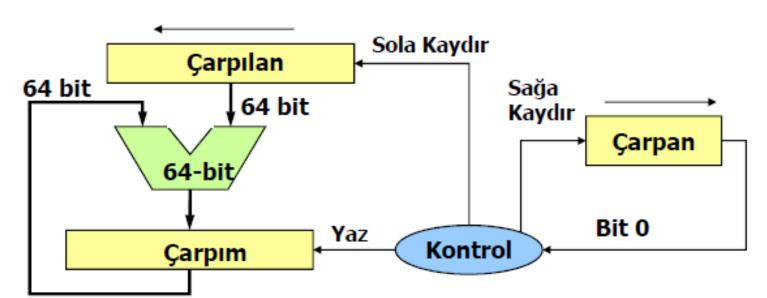
- Çarpma işlemi, ara değerlerin art arda elde edilmesi yardımıyla
- Çarpma işleminde her bir adım için çarpılan bir kaydırmalı kaydediciye kaydedilir ve çarpan'ın bitleri ile VE işlemine tabi tutulmadan bir kez sola kaydırılır.
- Çarpan da bir kaymalı kaydedicide tutularak her bir biti kolaylıkla elde edilebilir.



9. Bölüm

Çarpma İşlemi (1.Yöntem)

- 32-bit'lik bir çarpan için çarpılan 64-bit'lik bir kaymalı kaydediciye kaydedilir.
- ❖ 32-bit'lik çarpan sağa kaydırılarak her bir adımda Bit 0'ın elde edilmesi sağlanır.
- 64-bit'lik toplayıcı, mevcut çarpım ile kaydırılmış çarpılan değerlerini toplar.



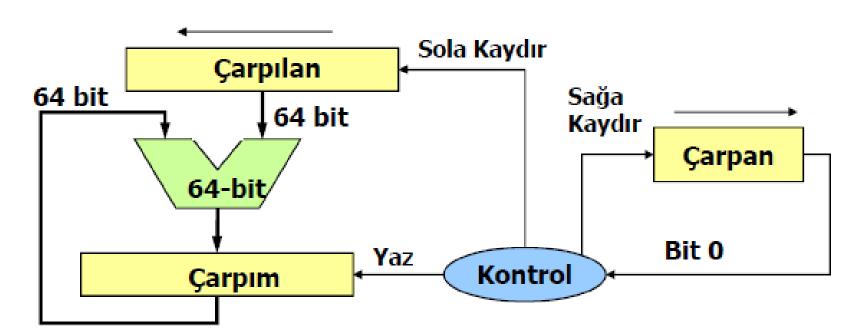


10



Çarpma İşlemi (1.Yöntem)

- Çarpma başlamadan önce kaydediciler başlangıç değerlerine kurulur.
- Çarpılan kaydedicisinin düşük değerlikli 32 bit'lik kısmına çarpılan kaydedilir.
- Yüksek değerlikli 32 biti ise 0'a kurulur
- 32-bit'lik çarpan kaydedicisine de çarpan değeri yüklenir.
- ❖ 64-bit'lik çarpım kaydedicisi 0'a kurulur.



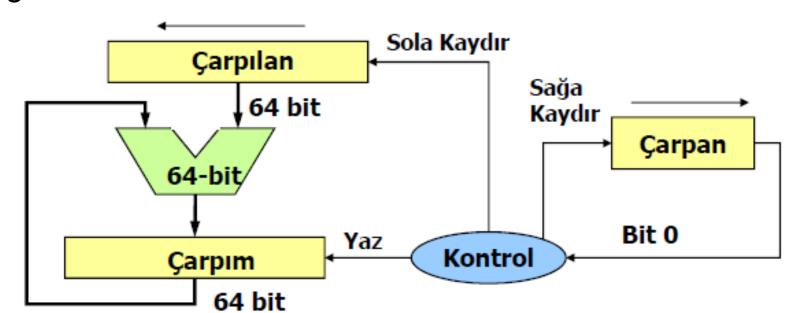


11



Çarpma İşlemi (1.Yöntem)

- Her bir adımda kontrol birimi çarpan kaydedicisinin Bit 0 değerini kontrol eder
 - ➤ Eğer Bit 0=0 ise ilgili ara çarpım değeri 0'a eşittir. Bu yüzden Çarpım kaydedicisine Yaz=0 sinyali gönderilerek işlem iptal edilir.
 - ➤ Eğer Bit 0=1 ise kaydırılmış çarpılan değerinin mevcut çarpıma eklenmesi gerekmektedir. Bu yüzden çarpım kaydedicisine Yaz=1 sinyali gönderilir.



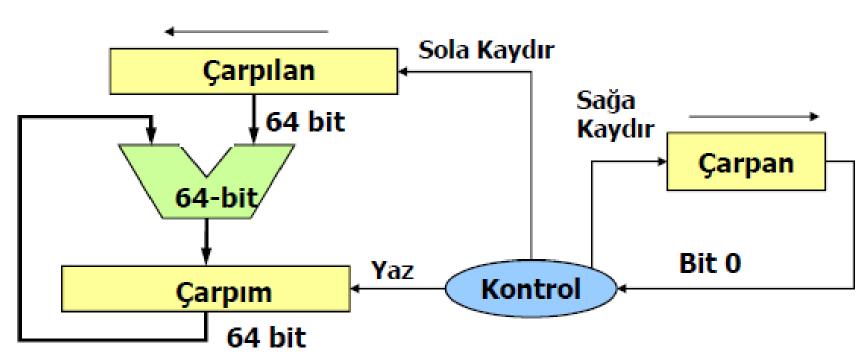


12



- 32 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değerin çarpıma eklenmesi için Toplayıcıyı yetkilendir.
- MK MK

- Çarpılanı bir bit sola kaydır
- Çarpanı bir bit sağa kaydır.



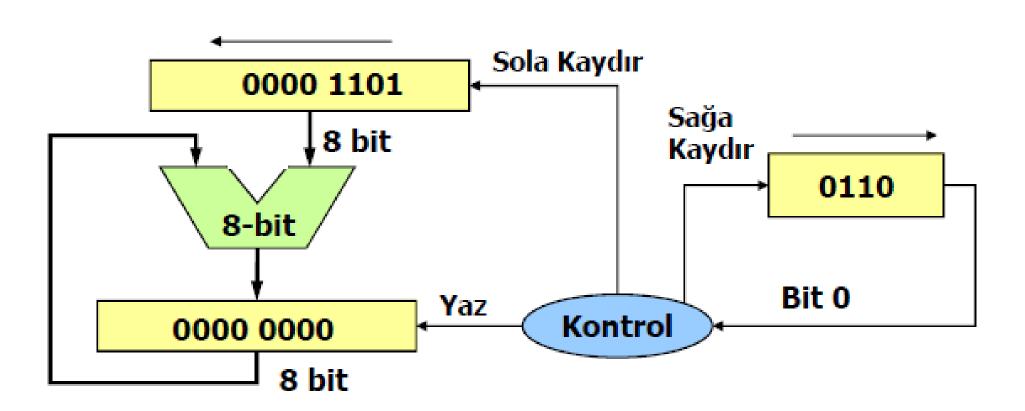


4-Bitlik Çarpma Örneği (1.Yöntem)

4-bitlik çarpma işlemi için bir adet 4-bitlik, 2 adet 8-bitlik kaydediciye ve 8-bitlik bir toplayıcı ihtiyaç vardır.



1101 değeri 0110 değeri ile çarpılmak istenmektedir.

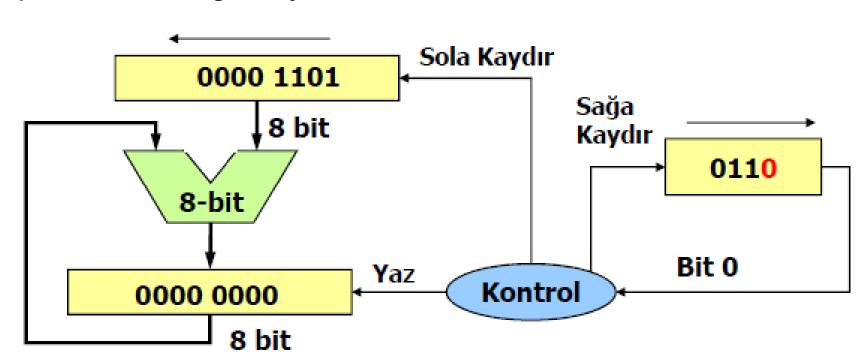




9. Bölüm

- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değerin çarpıma eklenmesi için Toplayıcıyı yetkilendir.
- MK MK

- Çarpılanı bir bit sola kaydır
- Çarpanı bir bit sağa kaydır.



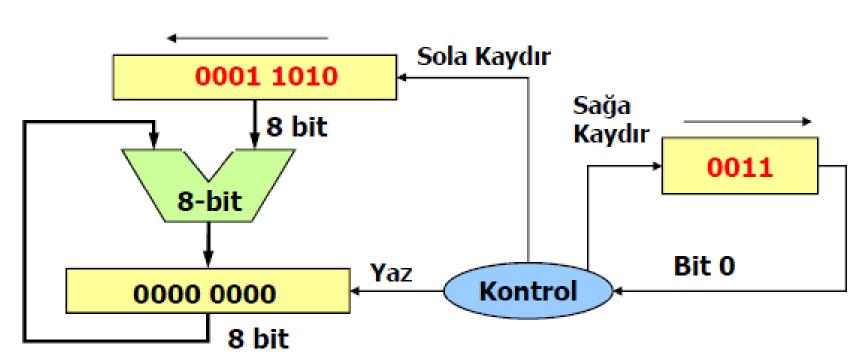


9. Bölüm

- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değerin çarpıma eklenmesi için Toplayıcıyı yetkilendir.



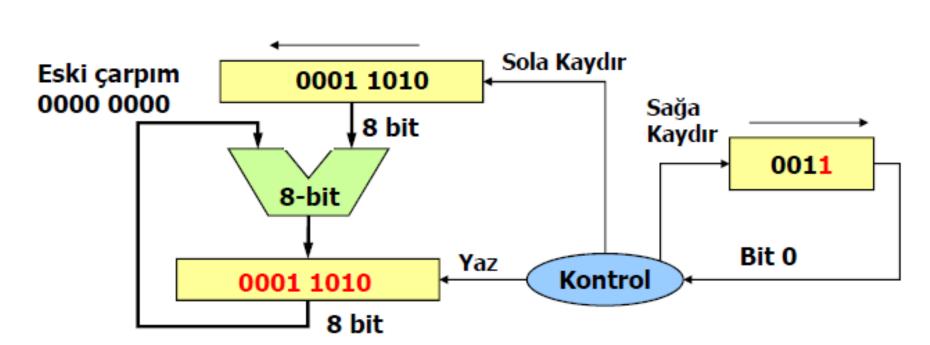
- Çarpılanı bir bit sola kaydır
- **❖** Çarpanı bir bit sağa kaydır.





- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değerin çarpıma eklenmesi için Toplayıcıyı yetkilendir.
- MK MK

- Çarpılanı bir bit sola kaydır
- Çarpanı bir bit sağa kaydır.



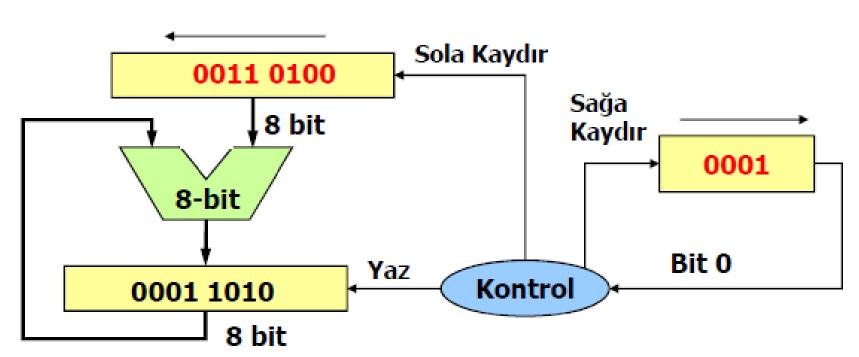


9. Bölüm

- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değerin çarpıma eklenmesi için Toplayıcıyı yetkilendir.



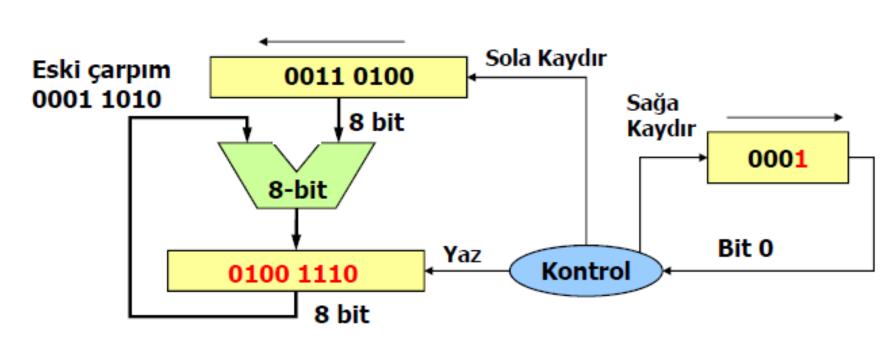
- Çarpılanı bir bit sola kaydır
- **❖** Çarpanı bir bit sağa kaydır.





- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değerin çarpıma eklenmesi için Toplayıcıyı yetkilendir.
- MK MK

- Çarpılanı bir bit sola kaydır
- Çarpanı bir bit sağa kaydır.

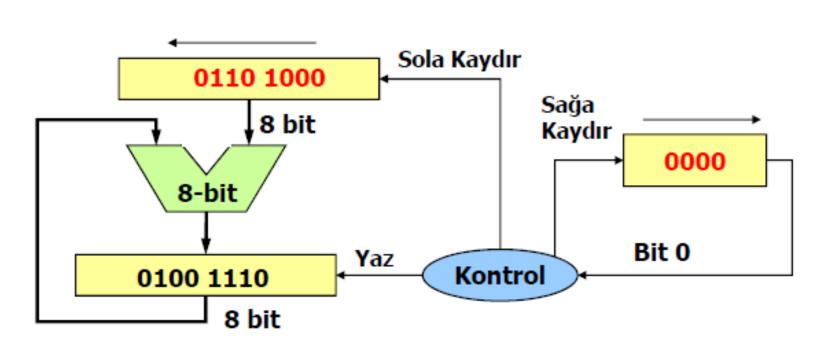




- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değerin çarpıma eklenmesi için Toplayıcıyı yetkilendir.



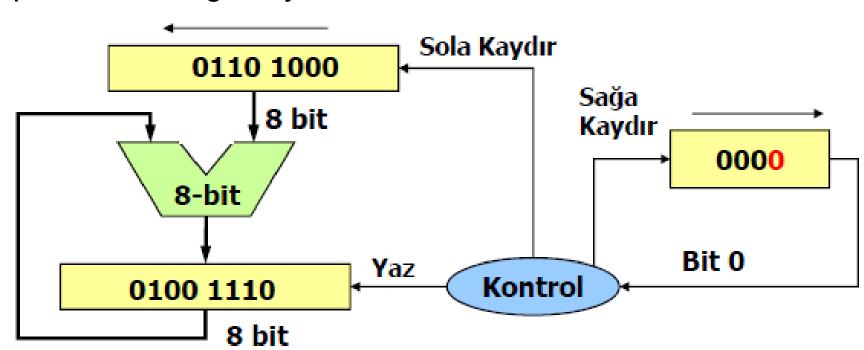
- Çarpılanı bir bit sola kaydır
- **❖** Çarpanı bir bit sağa kaydır.





- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değerin çarpıma eklenmesi için Toplayıcıyı yetkilendir.
- MK MK

- Çarpılanı bir bit sola kaydır
- Çarpanı bir bit sağa kaydır.

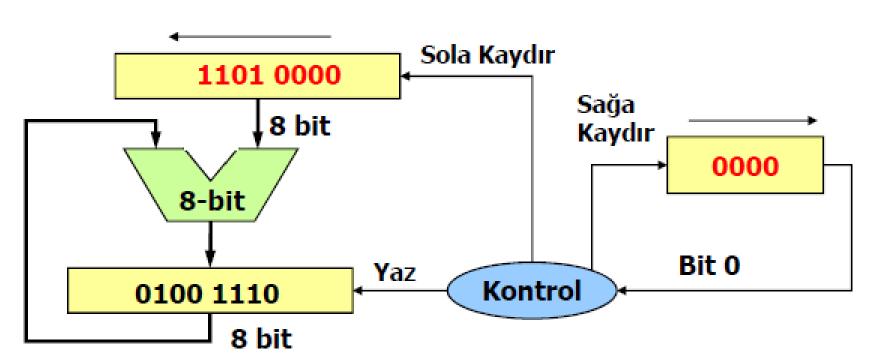




- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değerin çarpıma eklenmesi için Toplayıcıyı yetkilendir.

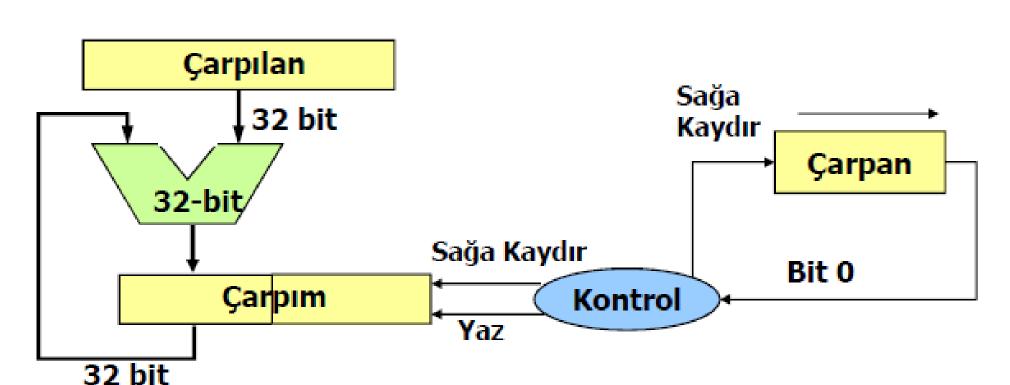


- Çarpılanı bir bit sola kaydır
- **❖** Çarpanı bir bit sağa kaydır.





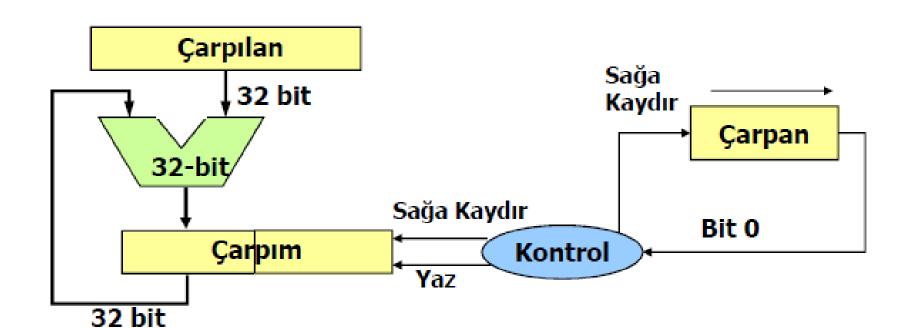
- Çarpılanı sola kaydırmak yerine çarpım sağa kaydırılabilir.
- Bu yaklaşım ile çarpılan 64 yerine 32-bitlik kaydedicide saklanabilir.
- Ayrıca 64-bitlik toplayıcı yerine 32-bitlik toplayıcı kullanılabilir.







- 32 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değeri çarpımın sol yarısına eklemek için Toplayıcıyı yetkilendir
- Çarpımı bir bit sağa kaydır
- Çarpanı bir bit sağa kaydır.





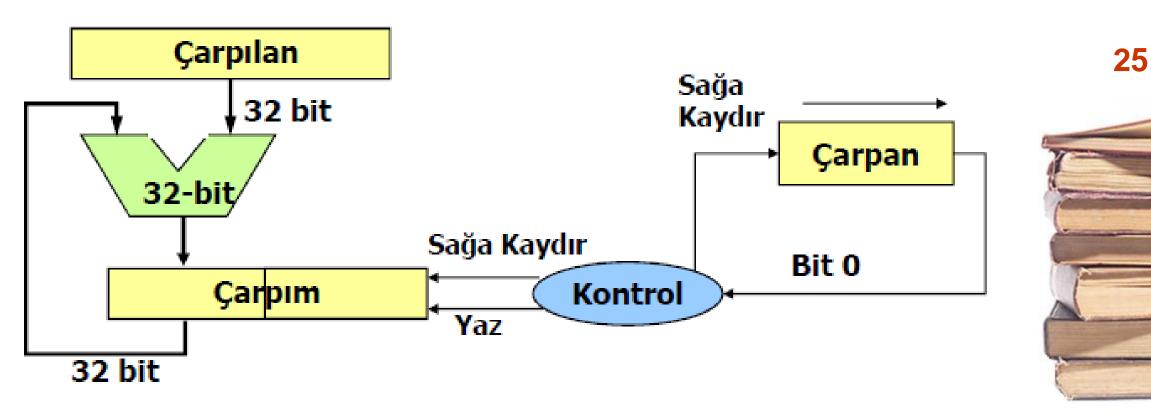


9. Bölüm

4-Bitlik Çarpma Örneği (2.Yöntem)

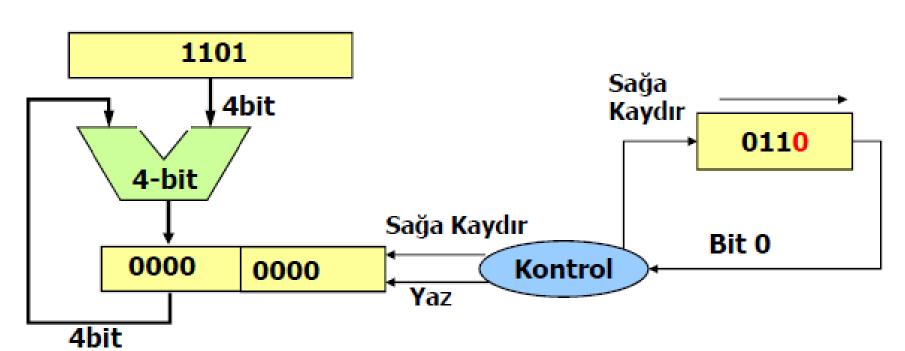
❖ 1101 değeri 0110 değeri ile 2. algoritmaya göre çarpılmak istenmektedir.





- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değeri çarpımının sol yarısına eklemek için Toplayıcıyı yetkilendir.
- MK MK

- Çarpımı bir bit sağa kaydır
- Çarpanı bir bit sağa kaydır.

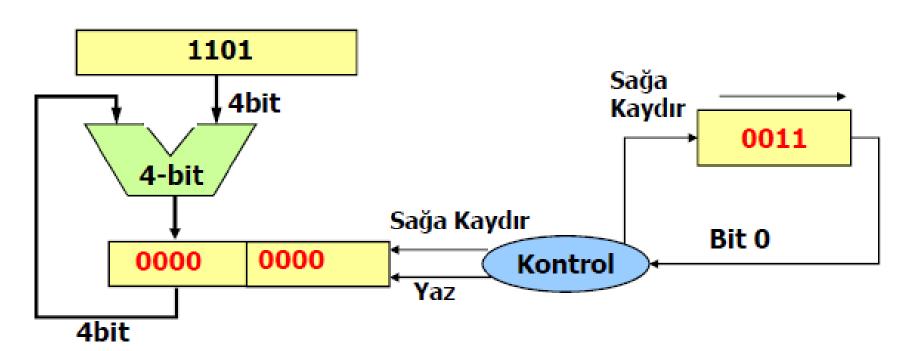




9. Bölüm

- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değeri çarpımının sol yarısına eklemek için Toplayıcıyı yetkilendir.
- MK

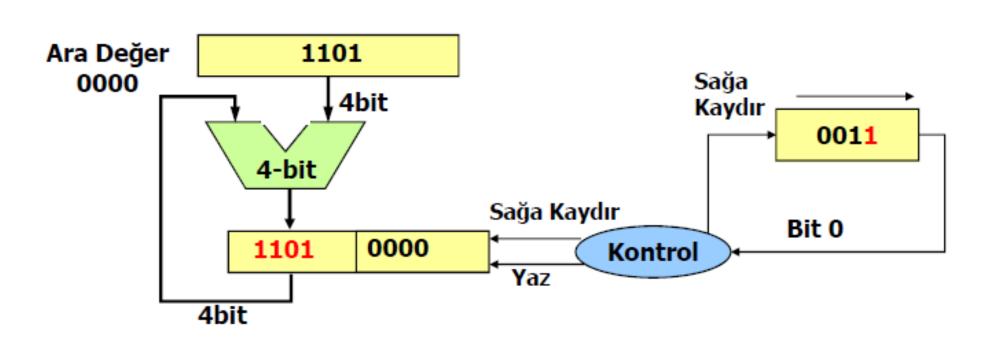
- ❖ Çarpımı bir bit sağa kaydır
- **❖** Çarpanı bir bit sağa kaydır.

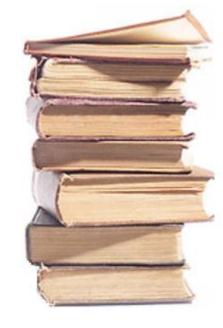




- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değeri çarpımının sol yarısına eklemek için Toplayıcıyı yetkilendir.
- MK MK

- Çarpımı bir bit sağa kaydır
- Çarpanı bir bit sağa kaydır.

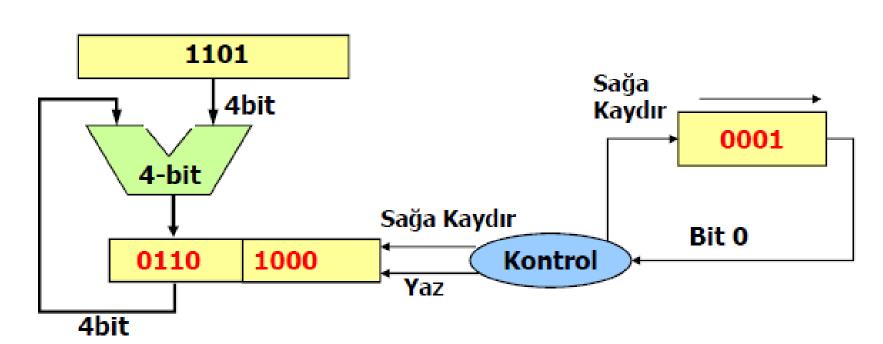




9. Bölüm

- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değeri çarpımının sol yarısına eklemek için Toplayıcıyı yetkilendir.
- MK MK

- Çarpımı bir bit sağa kaydır
- **❖** Çarpanı bir bit sağa kaydır.

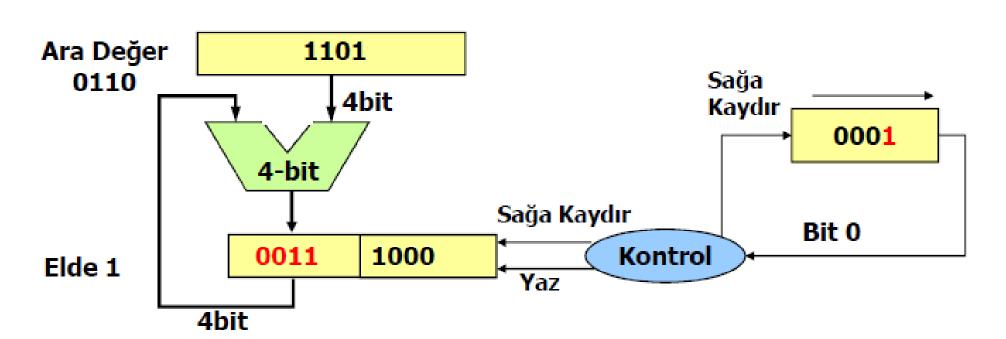




9. Bölüm

- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değeri çarpımının sol yarısına eklemek için Toplayıcıyı yetkilendir.
- MK MK

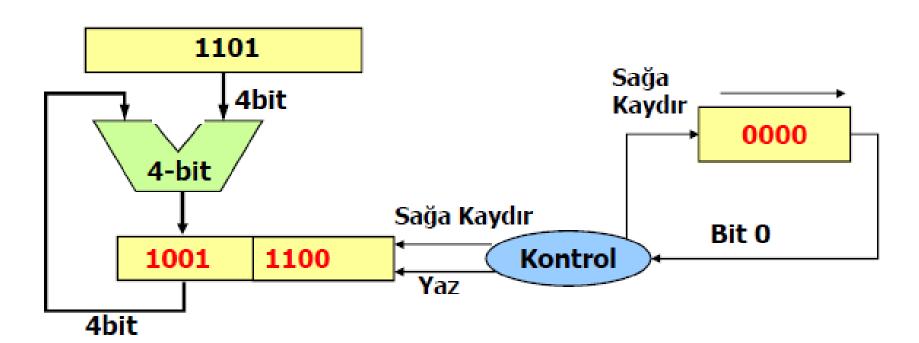
- Çarpımı bir bit sağa kaydır
- Çarpanı bir bit sağa kaydır.





- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değeri çarpımının sol yarısına eklemek için Toplayıcıyı yetkilendir.
- MK

- ❖ Çarpımı bir bit sağa kaydır
- **❖** Çarpanı bir bit sağa kaydır.

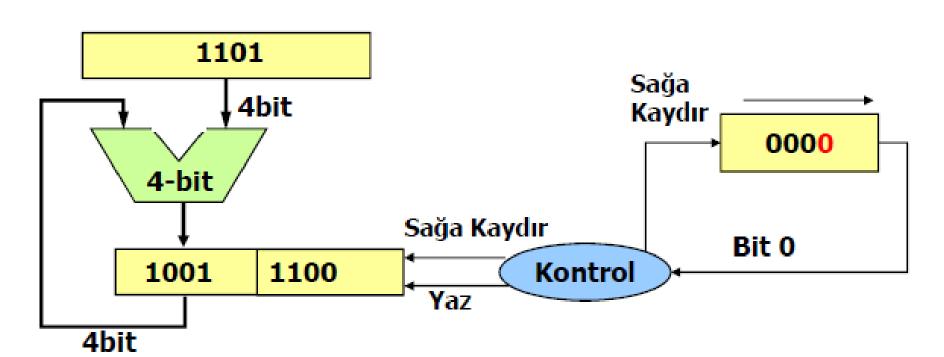




9. Bölüm

- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değeri çarpımının sol yarısına eklemek için Toplayıcıyı yetkilendir.
- MK

- Çarpımı bir bit sağa kaydır
- Çarpanı bir bit sağa kaydır.

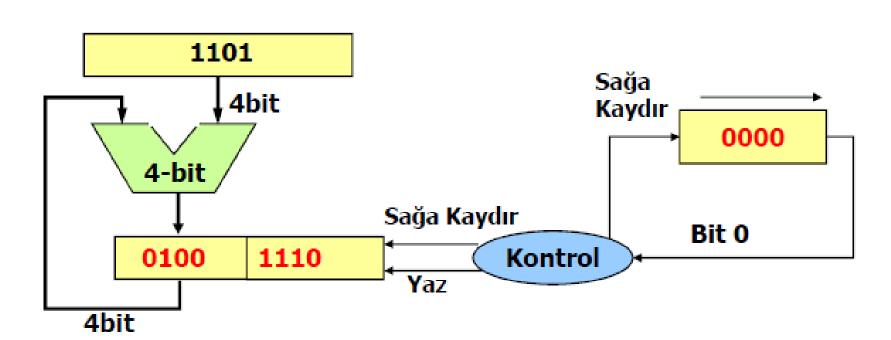




9. Bölüm

- 4 kez tekrarla
- if Çarpan'nın 0. bit değeri 1'e eşitse ara değeri çarpımının sol yarısına eklemek için Toplayıcıyı yetkilendir.
- MK MK

- Çarpımı bir bit sağa kaydır
- **❖** Çarpanı bir bit sağa kaydır.





9. Bölüm

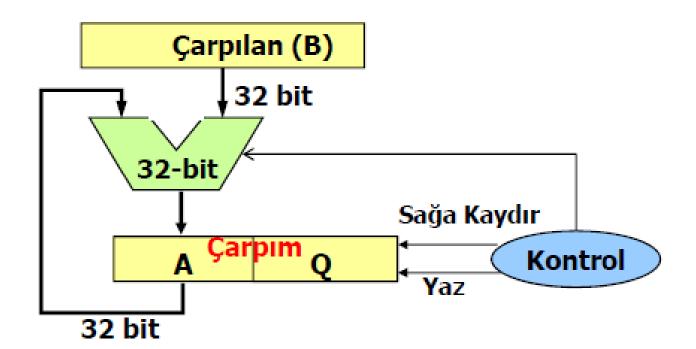
Çarpma İşlemi (3.Yöntem)

Bu yöntemde çarpan ayrı bir kaydedicide saklanmak yerine çarpım'ın düşük değerlikli (sağ yarısı) 32 bitinde saklanmaktadır.



❖ Q → Çarpan

❖ Çarpım = AQ





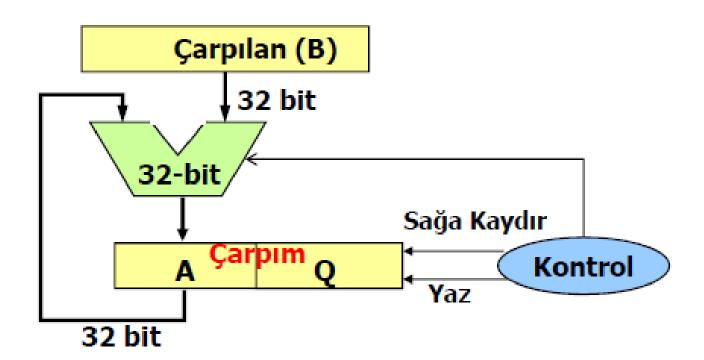
Bu yöntemde çarpan ayrı bir kaydedicide saklanmak yerine çarpım'ın düşük değerlikli (sağ yarısı) 32 bitinde saklanmaktadır.



35

❖ Q → Çarpan

❖ Çarpım = AQ



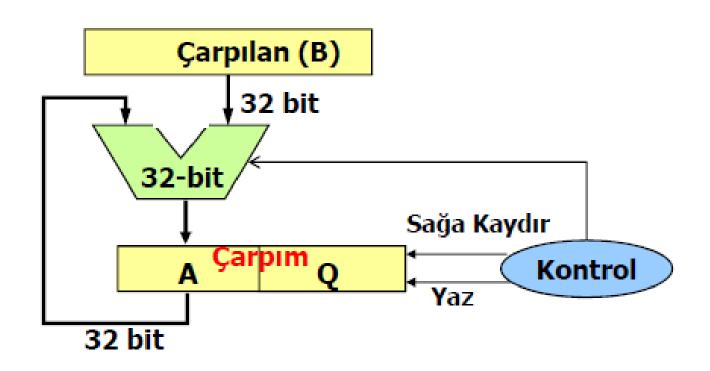


9. Bölüm

- 32 kez tekrarla.
- ❖ if Çarpımın 0. bit değeri (Q₀) 1'e eşitse Çarpılan ile çarpımın sol yarısını topla ve çarpımın sol yarısına yaz.

MK

Çarpımı bir bit sağa kaydır.

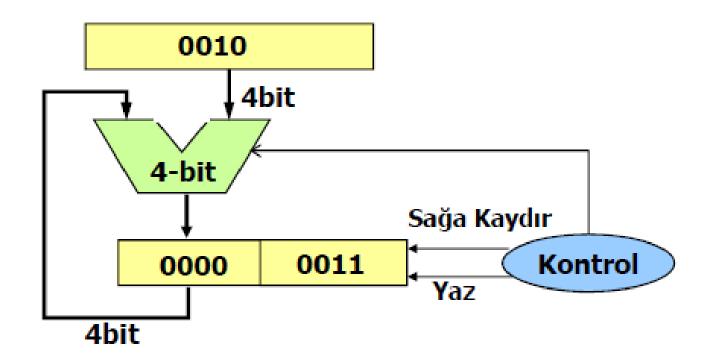




9. Bölüm

4-Bitlik Çarpma Örneği (3.Yöntem)

• 0010 değeri 0011 değeri ile çarpılmak istenmektedir.



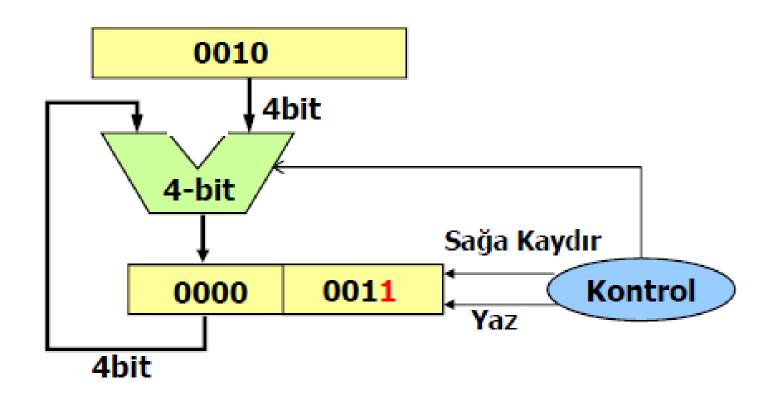
Bilgisayar Mimarisi ve Organizasyonu





9. Bölüm

- 4 kez tekrarla.
- ❖ if Çarpımın 0. bit değeri (Q₀) 1'e eşitse
- Çarpılan ile çarpımın sol yarısını topla ve çarpımın sol yarısına yaz.
- Çarpımı bir bit sağa kaydır.



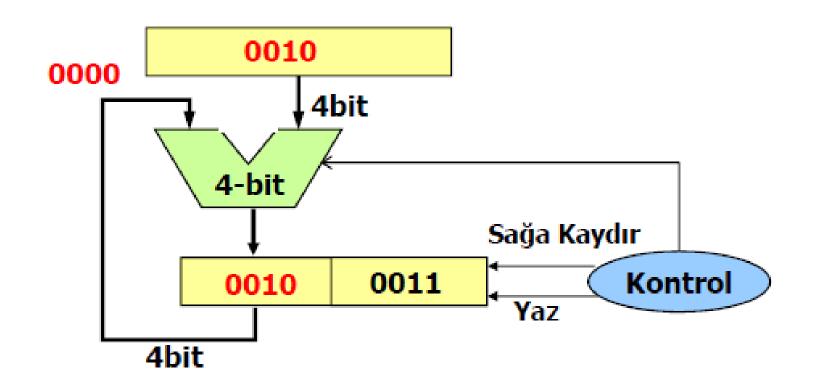




9. Bölüm

- 4 kez tekrarla.
- ❖ if Çarpımın 0. bit değeri (Q₀) 1'e eşitse
- Çarpılan ile çarpımın sol yarısını topla ve çarpımın sol yarısına yaz.
- Çarpımı bir bit sağa kaydır.

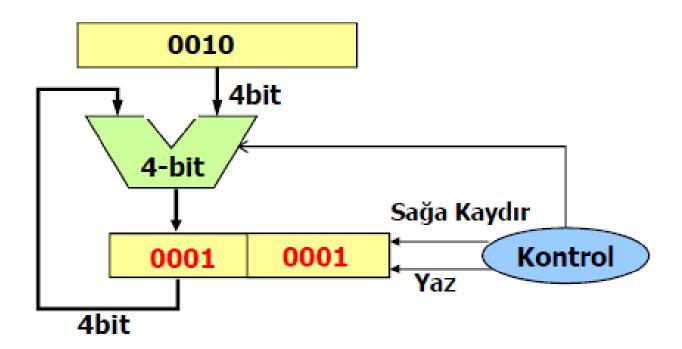






9. Bölüm

- 4 kez tekrarla.
- ❖ if Çarpımın 0. bit değeri (Q0) 1'e eşitse
- Çarpılan ile çarpımın sol yarısını topla ve çarpımın sol yarısına yaz.
- **❖** Çarpımı bir bit sağa kaydır.

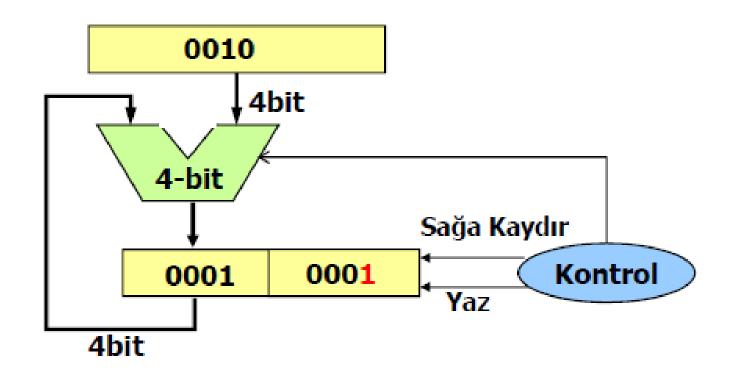






9. Bölüm

- 4 kez tekrarla.
- ❖ if Çarpımın 0. bit değeri (Q₀) 1'e eşitse
- Çarpılan ile çarpımın sol yarısını topla ve çarpımın sol yarısına yaz.
- Çarpımı bir bit sağa kaydır.



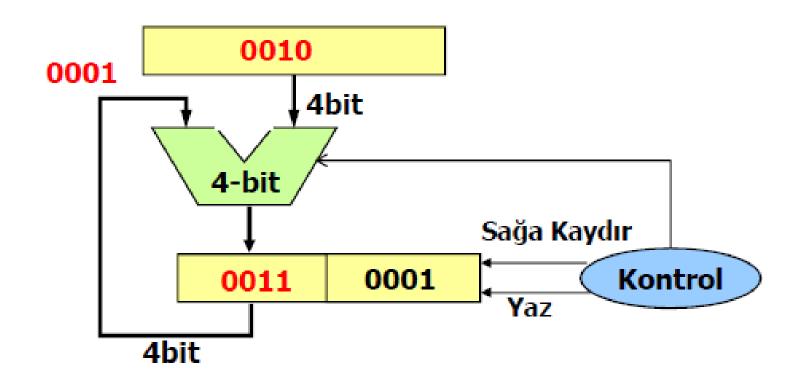




9. Bölüm

- 4 kez tekrarla.
- ❖ if Çarpımın 0. bit değeri (Q₀) 1'e eşitse
- ❖ Çarpılan ile çarpımın sol yarısını topla ve çarpımın sol yarısına yaz.
- Çarpımı bir bit sağa kaydır.

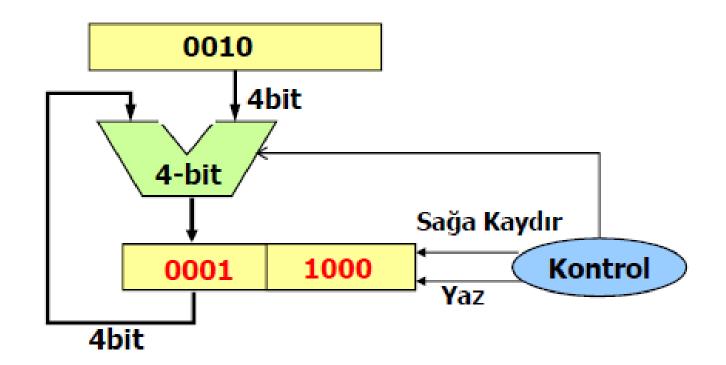






9. Bölüm

- 4 kez tekrarla.
- ❖ if Çarpımın 0. bit değeri (Q0) 1'e eşitse
- Çarpılan ile çarpımın sol yarısını topla ve çarpımın sol yarısına yaz.
- **❖** Çarpımı bir bit sağa kaydır.

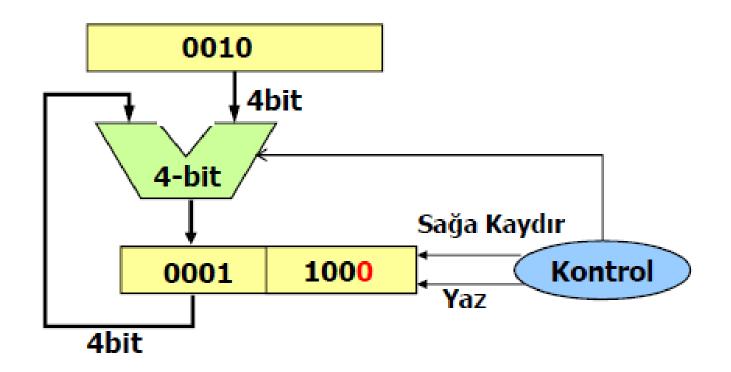






9. Bölüm

- 4 kez tekrarla.
- ❖ if Çarpımın 0. bit değeri (Q₀) 1'e eşitse
- Çarpılan ile çarpımın sol yarısını topla ve çarpımın sol yarısına yaz.
- Çarpımı bir bit sağa kaydır.

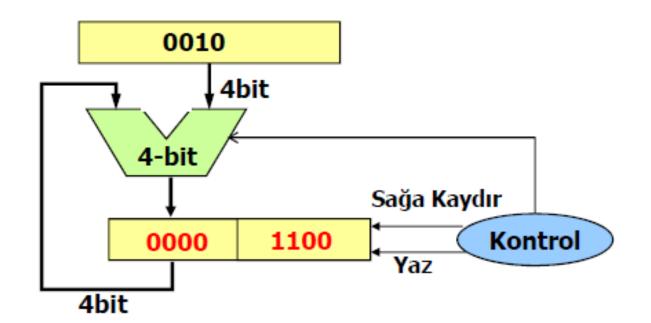






9. Bölüm

- 4 kez tekrarla.
- ❖ if Çarpımın 0. bit değeri (Q0) 1'e eşitse
- Çarpılan ile çarpımın sol yarısını topla ve çarpımın sol yarısına yaz.
- **❖** Çarpımı bir bit sağa kaydır.

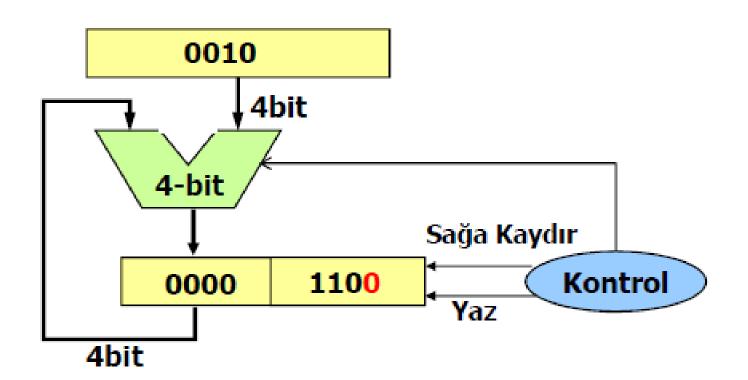






9. Bölüm

- 4 kez tekrarla.
- ❖ if Çarpımın 0. bit değeri (Q₀) 1'e eşitse
- Çarpılan ile çarpımın sol yarısını topla ve çarpımın sol yarısına yaz.
- Çarpımı bir bit sağa kaydır.

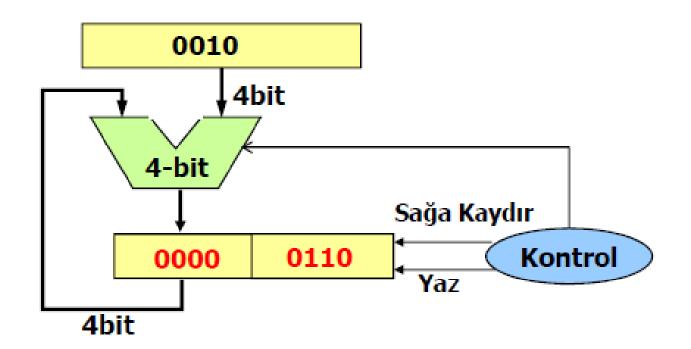






9. Bölüm

- 4 kez tekrarla.
- ❖ if Çarpımın 0. bit değeri (Q0) 1'e eşitse
- Çarpılan ile çarpımın sol yarısını topla ve çarpımın sol yarısına yaz.
- **❖** Çarpımı bir bit sağa kaydır.







9. Bölüm

İşaretli Sayıların Çarpımı

- Bilgisayar Mimarisi ve Organizasyonu
- Şimdiye kadar anlatılan yöntemler işaretli sayılar için doğrudan kullanılamamaktadır.
- MK MK

> 1101 × 0110 (−3 × 6)

48

➤ Sonuç= 1110 1110 (–18) olmalı, 0100 1110 (+78) olmamalı

- Bu yöntemler ile iki işaretli sayı çarpılırken çarpma işlemi normal bir şekilde yapılır ve sonucun işaretine göre tümleyen aritmetiği kullanılabilir.
- Ancak işaretlerin tespit edilmesi ve sonucun duruma göre terslenmesi ekstra işlem yükü ve devre gerektirmektedir.
- Booth's algoritması işaretli sayıların çarpılabilmesi için geliştirilmiş verimli bir yöntemdir.
 - ▶İşaretli ikiye tümleyen sayıları üzerinde çalışır.
 - ➤ Çarpma işleminde gereken toplama sayısını düşürmektedir.

9. Bölüm

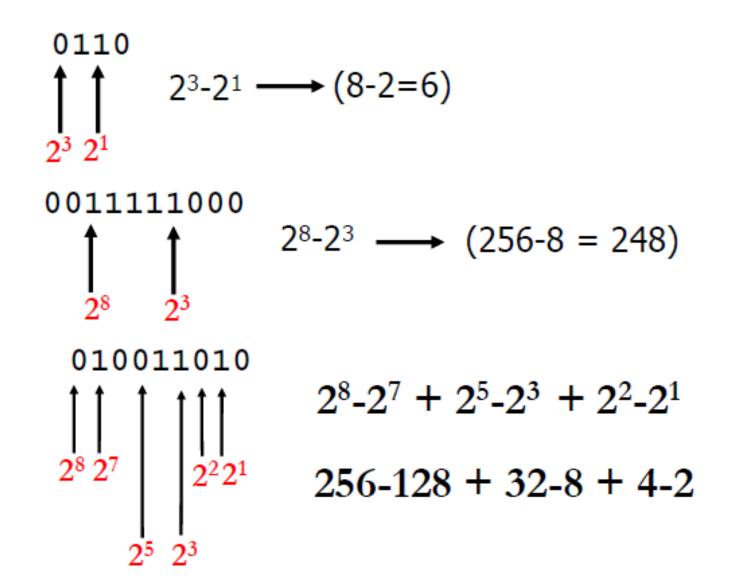
- Yöntem çarpandaki 1'lerin sırasına göre genelleştirilebilir.
 - $(2^{i}-2^{j})x=2^{i}x-2^{j}x, [i>j]$
- 00101×01110 (5×14) işlemi düşünüldüğünde normalde 3 toplama gerektirmektedir.

 - \triangleright On'lu olarak, $5 \times 14 = (5 \times 16) (5 \times 2)$.
 - Bir adet toplama ve bir adet çıkarma işlemi
- Çarpandaki art arda gelen 1'lerin sayısı arttıkça daha fazla toplama işlemi elimine edilebilir.





Booth Algoritmasının Örnekleri



Bilgisayar Mimarisi ve Organizasyonu





8. Bölüm

Organizasyonu

- Booth algoritması çarpandaki 1'lerin sırasına bakmaktadır. Bu yöntemde çarpanda sağdan sola art arta gelen iki bit aranmaktadır.

Booth Algoritmasında 1'lerin Sırası

Toplam 4 durum vardır.

Bit i	Bit i-1	Anlamı	Örnek
1	0	1'lerin başlangıcı	00001111000
1	1	1'lerin ortası	00001111000
0	1	1'lerin sonu	00001111000
0	0	0'ların ortası	00001111000

- ❖1'lerin başlangıcında çıkarma yapılır (–2^jx).
- ❖1'lerin sonunda toplama yapılır (2ⁱx).
- Algoritmaya başlayabilmek için orijinal çarpanın en sağdaki bitine bit-1 olarak adlandırılan ekstra bir bit eklenir.





8. Bölüm

Booth Algoritması

- Booth algoritması 1'lerin ve 0'ların ortasında iken herhangi bir toplama ya da çıkarma işlemine gerek duymadığı için hızlıdır.
- İşaretli sayıların çarpımında Çarpımın işareti, sağdaki kaymalı kaydedicide tutulmalıdır.
- Bu işlem aritmetik kaydırma olarak da adlandırılır.

```
Başlangıç

Çarpım=0, ve bit −1 = 0

n kere tekrar et

if Çarpanın bit 0 ve bit −1 `i 10'a eşitse

Çarpılanı çarpımın sol yarısından çıkar

else if çarpanın bit 0 ve bit −1'i 01'a eşitse

Çarpılanı Çarpımın sol yarısına ekle

İşareti koruyarak Çarpımı bir bit sağa kaydır

Bit -1 de dahil olmak üzere Çarpanı bir bit sağa kaydır
```





8. Bölüm

Bilgisayar Mimarisi ve Organizasyonu

❖1101×0110 (–3×6) ifadesi Booth algoritmasına göre çarpılmak isteniyor.



❖ Sonuç=1110 1110(-18) olmalı

43

Garpım=0, ve bit -1 = 0

n kere tekrar et

if Çarpanın bit 0 ve bit -1 'i 10'a eşitse

Çarpılanı çarpımın sol yarısından çıkar

else if çarpanın bit 0 ve bit -1'i 01'a eşitse

Çarpılanı Çarpımın sol yarısına ekle
İşareti koruyarak Çarpımı bir bit sağa kaydır

Bit -1 de dahil olmak üzere Çarpanı bir bit sağa kaydır



Çarpılan 1101 **Çarpım** 0000 0000

Çarpan 0110 0

8. Bölüm