

# برقی و مقناطیسیات

خالد خان یوسفزئی  
 کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد  
 khalidyousafzai@comsats.edu.pk



# عنوان

3

1	4	سمتیات	1
1	5	مقداری اور سمتیہ	1.1
2	6	سمتی الجبرا	1.2
3	7	کارتیسی محدود	1.3
5	8	اکائی سمتیات	1.4
9	9	میدانی سمتیہ	1.5
9	10	سمتی رقبہ	1.6
10	11	غیر سمتی ضرب	1.7
14	12	سمتی ضرب یا صلیبی ضرب	1.8
17	13	گول نلکی محدود	1.9
20	14	نلکی اکائی سمتیات کا کارتسی اکائی سمتیات کے ساتھ غیر سمتی ضرب	1.9.1
20	15	نلکی اور کارتسی اکائی سمتیات کا تعلق	1.9.2
25	16	نلکی لامحدود سطحیں	1.9.3
27	17	کروی محدود	1.10
39	18	کولومب کا قانون	2
39	19	قوت کشش یا دفع	2.1
43	20	برقی میدان کی شدت	2.2
46	21	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر کا برقی میدان	2.3
51	22	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	2.4
55	23	چارج بردار حجم	2.5
56	24	مزید مثال	2.6
64	25	برقی میدان کے سمت بہاؤ خط	2.7

69 <sup>26</sup>	گاؤس کا قانون اور پھیلاؤ	3
69 <sup>27</sup>	ساکن چارج	3.1
69 <sup>28</sup>	فیراڈے کا تجربہ	3.2
70 <sup>29</sup>	گاؤس کا قانون	3.3
72 <sup>30</sup>	گاؤس کے قانون کا استعمال	3.4
72 <sup>31</sup>	نقطہ چارج	3.4.1
74 <sup>32</sup>	یکساں چارج بردار کروی سطح	3.4.2
74 <sup>33</sup>	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر	3.4.3
75 <sup>34</sup>	ہم محوری تار	3.5
77 <sup>35</sup>	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	3.6
77 <sup>36</sup>	انتہائی چھوٹی حجم پر گاؤس کے قانون کا اطلاق	3.7
80 <sup>37</sup>	پھیلاؤ	3.8
82 <sup>38</sup>	نلکی محدود میں پھیلاؤ کی مساوات	3.9
84 <sup>39</sup>	پھیلاؤ کی عمومی مساوات	3.10
86 <sup>40</sup>	مسئلہ پھیلاؤ	3.11
93 <sup>41</sup>	توانائی اور برقی دباؤ	4
93 <sup>42</sup>	توانائی اور کام	4.1
94 <sup>43</sup>	لکیری تکملہ	4.2
99 <sup>44</sup>	برقی دباؤ	4.3
100 <sup>45</sup>	نقطہ چارج کا برقی دباؤ	4.3.1
101 <sup>46</sup>	لکیری چارج کثافت سے پیدا برقی دباؤ	4.3.2
102 <sup>47</sup>	ہم محوری تار کا برقی دباؤ	4.3.3
102 <sup>48</sup>	متعدد نقطہ چارجوں کی برقی دباؤ	4.4
106 <sup>49</sup>	برقی دباؤ کی ڈھلوان	4.5
110 <sup>50</sup>	نلکی محدود میں ڈھلوان	4.5.1
111 <sup>51</sup>	کروی محدود میں ڈھلوان	4.5.2
112 <sup>52</sup>	جفت قطب	4.6
114 <sup>53</sup>	جفت قطب کے سمت بہاؤ خط	4.6.1
117 <sup>54</sup>	ساکن برقی میدان کی کثافت توانائی	4.7

125 <sub>85</sub>	موصل، ذو برق اور کیپسٹر	5
125 <sub>86</sub>	برقی رو اور کثافت برقی رو	5.1
127 <sub>87</sub>	استمراری مساوات	5.2
129 <sub>88</sub>	موصل	5.3
134 <sub>89</sub>	موصل کے خصوصیات اور سرحدی شرائط	5.4
137 <sub>90</sub>	عکس کی ترکیب	5.5
140 <sub>91</sub>	نیم موصل	5.6
141 <sub>92</sub>	ذو برق	5.7
146 <sub>93</sub>	کامل ذو برق کے سرحد پر برقی شرائط	5.8
150 <sub>94</sub>	موصل اور ذو برقی کے سرحدی شرائط	5.9
150 <sub>95</sub>	کیپسٹر	5.10
152 <sub>96</sub>	5.10.1 متوازی چادر کیپسٹر	
153 <sub>97</sub>	5.10.2 ہم محوری کیپسٹر	
153 <sub>98</sub>	5.10.3 ہم کوہ کیپسٹر	
155 <sub>99</sub>	5.11 سلسلہ وار اور متوازی جڑے کیپسٹر	
156 <sub>00</sub>	5.12 دو متوازی تاروں کا کیپسٹنس	
169 <sub>01</sub>	پوٹنسن اور لاپلاس مساوات	6
171 <sub>02</sub>	6.1 مسئلہ یکنائی	
173 <sub>03</sub>	6.2 لاپلاس مساوات خطی ہے	
173 <sub>04</sub>	6.3 نلکی اور کروی محدود میں لاپلاس کی مساوات	
174 <sub>05</sub>	6.4 لاپلاس مساوات کے حل	
181 <sub>06</sub>	6.5 پوٹنسن مساوات کے حل کی مثال	
183 <sub>07</sub>	6.6 لاپلاس مساوات کا ضربی حل	
191 <sub>08</sub>	6.7 عددی دہرائے کا طریقہ	

199 <sub>9</sub>	ساکن مقناطیسی میدان	7
199 <sub>0</sub>	بایوٹ-سیوارٹ کا قانون	7.1
204 <sub>1</sub>	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.2
210 <sub>2</sub>	گردش	7.3
217 <sub>3</sub>	نلکی محدود میں گردش	7.3.1
222 <sub>4</sub>	عمومی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.2
224 <sub>5</sub>	کروی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.3
225 <sub>6</sub>	مسئلہ سٹوکس	7.4
228 <sub>7</sub>	مقناطیسی بہاو اور کثافت مقناطیسی بہاو	7.5
235 <sub>8</sub>	غیر سمتی اور سمتی مقناطیسی دباؤ	7.6
240 <sub>9</sub>	ساکن مقناطیسی میدان کے قوانین کا حصول	7.7
240 <sub>0</sub>	سمتی مقناطیسی دباؤ	7.7.1
242 <sub>1</sub>	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.7.2
249 <sub>2</sub>	مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادے اور امالہ	8
249 <sub>3</sub>	متحرک چارج پر قوت	8.1
250 <sub>4</sub>	تفرقی چارج پر قوت	8.2
253 <sub>5</sub>	برقی رو گزارتے تفرقی تاروں کے مابین قوت	8.3
255 <sub>6</sub>	قوت اور مروڑ	8.4
261 <sub>7</sub>	فولادی مقناطیسی اشیاء اور مقناطیسی خطے	8.5
262 <sub>8</sub>	مقناطیسیت اور مقناطیسی مستقل	8.6
265 <sub>9</sub>	مقناطیسی سرحدی شرائط	8.7
267 <sub>00</sub>	مقناطیسی دور	8.8
270 <sub>01</sub>	مقناطیسی مخفی توانائی	8.9
271 <sub>02</sub>	خود امالہ اور مشترکہ امالہ	8.10
276 <sub>03</sub>	مشترکہ امالہ	8.11

281 <sub>04</sub>	9	وقت کے ساتھ بدلنے میدان اور میکس ویل کے مساوات
281 <sub>05</sub>	9.1	فیراڈے کا قانون
287 <sub>06</sub>	9.2	انتقالی برقی رو
291 <sub>07</sub>	9.3	میکس ویل مساوات کی نقطہ شکل
292 <sub>08</sub>	9.4	میکس ویل مساوات کی تکمل شکل
294 <sub>09</sub>	9.5	تاخیری دباؤ
297 <sub>10</sub>	10	مستوی امواج
297 <sub>11</sub>	10.1	خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی مستوی امواج
298 <sub>12</sub>	10.2	برقی و مقناطیسی مستوی امواج
305 <sub>13</sub>	10.2.1	خالی خلاء میں امواج
307 <sub>14</sub>	10.2.2	خالص یا کامل ذو برق میں امواج
309 <sub>15</sub>	10.2.3	ناقص یا غیر کامل ذو برقی میں امواج
312 <sub>16</sub>	10.3	پوئنٹنگ سمتیہ
316 <sub>17</sub>	10.4	موصل میں امواج
322 <sub>18</sub>	10.5	انعکاس مستوی موج
328 <sub>19</sub>	10.6	شرح ساکن موج
335 <sub>20</sub>	11	ترسیلی تار
335 <sub>21</sub>	11.1	ترسیلی تار کے مساوات
339 <sub>22</sub>	11.2	ترسیلی تار کے مستقل
340 <sub>23</sub>	11.2.1	ہم محوری تار کے مستقل
343 <sub>24</sub>	11.2.2	دو متوازی تار کے مستقل
344 <sub>25</sub>	11.2.3	سطح مستوی ترسیلی تار
345 <sub>26</sub>	11.3	ترسیلی تار کے چند مثال
350 <sub>27</sub>	11.4	ترسیمی تجزیہ، سمتیہ نقشہ
357 <sub>28</sub>	11.4.1	سمتہ فراوانی نقشہ
358 <sub>29</sub>	11.5	تجرباتی نتائج پر مبنی چند مثال

363 <sub>30</sub>	12 تقطیب موج
363 <sub>31</sub>	12.1 خطی، بیضوی اور دائری تقطیب
366 <sub>32</sub>	12.2 بیضوی یا دائری قطبی امواج کا پرنٹنگ سمتیہ
369 <sub>33</sub>	13 ترچھی آمد، انعکاس، انحراف اور انکسار
369 <sub>34</sub>	13.1 ترچھی آمد
380 <sub>35</sub>	13.2 ترسیم بائی گن
383 <sub>36</sub>	14 موج اور گھمکیا
383 <sub>37</sub>	14.1 برقی دور، ترسیلی تار اور موج کا موازنہ
384 <sub>38</sub>	14.2 دو لامحدود وسعت کے مستوی چادروں کے موج میں عرضی برقی موج
390 <sub>39</sub>	14.3 کھوکھلا مستطیلی موج
399 <sub>40</sub>	14.3.1 مستطیلی موج کے میدان پر تفصیلی غور
406 <sub>41</sub>	14.4 مستطیلی موج میں عرضی مقناطیسی $TM_{mn}$ موج
410 <sub>42</sub>	14.5 کھوکھلی نالی موج
417 <sub>43</sub>	14.6 انقطاعی تعدد سے کم تعدد پر تضعیف
419 <sub>44</sub>	14.7 انقطاعی تعدد سے بلند تعدد پر تضعیف
421 <sub>45</sub>	14.8 سطحی موج
426 <sub>46</sub>	14.9 ذو برق تختی موج
429 <sub>47</sub>	14.10 شیش ریشہ
432 <sub>48</sub>	14.11 پردہ بصارت
434 <sub>49</sub>	14.12 گھمکی خلاء
437 <sub>50</sub>	14.13 میکس ویل مساوات کا عمومی حل



- 445<sup>52</sup> . . . . . تعارف 15.1
- 445<sup>53</sup> . . . . . تاخیری دباو 15.2
- 447<sup>54</sup> . . . . . تکمل 15.3
- 448<sup>55</sup> . . . . . مختصر جفت قطبی اینٹینا 15.4
- 456<sup>56</sup> . . . . . مختصر جفت قطب کا اخراجی مزاحمت 15.5
- 460<sup>57</sup> . . . . . ٹھوس زاویہ 15.6
- 461<sup>58</sup> . . . . . اخراجی رقبہ، سمتیت اور افزائش 15.7
- 468<sup>59</sup> . . . . . قطاری ترتیب 15.8
- 468<sup>60</sup> . . . . . 15.8.1 غیر سمتی، دو نقطہ منبع
- 469<sup>61</sup> . . . . . 15.8.2 ضرب نقش
- 470<sup>62</sup> . . . . . 15.8.3 ثنائی قطار
- 472<sup>63</sup> . . . . . 15.8.4 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار
- 474<sup>64</sup> . . . . . 15.8.5 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: چوڑائی جانب اخراجی قطار
- 474<sup>65</sup> . . . . . 15.8.6 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: لمبائی جانب اخراجی قطار
- 478<sup>66</sup> . . . . . 15.8.7 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: بدلنے زاویہ اخراجی اینٹینا
- 479<sup>67</sup> . . . . . 15.9 تداخل پیمہ
- 480<sup>68</sup> . . . . . 15.10 مسلسل خطی اینٹینا
- 481<sup>69</sup> . . . . . 15.11 مستطیل سطحی اینٹینا
- 484<sup>70</sup> . . . . . 15.12 اخراجی سطح پر میدان اور دور میدان آپس کے فورویئر بدل ہیں
- 484<sup>71</sup> . . . . . 15.13 خطی اینٹینا
- 489<sup>72</sup> . . . . . 15.14 چلتے موج اینٹینا
- 490<sup>73</sup> . . . . . 15.15 چھوٹا گھیرا اینٹینا
- 491<sup>74</sup> . . . . . 15.16 پیچ دار اینٹینا
- 493<sup>75</sup> . . . . . 15.17 دو طرفہ کردار
- 495<sup>76</sup> . . . . . 15.18 جھری اینٹینا
- 496<sup>77</sup> . . . . . 15.19 پیپا اینٹینا
- 498<sup>78</sup> . . . . . 15.20 فرانس ریڈار مساوات
- 501<sup>79</sup> . . . . . 15.21 ریڈیائی دوربین، اینٹینا کی حرارت اور تحلیلی کارکردگی
- 503<sup>80</sup> . . . . . 15.22 حرارت نظام اور حرارت بعید



## وقت کے ساتھ بدلتے میدان اور میکس ویل کے مساوات

گزشتہ بابوں میں وقت کے ساتھ تبدیل نہ ہونے والے میدانوں پر غور کیا گیا۔ اب وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے میدانوں پر غور کیا جائے گا۔

اس باب میں دو نئے اصولوں پر غور کیا جائے گا۔ پہلا اصول مائیکل فیراڈے نے تجرباتی طور پر ثابت کیا جس کے تحت وقت کے ساتھ بدلتا مقناطیسی میدان، برقی میدان کو جنم دیتا ہے۔ دوسرا قانون جیمس کلارک میکس ویل کے کاوشوں سے حاصل ہوا جس کے تحت وقت کے ساتھ بدلتا برقی میدان، مقناطیسی میدان کو جنم دیتا ہے۔ اس باب میں برقی و مقناطیسیات کے چار ایسے مساوات پیش کئے جائیں گے جو میکس ویل کے نام سے منسوب ہیں۔

### 9.1 فیراڈے کا قانون

جناب مائیکل فیراڈے نے تجرباتی طور پر ثابت کیا کہ وقت کے ساتھ بدلتا مقناطیسی میدان، برقی میدان پیدا کرتا ہے۔ **قانون فیراڈے** کو مندرجہ ذیل مساوات پیش کرتی ہے۔

$$(9.1) \quad \text{محرك برقي دباو} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

اس قانون کے تحت کسی بھی سطح سے گزرتی مقناطیسی بہاؤ کی قیمت میں تبدیلی، اس سطح کے محیط پر برقی دباؤ پیدا کرتی ہے۔ ایسی برقی دباؤ روایتی طور پر **محرك برقي دباؤ** پکاری جاتی ہے۔ کسی بھی سطح کے محیط پر **محرك برقي دباؤ** کی قیمت، اس سطح سے گزرتی مقناطیسی بہاؤ کی قیمت میں تبدیلی کی شرح کے برابر ہوتی ہے۔ **محرك برقي دباؤ** کی اکائی ولٹ V ہے۔ سطح کے محیط کو بند دائرہ تصور کرتے ہوئے ہم یوں بھی کہہ سکتے ہیں کہ کسی بھی بند دائرے پر **محرك برقي دباؤ** کی قیمت اس دائرے کے اندر سے گزرتی مقناطیسی بہاؤ کی قیمت میں تبدیلی کی شرح کے برابر ہوگی۔ یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ بند دائرہ فرضی لکیر بھی ہو سکتا ہے۔

ابتدائی مقناطیسی بہاؤ میں تبدیلی، **محرك برقي دباؤ** پیدا کرتی ہے۔ **محرك برقي دباؤ** مکمل برقی دور میں برقی رو پیدا کرنے کی صلاحیت رکھتا ہے۔ **محرك برقي دباؤ** سے پیدا برقی رو، بند دائرے میں ثانوی مقناطیسی بہاؤ پیدا کرے گی۔ ثانوی مقناطیسی بہاؤ، ابتدائی مقناطیسی بہاؤ میں تبدیلی کو روکنے کی کوشش کرتی ہے۔ مساوات 9.1 منفی کی علامت اسی اصول کو بیان کرتی ہے، یعنی کہ، بند دائرے میں **محرك برقي دباؤ** سے پیدا برقی رو، پہلے سے موجود مقناطیسی بہاؤ میں تبدیلی کو روکنے کی کوشش کرتی ہے۔ یہ اصول **لینز**<sup>54</sup> کا اصول پکارا جاتا ہے۔

کسی بھی بند دائرے سے گزرتی مقناطیسی بہاؤ میں تبدیلی مندرجہ ذیل وجوہات کی بنا ممکن ہے۔

Faraday's law<sup>1</sup>  
electromotive force, emf<sup>2</sup>

<sup>3</sup> محرك برقي دباؤ کی اصطلاح روایتی طور پر ہر قسم کے منبع برقی دباؤ کے لئے استعمال کی جاتی ہے۔  
<sup>4</sup> یہ قانون 1834 میں جناب لینز نے پیش کیا۔

Lenz's law<sup>5</sup>

• مقناطیسی بہاؤ کے کثافت میں تبدیلی،

• ساکن مقناطیسی میدان اور بند دائرے کا آپس میں اضافی حرکت، یا

• مندرجہ بالا دونوں وجوہات۔

اگر بند دائرہ  $N$  چکر کے لچھے پر مشتمل ہو جہاں ہر چکر میں سے  $\Phi$  مقناطیسی بہاؤ گزرتی ہو تب فیراڈے کے قانون کو

$$(9.2) \quad \text{محرك برقي دباو} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

لکھا جاسکتا ہے۔

برقی دباؤ کے طرز پر محرک برقی دباؤ کی تعریف

$$(9.3) \quad \text{محرك برقي دباو} = \oint E \cdot dL$$

لکھی جاتی ہے جہاں مکمل پورے بند دائرے پر لینا لازم ہے۔ برقی دباؤ کے تعریف کے ساتھ موازنہ کرتے ایسا معلوم ہوتا ہے جیسے ہم مندرجہ بالا مساوات میں منفی کی علامت (−) لگانا بھول گئے ہیں۔ ایسا بالکل نہیں ہے اور اس کی وضاحت جلد شکل 9.2 کی مدد سے کر دی جائے گی۔ محرک برقی دباؤ بند دائرے پر بیان کی جاتی ہے صفحہ 105 پر مساوات 4.28 کے تحت ساکن برقی میدان میں کسی بھی بند دائرے پر  $E$  کا لکیری مکمل صفر کے برابر ہوتا ہے۔ مساوات 9.3 کہتا ہے کہ غیر ساکن مقناطیسی میدان میں ایسا نہیں ہوتا اور کسی بھی بند دائرے پر  $E$  کا لکیری مکمل اس دائرے پر پیدا محرک برقی دباؤ دیتا ہے۔

مساوات 9.1 اور مساوات 9.3 سے

$$(9.4) \quad \text{محرك برقي دباو} = \oint E \cdot dL = -\frac{d}{dt} \int_S B \cdot dS$$

حاصل ہوتا ہے جہاں  $\Phi$  کی جگہ کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B$  کا سطحی مکمل استعمال کیا گیا۔

اگر بند دائرے کو دائیں ہاتھ میں یوں پکڑا جائے کہ انگلیاں دائرے پر چلنے کی سمت میں ہوں تب انگوٹھا دائرے سے گھیرے سمتی سطح کی سمت میں ہوگا۔ مندرجہ بالا مساوات کہتا ہے کہ کسی بھی سمتی سطح سے گزرتی مقناطیسی بہاؤ اگر بڑھ رہی ہو تب محرک برقی دباؤ سطح کے سرحد پر مثبت سمت کے الٹ جانب برقی رو پیدا کر دے گا۔ مساوات 9.4 استعمال کرتے ہوئے دائیں ہاتھ کے اس قانون کو یاد رکھیں۔

آئیں وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے مقناطیسی میدان کی وجہ سے پیدا ساکن بند دائرے میں محرک برقی دباؤ پر پہلے غور کریں اور بعد میں ساکن مقناطیسی میدان میں حرکت کرتے دائرے کی وجہ سے پیدا محرک برقی دباؤ پر غور کریں۔

ساکن دائرے کی صورت میں مساوات 9.4 میں دائیں ہاتھ پر  $B$  ہی وقت کے ساتھ تبدیل ہو رہی ہے یوں اس مساوات میں تفرق کے عمل کو مکمل کے اندر لے جایا جاسکتا ہے یعنی

$$(9.5) \quad \text{محرك برقي دباو} = \oint E \cdot dL = - \int_S \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS$$

آگے بڑھنے سے پہلے اس مساوات کی نقطہ شکل حاصل کرتے ہیں۔ مساوات کے بائیں ہاتھ پر مسئلہ سٹوکس کے اطلاق سے

$$\int_S (\nabla \times E) \cdot dS = - \int_S \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS$$

حاصل ہوتا ہے۔ یاد رہے کہ سطح ایسی کوئی بھی سطح ہو سکتی ہے جس کا سرحد بند دائرہ ہو۔ یوں ہم مندرجہ بالا مساوات میں دونوں جانب مختلف سطحیں لے سکتے ہیں، پس ان سطحوں کا سرحد بھی بند دائرہ ہونا لازم ہے۔ اسی طرح ہم ایک ہی سطح کو دونوں جانب مکمل میں استعمال کر سکتے ہیں۔ یہ مساوات کسی بھی سطح کے لئے درست ہے لہذا یہ تفرقی سطح  $dS$  کے لئے بھی درست ہے۔ تفرقی سطح کے لئے اسے یوں

$$(\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial B}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

یعنی

$$(9.6) \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

لکھا جاسکتا ہے۔

مساوات 9.6 میکس ویل کے چار مساواتوں میں سے پہلی مساوات ہے۔ یہ میکس ویل کے پہلی مساوات کی نقطہ شکل ہے۔ اس مساوات کی نقطہ شکل ہی عموماً استعمال ہوتی ہے۔ میکس ویل کے پہلی مساوات کی مکمل شکل مساوات 9.5 بیان کرتی ہے۔ وقت کے ساتھ نہ تبدیل ہوتے مقناطیسی میدان کی صورت میں مساوات 9.6 اور مساوات 9.5 ساکن میدان کے مساوات کی صورت اختیار کرتے ہیں یعنی

$$(9.7) \quad \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = 0 \quad (\text{برقی سکون})$$

اور

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (\text{برقی سکون})$$

آئیں مساوات 9.5 اور مساوات 9.6 کو استعمال کر کے دیکھیں۔ تصور کریں کہ  $\rho < \rho_2$  نکلی خطے میں وقت کے ساتھ مسلسل بڑھتی

$$(9.8) \quad \mathbf{B} = B_0 e^{kt} \mathbf{a}_z \quad (\rho < \rho_2)$$

کثافت مقناطیسی بہاؤ پائی جاتی ہے جہاں  $B_0$  ایک مستقل ہے۔ ہم  $z = 0$  سطح پر  $\rho_1$  رداس کی گول دائرہ لیتے ہیں۔ مشابہت سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ اس پورے دائرے پر  $E_\phi$  کی قیمت تبدیل نہیں ہو سکتی لہذا مساوات 9.5 سے

$$\text{محرك برقی دباو} = 2\pi\rho_1 E_\phi = -kB_0 e^{kt} \pi\rho_1^2$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں کسی بھی رداس پر برقی میدان کی شدت

$$(9.9) \quad \mathbf{E} = -\frac{1}{2}kB_0 e^{kt} \rho \mathbf{a}_\phi$$

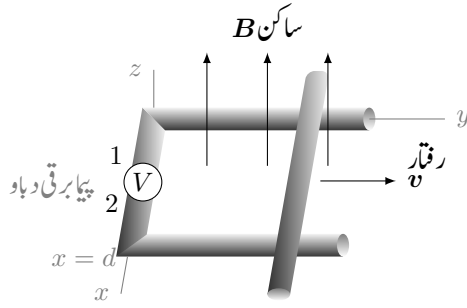
لکھی جاسکتی ہے۔

آئیں اب یہی جواب مساوات 9.6 سے حاصل کریں۔ چونکہ اس مساوات کے دائیں جانب صرف  $a_z$  جزو پایا جاتا ہے لہذا بائیں ہاتھ بھی صرف یہی جزو ہوگا لہذا اس مساوات سے

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho E_\phi)}{\partial \rho} = -kB_0 e^{kt}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ دونوں اطراف کو  $\rho$  سے ضرب دیتے ہوئے  $\rho$  تکمیل لے کر

$$\rho E_\phi = -kB_0 e^{kt} \frac{\rho^2}{2}$$



شکل 9.1: وقت کے ساتھ نہ تبدیل ہوتے یکساں مقناطیسی میدان میں حرکت کرتے موصل سلاخ پر محرک برقی دباؤ پیدا ہوتی ہے۔

یعنی

$$(9.10) \quad E = -\frac{1}{2}kB_0 e^{kt} \rho a_\phi$$

2748

یہ دوبارہ حاصل ہوتا ہے جہاں رداسی مکمل میں  $t$  مستقل کا کردار ادا کرتا ہے۔

مثبت  $B_0$  کی صورت میں اس دائرے پر  $a_\phi$  کی الٹ سمت میں برقی رو گزرے گی جو  $a_z$  کی الٹ سمت میں کثافت مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتے ہوئے پہلے سے موجود مقناطیسی میدان میں تبدیلی کو روکنے کی کوشش کرتی ہے۔

2750

اس مثال کے آخر میں یہ بتانا ضروری ہے کہ مساوات 9.8 میں دیا گیا میدان غیر حقیقی ہے چونکہ یہ میکس ویل کے دیگر مساوات پر پورا نہیں اترتا۔

2751

آئیں اب ایسی مثال دیکھیں جس میں وقت کے ساتھ تبدیل نہ ہونے والے مقناطیسی میدان میں بند دائرہ حرکت کر رہا ہو۔ شکل 9.1 میں ایسی صورت حال دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں  $v$  سمتی رفتار کو جبکہ  $V$  برقی دباؤ نانپے کی آلہ<sup>6</sup> یعنی پیا برقی دباؤ<sup>7</sup> کو ظاہر کرتی ہے۔ اس شکل میں دو افقی اور دو متوازی موصل سلاخ بند دائرہ یا بند دور بناتے ہیں۔ متوازی افقی سلاخوں کو بائیں طرف عمودی سلاخ سے جوڑا گیا ہے جس میں قابل نظر انداز جسامت اور لامحدود مزاحمت والا پیا برقی دباؤ منسوب ہے، جبکہ دائیں جانب انہیں  $v$  سمتی رفتار سے حرکت کرتے عمودی سلاخ سے جوڑا گیا ہے۔ وقت کے ساتھ نہ تبدیل ہوتا اور ہر جگہ یکساں کثافت مقناطیسی بہاؤ  $B$  بند دائرے کی گھیرے سطح کے عمودی ہے۔

2756

مثبت  $B$  کی صورت میں  $B$  کی سمت ہی بند دائرے سے گھیری گئی سطح کی سمت ہوگی اور بند دائرے کی سمت گھڑی کے الٹ ہوگی۔ یوں دائرے کے مثبت بہت میں دائیں ہاتھ کی انگلیاں رکھتے ہوئے گھیری سطح کی سمت انگوٹھے سے حاصل کی جاتی ہے۔

2758

کسی بھی لمحہ  $t$  پر حرکت کرتے سلاخ کے مقام کو  $y$  سے ظاہر کرتے ہوئے ہم  $y = vt$  لکھ سکتے ہیں جہاں  $v$  سلاخ کے رفتار کی قیمت ہے۔ یوں لمحہ  $t$  پر بند دور کا ارتباط بہاؤ

$$\Phi = Bdy = Bdvdt$$

ہو گا جو مساوات 9.1 کے تحت بند دور میں

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -Bdv$$

محرک برقی دباؤ پیدا کرے گا۔

2759

اب محرک برقی دباؤ  $E \cdot dL$  کو کہتے ہیں لہذا مندرجہ بالا جواب دائرے پر گھڑی کے الٹ سمت میں اس بند لکیری مکمل سے بھی حاصل ہونا چاہیے۔ ہم دیکھ چکے ہیں کہ برقی سکون کی صورت میں موصل کی سطح پر سطح کے متوازی  $E$  صفر رہتی ہے۔ ہم آگے دیکھیں گے کہ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے برقی میدان میں بھی موصل کی سطح پر متوازی  $E$  صفر ہی رہتی ہے۔ یوں شکل 9.1 پر گھڑی کے الٹ چلتے ہوئے تمام سلاخوں پر مکمل کی قیمت صفر کے برابر ہوگی۔ پیا برقی دباؤ کی مزاحمت صفر نہیں ہے لہذا مکمل کی قیمت پیا برقی دباؤ پر مندرجہ بالا قیمت کے برابر ہونا ہوگا۔ گھڑی کی الٹ سمت چلتے ہوئے پیا برقی دباؤ کی لمبائی کو  $dL$  لکھتے ہوئے ہم دیکھتے ہیں کہ  $E \cdot dL = -Bdv$  چونکہ  $dL = dLa_x$  کے برابر ہے لہذا  $E$  کی سمت  $a_x$  کے الٹ ہوگی۔ یوں پیا برقی دباؤ پر  $E$  کی سمت پیا کے دوسرے سرے سے پہلے سرے کی جانب ہے اور پیا پر برقی دباؤ کا مثبت سر ایسا کا دوسرا سر ہے۔

2765

پیا کی جگہ مزاحمت جوڑنے سے دور میں گھڑی کے الٹ برقی رو گزرے گی جو  $a_z$  کے الٹ سمت میں مقناطیسی بہاؤ پیدا کرے گی۔ یہ لورنز کے قانون کے عین مطابق ہے۔

2767

آپس اب اسی شکل میں دئے مسئلے کو حرکی برقی دباؤ تصور کرتے ہوئے حل کریں۔ مقناطیسی میدان میں  $v$  سمتی رفتار سے حرکت کرتے ہوئے چارج  $Q$  پر قوت

$$F = Qv \times B$$

یا حرکی شدت  $E$  حرکی

$$(9.11) \quad E_{\text{حرکی}} = \frac{F}{Q} = v \times B$$

عمل کرتی ہے۔ حرکی شدت  $a_x$  سمت میں ہے۔ حرکت کرتے سلاخ میں ساکن مثبت ایٹم اور آزاد منفی الیکٹران پائے جاتے ہیں۔ ان تمام چارجوں پر ایسی قوت پائی جائے گی البتہ ساکن ایٹم مقید ہونے کی بنا حرکت نہیں کریں گے۔ اگر محرک سلاخ کو متوازی سلاخوں سے اٹھایا جائے تو اس میں آزاد الیکٹران پر  $a_x$  کے الٹ جانب قوت انہیں سلاخ کے پرلے سرے پر انبار کرنا شروع کر دے گی۔ الیکٹرانوں کا انبار سلاخ میں  $a_x$  - جانب برقی میدان کی شدت  $E$  پیدا کرے گا۔ الیکٹران کا انبار بڑھتا رہے گا حتیٰ کہ حرکی  $E$  اور  $E$  برابر ہو جائیں۔ ایسا ہوتے ہی سلاخ میں کل برقی میدان کی شدت صفر ہو جائے گی اور اس میں چارج کا حرکت رک جائے گا۔

2772

یوں حرکی برقی دباؤ

$$(9.12) \quad \oint E_{\text{حرکی}} \cdot dL = \oint (v \times B) \cdot dL = \text{محرک برقی دباؤ}$$

سے حاصل ہوگی۔ مساوات کے دائیں ہاتھ بند دائرے کے ساکن حصوں پر مکمل کی قیمت صفر ہوگی لہذا محرک برقی دباؤ صرف حرکت کرتے حصوں کی وجہ سے پیدا ہوگی۔ یوں حرکت کرتے سلاخ پر گھڑی کے الٹ چلتے ہوئے مکمل سے

$$\oint (v \times B) \cdot dL = \int_a^0 vB dx = -Bvd$$

2773

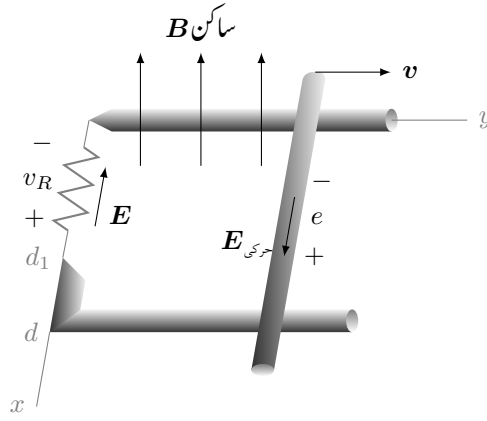
حاصل ہوتا ہے۔ چونکہ  $B$  از خود وقت کے ساتھ تبدیل نہیں ہو رہا لہذا یہی کل محرک برقی دباؤ ہوگا۔

یوں وقت کے ساتھ تبدیل نہ ہوتے مقناطیسی میدان میں حرکت کرتے بند دائرے میں محرک برقی دباؤ حاصل کرتے وقت حرکت کرتے حصوں پر حرکی شدت  $E$  کے استعمال سے محرک برقی دباؤ یوں

$$(9.13) \quad \oint E \cdot dL = \oint E_{\text{حرکی}} \cdot dL = \oint (v \times B) \cdot dL = \text{محرک برقی دباؤ}$$

حاصل کی جاسکتی ہے۔ البتہ وقت کے ساتھ بدلتی مقناطیسی میدان میں محرک برقی دباؤ کے حصول میں مساوات 9.5 کا حصہ شامل کرنا ضروری ہے یوں محرک برقی دباؤ

$$(9.14) \quad \oint E \cdot dL = - \int_S \frac{\partial B}{\partial t} \cdot dS + \oint (v \times B) \cdot dL = \text{محرک برقی دباؤ}$$



شکل 9.2: محرک برقی دباؤ اور برقی دباؤ کا موازنہ۔

سے حاصل ہوگی۔ یہ مساوات دراصل مساوات 9.1

$$\text{محرک برقی دباؤ} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

ہی ہے۔

آئیں شکل 9.1 میں پیا برقی دباؤ کی جگہ مزاحمت نسب کرتے ہوئے اس کی مدد سے مساوات 9.3 جو محرک برقی دباؤ کی تعریف بیان کرتا ہے پر دوبارہ غور کریں۔ نئی شکل کو شکل 9.2 میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات 9.11 محرک سلاخ پر پیدا ہونے والی  $E_{\text{حرکی}}$  دیتا ہے جو سلاخ میں مثبت چارج کو سلاخ کے اُگلے سرے کی طرف دھکیلے گا۔ اس کے برعکس مزاحمت پر برقی دباؤ  $v_R$  پایا جاتا ہے جس کی وجہ سے اس میں برقی میدان کی شدت  $E$  پائی جائے گی جو مزاحمت میں مثبت چارج کو مزاحمت کے پورے سرے کی جانب دھکیلے گی۔

آپ شکل کو دیکھ کر تسلی کر لیں کہ مزاحمت پر میدان کی شدت  $E = -E a_x$  سے برقی دباؤ  $v_R$  یوں

$$(9.15) \quad v_R = -\int_0^{d_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = \int_0^{d_1} E dx = E d_1$$

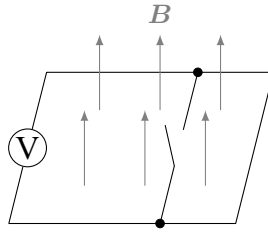
حاصل ہوتی ہے جبکہ متحرک سلاخ پر حرکی شدت  $E_{\text{حرکی}} = E a_x$  سے حرکی دباؤ یوں

$$(9.16) \quad e = \oint \mathbf{E}_{\text{حرکی}} \cdot d\mathbf{L} = \int_0^d \mathbf{E}_{\text{حرکی}} \cdot d\mathbf{L} = \int_0^d E_{\text{حرکی}} dx = E_{\text{حرکی}} d$$

حاصل ہوتی ہے۔ شکل میں دو افقی موصل سلاخوں کے مابین برقی دباؤ کو سلاخوں کے بائیں سروں پر  $v_R$  جبکہ ان کے دائیں سروں پر  $e$  کہا گیا ہے لہذا  $v_R$  اور  $e$  دونوں مثبت اور برابر قیمت رکھتے ہیں۔ یہاں ضرورت اس بات کی ہے کہ آپ دیکھ سکیں کہ  $v_R$  کی مثبت قیمت حاصل کرنے کے لئے ضروری ہے کہ مساوات میں منفی کی علامت استعمال کی جائے جبکہ  $e$  کے مثبت قیمت کے حصول کے لئے ضروری ہے کہ مساوات میں جمع کی علامت استعمال کی جائے۔ حرکی دباؤ کے بند تکمیل میں دائرے کے بقایا اطراف پر تکمیل کی قیمت صفر ہونے کے ناطے صرف متحرک سلاخ پر تکمیل لیا گیا ہے۔

اگرچہ مساوات 9.1 انتہائی سادہ شکل رکھتی ہے لیکن اس کا استعمال کبھی کبھار مشکل ہو جاتا ہے۔ ایسا اس وقت ہوتا ہے جب دور کے کسی حصے کو تبدیل کرتے ہوئے دوسرا حصہ نسب کیا جائے۔ یہ بات شکل 9.3 پر غور کرنے سے بہتر سمجھ آئے گی۔ اس شکل میں نا تو وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا مقناطیسی میدان ہے اور مقناطیسی بند دائرے کا کوئی حصہ متحرک ہے۔ البتہ شکل میں دکھائے سوئچ کو چالو یا غیر چالو کرتے ہوئے بند دائرے میں مقناطیسی بہاؤ کم اور زیادہ کیا جاسکتا ہے۔ یہاں بغیر





شکل 9.3: محرک برقی دباؤ یا تا وقت کے ساتھ بدلتی مقناطیسی میدان اور یا حرکت کرتے بند دائرے سے بی پیدا ہو سکتی ہے۔

سوچے مساوات 9.1 استعمال کرتے ہوئے غلط نتائج حاصل ہوتے ہیں۔ یاد رہے کہ برقی دباؤ یا تو وقت کے ساتھ بدلتے مقناطیسی میدان اور یا پھر بند دائرے کے کسی حصے کے حرکت سے ہی پیدا ہوگا۔

2787

2788

مشق 9.1: شکل 9.3 میں  $B = 0.5a_z$  ٹسلا، رفتار  $100ya_y$  میٹر فی سیکنڈ جبکہ  $d = 0.5$  میٹر ہے۔ اگر  $t = 0$  پر  $y = 0.2$  میٹر ہو تب  $t = 15$  ملی سیکنڈ پر مندرجہ ذیل حاصل کریں۔

2790

2791

2792

2793

2794

2795

• سلاخ کی رفتار،

• محرک برقی دباؤ  $V_{21}$ ،

• پیمائش برقی دباؤ کی اندرونی مزاحمت دس میگا اوہم کی صورت میں دور میں برقی رو۔

جوابات:  $10\mu A$ ،  $100V$ ،  $4.017 \frac{m}{s}$

2796

## 9.2 انتقالی برقی رو

فیراڈے کے تجرباتی نتیجے سے میکس ویل کی پہلی مساوات

$$(9.17) \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

حاصل ہوئی جو کہتا ہے کہ بدلتی مقناطیسی میدان پیدا کرتا ہے برقی دباؤ۔ گردش کے عمل کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم دیکھتے ہیں ایسے پیدا کردہ برقی دباؤ کا بند لکیری تکمیل صفر کے برابر نہیں ہوتا۔ آئیں اب وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے برقی میدان پر غور کریں۔

2798

امپیر کے دوری قانون کی نقطہ شکل

$$(9.18) \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

ساکن مقناطیسی میدان پر لاگو ہوتی ہے۔ اس مساوات کی پھیلاؤ

$$\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{H} = 0 = \nabla \cdot \mathbf{J}$$

لیتے ہوئے ہم دیکھتے ہیں کہ گردش کی پھیلاؤ ہر صورت صفر کے برابر ہوتی ہے لہذا مندرجہ بالا مساوات کا بائیں ہاتھ ہر صورت صفر دے گا اور یوں اگر یہ مساوات درست ہو تب اس کا دایاں ہاتھ بھی ہر صورت صفر ہونا چاہیے۔ مگر ہم استمراری مساوات سے جانتے ہیں کہ

$$(9.19) \quad \nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

ہوتا ہے۔ اس سے ثابت ہوتا ہے کہ مساوات 9.18 صرف اس صورت درست ہو گا جب  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  ہو۔ یہ ایک غیر ضروری اور غیر حقیقی شرط ہے لہذا وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے برقی میدان پر استعمال کے قابل بنانے کی خاطر مساوات 9.18 کو تبدیل کرنا لازم ہے۔ تصور کریں کہ مساوات 9.18 میں نامعلوم جزو  $G$  کی شمولیت سے یہ مساوات وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے برقی میدان پر بھی لاگو کرنے کے قابل ہو جاتا ہے۔ ایسی صورت میں مساوات 9.18 یوں

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \mathbf{G}$$

لکھی جائے گی۔ انہیں دوبارہ اس کی پھیلاؤ حاصل کریں جس سے

$$0 = \nabla \cdot \mathbf{J} + \nabla \cdot \mathbf{G}$$

یا

$$\nabla \cdot \mathbf{G} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں استمراری مساوات کا سہارا لیا گیا۔ اس مساوات میں  $\rho$  کی جگہ  $\nabla \cdot \mathbf{D}$  پر کرنے سے

$$\nabla \cdot \mathbf{G} = \frac{\partial (\nabla \cdot \mathbf{D})}{\partial t} = \nabla \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

یعنی

$$\mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں ایمپیر کے دوری قانون کی درست شکل

$$(9.20) \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

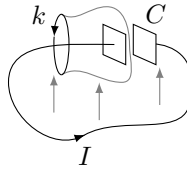
ہے۔ مندرجہ بالا مساوات برقی و مقناطیسیات کے اب تک تمام دریافت کردہ اصولوں پر پورا اترتی آئی ہے۔ جب تک یہ غلط ثابت نہ ہو جائے، ہم اسے درست ہی تصور کریں گے۔

2800

مساوات 9.20 میکس ویل کے مساوات میں سے ایک مساوات ہے۔ اس مساوات میں  $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$  کی بُد ایمپیر فی مربع میٹر حاصل ہوتی ہے جو کثافت برقی رو کا بُد ہے۔ میکس ویل نے اس مساوات میں دائیں ہاتھ نئے جزو کو **کثافت انتقالی رو**<sup>8</sup> کا نام دیا اور  $J_d$  سے ظاہر کیا یعنی

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \mathbf{J}_d$$

$$\mathbf{J}_d = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$



شکل 9.4: موصل تار میں ایصالی رو کیپیسٹر کے چادروں کے درمیان انتقالی رو کے برابر ہے۔

ہم تین اقسام کے کثافت رو دیکھ چکے جن میں کثافت انتقالی رو کے علاوہ غیر چارج شدہ خطے میں عموماً لیکٹران کے حرکت سے پیدا کثافت ایصالی رو

$$(9.21) \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

اور چارج کے حجم کے حرکت سے پیدا کثافت ایصالی رو

$$(9.22) \quad \mathbf{J} = \rho_h \mathbf{v}$$

شامل ہیں۔ مساوات 9.20 میں  $\mathbf{J}$  سے مراد ایصالی اور انتقالی رو کے کثافتوں کا مجموعہ ہے جبکہ مقید چارج  $\mathbf{H}$  کا حصہ ہیں۔ غیر موصل خطے میں جہاں کثافت چارج پائی ہی نہیں جاتی  $\mathbf{J} = 0$  ہوتا ہے لہذا غیر موصل میں

$$(9.23) \quad \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\mathbf{J} = 0)$$

ہو گا۔ مساوات 9.23 اور مساوات 9.17 میں مشابہت دیکھیں۔

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

مقتناطیسی شدت  $\mathbf{H}$  اور برقی شدت  $\mathbf{E}$  کافی مشابہت رکھتے ہیں۔ اسی طرح کثافت رو  $\mathbf{D}$  اور کثافت بہاؤ  $\mathbf{B}$  بھی کافی مشابہت رکھتے ہیں۔ اس مشابہت کو پہلی تک رکھیں چونکہ جیسے ہی میدان میں چارج پر قوت کی بات کی جائے، دونوں اقسام کے میدان بالکل مختلف طریقوں سے عمل کرتے ہیں۔

2802

کسی بھی سطح سے کل انتقالی رو سطحی مکمل

$$(9.24) \quad I_d = \int_S \mathbf{J}_d \cdot d\mathbf{S} = \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

سے حاصل ہوگی۔ مساوات 9.20 کے سطحی مکمل

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} + \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

پر مسئلہ سٹوکس کے اطلاق سے

$$(9.25) \quad \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I + I_d = I + \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

2803

وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے ایکسیپر کے دوری قانون کی نقطہ شکل حاصل ہوتی ہے۔

انتقالی رو کو شکل 9.4 کی مدد سے سمجھتے ہیں جہاں موصل تار سے کیپیسٹر  $C$  کے دوسرے جوڑتے ہوئے بند دور بنایا گیا ہے جس میں وقت کے ساتھ بدلتی سائن نما مقتناطیسی میدان  $\mathbf{B}$  محرک برقی دباؤ

$$e = V_0 \cos \omega t$$

پیدا کرتی ہے۔ یہ سادہ برقی دور ہے جس میں مزاحمت اور امالہ کو نظر انداز کرتے ہوئے برقی رو

$$i = -\omega CV_0 \sin \omega t$$

$$= -\omega \frac{\epsilon S}{d} V_0 \sin \omega t$$

لکھی جاسکتی ہے جہاں  $\epsilon, S, d$  کپیسٹر سے متعلق ہیں۔ انہیں انتقالی رو کو نظر انداز کرتے ہوئے تار کے گرد بند دائرے  $k$  پر ایمپیسٹر کا دوری قانون لاگو کریں۔

$$\oint_k \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I_k$$

اب بند دائرہ  $k$  اور اس دائرے پر  $\mathbf{H}$  حقیقی مقدار ہیں اور مکمل سے حاصل رو  $I_k$  اس دائرے سے گھیرے کسی بھی سطح سے گزرتی رو کو ظاہر کرتی ہے۔ اگر ہم  $k$  کو سیدھی سطح کا سرحد تصور کریں تب موصل تار اس سطح کو چھیدنا ہوا گزرے گا۔ یوں اس سطح سے  $I$  رو بھی گزرے گی جو ایصالی رو ہے۔ اس کے برعکس اگر ہم  $k$  کو تھیلے کا منہ تصور کریں جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے تب ایصالی رو ایسی سطح سے نہیں گزرتی چونکہ تھیلہ ایمپیسٹر کے دو چادروں کے درمیان سے گزرتا ہے اور تار اسے چھوتی تک نہیں۔ ایسی صورت میں تھیلے سے گزرتی ایصالی رو صفر کے برابر ہے۔ ایسی صورت میں ہمیں انتقالی رو کا سہارا لینا ہوگا۔ کپیسٹر کے چادروں کے درمیان

$$D = \epsilon E = \epsilon \left( \frac{V_0}{d} \cos \omega t \right)$$

ہے لہذا

$$I_d = \frac{\partial D}{\partial t} = -\omega \epsilon \frac{V_0}{d} \sin \omega t$$

اور یوں

$$I_d = S I_d = -\omega \frac{\epsilon S}{d} V_0 \sin \omega t$$

ہوگی۔

یہ وہی جواب ہے جو ایصالی رو سے حاصل ہوا تھا۔ اس مثال سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ایمپیسٹر کے دوری قانون کو استعمال کرتے ہوئے سطح سے گزرتی ایصالی رو اور انتقالی رو دونوں کا خیال رکھنا ہوگا۔ کہیں پر سطح سے صرف ایصالی رو گزرے گی تو کہیں اس سے صرف انتقالی رو گزرے گی اور کبھی کبھار دونوں کا مجموعہ۔

انتقالی رو وقت کے ساتھ بدلتے برقی میدان سے پیدا ہوتے ہیں لہذا یہ ایسے تمام غیر موصل یا نیم موصل خطوں میں پائی جاتی ہے جہاں وقت کے ساتھ تبدیلی ہوتی ایصالی رو پائی جائے۔ اگرچہ موصل خطے میں بھی انتقالی رو پائی جاتی ہے لیکن، جیسے آپ مندرجہ ذیل مشق میں دیکھیں گے، اس کی قیمت ایصالی رو کی نسبت سے اتنی کم ہوتی ہے کہ یہ قابل نظر انداز ہوتی ہے۔ یہی وجہ ہے کہ انتقالی رو تجرباتی طور دریافت نہیں کی گئی بلکہ اس تک منطق کے ذریعہ سے پہنچا گیا۔

مشق 9.2: ٹھوس تانبے کی تار میں سائن نما، پچاس ہرٹز کی ایصالی رو  $I_0 \cos \omega t$  گزر رہی ہے۔ اس میں انتقالی رو حاصل کریں۔ پچاس ہرٹز رو کی صورت میں ایصالی اور انتقالی رو کے موثر قیمت کی شرح حاصل کریں۔

$$\text{حل: } I_d = -\frac{\omega \epsilon_0}{\sigma} I_0 \sin \omega t \quad \text{جبکہ ان کے موثر قیمت کی شرح } \frac{I_d}{I_0} = \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} = 2.08 \times 10^{16} \text{ ہے۔}$$

## 9.3 میکس ویل مساوات کی نقطہ شکل

ہم وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے میدانوں میں میکس ویل کے دو مساوات کے نقطہ اشکال

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (9.26)$$

اور

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (9.27)$$

حاصل کر چکے ہیں۔ میکس ویل کے بقایا دو مساوات وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے میدان میں بھی جوں کے توں

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_h \quad (9.28)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (9.29)$$

رہتے ہیں۔

مساوات 9.28 کہتا ہے کہ کثافت برقی رو کا منبع کثافت چارج ہے۔ وقت کے ساتھ بدلتے مقناطیسی میدان میں برقی میدان پیدا ہوتا ہے جو بند دائرے پر چلتا ہے۔ ایسے برقی میدان کا ناتو کسی چارج سے اخراج ہوتا ہے اور نہ ہی یہ کسی چارج پر ختم ہوتا ہے۔ اس کے برعکس ہر مثبت چارج سے اس کے برابر برقی بہاؤ کا اخراج ہوتا ہے اور ہر منفی چارج پر اس کے برابر برقی بہاؤ کا اختتام ہوتا ہے۔

مساوات 9.29 کہتا ہے کہ کسی بھی نقطے سے کل مقناطیسی بہاؤ کا اخراج صفر ہے یعنی مقناطیسی بہاؤ ناتو کسی نقطے سے خارج ہوتا ہے اور نہ ہی یہ کسی نقطے پر اختتام پذیر ہوتا ہے۔ سادہ زبان میں اس کا مطلب ہے کہ مقناطیس کا ایک قطب ممکن نہیں جس سے مقناطیسی بہاؤ کا اخراج ہو یا اس پر مقناطیسی بہاؤ اختتام ہو۔

مندرجہ بالا چار مساوات پر برقی و مقناطیسیات کی بنیاد کھڑی ہے جنہیں استعمال کرنے کی خاطر چار معاون مساوات

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (9.30)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (9.31)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (9.32)$$

$$\mathbf{J} = \rho_h \mathbf{v} \quad (9.33)$$

بھی درکار ہوتے ہیں۔

ایسے ذوبرق اور مقناطیسی اشیاء جن میں متغیرات سادہ تعلق نہ رکھتے ہوں، ان میں مساوات 9.30 اور مساوات 9.31 کی جگہ

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (9.34)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (9.35)$$

استعمال ہوتے ہیں۔ خطی اشیاء میں

$$\mathbf{P} = \chi_e \mathbf{E} \quad (9.36)$$

اور

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H} \quad (9.37)$$

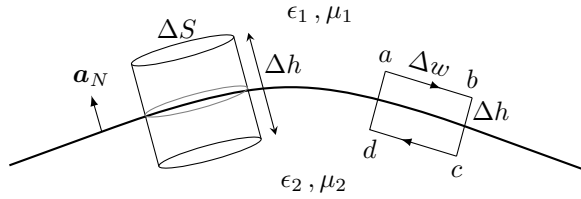
لکھا جاسکتا ہے۔

آخر میں لورنز قوت کی مساوات

$$\mathbf{F} = \rho_h (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (9.38)$$

بھی شامل کرتے ہیں۔

غیر سمتی مقناطیسی دباؤ  $V$  اور سمتی مقناطیسی دباؤ  $A$  انتہائی اہم ہیں البتہ ان کی شمولیت لازم نہیں۔



شکل 9.5: وقت کے ساتھ بدلتے میدان کے سرحدی شرائط۔

## 9.4 میکس ویل مساوات کی تکمیل شکل

مساوات 9.26 کے سطحی تکمیل پر مسئلہ سٹوکس کا اطلاق کرتے ہوئے فیڑے کا قانون

$$(9.39) \quad \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L} = - \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{S}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح مساوات 9.27 اسی طریقہ کار سے ایکپیئر کا دوری قانون

$$(9.40) \quad \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I + \int_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{S}$$

حاصل ہوتا ہے۔

برقی اور مقناطیسی میدان کے لئے گاؤس کے قوانین مساوات 9.28 اور مساوات 9.29 کے تمام حجم پر حجمی تکمیل اور مسئلہ پھیلاؤ کی مدد سے

$$(9.41) \quad \oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \int_h \rho_h dh$$

اور

$$(9.42) \quad \oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

حاصل ہوتے ہیں۔

مندرجہ بالا چار مساوات سے  $\mathbf{E}$ ،  $\mathbf{H}$ ،  $\mathbf{D}$  اور  $\mathbf{B}$  کے سرحدی شرائط حاصل ہوتے ہیں جن سے میکس ویل کے جزوی تفرقی مساوات کے مستقل حاصل کئے جاتے ہیں۔ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے میدان کے سرحدی شرائط عموماً ساکن میدان کے سرحدی شرائط ہی ہوتے ہیں لہذا ساکن میدان کے طریقہ کار سے وقت کے ساتھ بدلتے میدان کے سرحدی شرائط بھی حاصل کئے جاسکتے ہیں۔

آئیں شکل 9.5 کی مدد سے سرحد کے متوازی برقی اور مقناطیسی شرائط حاصل کریں۔ شکل میں مستطیل دائرے پر مساوات 9.39 کے اطلاق سے

$$(E_{m1} - E_{m2}) \Delta w = - \frac{\partial B_n}{\partial t} \Delta w \Delta h$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں  $\frac{\partial B_n}{\partial t}$  سے مراد دائرے کے گھیرے سطح سے گزرتی مجموعی میدان کی تبدیلی ہے جس کا کچھ حصہ خطہ 1 اور کچھ حصہ خطہ 2 سے گزرتا ہے۔ اس مساوات کے دائیں ہاتھ کی قیمت  $0 \rightarrow \Delta h$  کرتے ہوئے صفر کے قریب ترکی جاسکتی ہے۔ ایسی صورت میں دائیں ہاتھ کو صفر ہی تصور کرتے ہوئے

$$(9.43) \quad E_{m1} = E_{m2}$$

یعنی

$$(9.44) \quad \mathbf{a}_N \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0$$

حاصل ہوتا ہے۔

سرحد پر انتہائی کم موٹائی کے خطے میں کثافت برقی رو  $K$  تصور کرتے ہوئے کسی بھی چھوٹی لمبائی  $dL$  پر برقی رو کو  $I = K \cdot dL$  لکھی جاسکتی ہے۔ یوں شکل 9.5 میں مستطیل دائرے پر مساوات 9.41 کے اطلاق سے

$$(H_{m1} - H_{m2}) \Delta w = K_{\perp} \Delta w + \frac{\partial D}{\partial t} \Delta w \Delta h$$

حاصل ہوتا ہے جہاں  $K_{\perp}$  سے مراد  $K$  کا وہ حصہ ہے جو  $H_{m1}$  اور  $H_{m2}$  کے عمودی ہے۔ دائیں ہاتھ دوسرے جزو کی قیمت  $0 \rightarrow \Delta h$  کرتے ہوئے صفر کے قریب ترکی جاسکتی ہے لہذا اس جزو کو نظر انداز کرتے ہوئے

$$(9.45) \quad H_{m1} - H_{m2} = K_{\perp}$$

حاصل ہوتا ہے جسے یوں

$$(9.46) \quad \alpha_N \times (H_1 - H_2) = K_{\perp}$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔

کسی بھی حقیقی دو مختلف اشیاء کے سرحد، مثلاً سمندر کے پانی اور ہوا کے سرحد یا ہوا اور دیوار کے سرحد، پر کثافت برقی رو  $K$  صفر ہوتی ہے۔ لہذا حقیقی مسائل میں  $K = 0$  کی بنا پر

$$(9.47) \quad H_{m1} = H_{m2}$$

ہوگا۔ صفحہ 265 پر شکل 8.9 میں سطحی کثافت برقی رو  $K$  دکھائی گئی ہے جبکہ یہاں شکل 9.5 میں اسے صفر تصور کرتے ہوئے نہیں دکھایا گیا۔

مساوات 9.41 اور مساوات 9.42 سے سرحدی عمودی شرائط

$$(9.48) \quad \alpha_N \cdot (D_1 - D_2) = \rho_S$$

اور

$$(9.49) \quad \alpha_N \cdot (B_1 - B_2) = 0$$

حاصل ہوتے ہیں۔

موصل کو ایسا کامل موصل تصور کرتے ہوئے جس کی موصلیت لامحدود مگر  $J$  محدود ہو سے موصل کے اندر اوہم کے قانون سے

$$(9.50) \quad E = 0$$

اور یوں فیئرڈے کے قانون کی نقطہ شکل سے، وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے میدان کی صورت میں

$$(9.51) \quad H = 0$$

حاصل ہوتے ہیں۔ اس طرح ایمپیئر کے دوری قانون کی نقطہ شکل سے محدود  $J$  کی قیمت

$$(9.52) \quad J = 0$$

حاصل ہوتی ہے لہذا برقی رو صرف موصل کی سطح پر بطور سطحی کثافت رو  $K$  ممکن ہے۔ یوں اگر خطہ 2 کامل موصل ہو تب مساوات 9.43 تا مساوات 9.49 سے

$$(9.53) \quad E_{m1} = 0$$

$$(9.54) \quad H_{m1} = 0$$

$$(9.55) \quad D_{n1} = \rho_S$$

$$(9.56) \quad B_{n1} = 0$$

حاصل ہوتے ہیں۔ یاد رہے کہ سطحی کثافت چارج کی موجودگی ذوبرق، کامل موصل اور غیر کامل موصل تمام پر ممکن ہے جبکہ سطحی کثافت رو  $K$  صرف کامل موصل کی صورت میں ممکن ہے۔

2837

مندرجہ بالا سرحدی شرائط میکس ویل کے مساوات کے حل کے لئے لازم ہیں۔ حقیقت میں پیش آنے والے تمام مسائل میں مختلف اشیاء کے سرحدی شرائط پائی جاتی ہیں اور ایسے ہر سرحد کے دونوں اطراف پر مختلف متغیرات کے تعلق سرحدی شرائط سے ہی حاصل کرنا ممکن ہے۔ کامل موصل کی صورت میں موصل کے اندر، وقت کے ساتھ بدلتے، تمام متغیرات صفر ہوتے ہیں البتہ ایسی صورت میں مساوات 9.53 تا مساوات 9.56 میں دئے شرائط کا اطلاق نہایت مشکل ہوتا ہے۔

متحرک لہروں کے چند بنیادی خاصیت بغیر سرحد کے خطے میں لہر کی حرکت پر غور سے واضح ہوتے ہیں۔ اگلا باب انہیں متحرک لہروں پر ہے۔ میکس ویل مساوات کا یہ سب سے آسان استعمال ہے چونکہ ان میں کسی قسم کے سرحدی شرائط لاگو نہیں ہوتے۔

2842

## 9.5 تاخیری دباؤ

وقت کے ساتھ بدلتے دباؤ، جنہیں **تاخیری دباؤ**<sup>9</sup> کہا جاتا ہے، **اشعاعی اخراج**<sup>10</sup> کے مسائل حل کرنے میں نہایت اہم ثابت ہوتے ہیں۔ آپ کو یاد ہو گا کہ غیر سمتی مقناطیسی دباؤ  $V$  کو خطے میں تقسیم ساکن چارج کی صورت

$$V = \int_h \frac{\rho_h dh}{4\pi\epsilon R} \quad (\text{برقی سکون}) \quad (9.57)$$

میں لکھا جاسکتا ہے۔ اسی طرح سمتی مقناطیسی دباؤ  $A$  کو وقت کے ساتھ نہ بدلتے یعنی یک سمتی برقی رو کے تقسیم کی صورت

$$A = \int_h \frac{\mu J dh}{4\pi R} \quad (\text{یک سمتی رو}) \quad (9.58)$$

میں لکھا جاسکتا ہے۔ انہیں مساوات کے نقطہ اشکال بالترتیب

$$\nabla^2 V = -\frac{\rho_h}{\epsilon} \quad (\text{برقی سکون}) \quad (9.59)$$

اور

$$\nabla^2 A = -\mu J \quad (\text{یک سمتی رو}) \quad (9.60)$$

ہیں۔

غیر سمتی اور سمتی مقناطیسی دباؤ کے حصول کے بعد میدان کے بنیادی متغیرات ڈھلوان

$$E = -\nabla V \quad (\text{برقی سکون}) \quad (9.61)$$

اور گردش

$$B = \nabla \times A \quad (\text{یک سمتی رو}) \quad (9.62)$$

کی مدد سے حاصل ہوتے ہیں۔

2845

آئیں اب ساکن چارج اور یک سمتی رو سے متعلق، وقت کے ساتھ تبدیل ہوتے ایسے دباؤ حاصل کریں جو مندرجہ بالا مساوات پر پورا اترتے ہوں۔

2846



میکس ویل کے مساوات کے تحت  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  ہو گا۔ صفحہ 227 پر مساوات 7.66 کے تحت گردش کی پھیلاؤ لازماً صفر ہوتی ہے لہذا مساوات 9.62 میکس ویل کی مساوات  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  پر پورا اترتی ہے۔ یوں ہم مساوات 9.62 کو بدلتے میدان کے لئے بھی درست تصور کرتے ہیں۔

2848

صفحہ 237 پر مشق 7.7 میں آپ نے ثابت کیا کہ ڈھلوان کی گردش لازماً صفر ہوتی ہے یوں مساوات 9.61 کی گردش لینے سے دایاں ہاتھ صفر حاصل ہوتا ہے جبکہ دایاں ہاتھ  $\nabla \times \mathbf{E}$  حاصل ہوتا ہے جو مساوات 9.26 کے تحت صفر نہیں ہے۔ یوں صاف ظاہر ہے کہ مساوات 9.61 وقت کے ساتھ بدلتے میدان کے لئے درست نہیں ہے۔ آئیں اس توقع سے مساوات 9.61 کے دائیں جانب متغیر  $N$  جمع کریں

$$\mathbf{E} = -\nabla V + \mathbf{N}$$

کہ وقت کے ساتھ بدلتے میدان کے لئے ایسی مساوات درست ثابت ہوگی۔ فی الحال  $N$  ایک نامعلوم متغیر ہے۔ گردش لینے سے

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times (\nabla V) + \nabla \times \mathbf{N} \\ &= 0 + \nabla \times \mathbf{N}\end{aligned}$$

2849

یعنی

$$\nabla \times \mathbf{N} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 9.62 کے استعمال سے یوں

$$\nabla \times \mathbf{N} = -\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{A})$$

یا

$$\nabla \times \mathbf{N} = -\nabla \times \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right)$$

حاصل ہوتا ہے جس کا سادہ ترین حل

$$\mathbf{N} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

ہے لہذا اب ہم

$$(9.63) \quad \mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

2850

لکھ سکتے ہیں۔

ہمیں اب بھی دیکھنا ہو گا کہ آیا مساوات 9.62 اور مساوات 9.63 میکس ویل کے بقایا دو مساوات یعنی مساوات 9.27

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

اور مساوات 9.28

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_h$$

پر پورا اترتے ہیں کہ نہیں۔ یہاں پہلی مساوات میں  $H = \frac{1}{\mu} \nabla \times A$  اور  $D = \epsilon E$  پر کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times A &= J + \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} \\ &= J + \epsilon \left( -\nabla \frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right) \end{aligned}$$

یا

$$(9.64) \quad \nabla (\nabla \cdot A) - \nabla^2 A = \mu J - \mu \epsilon \left( \nabla \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں مساوات 9.63 کا سہارا لیا گیا۔ اسی طرح مساوات 9.28 سے

$$\epsilon \left( -\nabla \cdot \nabla V - \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot A \right) = \rho_h$$

یا

$$(9.65) \quad \nabla^2 V + \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot A) = -\frac{\rho_h}{\epsilon}$$

حاصل ہوتا ہے۔

مساوات 9.64 اور مساوات 9.65 میں کوئی تضاد نہیں پایا جاتا۔ ساکن یا یک سمتی حالات میں  $\nabla \cdot A = 0$  کی وجہ سے مساوات 9.64 اور مساوات 9.65 سے بالترتیب مساوات 9.60 اور مساوات 9.59 حاصل ہوتے ہیں۔ یوں ہم فرض کر سکتے ہیں کہ وقت کے ساتھ بدلتے دباؤ کی تعریف یوں کی جاسکتی ہے کہ ان سے  $B$  اور  $E$  بذریعہ مساوات 9.62 اور مساوات 9.63 حاصل کئے جاسکتے ہوں۔ البتہ  $A$  اور  $V$  کو مساوات 9.62 اور مساوات 9.63 از خود مکمل طور پر بیان نہیں کرتے۔ یہ دو مساوات لازمی لیکن نامکمل شرائط ہیں جن پر  $A$  اور  $V$  کا پورا اترنا ضروری ہے۔ آئیں ایک مثال سے اس حقیقت کو سمجھیں۔

تصور کریں کہ ہمارے پاس سادہ سمتی مقناطیسی دباؤ ہے جس کے  $A_y$  اور  $A_z$  اجزاء صفر کے برابر ہیں۔ یوں مساوات 9.62 کی مدد سے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$B_x a_x + B_y a_y + B_z a_z = 0 a_x + \frac{\partial A_x}{\partial z} a_y - \frac{\partial A_x}{\partial y} a_z$$

اس سے ظاہر ہے کہ  $x$  محدد کے ساتھ  $A_x$  کے تبدیلی کے بارے میں کچھ اخذ کرنا ممکن نہیں ہے۔ یہ مساوات  $\frac{\partial A_x}{\partial x}$  کا ذکر تک نہیں کرتا۔ ہاں اگر ہمیں  $A$  کے پھیلاؤ کے بارے میں بھی معلومات فراہم ہوتی تب  $x$  محدد کے ساتھ  $A_x$  کے تبدیلی کے بارے میں کچھ کہنا ممکن ہوتا چونکہ دئے گئے سمتی دباؤ سے

$$\nabla \cdot A = \frac{\partial A_x}{\partial x}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ آخر میں یہ بھی بتانا ضروری ہے کہ  $A$  کے بارے میں ہماری تمام معلومات جزوی تفرقی مساوات کی صورت میں ہیں جن سے  $A$  کے حصول کے وقت مکمل کا مستقل شامل کرنا ضروری ہے۔ کسی بھی حقیقی مسئلہ جس میں مکمل خلاء کے لئے حل درکار ہو میں ایسا مستقل صفر کے برابر ہو گا چونکہ کوئی بھی میدان لا محدود فاصلے پر صفر ہی ہو گا۔

اس مثال سے ہم کہہ سکتے ہیں کہ اگر ہمیں لا محدود خلاء میں کسی بھی نقطے پر سمتی میدان کی قیمت معلوم ہو تب اس سمتی میدان کو تمام خلاء میں میدان کے گردش اور پھیلاؤ سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ ہمیں مکمل آزادی ہے کہ جیسے چاہیں  $A$  کی پھیلاؤ بیان کریں۔ ہم مساوات 9.64 اور مساوات 9.65 کو مد نظر رکھتے ہوئے یوں  $A$  کے پھیلاؤ کے لئے سادہ ترین تفاعل

$$(9.66) \quad \nabla \cdot A = -\mu \epsilon \frac{\partial V}{\partial t}$$

لکھتے ہیں جس سے مساوات 9.64

$$(9.67) \quad \nabla^2 \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2}$$

صورت اختیار کر لے گی جبکہ مساوات 9.65

$$(9.68) \quad \nabla^2 V = -\frac{\rho_h}{\epsilon} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$

صورت اختیار کر لے گی۔

مندرجہ بالا دو مساوات متحرک امواج سے متعلق ہیں جن پر اگلے باب میں غور کیا جائے گا۔ ان مساوات کی مشابہت بھی حیرت انگیز ہے۔ باب کے اس حصے میں، وقت کے ساتھ بدلتے میدان کے لئے، حاصل کئے گئے نتائج یہاں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$(9.69) \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$(9.70) \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = -\mu \epsilon \frac{\partial V}{\partial t}$$

$$(9.71) \quad \mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$$

اگلے باب میں متحرک امواج پر غور کیا جائے گا۔ آپ دیکھیں گے کہ وقت کے ساتھ بدلتے برقی و مقناطیسی میدان متحرک امواج پیدا کرتے ہیں جن کی رفتار  $v$

$$(9.72) \quad v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}$$

کے برابر ہوتی ہے۔ خالی خلاء میں یہ رفتار تقریباً  $3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  کے برابر ہوتی ہے جو خالی خلاء میں روشنی کی رفتار ہے۔ اس سے اخذ کیا جاسکتا ہے کہ نقطہ  $N_1$  پر کثافت چارج سے دور کسی نقطہ  $N_2$  پر دباؤ کی قیمت اسی لمحے کثافت چارج کے قیمت پر منحصر نہیں ہوتی بلکہ کچھ دیر قبل کے کثافت چارج پر منحصر ہوتی ہے۔ کثافت چارج میں تبدیلی کی خبر  $N_1$  سے  $N_2$  تک رفتار  $v$  سے پہنچتی ہے لہذا ان نقطوں کے درمیان فاصلہ  $R$  ہونے کی صورت میں یہ خبر  $\frac{R}{v}$  سیکنڈ تاخیر سے پہنچے گی۔ اس طرح وقت کے ساتھ بدلتی صورت میں مساوات 9.57 کی نئی شکل

$$(9.73) \quad V = \int_h \frac{[\rho_h]}{4\pi \epsilon R} dh$$

ہوگی جہاں  $[\rho_h]$  سے مراد یہ ہے کہ مساوات میں وقت  $t$  کی جگہ تاخیری وقت  $t'$  استعمال کیا جائے یعنی

$$t' = t - \frac{R}{v}$$

یوں اگر خلاء میں کثافت چارج

$$\rho_h = e^{-r} \cos \omega t$$

ہو تب

$$[\rho_h] = e^{-r} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{R}{v} \right) \right]$$

ہوگا جہاں  $R$  تفرقی چارج سے اس نقطے تک فاصلہ ہے جہاں اس تفرقی چارج سے پیدا دباؤ کا حصول درکار ہو۔

اسی طرح وقت کے ساتھ بدلتی صورت میں مساوات 9.58 کی نئی شکل یعنی تاخیری سمتی مقناطیسی دباؤ کی مساوات

$$A = \int_h \frac{\mu[J]}{4\pi R} dh \quad (9.74)$$

2861

ہوگی۔

2862

تاخیری وقت کے استعمال کی بنا پر ایسے دباؤ کو **تاخیری دباؤ**<sup>11</sup> کہا جاتا ہے۔

تاخیری برقی اور تاخیری مقناطیسی دباؤ کے استعمال سے برقی و مقناطیسی مسئلے نسبتاً زیادہ آسانی سے حل ہوتے ہیں۔ یوں اگر ہمیں  $\rho$  اور  $J$  معلوم ہوں تب ہم مساوات 9.73 اور مساوات 9.74 سے  $V$  اور  $A$  حاصل کر سکتے ہیں جن سے مقناطیسی میدان بذریعہ مساوات 9.69 اور برقی میدان بذریعہ مساوات 9.71 حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ اگر ہمیں  $\rho$  اور  $J$  کی قیمتیں معلوم نہ ہوں اور ناہی ان کے قیمتوں کا اندازہ لگانا ممکن ہو تب تاخیری دباؤ، میکس ویل مساوات کے حل سے زیادہ، مددگار ثابت نہیں ہوتے۔

2866

4286        put comsat's time table here.  
4287 energy travels along the wire and not in the wire.  
4288 antenna chapter, 3D figure at start and complete the start section.  
4289 house completion certificate.  
4290 zaryab's tooth  
4291 zaryab fish  
4292  $F = -dW/dT$  to include in inductance chapter plus a question or two  
4293 magnetization curve and an iteration example. fig 8.10, 11 of hayt.  
4294 charge is barqi bar.  
4295 add questions to machine book too.  
4296 take print outs for myself.  
4297



## الباب 16

## سوالات

### میکس ویل مساوات

سوال 16.1: رداس  $\rho = 12 \text{ cm}$  کے گول دائرے میں وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا، یکساں مقناطیسی میدان  $B(t) = 0.15 \sin 1000t \text{ Wb}$  پیدا کرتی ہے۔ برقی رو  $i(t)$  سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کو نظر انداز کرتے ہوئے  $e(t)$  اور  $i(t)$  حاصل کریں۔ صورت حال شکل 16.1 میں دکھائی گئی ہے جہاں صفحہ سے اوپر کی جانب باہر نکلتی مقناطیسی میدان کو چھوٹے دائروں میں بند نقطوں سے ظاہر کیا گیا ہے۔

جوابات:  $-6.78 \cos 1000t \text{ V}$  ،  $-123 \cos 1000t \text{ mA}$

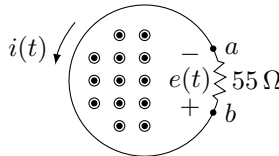
سوال 16.2: سطح  $z = 0$  پر موصل تار کے مستطیل کے اطراف  $x = \pm 2 \text{ m}$  ،  $y = \pm 1.5 \text{ m}$  پر ہیں۔ وقت کے ساتھ تبدیل ہوتا مقناطیسی میدان  $B = (0.25a_x - 0.55a_y + 0.1a_z) \sin 1200t \text{ T}$  ہے۔ مستطیل کی کل مزاحمت  $R = 4200 \Omega$  ہے۔ مثبت  $z$  محدود کی جانب سے دیکھتے ہوئے، گھڑی کی سمت میں برقی رو حاصل کریں۔ برقی رو سے پیدا ثانوی مقناطیسی میدان کو نظر انداز کرتے ہوئے حل کریں۔

جواب:  $343 \cos 1200t \text{ mA}$

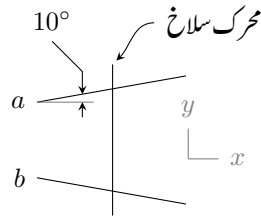
سوال 16.3: مقناطیسی میدان  $B = 5 \cos(1.2 \times 10^8 \pi t - \pi y) a_z \mu\text{T}$  ہے۔ مندرجہ ذیل فرضی یا غیر موصل دائروں پر  $a_\phi$  سمت میں بڑھتا ہوگا برقی دباؤ حاصل کریں۔ الف)  $(0,0,0)$  تا  $(1,0,0)$  تا  $(1,1,0)$  تا  $(0,1,0)$  تا  $(0,0,0)$  ؛ ب)  $(0,0,0)$  تا  $(2,0,0)$  تا  $(0,2,0)$  تا  $(0,0,0)$

جوابات:  $0 \text{ V}$  ،  $600[\cos(1.2 \times 10^8 \pi t - \pi) - \cos(1.2 \times 10^8 \pi t)] \text{ V}$

سوال 16.4: رداس  $\rho = 1 \text{ mm}$  اور  $\rho = 3 \text{ mm}$  کے ہم محوری تار میں  $H = \frac{0.122}{\rho} \cos 5 \times 10^8 \pi t \cos 0.5 \pi z a_\phi \frac{\text{A}}{\text{m}}$  پایا جاتا ہے۔ مستطیل  $(0.001, 0^\circ, 0)$  تا  $(0.003, 0^\circ, 0)$  تا  $(0.003, 0^\circ, 1.5)$  تا  $(0.001, 0^\circ, 1.5)$  میں محرک دباؤ برقی دباؤ حاصل کریں۔



شکل 16.1: دائرے میں یکساں مقناطیسی بہاؤ، محرک برقی دباؤ پیدا کرتا ہے۔



شکل 16.2: محرک سلاخ پر مقناطیسی میدان محرک دباؤ پیدا کرتا ہے۔

جواب:  $119 \sin(5 \times 10^8 \pi t) \text{ V}$

4317

سوال 16.5: لمحہ  $t = 0$  پر موصل تار کے مستطیل کے اطراف  $x = \pm 0.4 \text{ m}$  اور  $y = \pm 0.6 \text{ m}$  پر ہیں۔ یہ مستطیل  $6a_y \frac{\text{m}}{\text{s}}$  کی سمتی رفتار سے حرکت کر رہی ہے۔ غیر یکساں مقناطیسی میدان  $B = 3x^2 y a_z \text{ T}$  ہے۔ مستطیل کی مزاحمت  $R = 100 \Omega$  ہے۔ مستطیل میں طاقت کی اخراج حاصل کریں۔ ساکن سلاخوں میں کتنی محرک برقی دباؤ پیدا ہوتی ہے۔

4320

جواب:  $0 \text{ V}$  ،  $P = 2.12 \text{ mW}$

4321

سوال 16.6: شکل 16.2 میں دو ساکن موصل سلاخ  $x$  محدد کے ساتھ  $\pm 10^\circ$  کا زاویہ بناتے ہیں۔ صفحہ کے بالائی سطح سے نکلتی مقناطیسی میدان  $B = 0.5 a_z \text{ T}$  ہے۔ محرک سلاخ کی رفتار  $v = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ہے۔ ساکن سلاخوں کے بائیں سروں کے مابین آگے پیچھے برقی دباؤ یوں نسب کیا گیا ہے کہ یہ  $v \sin \theta$  ہے۔ (الف) محرک سلاخ کے مقام کو  $t = 0$  پر  $x = 0$  لیتے ہوئے آگے پیچھے برقی دباؤ کی مساوات حاصل کریں۔ (ب) محرک سلاخ کا مقام  $x = 50t^2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  ہونے کی صورت میں جواب حاصل کریں۔

4325

4326

جوابات: ،

4327



جدول 16.1:  $\sigma$ 

$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز	$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز
$7 \times 10^4$	گرفتار	$6.17 \times 10^7$	چاندی
1200	سلیکان	$5.80 \times 10^7$	تانبا
100	فیرائٹ (عمومی قیمت)	$4.10 \times 10^7$	سونا
5	سمندری پانی	$3.82 \times 10^7$	المونیم
$10^{-2}$	چھونا پتھر	$1.82 \times 10^7$	ٹنگسٹن
$5 \times 10^{-3}$	چکنی مٹی	$1.67 \times 10^7$	جست
$10^{-3}$	تازہ پانی	$1.50 \times 10^7$	پیتل
$10^{-4}$	تقطیر شدہ پانی	$1.45 \times 10^7$	نکل
$10^{-5}$	ریتیلی مٹی	$1.03 \times 10^7$	لوبا
$10^{-8}$	سنگ مرمر	$0.70 \times 10^7$	قلعی
$10^{-9}$	بیک لائٹ	$0.60 \times 10^7$	کاربن سٹیل
$10^{-10}$	چینی مٹی	$0.227 \times 10^7$	مینگنیز
$2 \times 10^{-13}$	بیرا	$0.22 \times 10^7$	جرمینیم
$10^{-16}$	پولیسٹرن پلاسٹک	$0.11 \times 10^7$	سٹینلس سٹیل
$10^{-17}$	کوارٹس	$0.10 \times 10^7$	نائیکروم

جدول 16.2 :  $\sigma/\omega\epsilon$  and  $\epsilon_R$ 

$\sigma/\omega\epsilon$	$\epsilon_R$	چیز
	1	خالی خلاء
	1.0006	ہوا
0.0006	8.8	المونیم آکسائیڈ
0.002	2.7	عنبر
0.022	4.74	بیگ لائٹ
	1.001	کاربن ڈائی آکسائیڈ
	16	جرمنیم
0.001	4 تا 7	شیشہ
0.1	4.2	برف
0.0006	5.4	ابر
0.02	3.5	نائلون
0.008	3	کاغذ
0.04	3.45	پلیکسی گلاس
0.0002	2.26	پلاسٹک (تھیلا بنانے والا)
0.000 05	2.55	پولیسٹرین
0.014	6	چینی مٹی
0.0006	4	پائریکس شیشہ (برتن بنانے والا)
0.000 75	3.8	کوارٹس
0.002	2.5 تا 3	ریڑ
0.000 75	3.8	سلیکا $\text{SiO}_2$
	11.8	سلیکان
0.5	3.3	قدرتی برف
0.0001	5.9	کھانے کا نمک
0.07	2.8	خشک مٹی
0.0001	1.03	سٹائروفوم
0.0003	2.1	ٹیفلان
0.0015	100	ٹائٹینیم ڈائی آکسائیڈ
0.04	80	مقطر پانی
4		سمندری پانی
0.01	1.5 تا 4	خشک لکڑی

جدول 16.3:  $\mu_R$ 

$\mu_R$	چیز
0.999 998 6	بسمت
0.999 999 42	پیرافین
0.999 999 5	لکڑی
0.999 999 81	چاندی
1.000 000 65	المونیم
1.000 000 79	بیریلم
50	نکل
60	ڈھلوان لوہا
300	مشین سٹیل
1000	فیرائٹ (عمومی قیمت)
2500	پریم بھرت (permalloy)
3000	ٹرانسفارمر پتری
3500	سیلکان لوہا
4000	خالص لوہا
20 000	میو میٹل (mumetal)
30 000	سنڈسٹ (sendust)
100 000	سوپریم بھرت (supermalloy)

جدول 16.4: اہم مستقل

قیمت	علامت	چیز
$(1.602\,189\,2 \pm 0.000\,004\,6) \times 10^{-19} \text{ C}$	e	الیکٹران چارج
$(9.109\,534 \pm 0.000\,047) \times 10^{-31} \text{ kg}$	m	الیکٹران کمیت
$(8.854\,187\,818 \pm 0.000\,000\,071) \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$	$\epsilon_0$	برقی مستقل (خالی خلاء)
$4\pi 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$	$\mu_0$	مقناطیسی مستقل (خالی خلاء)
$(2.997\,924\,574 \pm 0.000\,000\,011) \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	c	روشنی کی رفتار (خالی خلاء)

