

برقی و مقناطیسیات

خالد خان یوسفزئی
 کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
 khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

3

1	4	سمتیات	1
1.1	5	مقداری اور سمتیہ	1.1
1.2	6	سمتی الجبرا	1.2
1.3	7	کارتیسی محدود	1.3
1.4	8	اکائی سمتیات	1.4
1.5	9	میدانی سمتیہ	1.5
1.6	10	سمتی رقبہ	1.6
1.7	11	غیر سمتی ضرب	1.7
1.8	12	سمتی ضرب یا صلیبی ضرب	1.8
1.9	13	گول نلکی محدود	1.9
1.9.1	14	نلکی اکائی سمتیات کا کارتسی اکائی سمتیات کے ساتھ غیر سمتی ضرب	1.9.1
1.9.2	15	نلکی اور کارتسی اکائی سمتیات کا تعلق	1.9.2
1.9.3	16	نلکی لامحدود سطحیں	1.9.3
1.10	17	کروی محدود	1.10
2	18	کولومب کا قانون	2
2.1	19	قوت کشش یا دفع	2.1
2.2	20	برقی میدان کی شدت	2.2
2.3	21	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر کا برقی میدان	2.3
2.4	22	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	2.4
2.5	23	چارج بردار حجم	2.5
2.6	24	مزید مثال	2.6
2.7	25	برقی میدان کے سمت بہاؤ خط	2.7

69 ²⁶	گاؤس کا قانون اور پھیلاؤ	3
69 ²⁷	ساکن چارج	3.1
69 ²⁸	فیراڈے کا تجربہ	3.2
70 ²⁹	گاؤس کا قانون	3.3
72 ³⁰	گاؤس کے قانون کا استعمال	3.4
72 ³¹	نقطہ چارج	3.4.1
74 ³²	یکساں چارج بردار کروی سطح	3.4.2
74 ³³	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر	3.4.3
75 ³⁴	ہم محوری تار	3.5
77 ³⁵	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	3.6
77 ³⁶	انتہائی چھوٹی حجم پر گاؤس کے قانون کا اطلاق	3.7
80 ³⁷	پھیلاؤ	3.8
82 ³⁸	نلکی محدود میں پھیلاؤ کی مساوات	3.9
84 ³⁹	پھیلاؤ کی عمومی مساوات	3.10
86 ⁴⁰	مسئلہ پھیلاؤ	3.11
93 ⁴¹	توانائی اور برقی دباؤ	4
93 ⁴²	توانائی اور کام	4.1
94 ⁴³	لکیری تکملہ	4.2
99 ⁴⁴	برقی دباؤ	4.3
100 ⁴⁵	نقطہ چارج کا برقی دباؤ	4.3.1
101 ⁴⁶	لکیری چارج کثافت سے پیدا برقی دباؤ	4.3.2
102 ⁴⁷	ہم محوری تار کا برقی دباؤ	4.3.3
102 ⁴⁸	متعدد نقطہ چارجوں کی برقی دباؤ	4.4
106 ⁴⁹	برقی دباؤ کی ڈھلوان	4.5
110 ⁵⁰	نلکی محدود میں ڈھلوان	4.5.1
111 ⁵¹	کروی محدود میں ڈھلوان	4.5.2
112 ⁵²	جفت قطب	4.6
114 ⁵³	جفت قطب کے سمت بہاؤ خط	4.6.1
117 ⁵⁴	ساکن برقی میدان کی کثافت توانائی	4.7

125 _s	موصل، ذو برق اور کیپسٹر	5
125 _{s6}	برقی رو اور کثافت برقی رو	5.1
127 _{s7}	استمراری مساوات	5.2
129 _{s8}	موصل	5.3
134 _{s9}	موصل کے خصوصیات اور سرحدی شرائط	5.4
137 _{s10}	عکس کی ترکیب	5.5
140 _{s11}	نیم موصل	5.6
141 _{s12}	ذو برق	5.7
146 _{s13}	کامل ذو برق کے سرحد پر برقی شرائط	5.8
150 _{s14}	موصل اور ذو برقی کے سرحدی شرائط	5.9
150 _{s15}	کیپسٹر	5.10
152 _{s16}	5.10.1 متوازی چادر کیپسٹر	
153 _{s17}	5.10.2 ہم محوری کیپسٹر	
153 _{s18}	5.10.3 ہم محوری کرہ کیپسٹر	
155 _{s19}	5.11 سلسلہ وار اور متوازی جڑے کیپسٹر	
156 _{s20}	5.12 دو متوازی تاروں کا کیپسٹنس	
169 _{s21}	پوٹنسن اور لاپلاس مساوات	6
171 _{s22}	6.1 مسئلہ یکنائی	
173 _{s23}	6.2 لاپلاس مساوات خطی ہے	
173 _{s24}	6.3 نلکی اور کروی محدود میں لاپلاس کی مساوات	
174 _{s25}	6.4 لاپلاس مساوات کے حل	
181 _{s26}	6.5 پوٹنسن مساوات کے حل کی مثال	
183 _{s27}	6.6 لاپلاس مساوات کا ضربی حل	
191 _{s28}	6.7 عددی دہرائے کا طریقہ	

199 ₉	ساکن مقناطیسی میدان	7
199 ₀	بایوٹ-سیوارٹ کا قانون	7.1
204 ₁	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.2
210 ₂	گردش	7.3
217 ₃	نلکی محدود میں گردش	7.3.1
222 ₄	عمومی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.2
224 ₅	کروی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.3
225 ₆	مسئلہ سٹوکس	7.4
228 ₇	مقناطیسی بہاؤ اور کثافت مقناطیسی بہاؤ	7.5
235 ₈	غیر سمتی اور سمتی مقناطیسی دباؤ	7.6
240 ₉	ساکن مقناطیسی میدان کے قوانین کا حصول	7.7
240 ₀	سمتی مقناطیسی دباؤ	7.7.1
242 ₁	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.7.2
249 ₂	مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادے اور امالہ	8
249 ₃	متحرک چارج پر قوت	8.1
250 ₄	تفرقی چارج پر قوت	8.2
254 ₅	برقی رو گزارتے تفرقی تاروں کے مابین قوت	8.3
255 ₆	قوت اور مروڑ	8.4
261 ₇	فولادی مقناطیسی اشیاء اور مقناطیسی خطے	8.5
262 ₈	مقناطیسیت اور مقناطیسی مستقل	8.6
265 ₉	مقناطیسی سرحدی شرائط	8.7
268 ₀₀	مقناطیسی دور	8.8
271 ₀₁	مقناطیسی مخفی توانائی	8.9
271 ₀₂	خود امالہ اور مشترکہ امالہ	8.10
277 ₀₃	مشترکہ امالہ	8.11

283 ₀₄	9	وقت کے ساتھ بدلنے میدان اور میکس ویل کے مساوات
283 ₀₅	9.1	فیراڈے کا قانون
290 ₀₆	9.2	انتقالی برقی رو
296 ₀₇	9.3	میکس ویل مساوات کی نقطہ شکل
298 ₀₈	9.4	میکس ویل مساوات کی تکمل شکل
303 ₀₉	9.5	تاخیری دباؤ
311 ₁₀	10	مستوی امواج
311 ₁₁	10.1	خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی مستوی امواج
312 ₁₂	10.2	برقی و مقناطیسی مستوی امواج
319 ₁₃	10.2.1	خالی خلاء میں امواج
323 ₁₄	10.2.2	خالص یا کامل ذو برق میں امواج
325 ₁₅	10.2.3	ناقص یا غیر کامل ذو برقی میں امواج
329 ₁₆	10.3	پوئنٹنگ سمتیہ
334 ₁₇	10.4	موصل میں امواج
340 ₁₈	10.5	انعکاس مستوی موج
346 ₁₉	10.6	شرح ساکن موج
359 ₂₀	11	ترسیلی تار
359 ₂₁	11.1	ترسیلی تار کے مساوات
363 ₂₂	11.2	ترسیلی تار کے مستقل
364 ₂₃	11.2.1	ہم محوری تار کے مستقل
367 ₂₄	11.2.2	دو متوازی تار کے مستقل
368 ₂₅	11.2.3	سطح مستوی ترسیلی تار
369 ₂₆	11.3	ترسیلی تار کے چند مثال
377 ₂₇	11.4	ترسیمی تجزیہ، سمتیہ نقشہ
384 ₂₈	11.4.1	سمتہ فراوانی نقشہ
386 ₂₉	11.5	تجرباتی نتائج پر مبنی چند مثال
389 ₃₀	11.6	تجزیہ عارضی حال

401 ₁₃₁	12	تقطیب موج
401 ₁₃₂	12.1	خطی، بیضوی اور دائری تقطیب
404 ₁₃₃	12.2	بیضوی یا دائری قطبی امواج کا پرنٹنگ سمتیہ
407 ₁₃₄	13	ترچھی آمد، انعکاس، انحراف اور انکسار
407 ₁₃₅	13.1	ترچھی آمد
418 ₁₃₆	13.2	ترسیم بائی گن
421 ₁₃₇	14	مویج اور گھمکیا
421 ₁₃₈	14.1	برقی دور، ترسیلی تار اور مویج کا موازنہ
422 ₁₃₉	14.2	دو لامحدود وسعت کے مستوی چادروں کے مویج میں عرضی برقی موج
428 ₁₄₀	14.3	کھوکھلا مستطیلی مویج
437 ₁₄₁	14.3.1	مستطیلی مویج کے میدان پر تفصیلی غور
444 ₁₄₂	14.4	مستطیلی مویج میں عرضی مقناطیسی TM_{mn} موج
448 ₁₄₃	14.5	کھوکھلی نالی مویج
455 ₁₄₄	14.6	انقطاعی تعدد سے کم تعدد پر تضعیف
457 ₁₄₅	14.7	انقطاعی تعدد سے بلند تعدد پر تضعیف
459 ₁₄₆	14.8	سطحی موج
464 ₁₄₇	14.9	ذو برق تختی مویج
467 ₁₄₈	14.10	شیش ریشہ
470 ₁₄₉	14.11	پردہ بصارت
472 ₁₅₀	14.12	گھمکی خلاء
475 ₁₅₁	14.13	میکس ویل مساوات کا عمومی حل

483 ⁵²	
483 ⁵³	15.1 تعارف
483 ⁵⁴	15.2 تاخیری دباؤ
485 ⁵⁵	15.3 تکمل
486 ⁵⁶	15.4 مختصر جفت قطبی اینٹینا
494 ⁵⁷	15.5 مختصر جفت قطب کا اخراجی مزاحمت
498 ⁵⁸	15.6 ٹھوس زاویہ
499 ⁵⁹	15.7 اخراجی رقبہ، سمتیت اور افزائش
506 ⁶⁰	15.8 قطاری ترتیب
506 ⁶¹	15.8.1 غیر سمتی، دو نقطہ منبع
507 ⁶²	15.8.2 ضرب نقش
508 ⁶³	15.8.3 ثنائی قطار
510 ⁶⁴	15.8.4 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار
512 ⁶⁵	15.8.5 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: چوڑائی جانب اخراجی قطار
512 ⁶⁶	15.8.6 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: لمبائی جانب اخراجی قطار
516 ⁶⁷	15.8.7 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: بدلنے زاویہ اخراجی اینٹینا
517 ⁶⁸	15.9 تداخل پیمہ
518 ⁶⁹	15.10 مسلسل خطی اینٹینا
519 ⁷⁰	15.11 مستطیل سطحی اینٹینا
522 ⁷¹	15.12 اخراجی سطح پر میدان اور دور میدان آپس کے فوریر بدل ہیں
522 ⁷²	15.13 خطی اینٹینا
527 ⁷³	15.14 چلتے موج اینٹینا
528 ⁷⁴	15.15 چھوٹا گھیرا اینٹینا
529 ⁷⁵	15.16 پیچ دار اینٹینا
531 ⁷⁶	15.17 دو طرفہ کردار
533 ⁷⁷	15.18 جھری اینٹینا
534 ⁷⁸	15.19 پیپا اینٹینا
536 ⁷⁹	15.20 فرانس ریڈار مساوات
539 ⁸⁰	15.21 ریڈیائی دوربین، اینٹینا کی حرارت اور تحلیلی کارکردگی
541 ⁸¹	15.22 حرارت نظام اور حرارت بعید

ترسیلی تار

ترسیلی تار ایک نقطے سے دوسرے نقطے تک توانائی اور اشارات منتقل کرتے ہیں۔ بالکل سادہ صورت میں ترسیلی تار منبع طاقت کو برقی بار کے ساتھ منسلک کرتا ہے۔ یہ **مرسل** (ٹرانسمیٹر)¹ اور لینڈینٹینا² یا پھر ڈیم میں نسب جزیر اور اس سے دور کسی شہر کا بار ہو سکتے ہیں۔

مستوی برقی و مقناطیسی امواج عرضی امواج ہیں۔ ترسیلی تار پر بھی عرضی امواج ہی پائی جاتی ہیں۔ ہم دیکھیں گے کہ اس مشابہت کی بنا پر برقی و مقناطیسی امواج کے لئے حاصل کردہ مساوات ترسیلی تار کے لئے بھی قابل استعمال ہوں گے البتہ ترسیلی نظام میں برقی اور مقناطیسی میدان کے بجائے عموماً برقی دباؤ اور برقی بہاؤ کی استعمال کئے جاتے ہیں۔ اسی طرح کثافت طاقت کی جگہ طاقت کی بات کی جاتی ہے۔

اس باب میں ترسیلی تجزیے پر خاص زور دیا جائے گا جو عرضی برقی و مقناطیسی مستوی امواج کے لئے بھی قابل استعمال ہوگا۔

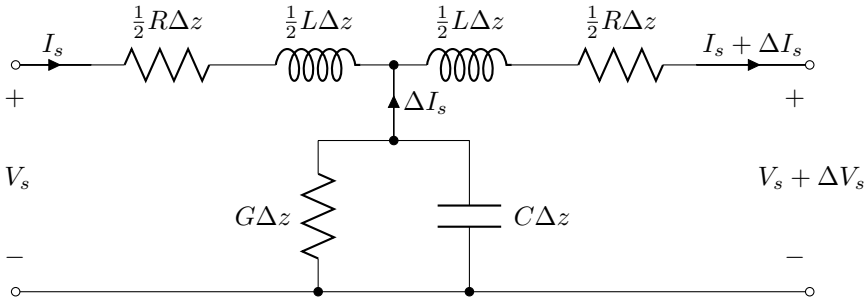
11.1 ترسیلی تار کے مساوات

ہم ترسیلی تار کی عمومی مساوات حاصل کرنے کی خاطر ہم محوری تار کو ذہن میں رکھ کر آگے چلتے ہیں۔ یہ تار z محور پر پڑی ہے۔ ہم محوری تار کے اندرونی اور بیرونی موصل تار بہتر موصلیت σ_c رکھتے ہیں۔ ان تاروں کے درمیان مادے کے مستقل μ, ϵ (عموماً μ_0) اور σ ہیں۔ ہم محوری تار کی جسامت اور اشارات کی تعداد جانتے ہوئے ہم اکائی لمبائی تار کے مستقل C, L, R اور G حاصل کر سکتے ہیں۔

یہاں بھی ہم موج کی حرکت a_z جانب تصور کرتے ہیں۔ یوں تار کے چھوٹی لمبائی Δz کی مزاحمت $R\Delta z$ ، امالہ $L\Delta z$ ، کپیسٹنس $C\Delta z$ اور البصالی $G\Delta z$ ہوں گے۔ شکل 11.1 میں ترسیلی تار کے اس چھوٹے لمبائی کو دکھایا گیا ہے۔ چونکہ تار کا یہ چھوٹا ٹکڑا دونوں اطراف سے بالکل ایک جیسے معلوم ہوتا ہے لہذا اس کے سلسلہ وار اجزاء کو آدھے آدھے ٹکڑوں میں کرتے ہوئے متوازی اجزاء کے دونوں طرف دکھایا گیا ہے۔ ہم متوازی اجزاء کو دو برابر ٹکڑوں میں کرتے ہوئے سلسلہ وار اجزاء کے دونوں جانب بھی جوڑ سکتے تھے۔

ہم فرض کرتے ہیں کہ شکل 11.1 میں بائیں طرف برقی دباؤ

$$V = V_0 \cos(\omega t - \beta z + \psi)$$



شکل 11.1: یکساں ترسیلی تار کا چھوٹا حصہ۔ متغیرات R ، L ، C اور G تار کی شکل اور مادوں پر منحصر ہیں۔

پائی جاتی ہے۔ یہ حرکت کرتے موج کی عمومی مساوات ہے۔ یولر مماثل استعمال کرتے ہوئے اس مساوات کو

$$V = \left[V_0 e^{j(\omega t - \beta z + \psi)} \right] \text{ حقیقی}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مساوات میں $e^{j\omega t}$ اور زیر نوشت میں حقیقی کو پوشیدہ رکھتے ہوئے دوری سمتیہ کی صورت میں یوں لکھا جاسکتا ہے

$$V_s = V_0 e^{j\psi} e^{-\beta z}$$

جہاں مساوات کے بائیں ہاتھ V_s لکھتے ہوئے زیر نوشت میں s یاد دلاتی ہے کہ یہ مساوات دوری سمتیہ کی شکل میں ہے۔

شکل 11.1 کے گرد گھومتے ہوئے کرچاف کے برقی دباؤ کے قانون سے

$$V_s = \left(\frac{R\Delta z}{2} + j \frac{\omega L\Delta z}{2} \right) I_s + \left(\frac{R\Delta z}{2} + j \frac{\omega L\Delta z}{2} \right) (I_s + \Delta I_s) + V_s + \Delta V_s$$

یا

$$\frac{\Delta V_s}{\Delta z} = - (R + j\omega L) I_s - \frac{1}{2} (R + j\omega L) \Delta I_s$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اگر Δz کو صفر کے قریب کر لیا جائے تب ΔI_s بھی صفر کے قریب تر ہوگا۔ یوں $0 \rightarrow \Delta z$ کی صورت میں اس مساوات کے آخری جزو کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں اسے

$$(11.1) \quad \frac{dV_s}{dz} = - (R + j\omega L) I_s$$

لکھا جاسکتا ہے۔

متوازی اجزاء پر برقی دباؤ

$$V_s - \left(\frac{R\Delta z}{2} + j \frac{\omega L\Delta z}{2} \right) I_s$$

ہے جسے استعمال کرتے ہوئے شکل کو دیکھ کر متوازی اجزاء میں تفرقی رو کے لئے

$$-\Delta I_s = \left[V_s - \left(\frac{R\Delta z}{2} + j \frac{\omega L\Delta z}{2} \right) I_s \right] (G\Delta z + j\omega C\Delta z)$$

یا

$$\frac{\Delta I_s}{\Delta z} = - (G + j\omega C) V_s + \frac{1}{2} (R + j\omega L) (G + j\omega C) I_s \Delta z$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اگر $\Delta z \rightarrow 0$ کیا جائے تب اس مساوات کے آخری جزو کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے اور یوں

$$(11.2) \quad \frac{dI_s}{dz} = - (G + j\omega C) V_s$$

حاصل ہوتا ہے۔

یہاں رک کر ذرہ برقی و مقناطیسی امواج کے مساوات کو دوبارہ پیش کرتے ہیں۔ میکس ویل کی مساوات

$$\nabla \times \mathbf{E}_s = -j\omega\mu\mathbf{H}_s$$

میں $\mathbf{H}_{ys} = H_{ys}\mathbf{a}_y$ اور $\mathbf{E}_s = E_{xs}\mathbf{a}_x$ سے

$$(11.3) \quad \frac{dE_{xs}}{dz} = -j\omega\mu H_{ys}$$

ملتا ہے اور اسی طرح

$$\nabla \times \mathbf{H}_s = (\sigma + j\omega\epsilon) \mathbf{E}_s$$

سے

$$(11.4) \quad \frac{dH_{ys}}{dz} = -(\sigma + j\omega\epsilon) E_{xs}$$

ملتا ہے۔

مساوات 11.2 کا مساوات 11.4 کے ساتھ موازنہ کریں۔ غور کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ پہلے مساوات میں I_s کی جگہ H_{ys} لکھنے اور اسی طرح G کی جگہ C کی جگہ ϵ اور V_s کی جگہ E_{xs} لکھتے ہوئے دوسری مساوات حاصل کی جاسکتی ہے۔ دونوں مساوات بہت قریبی مشابہت رکھتے ہیں۔

اسی طرح مساوات 11.1 اور مساوات 11.3 کو دیکھتے ہوئے یہی جوڑے یہاں بھی پائے جاتے ہیں، البتہ یہاں L اور μ کی جوڑی بھی پائی جاتی ہے۔ ہاں ظاہری طور پر R کی جوڑی موجود نہیں ہے۔ یوں ہم $j\omega\mu$ کی جوڑی $R + j\omega L$ لے سکتے ہیں۔

لا محدود یکساں مستوی امواج اور لا محدود لمبائی کی یکساں ترسیلی تار کے سرحدی شرائط ایک جیسے ہیں۔ دونوں میں سرحد پایابی نہیں جاتا لہذا ہم گزشتہ باب میں حاصل حل

$$E_{xs} = E_{x0}e^{-\gamma z}$$

کی طرز پر اب

$$(11.5) \quad V_s = V_0e^{-\gamma z}$$

بطور ترسیلی تار کے مساوات کا حل لکھ سکتے ہیں۔ یہ برقی دباؤ کے موج کی مساوات ہے۔ یہ موج مثبت z جانب حرکت کر رہی ہے اور $z = 0$ پر اس کا جیٹہ V_0 ہے۔ حرکی مستقل

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)}$$

اب

$$(11.6) \quad \gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

ہو جائے گا۔ طول موج اب بھی

$$(11.7) \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

ہوگا۔ موج کی رفتار اب بھی

$$(11.8) \quad v = \frac{\omega}{\beta}$$

3556

ہے۔

کامل ترسیلی تار طاقت ضائع نہیں کرتا۔ ایسی تار کے مستقل $R = G = 0$ ہوتے ہیں لہذا

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{LC}$$

اور

$$(11.9) \quad v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

3557

ہوں گے۔

اسی طرح مقناطیسی موج

$$H_{ys} = \frac{E_{x0}}{\eta} e^{-\gamma z}$$

سے

$$(11.10) \quad I_s = \frac{V_0}{Z_0} e^{-\gamma z}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ Z_0 کو

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}}$$

سے

$$(11.11) \quad Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

3558

لکھا جاسکتا ہے۔

خطہ-1 میں آمدی موج جب خطہ-2 کے سرحد سے ٹکراتی ہے تو اس کا کچھ حصہ بطور انعکاسی موج خطہ-1 میں واپس ہو جاتی ہے۔ اس انعکاسی موج اور آمدی موج کی شرح کو شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{E_{x0}^-}{E_{x0}^+} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

کہتے ہیں۔ اسی طرح اگر Z_{01} قدرتی رکاوٹ کی ترسیلی تار پر آمد موج Z_{02} قدرتی رکاوٹ کی ترسیلی تار میں داخل ہونا چاہے تو ان کے سرحد سے انعکاسی موج واپس ہوگی۔ ایسی انعکاسی موج اور آمدی موج کی شرح

$$(11.12) \quad \Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}}$$

ہوگی۔ انعکاسی شرح جتنے ہوئے شرح ساکن موج

$$(11.13) \quad s = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

لکھی جاسکتی ہے۔ آخر میں اگر $\eta_2 > 0$ ہو تب $\eta = -l$ اور E_{xs} اور H_{ys} کی شرح

$$\eta_{داخلی} = \eta_1 \frac{\eta_2 + j\eta_1 \tan \beta_1 l}{\eta_1 + j\eta_2 \tan \beta_1 l}$$

کو داخلی قدرتی رکاوٹ کہتے ہیں۔ اس سے $0 < Z_{02}$ کی صورت میں ترسیلی تار کے لئے $-l = V_{zs} I_s$ کی شرح، یعنی اس کی داخلی قدرتی رکاوٹ کو

$$(11.14) \quad Z_{داخلی} = Z_{01} \frac{Z_{02} + jZ_{01} \tan \beta_1 l}{Z_{01} + jZ_{02} \tan \beta_1 l}$$

لکھا جاسکتا ہے۔

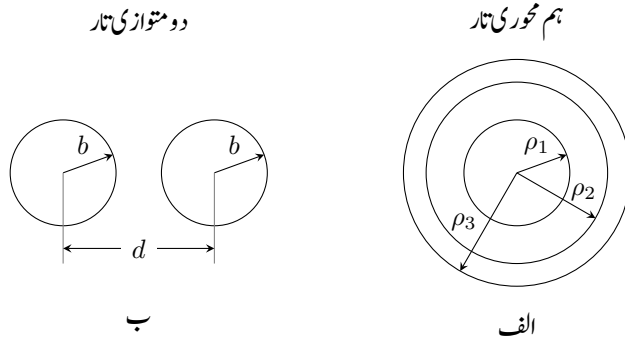
محدود لمبائی کے ترسیلی تار میں لمحہ $t = 0$ پر داخلی سرے سے اختتامی سرے کی جانب امواج روانہ ہوتی ہیں۔ ان امواج کا کچھ حصہ اختتامی سرے پر منبج بار سے انعکاس پذیر ہو کر واپس لوٹیں گی۔ اب تار میں آمدی موج کے ساتھ ساتھ انعکاسی امواج بھی پائی جائیں گی۔ انعکاسی موج ترسیلی تار کے داخلی سرے پر پہنچ کر یہاں سے منعکس ہوں گی۔ یوں تار میں اب اصل آمدی موج کے ساتھ ساتھ دومرتبہ انعکاس پذیر امواج بھی اختتامی جانب رواں ہوں گی۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ جلد ہی ترسیلی تار کے دونوں سروں سے بار بار منعکس، لامحدود تعداد کے امواج تار میں پائے جائیں گے۔ بجائے یہ کہ ہم تار میں ہر موج پر نظر رکھیں، ہم داخلی جانب سے اختتامی جانب رواں تمام امواج کے مجموعے کو آمدی موج تصور کرتے ہیں۔ اسی طرح اختتامی جانب سے داخلی جانب تمام امواج کے مجموعے کو انعکاسی موج تصور کیا جاتا ہے۔ ایسی ہی تصور کرتے ہوئے مساوات 11.14 حاصل کیا گیا ہے۔

مشق 11.1: ایک ترسیلی تار کے مستقل $R = 0.15 \frac{\Omega}{m}$ ، $L = 0.25 \frac{\mu H}{m}$ ، $G = 8 \frac{pF}{m}$ اور $C = 80$ ہیں۔ تعدد $\omega = 5 \times 10^8 \frac{rad}{s}$ پر β ، α اور v_0 حاصل کریں۔

$$55.9 / -0.029^\circ \Omega اور 2.23 \times 10^8 \frac{m}{s}, 2.81 m, 2.236 \frac{rad}{m}, 1.57 \frac{Np}{m}$$

11.2 ترسیلی تار کے مستقل

اس حصے میں مختلف اشکال کے ترسیلی تار کے مستقل یکجا کرتے ہیں۔ ان میں سے عموماً مستقل کو ہم پہلے حاصل کر چکے ہیں، بس انہیں ایک جگہ لکھنا باقی ہوگا۔ سب سے پہلے ہم محوری تار کے مستقل اکٹھے کرتے ہیں۔



شکل 11.2: ہم محوری ترسیلی تار اور دو متوازی ترسیلی تار۔

11.2.1 ہم محوری تار کے مستقل

شکل 11.2-الف میں ہم محوری تار دکھائی گئی ہے جس میں اندرونی تار کا رداس ρ_1 ہے۔ بیرونی تار کا اندرونی رداس ρ_2 اور اس کا بیرونی رداس ρ_3 ہیں۔ تاروں کے درمیان ذوبرق کے مستقل μ, ϵ اور σ ہیں۔ صفحہ 153 پر مساوات میں تار کی لمبائی $L = 1 \text{ m}$ پر کرنے سے اس کی فی میٹر کپیسٹنس

$$(11.15) \quad C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

حاصل ہوتی ہے جبکہ فی میٹر امالہ صفحہ 272 پر مساوات 8.67 دیتا ہے۔

$$(11.16) \quad L_{\text{بیرونی}} = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

یہ تار کی بیرونی امالہ ہے۔ بلند تعدد پر تار میں برقی روصرف گہرائی جلد تک محدود رہتی ہے لہذا ایسی صورت میں تار کے اندر نہایت کم مقناطیسی بہاوپایا جاتا ہے اوریوں اس کی اندرونی امالہ قابل نظر انداز ہوتی ہے۔ کسی بھی ترسیلی تار کے لئے

$$(11.17) \quad L_{\text{بیرونی}} C = \mu\epsilon$$

درست ثابت ہوتا ہے۔ یوں دونوں ہم محوری تاروں کے درمیان میں بھری ذوبرق کا ϵ اور فی میٹر تار کی کپیسٹنس جانتے ہوئے اندرونی امالہ اس مساوات سے حاصل کی جاسکتی ہے۔

کم تعدد پر تار کی اندرونی امالہ کو نظر انداز نہیں کیا جاسکتا۔ ایسی صورت میں مساوات 8.71

$$(11.18) \quad L = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{\mu}{8\pi} + \frac{\mu}{2\pi (\rho_3^2 - \rho_2^2)^2} \left(\rho_3^4 \ln \frac{\rho_3}{\rho_2} - \frac{\rho_2^4}{4} - \frac{3\rho_3^4}{4} + \rho_2^2 \rho_3^2 \right)$$

میں دی گئی فی میٹر تار کی امالہ استعمال کی جائے گی۔ یاد رہے کہ یہ امالہ حاصل کرتے ہوئے فرض کیا گیا تھا کہ برقی رویکساں موصل تار میں گزرتی ہے۔ اب ہم چاہتے ہیں کہ بلند تعدد پر روصرف گہرائی جلد تک محدود رہتی ہے لہذا کم تعدد پر ہی اس امالہ کو استعمال کیا جاسکتا ہے۔

آئیں ایسی تعدد پر بھی صورت حال دیکھیں جب اندرونی امالہ کی قیمت قابل نظر انداز نہ ہو لیکن گہرائی جلد کے اثر کو بھی نظر انداز نہیں کیا جاسکتا۔ گہرائی جلد کے اثر کی وجہ سے مساوات 11.18 قابل قبول نہیں ہوگی۔ اب فرض کرتے ہیں کہ گہرائی جلد δ اندرونی تار کے رداس ρ_1 سے بہت کم ہے۔ یوں اندرونی تار کے بیرونی

باریک تہہ میں برقی رو پائی جائے گی۔ برقی رو a_z سمت میں ہے اور چونکہ $J_s = \sigma_c E_s$ ہوتا ہے لہذا تار کی سطح پر E_s کا مماثل جزو بھی a_x سمت میں ہوگا۔ موصل تار کی موصلیت کو یہاں σ_c لکھا گیا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت تار کی سطح پر

$$H_{\phi s} = \frac{I_s}{2\pi\rho_1} \quad (11.19)$$

ہوگی۔ اب تار کی سطح پر E_{zs} اور H_{ys} کی شرح، مستوی برقی و مقناطیسی موج کی قدرتی رکاوٹ ہوگی۔ اگرچہ ہم نکلی اشکال کی بات کر رہے ہیں لیکن $\rho_1 \ll \delta$ کی بنا پر برقی رو گزارتے باریک تہہ کو دو موٹائی اور $2\pi\rho_1$ چوڑائی کا موصل تصور کیا جاسکتا ہے۔ یوں صفحہ 337 پر مساوات 10.66 سے

$$\left|_{\rho_1} \frac{E_{zs}}{H_{ys}} = \frac{1+j}{\sigma_c \delta}\right.$$

لکھا جاسکتا ہے جس میں مساوات 11.19 پر کرنے سے

$$\left. \frac{E_{zs}}{I_s} \right|_{\rho_1} = \frac{1+j}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ چونکہ E_{zs} دراصل فی میٹر برقی دباؤ ہے لہذا مندرجہ بالا شرح فی میٹر قدرتی رکاوٹ

$$Z = \left. \frac{E_{zs}}{I_s} \right|_{\rho_1} = R + j\omega L = \frac{1}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c} + j \frac{1}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c} \quad (11.20)$$

کے برابر ہے۔ یہ امالہ تار کی اندرونی امالہ ہے جو تار کے موصلیت σ_c پر منحصر ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کامل موصل کی صورت میں قدرتی رکاوٹ صفر ہوگی۔ یوں اندرونی تار کی اندرونی امالہ

$$L_{\rho_1, \text{اندرونی}} = \frac{1}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c\omega}$$

ہوگی۔ صفحہ 335 پر مساوات 10.63 کو $\sigma_c = \frac{1}{\pi f \mu \delta^2}$ لکھتے ہوئے اس میں پر کرنے سے

$$L_{\rho_1, \text{اندرونی}} = \frac{\mu\delta}{4\pi\rho_1} \quad (\delta \ll \rho_1) \quad (11.21)$$

حاصل ہوتا ہے۔ اسی طریقہ کار سے بیرونی تار کے لئے

$$L_{\rho_2, \text{اندرونی}} = \frac{\mu\delta}{4\pi\rho_2} \quad (\delta \ll \rho_3 - \rho_2) \quad (11.22)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یوں بلند تعدد پر ہم محوری تار کی کل امالہ

$$L_{\text{بلند تعدد}} = \frac{\mu}{2\pi} \left[\ln \frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{\sigma_c}{2} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \right] \quad (\delta \ll \rho_1, \delta \ll \rho_3 - \rho_2) \quad (11.23)$$

ہوگا۔ مساوات 11.20 بلند تعدد پر قدرتی رکاوٹ کا مزاحمتی حصہ یعنی فی میٹر مزاحمت بھی دیتا ہے جس سے اندرونی اور بیرونی تاروں کا سلسلہ وار مجموعہ

$$R = \frac{1}{2\pi\delta\sigma_c} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \quad (\delta \ll \rho_1, \delta \ll \rho_3 - \rho_2) \quad (11.24)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مزاحمت کے ساتھ شعاعی اخراج سے پیدا مزاحمتی جزو بھی شامل کیا جاسکتا ہے۔ **بے پردہ** تار یا ہم محوری تار کے کھلے سر سے شعاعی اخراج ہوتا ہے۔

ایسی تعدد جس پر گہرائی جلد کی قیمت رد اس سے بہت کم نہ ہو حل کرتے ہوئے⁴ استعمال ہوتے ہیں۔ یہاں انہیں حل نہیں کیا جائے گا۔

3580

قدرتی رکاوٹ کو عموماً بیرونی امالہ اور کپیسٹنس کی صورت میں

$$(11.25) \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

3581

لکھا جاتا ہے۔

اندرونی اور بیرونی تار کے مابین ذوبرق میں سے گزرتی ایک سمتی برقی رد $I = GV$ سے حاصل ہوتی ہے۔ اندرونی تار پر ρ_L اور بیرونی تار پر ρ_L - کثافت لکیری چارج تصور کرتے ہوئے تاروں کے مابین برقی دباؤ صفحہ 102 پر مساوات 4.18

$$V = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

دیتی ہے۔ تاروں کے درمیان ذوبرق میں میدان مساوات 4.17

$$E_\rho = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon\rho}$$

دیتی ہے۔ ذوبرق کی موصلیت σ لکھتے ہوئے، صفحہ 130 پر اوہم کے قانون کی نقطہ شکل یعنی مساوات 5.11 کی مدد سے یوں رد اس ρ پر کثافت برقی رو

$$J_\rho = \sigma E_\rho = \frac{\sigma\rho_L}{2\pi\epsilon\rho}$$

لکھی جائے گی۔ اندرونی تار کے گرد رد اس ρ پر L لمبائی کی تنکی سطح کا رقبہ $2\pi\rho L$ ہوگا۔ ایسی اکائی لمبائی کی سطح کے رقبہ $2\pi\rho$ سے کل

$$I = J_\rho 2\pi\rho = \frac{\sigma\rho_L}{\epsilon}$$

برقی رو گزرے گی۔ یوں

$$(11.26) \quad G = \frac{I}{V} = \frac{2\pi\sigma}{\ln \frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

3582

حاصل ہوتا ہے۔

یہاں G کی قیمت C کے قیمت سے حاصل کرنا دیکھتے ہیں۔ ایک تار سے دوسرے تار تک E کی لکیری تکمیل سے برقی دباؤ V حاصل ہوتا ہے۔ صفحہ 135 پر مساوات 5.18 کے تحت کسی بھی موصل پر سطحی کثافت چارج، سطح کے عمودی برقی بہاؤ کے برابر ہوتی ہے، یعنی عمودی $\rho_S = D$ ۔ یوں تار پر کل چارج

$$Q = \int_S \rho_S dS = \epsilon \int_S E_{\text{عمودی}} dS$$

لکھی جاسکتی ہے جہاں S تار کا سطحی رقبہ ہے اور $D = \epsilon E$ لکھا گیا۔ یوں

$$(11.27) \quad C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon \int_S E_{\text{عمودی}} dS}{V}$$

ہوگا۔ اب موصل کے سطح پر عمودی E جانتے ہوئے یہاں کثافت برقی رو عمودی $J = \sigma E$ لکھی جاسکتی ہے لہذا تار کے سطح سے خارج کل برقی رو

$$I = \sigma \int_S E_{\text{عمودی}} dS$$

ہوگی۔ یوں دو تاروں کے مابین ایصالیت

$$(11.28) \quad G = \frac{I}{V} = \frac{\sigma \int_S E_{\text{عمودی}} dS}{V}$$

ہوگی۔ مساوات 11.27 اور مساوات 11.28 کو دیکھ کر

$$(11.29) \quad G = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

لکھا جاسکتا ہے جو کسی بھی ترسیلی تار کے لئے درست ہے

3583

مشق 11.2: ایک ہم محوری تار جس کے $\rho_1 = 1 \text{ mm}$ اور $\rho_2 = 3.82 \times 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ ہیں کے ذہن کے مستقل $\mu_{R^4} = 1$ ، $\epsilon_R = 2.25$ اور $\frac{\mu_S}{\text{m}} = 10$ ہیں۔ اس کافی میٹر کیپیسٹنس، بیرونی اور اندرونی امالہ حاصل کریں۔ ترسیلی تار کے α ، β اور Z_0 بھی حاصل کریں۔

3585

جوابات: $0.1 \frac{\text{nF}}{\text{m}}$ ، $0.25 \frac{\text{uH}}{\text{m}}$ ، $1.29 \frac{\text{nH}}{\text{m}}$ ، $0.014 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$ ، $15.1 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ اور $50/0.055^\circ \Omega$

3586

3587

11.2.2 دو متوازی تار کے مستقل

3588

شکل 11.2-ب میں دو متوازی ترسیلی تار دکھائی گئی ہے۔ تار کا رداس b ، تاروں کے مابین فاصلہ d جبکہ تار کی موصلیت σ_c ہے۔ تاروں کے گرد ذہن کے مستقل ϵ ، μ اور σ ہیں۔ اس تار کی کیپیسٹنس صفحہ 159 پر مساوات 5.75 کی نصف ہوگی۔ اس کی وجہ وہ ہیں پر مساوات کے نیچے سمجھائی گئی ہے۔ یوں فی میٹر تار کی کیپیسٹنس

$$(11.30) \quad C = \frac{\pi \epsilon}{\cosh^{-1} \frac{d}{2b}}$$

ہوگی۔ اگر $d \ll b$ ہو تب مساوات 5.76 سے

$$C = \frac{\pi \epsilon}{\ln \frac{d}{b}} \quad (b \ll d)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ مساوات 11.17 سے تار کی فی میٹر بیرونی امالہ

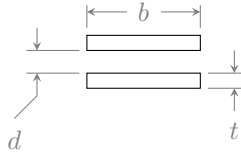
$$L_{\text{بیرونی}} = \frac{\mu}{\pi} \cosh^{-1} \frac{d}{2b}$$

یا

$$L_{\text{بیرونی}} = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{d}{b} \quad (b \ll d)$$

لکھی جاسکتی ہے جبکہ بلند تعدد پر فی میٹر کل امالہ

$$(11.31) \quad L_{\text{بلند تعدد}} = \frac{\mu}{\pi} \left(\frac{\delta}{2b} + \cosh^{-1} \frac{d}{2b} \right) \quad (\delta \ll b)$$



شکل 11.3: سطح مستوی ترسیلی تار۔

ہے۔ تار کی بیرونی δ تہہ برقی رو گزارتی ہے۔ اس تہہ کا رقبہ عمودی تراش $S = 2\pi b\delta$ ہے لہذا فی میٹر مزاحمت

$$(11.32) \quad R = \frac{l}{\sigma_c S} = \frac{1}{\pi b \delta \sigma_c}$$

ہوگی جہاں دونوں تاروں کی مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔ مساوات 11.29 سے فی میٹر تار کی ایصالیت

$$(11.33) \quad G = \frac{\pi \sigma}{\cosh^{-1} \frac{d}{2b}}$$

حاصل ہوتی ہے۔

بیرونی امالہ اور کپیسٹنس استعمال کرتے ہوئے قدرتی مزاحمت

$$(11.34) \quad Z_0 = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cosh^{-1} \frac{d}{2b}$$

حاصل ہوتا ہے۔

11.2.3 سطح مستوی ترسیلی تار

شکل 11.3 میں **سطح مستوی ترسیلی تار**⁵ دکھایا گیا ہے جس میں b چوڑائی اور t موٹائی کے دو متوازی موصل چادر دکھائے گئے ہیں جن کے مابین فاصلہ d ہے۔ موصل چادر کی موصلیت σ_c جبکہ ارد گرد کے ذوبرق کے مستقل μ, ϵ اور σ ہیں۔

اگر $d \gg b$ ہو تب ان چادروں کی فی میٹر کپیسٹنس

$$(11.35) \quad C = \frac{\epsilon \text{ رقبہ}}{\text{فاصلہ}} = \frac{\epsilon b}{d}$$

ہوگی۔ یوں مساوات 11.17 سے فی میٹر بیرونی امالہ

$$(11.36) \quad L_{\text{بیرونی}} = \frac{\mu \epsilon}{C} = \frac{\mu d}{b}$$

ہوگی۔ امید کی جاتی ہے کہ آپ گہرائی جلد استعمال کرتے ہوئے اندرونی امالہ حاصل کر سکتے ہیں۔ یوں کل امالہ

$$(11.37) \quad L = \frac{\mu d}{b} + \frac{2}{\sigma_c \delta b w} = \frac{\mu}{b} (d + \delta) \quad (\delta \ll t)$$

ہوگی جہاں گہرائی جلد کو چادر کی موٹائی سے بہت کم تصور کیا گیا ہے۔

3594

بلند تعدد پر برقی رو چادروں کے آمنے سامنے سطحوں پر گہرائی جلد تک محدود ہوگی۔ یوں برقی رورقبہ $b\delta$ سے گزرے گی جس سے ایک تار کے اکائی لمبائی کی مزاحمت $\frac{1}{\sigma_c b \delta}$ حاصل ہوتی ہے۔ یوں اکائی لمبی تار کے دونوں حصوں کی سلسلہ وار جڑی کل مزاحمت

$$(11.38) \quad R = \frac{2}{\sigma_c b \delta} \quad (\delta \ll t)$$

3595

ہوگی۔

مساوات 11.29 سے

$$(11.39) \quad G = \frac{\sigma b}{d}$$

3596

لکھی جاسکتی ہے۔

ان معلومات سے سطح مستوی ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ

$$(11.40) \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon} \frac{d}{b}}$$

3597

لکھی جاسکتی ہے۔

مثق 11.3: مندرجہ بالا تینوں اقسام کے ترسیلی تار 400 MHz پر کام کر رہے ہیں۔ ان میں طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کرتے ہوئے تمام کے لئے Γ اور λ حاصل کریں۔ ہم محوری تار کا $\rho_1 = 0.5 \text{ mm}$ ، $\rho_2 = 2.8 \text{ mm}$ ، $\mu_R = 1$ اور $\epsilon_R = 3.1$ ہیں۔ متوازی تار کے $d = 9 \text{ mm}$ ، $b = 0.5 \text{ mm}$ اور $\epsilon_R = 2.2$ ہیں۔ مستوی سطح کے $\epsilon_R = 5$ اور $\mu_R = 1$ ہیں۔

3600

3601

جوابات: $0.816, 50.6 \text{ cm}$ ، $-0.215, 33.5 \text{ cm}$ ، $0.26, 42.6 \text{ cm}$

3602

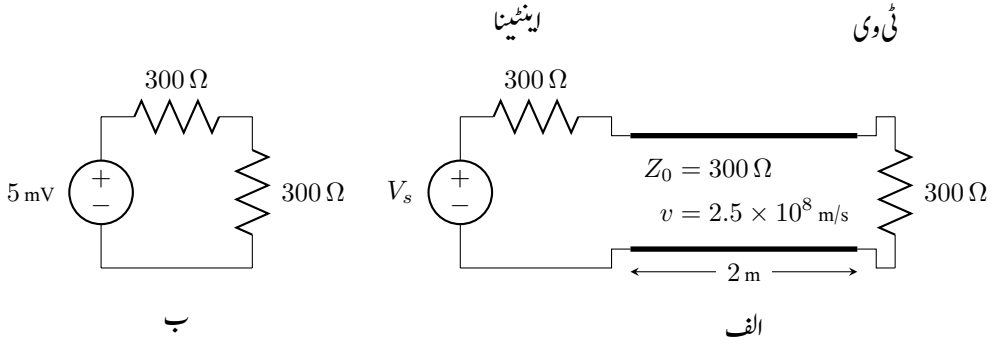
11.3 ترسیلی تار کے چند مثال

3603

اس حصے میں گزشتہ حصوں کے نتائج استعمال کرتے ہوئے چند مثال کرتے ہیں۔ یہاں تمام ترسیلی تاروں کو بے ضیاع تار تصور کیا جائے گا۔

3604

شروع دو متوازی ترسیلی تار سے کرتے ہیں جس کی قدرتی رکاوٹ 300Ω ہے۔ ایسی تار **ٹی وی** کے اینٹینا اور ٹی وی کے مابین لگائی جاتی ہے۔ شکل 11.4 الف میں اس طرح جڑے ترسیلی نظام کو دکھایا گیا ہے۔ اینٹینا کا تھونن⁷ مساوی دور استعمال کیا گیا ہے جو ایک عدد منبع برقی دباؤ V_s اور اس کے ساتھ سلسلہ وار جڑی 300Ω کی مزاحمت پر مشتمل ہے۔ ترسیلی تار ٹی وی کے برقیاتی دور کے بالکل شروع میں نسب ابتدائی ایمپلی فائر سے جڑتی ہے جس کا داخلی مزاحمت 300Ω ہے۔ ٹی وی کو



شکل 11.4: ترسیلی تار اینٹینا کو ٹی وی سے جوڑ رہی ہے۔

اسی مزاحمت سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس مثال میں ٹی وی بطور برقی بار کردار ادا کرتا ہے۔ ٹی وی اسٹیشن سے خارج 100 MHz کے برقی و مقناطیسی امواج اس اینٹینا میں 5mV کا اشارہ پیدا کرتی ہیں۔ ترسیلی تار کے مستقل ایسے ہیں کہ اس میں اشارات کی رفتار $2.5 \times 10^8 \text{ m/s}$ ہے۔

چونکہ برقی بارکی مزاحمت اور ترسیلی تار کی قدرتی مزاحمت برابر ہیں لہذا ترسیلی تار اور برقی بار ہمہ رکاوٹ ہیں۔ یوں برقی بار پر انعکاس نہیں پایا جائے گا لہذا شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{300 - 300}{300 + 300} = 0$$

صفر اور شرح ساکن موج

$$s = \frac{1 - |\Gamma|}{1 + |\Gamma|} = \frac{1 - 0}{1 + 0} = 1$$

ایک کے برابر ہوں گے۔ اشارے کے تعدد پر ترسیلی تار میں طول موج

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2.5 \times 10^8}{100 \times 10^6} = 2.5 \text{ m}$$

اور زاویائی مستقل

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2.5} = 0.8\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

ہیں۔ ترسیلی تار کی برقی لمبائی

$$\beta l = 0.8\pi \times 2 = 1.6\pi \text{ rad}$$

یا 288° ہے جسے 0.8 طول موج بھی کہا جاتا ہے۔

شکل 11.4-ب میں داخلی جانب کا صورت حال دکھایا گیا ہے۔ داخلی جانب چونکہ اینٹینا کی مزاحمت 300 Ohm ہے اور ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ بھی 300 Ohm ہے لہذا اینٹینا اور ترسیلی تار ہمہ رکاوٹ ہیں۔ اینٹینا میں پیدا 5mV کا اشارہ ترسیلی تار کے قدرتی رکاوٹ پر

$$\frac{5 \times 10^{-3} \times 300}{300 + 300} = 2.5 \text{ mV}$$

پیدا کرے گا۔ لینڈینا اور ترسیلی تار ہمہ رکاوٹ ہیں لہذا منبع طاقت V_s ترسیلی تار میں زیادہ سے زیادہ طاقت بھیجے گا۔ ترسیلی تار کے داخلی جانب پیدا 2.5 mV کا اشارہ تار میں سے گزرتے ہوئے برقی بار تک پہنچے گا البتہ یہ داخلی اشارے سے 1.6π ریڈین پیچھے ہو گا۔ یوں اگر ترسیلی تار کا داخلی اشارہ

$$V_{\text{داخلی}} = 2.5 \cos 2\pi 10^8 t \quad \text{mV}$$

ہو تب برقی بار پر اشارہ

$$V_{\text{د}} = 2.5 \cos(2\pi 10^8 t - 1.6\pi) \quad \text{mV}$$

ہو گا۔ داخلی برقی رو

$$I_{\text{داخلی}} = \frac{V_{\text{داخلی}}}{300} = 8.33 \cos 2\pi 10^8 t \quad \mu\text{A}$$

اور برقی بار پر برقی رو

$$I_{\text{د}} = \frac{V_{\text{داخلی}}}{300} = 8.33 \cos(2\pi 10^8 t - 1.6\pi) \quad \mu\text{A}$$

ہوں گے۔ چونکہ ترسیلی تار بے ضیاع تار ہے لہذا جو طاقت اسے داخلی جانب فراہم کی جاتی ہے وہی طاقت خارجی جانب برقی بار کو مہیا کر دی جاتی ہے۔

$$P_{\text{داخلی}} = P_{\text{د}} = V_{\text{موثر}} I_{\text{موثر}} = \frac{2.5 \times 10^{-3}}{\sqrt{2}} \times \frac{8.33 \times 10^{-6}}{\sqrt{2}} = 10.41 \text{ nW}$$

مزاحمتی بار کی طاقت کا حساب لگاتے وقت یاد رہے کہ $P = VI$ میں برقی دباؤ اور برقی رو کے موثر⁸ قیمتیں استعمال کی جاتی ہیں۔ سائن نما موج کی موثر قیمت موج کی چوٹی تقسیم $\sqrt{2}$ کے برابر ہوتی ہے۔

3612

اب پہلے ٹی وی کے متوازی دوسرائی وی نسب کرنے کے اثرات پر غور کرتے ہیں۔ دوسرے ٹی وی کا داخلی مزاحمت بھی 300Ω ہے۔ یوں اب ترسیلی تار کے خارجی جانب کل 150Ω کا بار پایا جاتا ہے۔ اس طرح شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{150 - 300}{150 + 300} = -\frac{1}{3}$$

یا

$$\Gamma = \frac{1}{3} \angle \pi \quad (11.41)$$

حاصل ہوتی ہے اور شرح ساکن موج

$$s = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 2$$

ہوں گے۔ ترسیلی تار کی داخلی مزاحمت اب 300Ω کے بجائے

$$\begin{aligned} Z_{\text{داخلی}} &= Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} = 300 \frac{150 + j300 \tan 288^\circ}{300 + j150 \tan 288^\circ} \\ &= 509.7 \angle -23.79^\circ = 466.39 - j205.6 \quad \Omega \end{aligned}$$

ہوگی جو کپیسٹر کی خاصیت رکھتی ہے۔ کپیسٹر کی خاصیت کا مطلب یہ ہے کہ ترسیلی تار کے برقی میدان میں مقناطیسی میدان سے زیادہ توانائی ذخیرہ ہے۔ داخلی رو

$$I_{s, \text{داخلی}} = \frac{0.005}{300 + 466.39 - j205.6} = 6.3013 / 15.017^\circ \mu\text{A}$$

ہے اور یوں ترسیلی تار کو داخلی جانب

$$P_{\text{داخلی}} = \frac{1}{2} (6.3013 \times 10^{-6})^2 \times 466.39 = 9.2593 \text{ nW}$$

قت فراہم کی جارہی ہے۔ بے ضیاع تار تمام کی تمام طاقت خارجی جانب منتقل کرے گا لہذا 150Ω کے بار کو 9.2593 nW حاصل ہوگا جو گزشتہ جواب یعنی 10.41 nW سے قدر کم ہے۔ یہ کمی انعکاس کی وجہ سے پیدا ہوئی۔ کہانی یہاں ختم نہیں ہوتی۔ یہ طاقت دونوں ٹی وی میں برابر تقسیم ہوگا لہذا ہر ٹی وی کو صرف 4.6297 nW طاقت مہیا ہوگا۔ چونکہ ایک ٹی وی 300Ω مزاحمت رکھتا ہے لہذا ٹی وی پر پیدا برقی دباؤ

$$4.6297 \times 10^{-9} = \frac{|V_{s, \text{بار}}|^2}{2 \times 300}$$

یعنی

$$|V_{s, \text{بار}}| = 1.66667 \text{ mV}$$

ہوگا۔ یہ قیمت 2.5 mV سے بہت کم ہے جو اکیلے ٹی وی پر پیدا ہوتی ہے۔

3613

آئیں ترسیلی تار پر برقی دباؤ کی چوٹی، نشیب اور ان کے مقامات کے علاوہ دیگر معلومات بھی حاصل کریں۔ اگر ہم برقی دباؤ کے معلومات حاصل کر سکیں تو ظاہر ہے کہ برقی رو کے معلومات بھی حاصل کر پائیں گے۔ گزشتہ باب میں مستوی امواج کے لئے یہی معلومات حاصل کی گئیں تھیں۔ وہاں استعمال کئے گئے ترکیب یہاں بھی کارآمد ثابت ہوں گے۔ برقی دباؤ موج کے چوٹی کے مقامات مساوات 10.88

$$-\beta_1 z_{\text{بلندتر}} = \frac{\phi}{2} + n\pi \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

دیتا ہے۔ اس میں $\phi = \pi$ اور $\beta = 0.8\pi$ پر کرنے سے

$$\begin{aligned} z_{\text{بلندتر}} &= \frac{1}{-0.8\pi} \left(\frac{\pi}{2} + n\pi \right) \\ &= -1.25 \left(\frac{1}{2} + n \right) \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جس میں $n = 0$ اور $n = 1$ پر کرنے سے

$$z_{\text{بلندتر}} = -0.625 \text{ m} \quad \text{اور} \quad -1.875 \text{ m}$$

حاصل ہوتے ہیں جو درست جوابات ہیں۔ اگر $n = 2$ پر کیا جائے تو -3.125 m بلندتر حاصل ہوتا ہے جبکہ تار کی کل لمبائی صرف دو میٹر ہے لہذا اس جواب کو رد کیا جاتا ہے۔ اسی طرح $n = -1$ پر کرنے سے 0.625 m بلندتر حاصل ہوتا ہے جبکہ تار منفی z محدود پر پائی جاتی ہے لہذا اس جواب کو بھی رد کیا جاتا ہے۔

3616

موج کے چوٹی سے $\frac{\lambda}{4}$ فاصلے پر نشیب پائے جاتے ہیں، لہذا ان کے مقامات

$$z_{\text{سمتہ}} = 0 \text{ m} \quad \text{اور} \quad -1.25 \text{ m}$$

ہوں گے۔ آپ نے دیکھا کہ سرحد پر برقی دباؤ کا نشیب پایا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہو گا کہ حقیقی Z_0 اور Z_L کی صورت میں اگر $Z_0 < Z_L$ ہو تب سرحد پر مہرج کا نشیب ہی پایا جاتا ہے۔

3618

چونکہ سرحد پر موج کا نشیب ہے اور ہم جانتے ہیں کہ ٹی وی پر 1.66 mV ہے لہذا دباؤ کی کتر قیمت یہی ہے اور $s = 2$ سے دباؤ کی چوٹی اس کے دگنا یعنی 3.32 mV حاصل ہوتی ہے۔ ترسیلی تار کے داخلی سرے پر برقی دباؤ

$$V_{s, \text{داخلی}} = I_{s, \text{داخلی}} Z_{\text{داخلی}} = \left(6.3013 \times 10^{-6} / 15.017^\circ \right) (509.7 / -23.79^\circ) = 0.00321175 / -8.77^\circ$$

ہو گی جو تقریباً موج کے چوٹی کے برابر ہے۔ ایسا اس لئے ہے کہ سرحد سے $\frac{\lambda}{4}$ فاصلے پر چوٹی پائی جاتی ہے جس سے ہر 0.5λ فاصلے پر چوٹی ہو گی لہذا سرحد سے $\frac{3\lambda}{4}$ فاصلے پر بھی چوٹی متوقع ہے جو تار کے داخلی سرے کے بہت قریب نقطہ ہے۔ آپ ترسیلی تار کی داخلی برقی دباؤ یوں

$$V_{s, \text{داخلی}} = \frac{Z_{\text{داخلی}} V_s}{Z_{\text{داخلی}} + 300} = \frac{(466.39 - j205.6) \times 0.005}{466.39 - j205.6 + 300} = 0.00321175 / -8.77^\circ$$

3619

بھی حاصل کر سکتے ہیں۔

آخر میں داخلی برقی دباؤ اور بار پر برقی دباؤ کا زاویائی تعلق دیکھتے ہیں۔ اگرچہ ہم دونوں برقی دباؤ کے قیمتیں حاصل کر چکے ہیں، ان کے زاویائی معلومات ابھی تک نہیں حاصل کی گئیں۔ مساوات 10.87 کی مدد سے تار پر کسی بھی نقطے پر برقی دباؤ

$$V_s = \left(e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z} \right) V_0^+$$

لکھا جاسکتا ہے۔ چونکہ ہمیں تار کے داخلی سرے پر دباؤ معلوم ہے لہذا اس میں $z = -l$ پر کرنے سے

$$V_{s, \text{داخلی}} = \left(e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l} \right) V_0^+$$

حاصل ہوتا ہے جسے V_0^+ کے لئے حل کرتے ہیں

$$V_0^+ = \frac{V_{s, \text{داخلی}}}{e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}} = \frac{0.00321175 / -8.77^\circ}{e^{j1.6\pi} - \frac{1}{3} e^{-j1.6\pi}} = 0.0025 / -72^\circ$$

اور یوں بار یعنی $z = 0$ پر برقی دباؤ حاصل کی جاسکتی ہے

$$V_{s, \text{بار}} = (1 + \Gamma) V_0^+ = 0.001666 / -72^\circ = 0.001666 / -288^\circ$$

یہاں حاصل جواب کی حتمی قیمت اور کچھ دیر پہلے حاصل کی گئی بار پر برقی دباؤ کی حتمی قیمت برابر ہیں۔ تار کے داخلی سرے پر دباؤ کا زاویہ -8.77° جبکہ تار کے خلا رجی سرے پر دباؤ کا زاویہ 72° ہے۔ یوں ان کے مابین فرق 80.77° یعنی 279.23° ہے۔ انعکاسی موج کی عدم موجودگی میں یہ فرق 288° یعنی تار کی زاویائی لمبائی جتنا ہوتا ہے۔

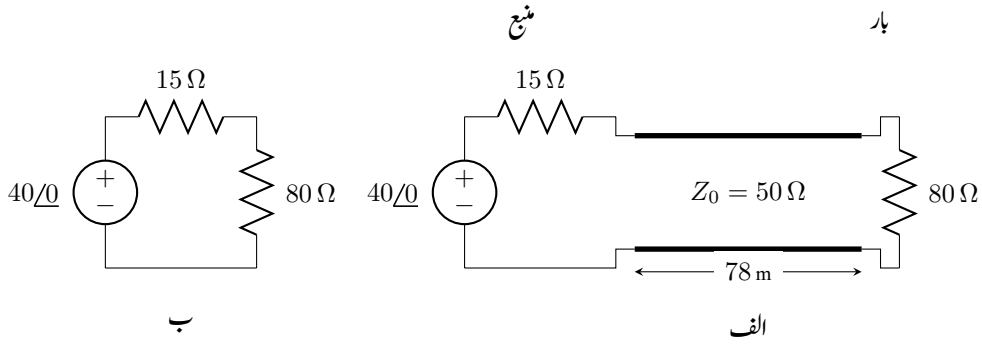
3622

آخری مثال کے طور پر ہم اس ترسیلی تار کے خارجی سرے پر صرف کپیسیٹر $Z_L = -j300 \Omega$ نسب کر کے دیکھتے ہیں۔ کپیسیٹر میں توانائی ضائع نہیں ہوتی۔ یہ حقیقت شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{-j300 - 300}{-j300 + 300} = -j = 1 / -90^\circ$$

سے صاف ظاہر ہے جو انعکاسی موج کا حیظ آمدی موج کے برابر دیتا ہے۔ شرح ساکن موج یوں

$$s = \frac{1 + |-j|}{1 - |-j|} = \infty$$



شکل 11.5: بار بردار ترسیلی تار۔

ہوگا جس سے موج کا نشیب عین صفر کے برابر حاصل ہوتا ہے۔ ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ

$$Z_{\text{داخلی}} = 300 \frac{-j300 + j300 \tan 288^\circ}{300 + j(-j300) \tan 288^\circ} = j589$$

ہوگی جو خیالی عدد ہے لہذا اسے اوسط طاقت فراہم نہیں کی جاسکتی۔

ترسیلی تار کے مسائل ترسیلی طریقے سے نہایت خوش اسلوبی سے حل ہوتے ہیں۔ ان میں **سمتھ نقشہ**⁹ زیادہ اہم ہے۔ اگلے حصے میں اسی پر غور کیا جائے گا۔

3623

3625

مثال 11.1: شکل 11.5-الف میں 78 m لمبی بے ضیاع ترسیلی تار دکھائی گئی ہے جو $Z_L = 80 \Omega$ بار کو طاقت فراہم کر رہی ہے۔ ترسیلی تار کو منبع $40 \angle 0^\circ$ برقی دباؤ فراہم کر رہی ہے۔ منبع کی خارجی مزاحمت 15Ω ہے جبکہ ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 50 \Omega$ اور اس میں موج کی رفتار $2 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ہے۔ مندرجہ ذیل صورتوں میں بار پر برقی دباؤ V_L حاصل کریں۔ (الف) منبع کی تعدد 500 kHz ہے۔ (ب) منبع کی تعدد 50 Hz ہے۔

3628

حل: (الف) ترسیلی تار میں 500 kHz تعدد پر طول موج اور β مندرجہ ذیل ہیں۔

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2 \times 10^8}{500000} = 400 \text{ m}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{400} = \frac{\pi}{200} \text{ rad/m}$$

اس تعدد پر ترسیلی تار کی لمبائی، طول موج کے 19.5% ہے۔ ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ

$$\begin{aligned} Z_{\text{داخلی}} &= 50 \frac{80 + j50 \tan(\frac{\pi}{200} \times 78)}{50 + j80 \tan(\frac{\pi}{200} \times 78)} \\ &= 33.599 - j10.441 \end{aligned}$$

ہے۔ ترسیلی تار کے داخلی سرے پر 80Ω کا برقی بار $Z_{\text{داخلی}}$ نظر آتا ہے۔ یوں ترسیلی تار کے داخلی سرے پر برقی دباؤ

$$V_{\text{داخلی}} = \frac{40 \times (33.599 - j10.441)}{15 + 33.599 - j10.441} = 28.2 - j2.54$$

ہوگا۔ برقی بار کو $z = 0$ پر تصور کرنے سے ترسیلی تار کا داخلی سر $z = -78 \text{ m}$ پر ہوگا۔ ترسیلی تار کے داخلی برقی دباؤ کو ترسیلی تار میں موجود آمدی موج $V^+ = V_0^+ e^{-j\beta z}$ اور انعکاسی موج $V^- = V_0^- e^{j\beta z}$ کا نقطہ $z = -78 \text{ m}$ پر مجموعہ

$$V_{\text{داخلی}} = V_0^+ e^{-j\frac{\pi}{200}(-78)} + V_0^- e^{j\frac{\pi}{200}(78)} = V_0^+ e^{j1.22522} + V_0^- e^{-j1.22522}$$

تصور کیا جاسکتا ہے جس میں

$$V_0^- = \Gamma V_0^+ = \left(\frac{80 - 50}{80 + 50} \right) V_0^+ = \frac{3}{13} V_0^+$$

پر کرنے سے

$$28.2 - j2.54 = V_0^+ e^{j1.22522} + \frac{3}{13} V_0^+ e^{-j1.22522}$$

یا

$$V_0^+ = \frac{28.2 - j2.54}{e^{j1.22522} + \frac{3}{13} e^{-j1.22522}} = 33.9 e^{-j1.138}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں بار پر برقی دباؤ

$$V_L = V_0^+ (1 + \Gamma) = 33.9 e^{-j1.138} \left(1 + \frac{3}{13} \right) = 41.7 e^{-j1.138} = 41.7 \angle -65.2^\circ$$

ہوگا۔

آئیں بار کو منتقل طاقت بھی حاصل کریں۔ بار پر برقی دباؤ کے استعمال سے اوسط طاقت

$$P_L = \frac{1}{2} \frac{|V_L|^2}{R_L} = \frac{1}{2} \frac{41.7^2}{80} = 10.88 \text{ W}$$

حاصل ہوتی ہے۔

ترسیلی تار کے داخلی سرے پر برقی رو

$$I_{\text{داخلی}} = \frac{V_{\text{داخلی}}}{Z_{\text{داخلی}}} = \frac{28.2 - j2.54}{33.599 - j10.441} = 0.787 + j0.169$$

ہوگی۔ یوں ترسیلی تار کو داخلی سرے پر

$$P_{\text{داخلی}} = \frac{1}{2} V_{\text{داخلی}} I_{\text{داخلی}}^* \Big|_{\text{حقیقی}} = \frac{1}{2} (28.2 - j2.54)(0.787 - j0.169) = 10.88 \text{ W}$$

طاقت منتقل ہو رہی ہے۔ ترسیلی تار بے ضیاع ہے لہذا یہی طاقت بار کو منتقل ہوگی۔

ب) ترسیلی تار میں 50 Hz تعدد پر طول موج اور β مندرجہ ذیل ہیں۔

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2 \times 10^8}{50} = 4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{4 \times 10^6} = 5\pi \times 10^{-7} \text{ rad/m}$$

اس تعدد پر ترسیلی تار کی لمبائی، طول موج سے نہایت کم $\lambda \gg 78 \text{ m}$ ہے۔ ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ

$$\begin{aligned} Z_{\text{داخلی}} &= Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} = 50 \frac{80 + j50 \tan(5\pi \times 10^{-7} \times 78)}{50 + j80 \tan(5\pi \times 10^{-7} \times 78)} \\ &= 50 \frac{80 + j0.0061}{50 + j0.0098} = 79.999998697 / -0.00684^\circ \\ &\approx 80 \Omega \end{aligned}$$

ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $\beta l \ll 1$ کی صورت میں $\tan \beta l \rightarrow 0$ ہوتا ہے جس سے ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ تقریباً برقی بار کے برابر ہی حاصل ہوتی ہے۔ آپ نے دیکھا کہ $l \ll \lambda$ کی صورت میں ترسیلی تار کے داخلی سرے پر برقی بار جوں کا توں نظر آتا ہے لہذا ترسیلی تار کا ہونا پانہ ہونا یک برابر ہے۔ ایسی صورت میں ترسیلی تار کی موجودگی رد کرتے ہوئے دور کو کرچاف کے قوانین سے حل کیا جاتا ہے۔ ایسا کرنے سے ہمیں شکل 11.5-ب حاصل ہوتی ہے جسے کرچاف کے قوانین کی مدد سے حل کرتے ہوئے برقی بار پر

$$V_L = \frac{40 \times 80}{15 + 80} = 33.7 \text{ V}$$

برقی دباؤ حاصل ہوتی ہے۔

3632

3633

مندرجہ بالا مثال میں آپ نے دیکھا کہ کسی بھی برقی دور میں تار کی لمبائی l طول موج λ سے بہت کم $l \ll \lambda$ ہونے کی صورت میں، ترسیلی تار کو رد کرتے ہوئے، دور کو کرچاف کے قوانین سے حل کیا جاتا ہے۔ البتہ جب بھی تار کی لمبائی، طول موج کے ساتھ مطابقت رکھے، ایسی صورت میں کرچاف کے قوانین غیر کارآمد ہوتے ہیں اور میکس ویل کے مساوات سے ہی درست جوابات حاصل ہوتے ہیں۔

3636

پاکستان میں 50 Hz اور 220 V کی برقی طاقت مہیا کی جاتی ہے۔ تار پر موج کی رفتار $3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ لیتے ہوئے $\lambda = 6000 \text{ km}$ حاصل ہوتی ہے۔ گھر کے اندر فاصلے λ سے بہت کم ہوتے ہیں¹⁰ لہذا گھر میں 484Ω بلب کی برقی رودریافت کرتے ہوئے تار کی لمبائی رد کرتے ہوئے $\frac{220}{484} = 0.45 \text{ A}$ حاصل ہوتی ہے۔ اس کے برعکس تریلاڈیم سے کراچی شہر کا فاصلہ تقریباً 1500 km ہے جو λ سے مناسبت رکھتا ہے، لہذا تریلاڈیم سے کراچی شہر کو برقی طاقت کے منتقلی کے مسائل حل کرتے ہوئے میکس ویل کے مساوات استعمال کرنا لازم ہوگا۔

3640

مثال 11.2: قدرتی رکاوٹ 50Ω کے ترسیلی تار کے اختتام پر $Z_1 = 50 - j100 \Omega$ جڑا ہے جبکہ اختتام سے 0.2λ فاصلے پر $Z_{2\text{in}} = 100 \Omega$ جڑا ہے۔ ترسیلی تار کے دونوں حصوں میں شرح ساکن موج s حاصل کریں۔

3642

حل: محدود لمبائی کے ترسیلی تار میں متعدد انعکاسی امواج پائے جاتے ہیں۔ تمام آگے جانب حرکت امواج کو ایک عدد آمدی بڑھتی موج تصور کرتے ہوئے اور اسی طرح تمام واپسی جانب حرکت کرتے ہوئے تمام امواج کو ایک عدد انعکاسی موج تصور کرتے ہوئے حل کرتے ہیں۔

3644

ترسیلی تار کے اختتامی حصے پر

$$\Gamma = \frac{50 - j100 - 50}{50 - j100 + 50} = 0.5 - j0.5$$

¹⁰مجھے اپنا گھر بہت چھوٹا لگنے لگا ہے۔

ہوگا جس سے $|\Gamma| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ حاصل ہوتا ہے۔ اس قیمت کو استعمال کرتے ہوئے

$$s = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} = 5.83$$

حاصل ہوتا ہے۔

جس نقطے پر 100Ω مزاحمت جڑی ہے اس مقام پر $50 - j100$ سے اختتام پذیر 0.2λ لمبی تار کی داخلی رکاوٹ

$$Z_{\text{داخلی}} = 50 \frac{(50 - j100) + j50 \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} \times 0.2\lambda\right)}{50 + j(50 - j100) \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} \times 0.2\lambda\right)}$$

$$= 8.63 + j3.82$$

ہے۔ اب $Z_{\text{داخلی}}$ اور 100Ω متوازی جڑے ہیں جن کا مجموعہ

$$\frac{100 \times (8.63 + j3.82)}{100 + 8.63 + j3.82} = 8.06 + j3.23$$

ہوگا۔ داخلی جانب سے دیکھتے ہوئے ترسیلی تار کو 100Ω کی بجائے $8.06 + j3.23$ بار نظر آئے گا۔ یوں ترسیلی تار کے داخلی حصے پر

$$\Gamma = \frac{8.06 + j3.23 - 50}{8.06 + j3.23 + 50} = -0.717 + j0.096 = 0.723/171.9^\circ$$

اور

$$s = \frac{1 + 0.723}{1 - 0.723} = 6.22$$

ہوں گے۔

3646

3647

3648

11.4 ترسیمی تجزیہ، سمتھ نقشہ

سمتھ نقشہ¹¹ بنیادی طور پر شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

کی مساوات پر منحصر ہے۔ اس نقشے میں بار بمطابق Z_0 یعنی $\frac{Z_L}{Z_0}$ استعمال کی جاتی ہے جسے

$$z = r + jx = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{R_L + jX_L}{Z_0}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں z کار تیزی محدود کا متغیر نہیں بلکہ Z_0 کے مطابقت سے بار کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں

$$\Gamma = \frac{z - 1}{z + 1}$$

$$z = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \quad (11.42)$$

لکھے جاسکتے ہیں۔ شرح انعکاس کو حقیقی اور خیالی اجزاء

$$\Gamma = \Gamma_r + j\Gamma_i$$

کی صورت میں لکھتے ہوئے

$$r + jx = \frac{1 + \Gamma_r + j\Gamma_i}{1 - \Gamma_r - j\Gamma_i}$$

کے حقیقی اور خیالی اجزاء علیحدہ کرتے ہوئے

$$r = \frac{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (11.43)$$

$$x = \frac{2\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (11.44)$$

لکھے جاسکتے ہیں جنہیں کچھ الجبرا کے بعد

$$\left(\Gamma_r - \frac{r}{1+r}\right)^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \quad (11.45)$$

$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2 \quad (11.46)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اگر کار تیزی محدود کے متغیرات Γ_r اور Γ_i رکھے جائیں تو مندرجہ بالا دونوں مساوات گول دائروں کے مساوات ہوں گے۔

3649

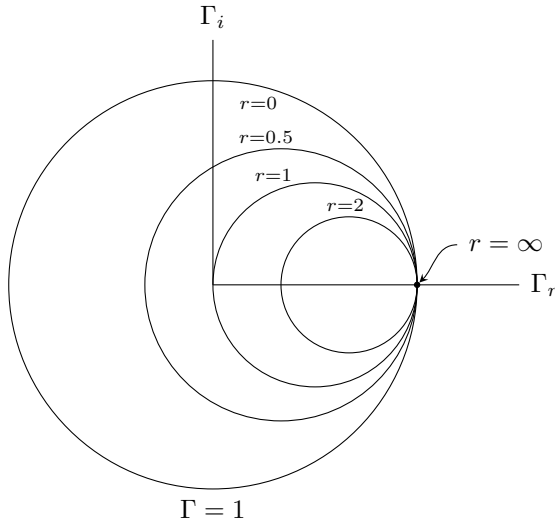
مساوات 11.45 کے دائروں پر پہلے غور کرتے ہیں۔ اگر $r = 0$ ہو تب یہ مساوات اکائی رداس کا دائرہ دیتی ہے جس کا مرکز محدود کے $(0, 0)$ پر ہے۔ خیالی برقی بار کی صورت میں شرح انعکاس کی حتمی قیمت ایک ہی ہوتی ہے۔ اسی طرح $r = \infty$ کی صورت میں دائرے کا رداس صفر جبکہ اس کا مرکز محدود پر $(1, 0)$ ہے۔ یوں یہ دائرہ صرف اسی نقطے یعنی $\Gamma = 1$ تک محدود ہے۔ اب $r = \infty$ سے مراد $Z_L - \infty$ ہے جس سے شرح انعکاس $\Gamma = 1$ ہی حاصل ہوتی ہے۔ ایک آخری مثال $r = 1$ کی لیتے ہیں جس سے 0.5 رداس کا دائرہ حاصل ہوتا ہے جس کا مرکز $(0.5, 0)$ ہے۔ شکل 11.6 میں ان دائروں کے علاوہ $r = 0.5$ اور $r = 2$ کے حاصل دائرے بھی دکھایا گیا ہے۔

3654

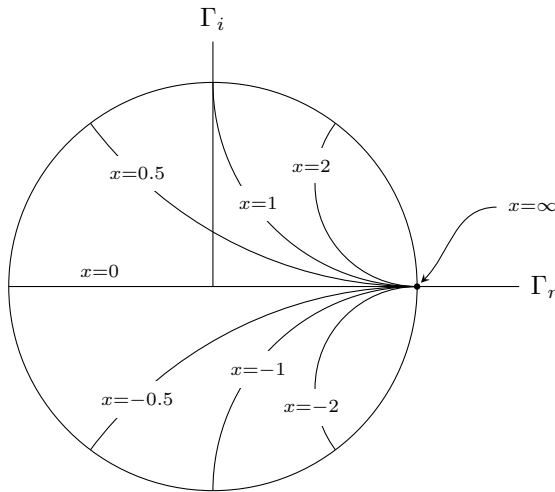
مساوات 11.46 بھی دائرے دیتی ہے البتہ ان دائروں کا رداس $\frac{1}{x}$ اور مراکز $(1, \frac{1}{x})$ ہیں۔ لا محدود x کی صورت میں دوبارہ $Z = \infty$ اور $\Gamma = 1 + j0$ ہوں گے۔ مساوات 11.46 کے مطابق اس دائرے کا رداس صفر جبکہ اس کا مرکز $(1, 0)$ ہے لہذا یہ $\Gamma = 1$ کو ہی ظاہر کرتا ہے۔ اگر $x = 1$ ہو تب دائرے کا رداس اکائی جبکہ اس کا مرکز $(1, 1)$ ہوں گے۔ جیسا شکل 11.7 میں دکھایا گیا ہے، اس دائرے کا چوتھائی حصہ $|\Gamma| = 1$ دائرے کے اندر پایا جاتا ہے۔ اسی طرح $x = -1$ کی صورت میں دائرے کا چوتھائی حصہ Γ_r محدود کے نیچے پایا جاتا ہے۔ شکل میں $x = 0.5$ ، $x = -0.5$ ، $x = 2$ اور $x = -2$ کے دائرے بھی دکھائے گئے ہیں۔ شکل میں $x = 0$ سے پیدا سیدھی لکیر، یعنی Γ_r محدود بھی دکھایا گیا ہے۔

3659

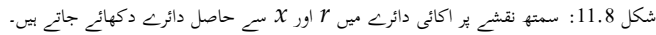
ان دونوں دائروں کو ایک ہی جگہ شکل 11.8 کے سمتہ نقشے میں دکھایا گیا ہے۔ یوں کسی بھی Z_L کی صورت میں $\frac{Z_L}{Z_0}$ کی شرح لیتے ہوئے z یعنی r اور x حاصل کر کے سمتہ نقشے میں ان کے دائروں کی نشاندہی کریں۔ اگر نقشے پر درکار r اور x (یا) کے دائرے نہ پائے جائیں تب ان کے قریبی قیمتوں کے دائروں سے مطلوبہ دائرے کا مقام اخذ کریں۔ جہاں یہ دائرے ایک دونوں کو کاٹتے ہیں وہاں سے Γ پڑھیں۔ نقشے کے مرکز $(0, 0)$ سے اس نقطے تک فاصلہ $|\Gamma|$ کے برابر ہوگا جبکہ افقی محدود یعنی Γ_r سے گھڑی کے الٹ سمت زاویہ Γ کا زاویہ ہوگا۔ اس زاویے کو اکائی رداس کے دائرے کے باہر دکھایا گیا ہے۔ یوں محدود کے مرکز سے درکار نقطے تک سیدھی لکیر کو اکائی رداس کے دائرے تک بڑھا کر زاویہ ناپا جاتا ہے۔ سمتہ نقشے میں $|\Gamma|$ ان پنے کی غرض سے محدود کے مرکز $(0, 0)$ پر مختلف رداس کے دائرے کھینچے جاسکتے ہیں،



شکل 11.6: کارتیسی محدود کے متغیرات Γ_r اور Γ_i ہیں جبکہ دائرے کا رداس $\frac{1}{r+1}$ ہے۔



شکل 11.7: کارتیسی محدود پر $\frac{1}{x}$ رداس کے دائروں کے وہ حصے دکھائے گئے ہیں جو اکائی دائرے کے اندر پائے جاتے ہیں۔



3667

$$V_s = V_0^+ \left(e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z} \right)$$
$$I_s = \frac{V_0^+}{Z_0} (e^{-j\beta z} - \Gamma e^{j\beta z})$$
$$z_{\text{غلّی}} = \frac{Z_{\text{غلّی}}}{Z_0} = \frac{V_s}{Z_0 I_s} = \frac{e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z}}{e^{-j\beta z} - \Gamma e^{j\beta z}}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مساوات میں $l = 0$ پر کرنے سے

$$(11.48) \quad z_{\text{غل}} \Big|_{l=0} = \frac{1-\Gamma}{1+\Gamma} = z$$

حاصل ہوتا ہے جو عین بار پر شرح انعکاس ہے جسے مساوات 11.42 میں پیش کیا گیا ہے۔

یہاں رک کر اس حقیقت پر غور کریں کہ Γ کو $e^{-j2\beta l}$ سے ضرب دینے سے

$$\Gamma e^{-j2\beta l} = |\Gamma| e^{j\phi} e^{-j2\beta l} = |\Gamma| e^{j(\phi-2\beta l)}$$

حاصل ہوتا ہے جس کی حتمی قیمت اب بھی $|\Gamma|$ ہی ہے لیکن نیازاویہ $(\phi - 2\beta l)$ ہے۔ یوں سمتھ نقشے میں نقطہ z یعنی

$$(11.49) \quad z = r + jx = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$$

کی نشاندہی کرتے ہوئے $\phi/|\Gamma|$ اپنا نہیں۔ اب $|\Gamma|$ تبدیل کئے بغیر زاویہ تبدیل کرتے ہوئے $(\phi - 2\beta l)$ تک پہنچیں اور یہاں سے داخلی z ناپیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مساوات 11.49 میں Γ کی جگہ $\Gamma e^{-j2\beta l}$ پر کرنے سے مساوات 11.47 ہی حاصل ہوتا ہے جو برقی بار سے افاصلے پر مطابق Z_0 داخلی قدرتی رکاوٹ ہے۔³⁶⁷⁰

یوں بار z سے دور داخلی z کی طرف چلتے ہوئے، ہم منع طاقت یعنی جزیئر کی طرف چلتے ہیں جبکہ سمتھ نقشے پر ایسا کرنے سے زاویہ ϕ سے کم ہو کر $\phi - 2\beta l$ ہوتا ہے لہذا نقشے پر ہم گھڑی کے سمت چلتے ہیں۔ یوں $\beta l = \pi$ فاصلہ، یعنی آدھی طول موج، طے کرنے سے نقشے کے گرد ایک چکر مکمل ہو گا۔ اس طرح $\frac{\lambda}{2}$ لمبی ہے ضیاع ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ عین بار کے رکاوٹ برابر ہوگی۔³⁶⁷³

یوں سمتھ نقشے کے حیطے پر ایک مکمل چکر کو 0.5λ دکھایا جاتا ہے۔ جیسے شکل 11.9 میں دکھایا گیا ہے، استعمال میں آسانی کی غرض سے ایک کے بجائے دو ایسے فیتے بنائے جاتے ہیں۔ ایک فیتہ گھڑی کی سمت میں بڑھتا فاصلہ دکھاتا ہے جسے نقشے میں "مجاہب جزیئر" سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ دوسرا فیتہ گھڑی کے الٹ سمت بڑھتا فاصلہ دکھاتا ہے جسے "مجاہب بار" لکھ کر ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان فیتوں کے ابتدائی نقطے کوئی اہمیت نہیں رکھتے البتہ انہیں نقشے کے بائیں ہاتھ پر رکھا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہو گا کہ حقیقی Z_L اور Z_0 کی صورت میں اگر $Z_L < Z_0$ ہو تب برقی دباؤ کا نشیب اسی نقطے پر ہو گا۔³⁶⁷⁷

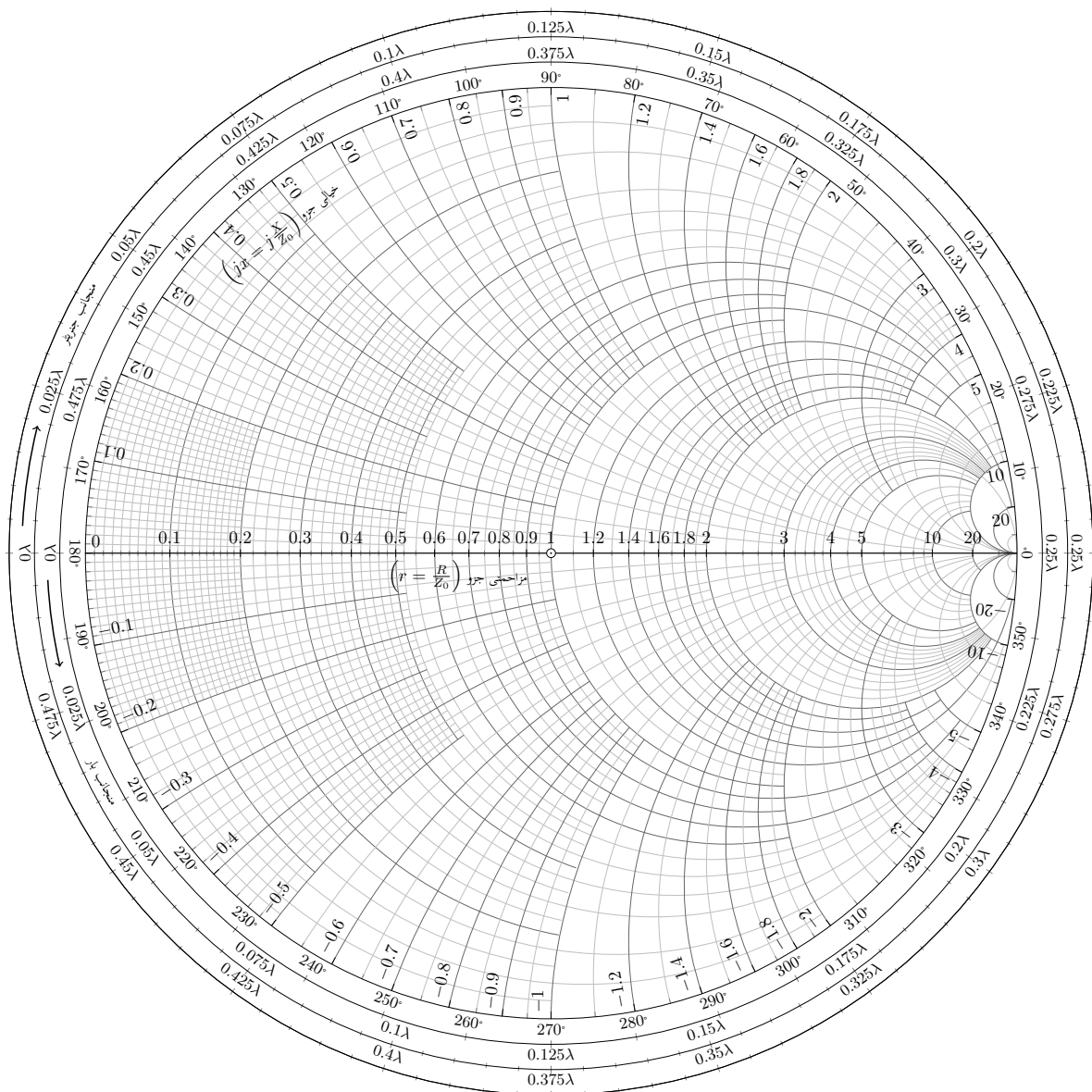
سمتھ نقشے کا استعمال مثال کی مدد سے بہتر سمجھا جاسکتا ہے۔ یوں 50Ω کے ترسیلی تار پر $Z_L = 25 + j50 \Omega$ کے بار پر دوبارہ غور کرتے ہیں۔ شکل 11.10 میں $z = 0.5 + j1$ کو نقطہ A ظاہر کرتا ہے جہاں سے $\Gamma = 0.62e^{j1.45} = 0.62/83^\circ$ حاصل ہوتا ہے۔ مرکز سے A تک لکیر کو اکائی دائرے کے حیطے تک بڑھا کر 0.135λ پڑھا جاتا ہے۔ اگر تار کی لمبائی 60 cm ہو اور اشارے کی تعداد اتنی ہو کہ ترسیلی تار پر طول موج 2 m ہو، تب $\frac{1}{\lambda} = 0.3$ ہو گا لہذا تار 0.3λ لمبی ہوگی۔ یوں بیرونی دائرے پر $0.435\lambda + 0.3\lambda = 0.135\lambda$ سے مرکز تک لکیر اور $|\Gamma|$ داس کے دائرے کے ملاپ، یعنی نقطہ B ، سے $z_{\text{داخلی}}$ $0.28 - j0.4$ حاصل ہوتا ہے۔ اس طرح $20 - j14 = Z_{\text{داخلی}}$ ہو گا۔ تحلیلی طور پر زیادہ درست جواب $13.7 - j20.2 = Z_{\text{داخلی}}$ حاصل ہوتا ہے۔³⁶⁷⁸

سمتھ نقشے سے موج کے چوٹی یا نشیب کے مقام یا آسانی حاصل کئے جاتے ہیں۔ کسی بھی $\phi/|\Gamma|$ کے لئے $\Gamma = -l$ پر آمدی اور انعکاسی امواج کے مجموعے

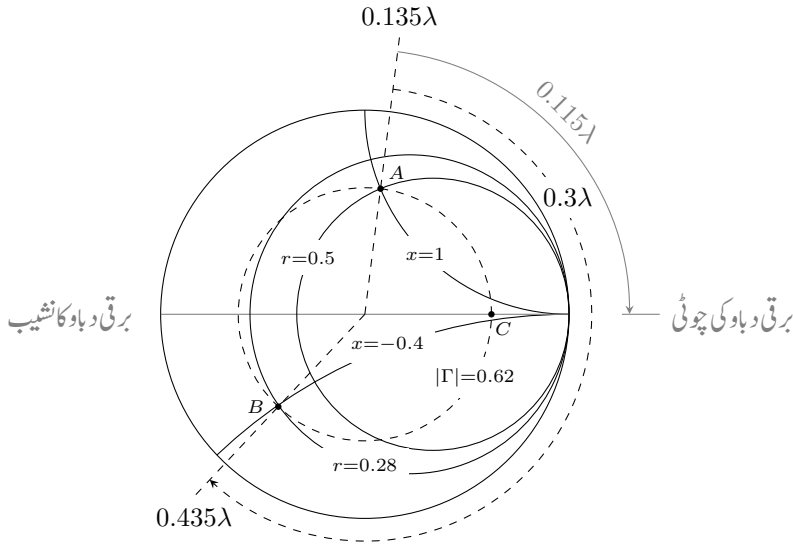
$$\begin{aligned} V_s &= V_0^+ (e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}) \\ &= V_0^+ e^{j\beta l} \left[1 + |\Gamma| e^{j(\phi-2\beta l)} \right] \end{aligned}$$

کی حتمی قیمت

$$\begin{aligned} |V_s| &= V_0^+ |e^{j\beta l}| \left| 1 + |\Gamma| e^{j(\phi-2\beta l)} \right| \\ &= V_0^+ \left| 1 + |\Gamma| e^{j(\phi-2\beta l)} \right| \end{aligned}$$



شکل 11.9: مکمل سمتھ نقشه.



شکل 11.10: سمتھ نقشے سے متغیرات کا حصول۔

ہے جہاں $|e^{j\beta l}| = 1$ کے برابر¹² ہے۔ اس کی کم سے کم قیمت $V_0^+ (1 - |\Gamma|)$ ہے جو $\phi - \beta l = (2n + 1)\pi$ کی صورت میں حاصل ہوتی ہے جہاں $n = 0, 1, 2, \dots$ ۔ عین بار پر $l = 0$ ہے اور ایسی صورت میں اس شرط کو $\phi = \pi$ لکھا جاسکتا ہے۔ اسی طرح V_s کی زیادہ سے زیادہ قیمت $V_0^+ (1 + |\Gamma|)$ ہے جو $\phi - \beta l = 2n\pi$ کی صورت میں حاصل ہوتی ہے جہاں $n = 0, 1, 2, \dots$ ۔ عین بار پر $l = 0$ ہے اور ایسی صورت میں اس شرط کو $\phi = 0$ لکھا جاسکتا ہے۔ یوں $\phi = \pi$ کی صورت میں بار پر V_s کی کم سے کم قیمت ہوگی جبکہ $\phi = 0$ کی صورت میں بار پر V_s کی زیادہ سے زیادہ قیمت ہوگی۔ انہیں دیکھیں کہ ان شرائط کا مطلب کیا ہے۔

3687

مزاحمتی بار R_L اور حقیقی Z_0 کی صورت میں اگر $R_L < Z_0$ ہو تب $\Gamma = |\Gamma| \angle \theta$ منفی حقیقی عدد ہوگا جسے $\Gamma = |\Gamma| \angle \pi$ لکھا جاسکتا ہے جبکہ $R_L > Z_0$ کی صورت میں $\Gamma = |\Gamma| \angle 0$ مثبت حقیقی عدد ہوگا جسے $\Gamma = |\Gamma| \angle 0$ لکھا جاسکتا ہے۔ یوں $R_L < Z_0$ یعنی $\Gamma = |\Gamma| \angle 0$ کی صورت میں بار پر کمتر V_s ہوگا جبکہ $R_L > Z_0$ یعنی $\Gamma = |\Gamma| \angle \pi$ کی صورت میں بار پر بلند تر V_s ہوگا۔ سمتھ نقشے پر افقی محور حقیقی Γ دیتا ہے۔ منفی افقی محور پر $\Gamma = |\Gamma| \angle \pi$ ہوتا ہے لہذا بار پر کمتر V_s ہر صورت سمتھ نقشے میں منفی افقی محور پر پایا جائے گا۔ اسی طرح مثبت افقی محور پر $\Gamma = |\Gamma| \angle 0$ ہوتا ہے لہذا بار پر بلند تر V_s ہر صورت سمتھ نقشے میں مثبت افقی محور پر پایا جائے گا۔

3692

ان نتائج کو آگے بڑھاتے ہیں۔ کسی بھی مخلوط بار $Z_L = R_L + jX_L$ کی صورت میں سمتھ نقشے میں $z = r + jx$ سے شروع کر کے فاصلہ l بڑھانے سے زاویہ $\phi - 2\beta l$ گھٹتا ہے جو سمتھ نقشے پر گھڑی کی سمت گھومنے کے مترادف ہے۔ جس فاصلے پر $\phi - 2\beta l = 2n\pi$ ہو وہاں برقی موج کی چوٹی پائی جاسکے گی اور جس فاصلے پر $\phi - 2\beta l = (2n + 1)\pi$ ہو وہاں موج کا نشیب پایا جائے گا۔ اب $2n\pi$ سے مراد سمتھ نقشے کے افقی محور کا مثبت حصہ جبکہ $(2n + 1)\pi$ سے مراد افقی محور کا منفی حصہ ہے۔ یوں شکل 11.10 میں نقطہ A سے گھڑی کی سمت 0.115λ گھومتے ہوئے ترسیلی تار پر پہلی چوٹی پائی جائے گی۔ یوں بار سے پہلی چوٹی 0.115λ یعنی $23 \text{ cm} = 0.115 \times 200$ فاصلے پر ہے۔ اگر ترسیلی تار زیادہ لمبی ہوتی تب بار سے 0.365λ دور پہلا نشیب پایا جاتا ہے۔ چونکہ تار کی لمبائی اس سے کم ہے لہذا تار پر کہیں پر بھی نشیب نہیں پایا جاتا۔

3698

برقی رو کی چوٹی اس نقطے پر پائی جاتی ہے جہاں $\phi - 2\beta l = 2n\pi$ کا شرط پورا ہو۔ برقی رو

$$I_s = \frac{V_0^+}{Z_0} (e^{j\beta l} - \Gamma e^{j\beta l})$$

$$|e^{j\beta l}| = |\cos \beta l + j \sin \beta l| = \sqrt{\cos^2 \beta l + \sin^2 \beta l} = 1^{12}$$

کی کمتر قیمت اس نقطے پر پائی جاتی ہے۔ اسی طرح جس نقطے پر برقی دباؤ کی کمتر قیمت پائی جائے، اس نقطے پر برقی رو کی چوٹی پائی جاتی ہے۔ یوں سمتھ نقشے کے افقی محدود کے مثبت حصے پر برقی رو کا نشیب جبکہ اس کے منفی حصے پر برقی رو کی چوٹی پائی جائے گی۔

3700

مزاحمتی بار R_L اور بے ضیاع ترسیلی تار کی صورت میں $\Gamma = \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0}$ ہوگا۔ اگر $R_L > R_0$ ہو تب $|\Gamma| = \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0}$ ہوگا جبکہ $R_L < R_0$ کی صورت میں $|\Gamma| = \frac{R_0 - R_L}{R_0 + R_L}$ ہوگا۔ یوں $R_L > R_0$ کی صورت میں

$$s = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1 + \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0}}{1 - \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0}} = \frac{R_L}{R_0} = r \quad (R_L > R_0)$$

جبکہ $R_L < R_0$ کی صورت میں

$$s = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1 + \frac{R_0 - R_L}{R_0 + R_L}}{1 - \frac{R_0 - R_L}{R_0 + R_L}} = \frac{R_0}{R_L} \quad (R_L < R_0)$$

ہوگا۔ یاد رہے کہ $s > 1$ ہوتا ہے لہذا $\frac{R_L}{R_0}$ اور $\frac{R_0}{R_L}$ میں جو بھی اکائی سے زیادہ قیمت رکھتا ہو یہی s ہوگا۔ یوں $|\Gamma|$ اور s کے دائرے اور مثبت افقی محدود سے پڑھ کر s کی قیمت بھی یہی تصور کریں۔ شکل 11.10 میں نقطہ C سے $r = 4.2$ پڑھا جائے گا لہذا $s = 4.2$ ہے۔ مثبت افقی محدود پر $r > 1$ ہوتا ہے لہذا محدود کے اسی حصے سے s کی قیمت پڑھی جاتی ہے۔ آپ تسلی کر لیں کہ $\frac{R_0}{R_L} > 1$ کی صورت میں بھی اسی طریقہ کار سے درست s حاصل ہوتا ہے۔

3703

11.4.1 سمتھ فراوانی نقشہ

3704

اس حصے کو $\frac{\lambda}{4}$ لمبی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ کے حصول سے شروع کرتے ہیں۔ اتنی لمبائی کے تار کا $\beta l = 90^\circ$ ہوگا۔ داخلی قدرتی رکاوٹ کی مساوات

$$Z_{داخلی} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l}$$

میں $Z_{داخلی}$ کو Z_0 سے تقسیم کرتے اور $\beta l = 90^\circ$ پر کرتے ہوئے

$$\frac{Z_{داخلی}}{Z_0} = \frac{Z_L + jZ_0 \tan 90^\circ}{Z_0 + jZ_L \tan 90^\circ} = \frac{Z_0}{Z_L}$$

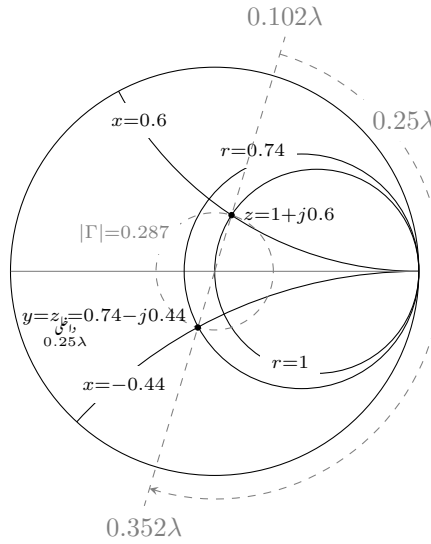
یعنی

$$(11.50) \quad \frac{Z_{داخلی}}{0.25\lambda} = \frac{1}{z}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں

$$\frac{Z_{داخلی}}{Z_0} = z_{داخلی, 0.25\lambda}$$

$$\frac{Z_L}{Z_0} = z$$



شکل 11.11: چوتھائی طول تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ اسی تار کی برفی فراوانی کے برابر ہے۔

لکھے گئے ہیں۔ مساوات 11.50 کے تحت بارے 0.25λ فاصلے پر داخلی قدرتی رکاوٹ $\frac{1}{z}$ کے برابر ہے لیکن $y = \frac{1}{z}$ ہوتا ہے لہذا اسی مساوات کو یوں بھی لکھا جا سکتا ہے

$$(11.51) \quad y = \frac{1}{z} = z_{\text{مخانب جزیر}} \frac{1}{0.25\lambda}$$

جہاں 0.25λ تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ کی جگہ مخانب جزیر 0.25λ گھومنے کا ذکر کیا گیا ہے۔ مساوات 11.51 کہتی ہے کہ سمتھ نقشے میں z سے مخانب جزیر 0.25λ گھوم کر |Γ| رداس کے دائرے سے y حاصل ہوگا۔

شکل 11.11 میں $z = 1 + j0.6$ دکھایا گیا ہے جو مخانب جزیر 0.102λ زاویے پر پایا جاتا ہے۔ یہ رکاوٹ $\Gamma = 0.287/73.7^\circ$ دیتا ہے۔ چوتھائی طول لمبی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ حاصل کرنے کی خاطر مخانب جزیر 0.25λ چلتے ہوئے 0.352λ سے مرکز تک لکیر اور 0.287 رداس کے دائرے کے ملاپ سے $y = z_{\text{داخلی}} = 0.74 - j0.44$ حاصل ہوتا ہے جو $\frac{1}{z}$ یعنی y کے عین برابر ہے۔

آئیں کسر دور اور کھلے دور تار کے ٹکڑوں کا داخلی قدرتی رکاوٹ حاصل کریں۔ کسر دور تار کی صورت میں $Z_L = 0$ ہوگا لہذا داخلی قدرتی رکاوٹ

$$(11.52) \quad \begin{aligned} Z_{\text{داخلی}} &= Z_0 \frac{0 + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + j0 \tan \beta l} \\ &= jZ_0 \tan \beta l \end{aligned}$$

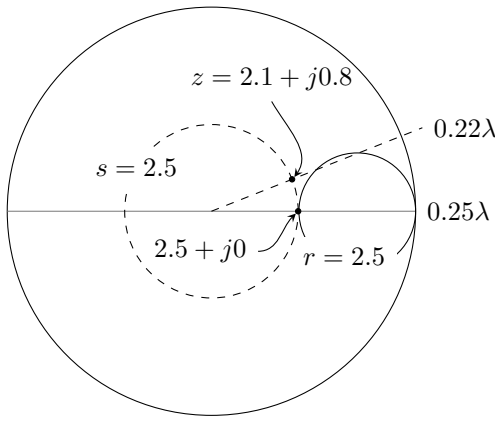
حاصل ہوتا ہے جو خیالی عدد ہے۔ چوتھائی طول لمبی کسر دور تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ یوں

$$(11.53) \quad Z_{\text{داخلی}} = jZ_0 \tan 90^\circ = \infty \quad (\text{کسرے دور})$$

حاصل ہوتی ہے۔ یہ تعجب بھرا نتیجہ ہے جس کے مطابق چوتھائی طول لمبی کسر دور تار بطور کھلے دور کردار ادا کرتی ہے۔

کھلے دور تار کی صورت میں $Z_L = \infty$ ہوگا لہذا داخلی قدرتی رکاوٹ

$$(11.54) \quad \begin{aligned} Z_{\text{داخلی}} &= Z_0 \frac{\infty + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + j\infty \tan \beta l} \\ &= -j \frac{Z_0}{\tan \beta l} \end{aligned}$$



شکل 11.13: اگر 0.03λ لمبی تار پر $2.5 + j0$ داخلی Z ہو تب $z = 2.1 + j0.8$ ہو گا۔

ہم جانتے ہیں کہ کسر دور نقطے سے کمتر دباؤ کا فاصلہ $\frac{n\lambda}{2}$ ہو گا۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ کمتر دباؤ کسر دور نقطے سے آدھے طول موج کے فاصلے پر ہے۔ ایسی صورت میں کسر دور کا مقام فیتے پر $11.5 \text{ cm} = 37.5 - 26$ نشان کے ساتھ ہو گا۔ چونکہ بار کے مقام پر ہی کسر دور پیدا کیا گیا تھا لہذا بار بھی فیتے پر 11.5 cm نشان کے ساتھ ہو گا۔ یوں حاصل نتائج کے تحت بار سے کم تر دباؤ کا نقطہ $58.5 \text{ cm} = 11.5 - (-47) = 58.5$ فاصلے پر ہے جس سے آدھی طول موج منفی کرتے ہوئے بار سے کمتر دباؤ کا فاصلہ 21 cm حاصل ہوتا ہے۔ بلند تر دباؤ کا بار سے فاصلہ یوں $21 - \frac{37.5}{2} = 2.25 \text{ cm}$ ہو گا جو $\frac{2.25}{0.03} = 75$ طول موج کے برابر ہے۔

3729

ان معلومات کے ساتھ اب شکل 11.13 کے سمٹھ نقشے کا سہارا لیتے ہیں۔ بلند تر برقی دباؤ کے نقطے پر داخلی قدرتی رکاوٹ حقیقی عدد ہوتا ہے جس کی قیمت sR_0 کے برابر ہوتی ہے، لہذا ایسے نقطے پر $2.5 =$ داخلی z ہو گا۔ ہم یوں سمٹھ نقشے پر $2.5 =$ داخلی z نقطے پر داخل ہوتے ہیں جہاں سے منجانب جزیر فاصلہ 0.25λ پڑھا جاتا ہے۔ اس سے 0.03λ منفی کرتے ہوئے بار تک پہنچتے ہیں، لہذا 0.22λ سے مرکز تک لکیر اور $s = 2.5$ یعنی $| \Gamma | = 0.429$ اس کے دائرے کے مطابق سے $z = 2.1 + j0.8$ پڑھا جاتا ہے۔ یوں $Z_L = 105 + j40 \Omega$ حاصل ہوتا ہے۔ یاد رہے کہ ہم نے بار کو فیتے پر 11.5 cm یا اس نقطے سے $\frac{n\lambda}{2}$ فاصلے پر تصور کیا ہے۔ چونکہ بار کا مقام اب بھی مکمل طور پر معلوم نہیں ہے لہذا بہتر یہ ہوتا ہے کہ تجرباتی نتائج سے حاصل Z_L کی بات کرتے ہوئے بار کا فرض کردہ مقام بھی ساتھ بتلایا جائے۔

3735

آخر میں آئیں اس بار کو 50Ω تسلی تار کے ہمہ رکاوٹ بنانے کی ترکیب دیکھیں۔ ایسا d_1 لمبائی کے کسر دور تار کے ٹکڑے کو بار سے d فاصلے پر نسب کرنے سے ممکن بنایا جاتا ہے۔ ایسا شکل 11.14 میں دکھایا گیا ہے۔ بار سے d فاصلے پر z کے متوازی d_1 لمبی کسر دور ٹکڑا نسب کرنے سے کل رکاوٹ $Z = 1 + j0$ حاصل کرنے مقصد ہے۔ یہاں d_1 اور d مطلوب ہیں۔ کسر دور ٹکڑے کی قدرتی رکاوٹ تسلی تار کے قدرتی رکاوٹ 50Ω کے برابر ہے۔

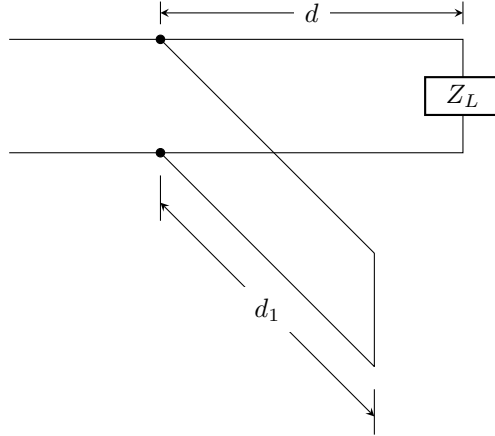
3738

برقی بار اور کسر دور تار کا ٹکڑا متوازی جڑے ہیں۔ متوازی جڑے رکاوٹوں کی بجائے متوازی جڑے برقی فراوانی کے ساتھ کام کرنا زیادہ آسان ہوتا ہے لہذا ہم ایسا ہی کرتے ہیں۔ برقی فراوانی کی زبان میں موجودہ مسئلہ کچھ یوں ہے۔ ہم d اتار کھنا چاہتے ہیں کہ داخلی فراوانی $1 + jb$ ، داخلی y ہو۔ اب اگر داخلی y کے متوازی jb برقی تاثیریت جوڑی جائے تو حاصل کل برقی فراوانی $1 + j0$ ہوگی جو ہمارا مقصد ہے۔ یوں d_1 لمبی کسر دور تار کے ٹکڑے کی برقی تاثیریت jb درکار ہے۔ ان حقائق کو لے کر سمٹھ نقشے کی مدد سے d اور d_1 کی قیمتیں حاصل کرتے ہیں۔

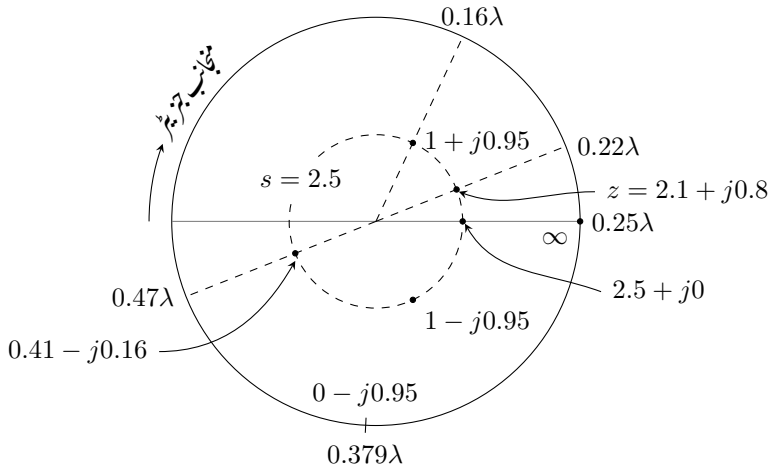
3742

سمٹھ نقشے میں $z = 2.1 + j0.8$ پر داخلی ہو کر مساوات 11.51 کے تحت منجانب جزیر 0.25λ گھومنے سے $y = \frac{1}{z}$ حاصل ہوتا ہے۔ شکل 11.15 میں ایسا دکھایا گیا ہے۔ سمٹھ نقشے میں $z = 2.1 + j0.8$ منجانب جزیر 0.22λ زاویے پر پایا جاتا ہے۔ یہاں سے منجانب جزیر 0.25λ گھومتے ہوئے 0.47λ تک پہنچا جاتا ہے جہاں $| \Gamma |$ اس کے دائرے سے $0.41 - j0.16$ ملتا ہے۔ اب ہم چاہتے ہیں کہ یہاں سے منجانب جزیر گھومتے ہوئے داخلی قدرتی فراوانی $1 + jb$ حاصل ہو۔ جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے، ایسا 0.16λ اور 0.34λ زاویوں پر ممکن ہے جہاں سے بالترتیب $y_1 = 1 + j0.95$ اور $y_2 = 1 - j0.95$ حاصل ہوتے ہیں۔ پہلے نقطے تک پہنچنے کے لئے کم لمبی تار درکار ہے لہذا اسی کو جواب تسلیم کرتے ہیں۔ بار سے اس نقطے تک $0.19\lambda = (0.5\lambda - 0.47\lambda) + 0.16\lambda$ تار درکار ہوگی لہذا $d = 0.19\lambda$ یعنی 14.25 cm بنتا ہے۔

3748



شکل 11.14: بار سے d فاصلے پر d_1 لمبائی کے کسرے دور تار کا ٹکڑا جوڑنے سے بار اور ترسیلی تار ہمہ رکاوٹ بنائے جاتے ہیں۔



شکل 11.15: بار $z = 2.1 + j0.8$ سے 0.19λ فاصلے پر 0.129λ لمبائی کا کسر دور ٹکڑا جوڑنے سے نظام ہمہ رکاوٹ ہو جاتا ہے۔

اب $1 + j0.95$ کے متوازی $-j0.95 = y_{\text{برقی تاثیریت جوڑ کر}} + j0$ حاصل ہوگا۔ مساوات 11.54 کے تحت کسرے دور ٹکڑے کی داخلی رکاوٹ یاد آگئی فراوانی خیالی عدد ہوتا ہے لہذا سمتھ نقشے پر ایسے ٹکڑے کا $g = 0$ ہی رہے گا جو نقشے کی بیرونی دائرے کو ظاہر کرتی ہے۔ عین کسر دور پر $y = \infty$ حاصل ہوتا ہے جو منجانب جزیئر 0.25λ پر پایا جاتا ہے۔ ہم دیکھتے ہیں کہ $-j0.95 = y_{\text{داخلی}} = y_{\text{نقشے پر منجانب جزیئر}} 0.379\lambda$ پر حاصل ہوتا ہے۔ یوں کسے دور ٹکڑے کی لمبائی $0.129\lambda = 0.379\lambda - 0.25\lambda$ یعنی 9.67 cm حاصل ہوتا ہے۔

3752

3753

مشق 11.4: بے ضیاع 50Ω ترسیلی تار کو کسرے دور کرنے سے برقی دباؤ کے دو آپس میں قریبی نشیب 12 cm اور 27 cm پر پائے جاتے ہیں۔ کسرے دور ختم کرتے ہوئے یہاں بارنسب کرنے سے 0.4 V حیطے کے نشیب اور 0.72 V حیطے کے چوٹیاں حاصل ہوتی ہیں۔ ایک عدد نشیب 9 cm پر حاصل ہوتا ہے۔ تسلی تار میں ہوا بطور ذو برق استعمال ہوا ہے۔ مندرجہ ذیل حاصل کریں۔ Z_L اور Γ_s, f, λ

3756

3757

جوابات: $36.5 + j21.6 \Omega$ اور $0.286/108^\circ, 1.8, 1 \text{ GHz}, 0.3 \text{ m}$

3758

3759

مشق 11.5: بے ضیاع 50Ω کے ساتھ $Z_L = 100 + j100 \Omega$ کا بارنسب ہے۔ بار سے d فاصلے پر d_1 لمبائی کا کسر دور ٹکڑا جوڑتے ہوئے نظام کو ہم رکاوٹ بنایا جاتا ہے۔ اگر تار پر $c/3$ v ہو جبکہ اشارے کی تعدد 10 MHz ہو تب مندرجہ ذیل حاصل کریں۔ λ ، چھوٹے سے چھوٹا d_1 اور ایسی صورت میں d

3762

3763

جوابات: 4.4 m اور $1.8 \text{ m}, 20 \text{ m}$

3764

11.6 تجزیہ عارضی حال

3765

اب تک ہم ترسیلی تار میں کسی ایک تعدد پر، **برقرار یکساں حال**¹⁵ سائن نما امواج کی بات کرتے رہے ہیں۔ اس حصے میں غیر سائن نما امواج کی بات کرتے ہیں۔ آپ جانتے ہیں کہ کسی بھی غیر سائن نما موج کو فوریز تسلسل کی مدد سے متعدد اجزاء کا مجموعہ لکھا جاسکتا ہے جہاں ہر جزو کی تعدد مختلف ہوتی ہے۔ کسی بھی ترسیلی تار کے مستقل R ، L ، G اور C از خود تعدد پر منحصر ہوتے ہیں۔ اس کی مثال، ہم محوری تار کی مزاحمت ہے جو موٹائی جلد پر منحصر ہے جہاں موٹائی جلد کا دار و مدار از خود تعدد پر ہے۔ ترسیلی تار میں موج کی رفتار ان مستقل پر منحصر ہے لہذا مختلف تعدد کے امواج تار میں مختلف رفتار سے حرکت کریں گے۔ یوں غیر سائن نما موج کے فوریز اجزاء مختلف رفتار سے حرکت کریں گے جس سے موج کی صورت برقرار نہیں رہ پائے گی۔ حرکت کے دوران موج کی صورت بگڑنے کو **انتشار**¹⁶ کہا جاتا ہے۔ فوریز تسلسل کے انفرادی رفتار v_p کو **دوری رفتار**¹⁷ کہا جاتا ہے جبکہ منتشر ہوتے موج کی رفتار v_g کو **مجموعی رفتار**¹⁸ کہا جاتا ہے۔ اس کتاب میں اثر انتشار سے پاک امواج پر غور کیا جائے گا۔ یوں دوری رفتار اور مجموعی رفتار برابر ہوں گے۔ اس رفتار کو v لکھتے ہوئے ہم دیکھتے ہیں کہ وقت t میں ایسی موج vt فاصلہ طے کرے گی۔

3773

غیر سائن نما موج میں مستطیل موج نہایت اہمیت کی حامل ہے۔ **عددی**¹⁹ اشارات یعنی صفر اور ایک کو عددی ادوار میں 0 V اور 5 V سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ عددی صفر سے عددی ایک یا عددی ایک سے عددی صفر کو سیڑھی نما تفاعل ظاہر کرتی ہے جبکہ صفر سے ایک اور واپس صفر کو مستطیل تفاعل ظاہر کرتی ہے۔ یہ مستطیل یا سیڑھی نما اشارات، ترسیلی تاروں کے ذریعہ ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل ہوتے ہیں۔ یہ اشارات عموماً بالترتیب ہوتے ہیں۔ آئیں ایسی ہی ایک عددی سیڑھی نما اشارے کی ترسیل پر غور کریں۔ اس طرز کے تجزیے کو **عارضی رد عمل**²⁰ کہا جاتا ہے۔

3777

شکل 11.16 میں Z_0 قدرتی رکاوٹ کا ترسیلی تار Z_0 برقی بار کو طاقت فراہم کرنے کے لئے استعمال کیا جا رہا ہے۔ منبع طاقت کی اندرونی رکاوٹ صفر کے برابر ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر سوئچ کو چالو حالت میں کرتے ہوئے منبع کو ترسیلی تار کے ساتھ جوڑا جاتا ہے جس سے ترسیلی تار کا داخلی سرا V_0 برقی دباؤ پر پہنچ جاتا ہے۔ ترسیلی تار کا بقایا حصہ اور برقی بار فی الحال 0 V پر ہی رہتے ہیں۔ سوئچ کو چالو حالت میں ہی رکھا جاتا ہے۔ تار کے داخلی سرے پر لاگو برقی دباؤ رفتار v سے اختتامی جانب حرکت کرے گی۔ یوں لمحہ t پر یہ موج vt فاصلہ طے کر چکی ہوگی لہذا منبع سے فاصلہ vt تک ترسیلی تار پر اب برقی دباؤ V_0 ہوگا جبکہ بقایا تار اب بھی صفر برقی دباؤ پر ہوگا۔ شکل 11.16 میں لمحہ t پر منبع کے ساتھ ترسیلی تار کی vt لمبائی حصے کو موٹی لکیر سے دکھایا گیا ہے جبکہ بقایا تار کو پتلی لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ نقطہ vt لکیر اس مقام کو ظاہر کر رہی ہے جہاں برقی دباؤ کی موج V^+ پہنچ پائی ہے۔ موج کے حیطے کی قیمت $V^+ = V_0$ ہوگی۔ تار پر برقی دباؤ کی صورت **سیڑھی نما تفاعل**²¹ ہے۔ ترسیلی تار کی لمبائی 1 ہونے کی صورت میں برقی دباؤ کی موج، برقی بار تک $\frac{1}{v}$ دورانیے میں پہنچے گی جہاں v موج کی مجموعی رفتار ہے۔ اس دورانیے میں عارضی صورت حال²² پائی جاتی ہے۔ چونکہ برقی بار کی قیمت عین ترسیلی تار کے قدرتی رکاوٹ کے برابر ہے لہذا $\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 0$ ہوگا۔ یوں تار کے اختتامی سرے پر انعکاسی موج پیدا نہیں ہوگی۔ اس طرح سوئچ چالو حالت میں کرنے کے ٹھیک $\frac{1}{v}$ دیر بعد برقی بار پر منبع کی برقی دباؤ V_0 پائی جائے گی۔ برقی بار پر اس کے بعد برقی دباؤ برقرار V_0 قیمت پر رہتا ہے۔

3787

برقی دباؤ کی موج کے ساتھ ساتھ برقی رو کی موج بھی پائی جاتی ہے۔ یوں لمحہ $t = 0$ پر سوئچ چالو حالت میں کرتے ہی ترسیلی تار کے داخلی سرے پر I^+ برقی رو کی موج پیدا ہوگی جہاں $I^+ = \frac{V^+}{Z_0}$ کے برابر ہے۔ اگرچہ موصل تار میں برقی رو، منفی چارج کے حرکت سے پیدا ہوتی ہے، **روایتی برقی رو**²³ کو مثبت چارج کے حرکت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ شکل 11.16 میں روایتی برقی رو ہی دکھائی گئی ہے۔ یوں مثبت تار میں برقی رو کی سمت منبع سے برقی بار کی جانب ہے جبکہ منفی تار میں اس کی سمت برقی بار سے منبع کی جانب ہے۔ دھیان رہے کہ برقی رو صرف اور صرف نقطہ دار لکیر کے اس طرف پائی جاتی ہے جس طرف منبع نسب ہے۔ یوں اس شکل میں مثبت تار میں منبع سے لے کر نقطہ دار لکیر تک مثبت برقی رو پائی جائے گی جبکہ نقطہ دار لکیر کے دوسری جانب برقی رو صفر کے برابر ہوگی۔ تار کے اس حصے کو موٹی لکیر سے دکھایا گیا ہے جس میں برقی رو پائی جاتی ہے۔ سوئچ چالو کرنے کے ٹھیک $\frac{1}{v}$ دیر بعد برقی بار میں برقرار $\frac{V_0}{Z_0}$ برقی رو پائی جائے گی۔

3793

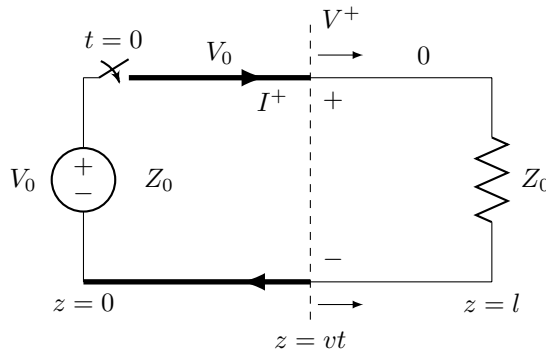
شکل 11.16 میں نقطہ دار لکیر کے دائیں جانب برقی دباؤ صفر کے برابر ہے۔ اس جانب ترسیلی تار کو کپیسٹر تصور کرتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تار کا یہ حصہ غیر چارج شدہ ہے۔ اس کے برعکس نقطہ دار لکیر کے بائیں جانب برقی دباؤ V_0 ہے۔ یوں تار کا یہ حصہ چارج شدہ ہے۔ مثبت تار پر برقی رو، مثبت چارج کو نقطہ دار لکیر کے دائیں جانب منتقل کر رہی ہے۔ اسی طرح منفی تار پر برقی رو، نقطہ دار لکیر کے دائیں جانب حصے سے مثبت چارج نکال رہی ہے۔ اس طرح نقطہ دار لکیر کے قریب دائیں جانب تار چارج بردار ہو رہا ہے جس کی وجہ سے اس حصے کی برقی دباؤ بڑھتی ہے۔ یہی برقی موج ہے۔

3797

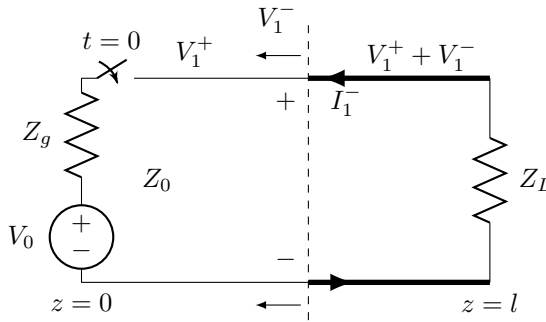
آپ دیکھ سکتے ہیں کہ سوئچ چالو کرنے سے $\frac{1}{v}$ تک کے عارضی دورانیے کے دوران **کرچاف**²⁴ کے قوانین کارآمد نہیں ہیں۔ عارضی دورانیہ گزرنے کے بعد برقرار یکساں صورت حال پائی جاتی ہے لہذا کرچاف کے قوانین اب قابل استعمال ہوں گے۔ کرچاف کے قانون کے تحت دور میں یک سمتی برقی رو $\frac{V_0}{Z_0}$ پائی جائے گی۔

3800

آئیں اب برقی بار کی قیمت اور ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ برابر نہ رکھتے ہوئے مسئلہ پر دوبارہ غور کریں۔ شکل 11.17 میں ایسا ہی دور دکھایا گیا ہے جس میں منبع کی داخلی رکاوٹ بھی شامل کی گئی ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر سوئچ کو چالو حالت کر دیا جاتا ہے جس سے ترسیلی تار کے داخلی سرے پر $V_1 = \frac{Z_0 V_0}{Z_0 + R_g}$ برقی دباؤ نمودار



شکل 11.16: ترسیلی تار میں ابتدائی موج۔



شکل 11.17: عمومی برقی بار سے لئے ترسیلی تار میں ابتدائی موج۔

ہوگا۔ یہ برقی دباؤ بطور موج V_1^+

$$(11.56) \quad V_1^+ = \frac{Z_0 V_0}{Z_0 + Z_g}$$

برقی بار کی جانب حرکت کرے گی۔

تار کے اختتام پر $Z_0 \neq Z_L$ کی وجہ سے انعکاسی موج V_1^- پیدا ہوگی جہاں

$$\frac{V_1^-}{V_1^+} = \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

کے برابر ہے۔ انعکاسی موج برقی بار سے منبع کی جانب حرکت کرتی ہے۔ اس موج سے منبع کی جانب V_1^+ برقی دباؤ پایا جاتا ہے جبکہ دوسری جانب $V_1^+ + V_1^-$ برقی دباؤ ہوگا۔ انعکاسی موج V_1^- منبع پر پہنچ کر دو درجی منعکس موج V_2^+ پیدا کرے گی جہاں

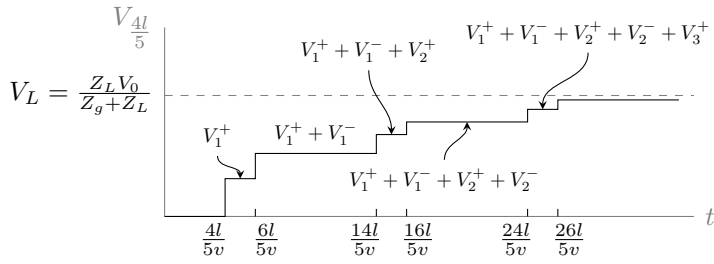
$$\frac{V_2^+}{V_1^-} = \Gamma_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0}$$

کے برابر ہے۔ اس کو

$$V_2^+ = \Gamma_g V_1^- = \Gamma_g \Gamma_L V_1^+$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اب V_2^+ موج جب برقی بار تک پہنچے گی تو یہ

$$V_2^- = \Gamma_L V_2^+$$



شکل 11.18: عارضی دورانیے کی برقی دباؤ بالمقابل برقی دباؤ۔

پیدا کرے گی۔

اسی ترتیب کو بار بار استعمال کرتے ہوئے کسی بھی لمحے پر عارضی صورت حال دریافت کیا جاسکتا ہے۔ متعدد انعکاس کے بعد برقی بار پر برقی دباؤ

$$\begin{aligned} V_L &= V_1^+ + V_1^- + V_2^+ + V_2^- + V_3^+ + V_3^- + \dots \\ &= V_1^+ (1 + \Gamma_L + \Gamma_g \Gamma_L + \Gamma_g^2 \Gamma_L^2 + \Gamma_g^2 \Gamma_L^3 + \dots) \end{aligned}$$

ہو گا جسے

$$V_L = V_1^+ (1 + \Gamma_L) (1 + \Gamma_g \Gamma_L + \Gamma_g^2 \Gamma_L^2 + \dots)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ $1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r}$ کے برابر ہے۔ یہی کلیہ مندرجہ بالا مساوات کے آخری قوسین پر لاگو کرتے ہوئے لامحدود انعکاس کے بعد

$$V_L|_{t \rightarrow \infty} = V_1^+ \left(\frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_g \Gamma_L} \right)$$

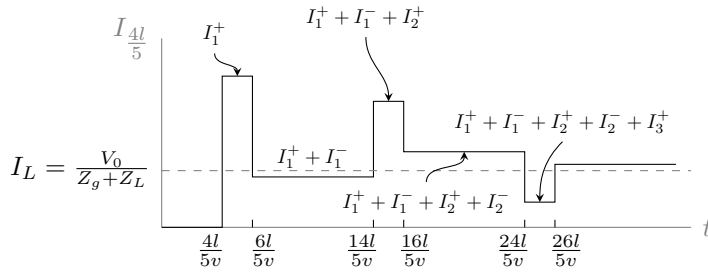
لکھا جاسکتا ہے جہاں لمبی دورانیہ $t \rightarrow \infty$ کی صورت میں $\Gamma_g^n \Gamma_L^n \rightarrow 0$ اور $n \rightarrow \infty$ ہوں گے۔ اس مساوات میں $\Gamma_L = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0}$ اور $\Gamma_g = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$ پر کرتے ہوئے مساوات 11.56 کے استعمال سے

$$V_L|_{t \rightarrow \infty} = \frac{Z_L V_0}{Z_g + Z_L}$$

حاصل ہوتا ہے جو برقرار یکساں حالت کی صورت میں برقی بار پر برقی دباؤ ہے۔ یہی جواب کرچاف کے قانون سے بھی حاصل ہوتا ہے جس میں ترسیلی تار کی قدرتی رکاؤ کا کوئی کردار نہیں پایا جاتا۔

آئیں اب شکل 11.17 میں عارضی دورانیے کے دوران ترسیلی تار پر $z = \frac{4l}{5}$ کے مقام پر برقی دباؤ بالمقابل وقت کا خط کھینچتے ہیں۔ اس شکل میں Z_g اور Z_0 کو حقیقی اعداد تصور کرتے ہیں۔ اس کے ساتھ ساتھ $Z_g > Z_0$ اور $Z_L > Z_0$ تصور کیا گیا ہے۔ یوں $\Gamma_g > 0$ اور $\Gamma > 0$ حاصل ہوتے ہیں۔ شکل 11.18 کو دیکھ کر آگے پڑھیں۔

سوچ کو لمحہ $t = 0$ پر چالو حالت کیا جاتا ہے جس سے ترسیلی تار میں V_1^+ موج پیدا ہوتی ہے۔ یہ موج نقطہ دار لکیر سے ظاہر کردہ مقام تک $\frac{4l}{5v}$ دورانیے میں پہنچتی ہے۔ یوں $t = 0$ تا $t = \frac{4l}{5v}$ اس نقطہ پر صفر برقی دباؤ رہتی ہے جبکہ ٹھیک $t = \frac{4l}{5v}$ پر یہاں کی برقی دباؤ V_1^+ ہو جاتی ہے۔ شکل 11.18 میں ایسا ہوتا دکھایا گیا ہے۔ موج V_1^+ نقطہ دار لکیر سے برقی بار تک $\frac{1}{5v}$ دورانیے میں پہنچ کر انعکاس پذیر ہوتی ہے۔ انعکاسی موج کو برقی بار سے نقطہ دار لکیر تک پہنچنے کی خاطر $\frac{1}{5v}$ دورانیہ درکار ہے۔ یوں V_1^- موج نقطہ دار لکیر پر لمحہ $\frac{4l}{5v} + \frac{1}{5v} + \frac{1}{5v} = \frac{6l}{5v}$ پہ پہنچتی ہے۔ یوں سوچ چالو حال کرنے کے $\frac{6l}{5v}$ دیر بعد نقطہ دار لکیر پر برقی دباؤ $V_1^+ + V_1^-$ ہو جاتی ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ آپ شکل 11.18 میں دکھائے گئے تمام صورت حال کو سمجھ پائے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ترسیلی تار کے دونوں سروں پر موج بار بار انعکاس پذیر ہوتی ہے۔ ہر انعکاس کے بعد برقی دباؤ برقرار حال قیمت کے قریب تر ہوتی جاتی ہے۔



شکل 11.19: عارضی دورانے کی برقی رو بالمقابل برقی دباؤ۔

ترسیلی تار پر کسی بھی مقام پر برقی رو کی قیمت بھی اسی طرح حاصل کی جاتی ہے۔ برقی دباؤ کی صورت میں اس تار کو مثبت برقی دباؤ پر تصور کیا جاتا ہے جس پر مثبت چارج پایا جاتا ہو۔ یوں شکل 11.17 میں V_1^+ اور V_1^- امواج میں بالائی تار مثبت برقی دباؤ پر ہیں۔ اسی شکل میں گھڑی کی سمت میں گھومتی برقی رو کو مثبت تصور کیا جاتا ہے جبکہ گھڑی کے الٹ سمت گھومتی برقی رو کو منفی تصور کیا جاتا ہے۔ یوں I_1^+ مثبت جبکہ I_1^- منفی برقی رو ہے۔ یوں ترسیلی تار میں دونوں جانب حرکت کرتی برقی دباؤ کی موج کو مثبت تصور کیا جاتا ہے جبکہ برقی رو کے امواج مثبت یا منفی ممکن ہیں۔ برقی رو اور برقی دباؤ کا عمومی تعلق

$$I_1^+ = \frac{V_1^+}{Z_0}$$

$$I_1^- = -\frac{V_1^-}{Z_0}$$

ہے۔ اس طرح

$$I_1^+ = \frac{V_1^+}{Z_0}, \quad I_1^- = -\frac{V_1^-}{Z_0}$$

$$I_2^+ = \frac{V_2^+}{Z_0}, \quad I_2^- = -\frac{V_2^-}{Z_0}$$

$$I_3^+ = \frac{V_3^+}{Z_0}, \quad I_3^- = -\frac{V_3^-}{Z_0}$$

لکھ جائیں گے۔

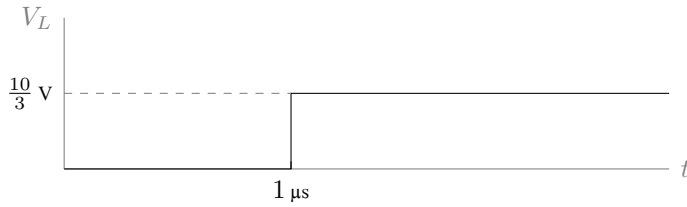
شکل 11.18 کو دیکھتے ہوئے شکل 11.19 حاصل کیا گیا ہے۔ اس شکل میں یہ دلچسپ حقیقت سامنے آتی ہے کہ سوئچ چالو کرنے کے لمحے پر برقی رو برقرار حالت یکساں برقی رو سے زیادہ ہے۔ دراصل Z_g ، Z_L اور Z_0 کے قیمت ایسے چنے جاسکتے ہیں کہ ابتدائی برقی دباؤ یا ابتدائی برقی رو کی قیمت برقرار حالت قیمتوں سے زیادہ یا کم ہو۔

مثال 11.3: شکل 11.17 میں $l = 240 \text{ m}$ ، $v = 0.8c$ ، $V_0 = 5 \text{ V}$ ، $Z_L = 100 \Omega$ ، $Z_g = 50 \Omega$ اور $Z_0 = 50 \Omega$ ہیں۔ سوئچ کو $t = 0$ پر چالو حالت میں کر دیا جاتا ہے۔ عارضی دورانیے میں برقی بار اور منبع پر برقی دباؤ بالمقابل وقت اور برقی رو بالمقابل وقت کے خط کھینچیں۔

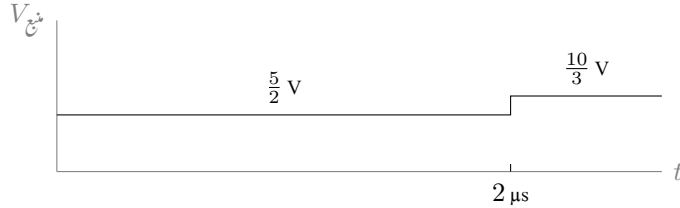
حل: ان قیمتوں سے شرح انعکاس

$$\Gamma_g = \frac{50 - 50}{50 + 50} = 0$$

$$\Gamma_L = \frac{100 - 50}{100 + 50} = \frac{1}{3}$$



شکل 11.20: برقی بار پر برقی دباؤ۔



شکل 11.21: منبع کے خارجی سروں پر برقی دباؤ۔

حاصل ہوتے ہیں۔ لمحہ $t = 0$ پر سوئچ چالو کرنے سے منبع کو Z_0 نظر آتا ہے لہذا

$$V_1^+ = \frac{Z_0 V_0}{Z_g + Z_0} = \frac{50 \times 5}{50 + 50} = \frac{5}{2} \text{ V}$$

$$I_1^+ = \frac{V_0}{Z_g + Z_0} = \frac{5}{50 + 50} = \frac{1}{20} \text{ A}$$

ہوں گے۔ ترسیلی تار میں رفتار موج $v = 0.8 \times 3 \times 10^8 = 2.4 \times 10^8 \text{ m/s}$ ہے لہذا یہ امواج

$$t = \frac{l}{v} = \frac{240}{2.4 \times 10^8} = 1 \mu\text{s}$$

دورانیے میں برقی بار تک پہنچیں گی۔ برقی بار سے انعکاس پذیر امواج

$$V_1^- = \Gamma_L V_1^+ = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{6} \text{ V}$$

$$I_1^- = -\frac{V_1^-}{Z_0} = -\frac{1}{60} \text{ A}$$

ہیں۔ یوں سوئچ چالو کرنے کے $1 \mu\text{s}$ دیر بعد برقی بار پر کل برقی دباؤ اور برقی رو

$$V_1^+ + V_1^- = \frac{5}{2} + \frac{5}{6} = \frac{10}{3} \text{ V}$$

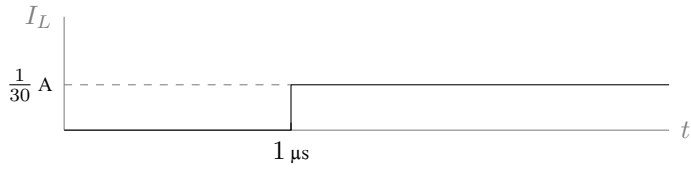
$$I_1^+ + I_1^- = \frac{1}{20} - \frac{1}{60} = \frac{1}{30} \text{ A}$$

ہوں گے۔ سوئچ چالو کرنے کے $2 \mu\text{s}$ دیر بعد انعکاسی امواج منبع تک واپس پہنچیں گی۔ چونکہ $\Gamma_g = 0$ ہے لہذا منبع سے کوئی موج انعکاس پذیر نہیں ہوگی۔ اس طرح سوئچ چالو کرنے کے $2 \mu\text{s}$ دیر بعد منبع پر برقی دباؤ اور برقی رو مندرجہ بالا قیمتیں اختیار کر لیں گے۔ اس کے بعد یہی قیمتیں برقرار رہیں گے۔

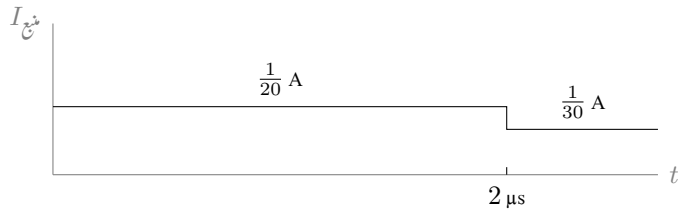
3822

3823

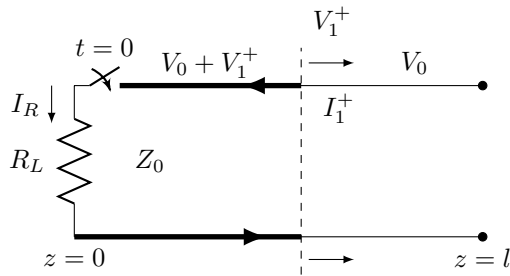
عارضی دورانیے کا ایک اہم مسئلہ شکل 11.24 میں دکھایا گیا ہے جہاں $z = 0$ پر برقی بار R_L جوڑا جاسکتا ہے جبکہ $z = l$ پر تار کا سراکھلا رکھا جاتا ہے۔ چارج بردار تار پر V_0 مثبت برقی دباؤ پایا جاتا ہے جبکہ تار کی قدرتی رکاوٹ Z_0 ہے۔ آئیں اس کی کارکردگی پر غور کریں۔ سوئچ چالو کرتے ہی تار سے چارج کا انخلاء راستہ



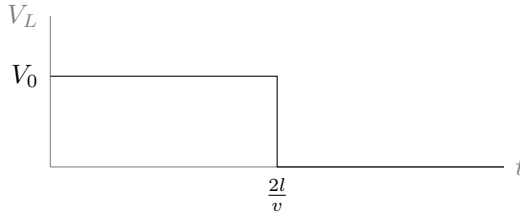
شکل 11.22: برقی بار کی برقی رو۔



شکل 11.23: منبع کی برقی رو۔



شکل 11.24: ترسیلی تار سے مستطیل پتلا اشارہ حاصل کیا جا سکتا ہے۔



شکل 11.25: ترسیلی تار سے حاصل مستطیل پتلا اشارہ۔

R_L شروع ہو جاتا ہے۔ تار میں کشاف چارج کی کمی سے تار میں برقی دباؤ کم ہوتا ہے۔ شکل 11.24 میں سوئچ بند کرنے کے کچھ ہی دیر بعد کی صورت حال دکھائی گئی ہے۔ سوئچ چالو کرنے سے پیدا موج کا مقام نقطہ دار لکیر دکھا رہی ہے۔ اس لکیر کے دائیں جانب برقی دباؤ V_0 اور چارج ساکن ہے جبکہ لکیر کے بائیں جانب چارج حرکت میں ہے اور برقی دباؤ $V_0 + V_1^+$ ہے۔ چونکہ نقطہ دار لکیر کے بائیں جانب تار پر کشاف چارج کم ہے لہذا اس طرف برقی دباؤ بھی کم ہوگا، جس سے صاف ظاہر ہے کہ V_1^+ کی قیمت منفی ہوگی۔ نقطہ دار لکیر کے دائیں جانب برقی دباؤ صفر کے برابر ہے جبکہ لکیر کے بائیں جانب برقی دباؤ پائی جاتی ہے۔ یہ برقی رو گھڑی کی الٹ سمت ہے لہذا تار میں ابتدائی برقی رو کے موج I_1^+ کی قیمت منفی ہوگی۔ برقی دباؤ کی موج V_1^+ اور برقی رو کی موج I_1^+ ترسیلی تار میں $z = 0$ سے $z = l$ جانب حرکت کرتی ہے۔ ترسیلی تار میں برقی دباؤ اور برقی رو ہر صورت

$$-I_R = I_1^+ = \frac{V_1^+}{Z_0}$$

مساوات پر پورا اترتے ہیں۔ مزاحمت R_L پر برقی دباؤ $V_0 + V_1^+$ ہے جو I_R کی وجہ سے ہے۔ یوں برقی بار پر $V_L = I_R R_L$ ہوگا جسے

$$V_L = V_0 + V_1^+ = -I_1^+ R_L = -\frac{V_1^+}{Z_0} R_L$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مساوات سے

$$(11.57) \quad V_1^+ = -\frac{Z_0 V_0}{Z_0 + R_L}$$

حاصل ہوتا ہے۔ برقی دباؤ کی ابتدائی موج جانتے ہوئے ہم کسی بھی لمحے کسی بھی نقطے پر برقی دباؤ یا برقی رو حاصل کر سکتے ہیں۔ ایسا ہم کئی مرتبہ کر چکے ہیں۔³⁸²⁴

زیادہ دلچسپ صورت حال اس وقت پیدا ہوتی ہے جب $R_L = Z_0$ ہو۔ ایسی صورت میں ترسیلی تار کے سروں پر شرح انعکاس

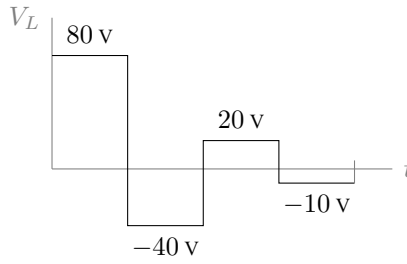
$$\Gamma_{z=0} = 0$$

$$\Gamma_{z=l} = 1$$

حاصل ہوتے ہیں جہاں $z = l$ پر تار کا سر اگلے دور ہے۔ مساوات 11.57 سے

$$V_1^+ = -\frac{V_0}{2}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں سوئچ چالو کرتے ہی برقی بار پر دباؤ $V_L = V_0 + V_1^+ = \frac{V_0}{2}$ پیدا ہوتا ہے۔ موج V_1^+ کو تار کے دائیں سرے تک پہنچنے کی خاطر $\frac{l}{v}$ وقت درکار ہے جہاں سے یہ انعکاس پذیر ہوگی۔ اس طرح سوئچ چالو کرنے کے ٹھیک $\frac{2l}{v}$ دیر بعد منعکس برقی موج برقی بار پہنچ کر اس پر کل برقی دباؤ کی قیمت 0 V کر دے گی۔ چونکہ $R_L = Z_0$ ہے لہذا بار سے موج انعکاس پذیر نہیں ہوگی۔ برقی بار پر برقی دباؤ کو شکل 11.25 میں دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بار پر بالکل مستطیل برقی دباؤ پائی جاتی ہے۔ انتہائی کم دورانی کے مستطیل اشارات ترسیلی تار کی مدد سے پیدا کئے جاسکتے ہیں۔ $R_L \neq Z_0$ کی صورت میں موج کئی بار انعکاس پذیر ہوگی جس سے اشارہ مستطیل شکل کھودے گا۔



شکل 11.26: بار بار انعکاس پذیر موج سے پیدا برقی دباؤ۔

3830

مثال 11.4: 300Ω کے بار پر 5000 V اور 100 ns دورانیے کا مستطیل اشارہ درکار ہے۔ اس اشارے کو 300Ω کے ہم محوری تار سے حاصل کریں جہاں تار میں موج کی رفتار $0.8c$ ہے۔

3832

حل: اشارے کے دورانیے سے تار کی لمبائی

$$l = \frac{0.8 \times 3 \times 10^8 \times 100 \times 10^{-9}}{2} = 12 \text{ m}$$

3833

حاصل ہوتی ہے۔ ہم محوری تار کو 10 kV برقی دباؤ پر رکھتے ہوئے درکار اشارہ حاصل ہوگا۔

3834

3835

مثال 11.5: شکل 11.24 میں $V_0 = 320 \text{ V}$ ، $Z_0 = 50 \Omega$ جبکہ $R_L = \frac{50}{3} \Omega$ ہیں۔ لمحہ $t = 0$ پر سونچ کو چالو کیا جاتا ہے۔ $0 \leq t < \frac{8l}{v}$ کے لئے مزاحمت پر برقی دباؤ حاصل کریں۔

3837

حل: اس دورانیے میں موج ترسیلی تار میں چار چکر کاٹے گی۔ دی گئی معلومات سے

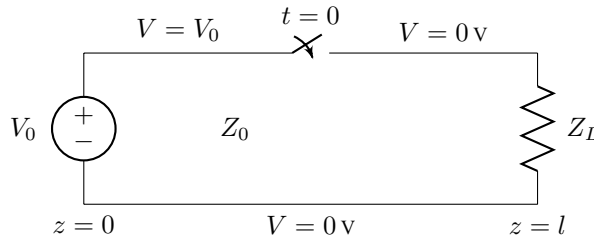
$$\Gamma_{z=0} = \frac{\frac{50}{3} - 50}{\frac{50}{3} + 50} = -\frac{1}{2}$$

$$\Gamma_{z=l} = \frac{\infty - 50}{\infty + 50} = 1$$

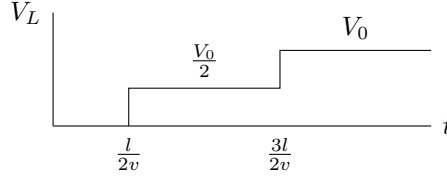
حاصل ہوتے ہیں۔ یوں

$$V_1^+ = -\frac{50 \times 320}{50 + \frac{50}{3}} = -240 \text{ V}$$

$$V_1^- = \Gamma_{z=l} V_1^+ = -240 \text{ V}$$



(ا) ترسیلی تار کے عین درمیانے نقطے پر سوئچ کو چالو کیا جاتا ہے۔



(ب) بار پر برقی دباؤ۔

شکل 11.27: مثال 11.6 کا دور اور اس میں بار پر برقی دباؤ۔

ہوں گے۔ اسی طرح

$$V_2^+ = V_2^- = \Gamma_{z=0} V_1^- = 120 \text{ V}$$

$$V_3^+ = V_3^- = \Gamma_{z=0} V_2^- = -60 \text{ V}$$

$$V_4^+ = V_4^- = \Gamma_{z=0} V_3^- = 30 \text{ V}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ ان نتائج کو استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} V_L &= V_0 + V_1^+ = 320 - 240 = 80 \text{ V} & (0 < t < \frac{2l}{v}) \\ &= V_0 + V_1^+ + V_1^- + V_2^+ = -40 \text{ V} & (\frac{2l}{v} < t < \frac{4l}{v}) \\ &= V_0 + V_1^+ + V_1^- + V_2^+ + V_2^- + V_3^+ = 20 \text{ V} & (\frac{4l}{v} < t < \frac{6l}{v}) \\ &= V_0 + V_1^+ + V_1^- + V_2^+ + V_2^- + V_3^+ + V_3^- + V_4^+ = -10 \text{ V} & (\frac{6l}{v} < t < \frac{8l}{v}) \end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ان نتائج کو شکل 11.26 میں دکھایا گیا ہے۔

3838

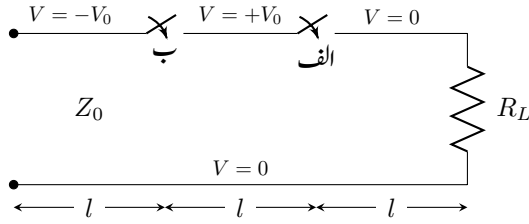
3839

3840

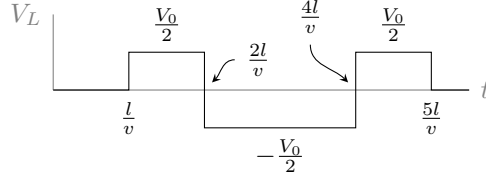
مثال 11.6: شکل 11.27-الف میں ترسیلی تار کے عین درمیان $z = \frac{l}{2}$ پر سوئچ نصب ہے جسے لمحہ $t = 0$ پر چالو کیا جاتا ہے۔ اس دور میں $Z_0 = R_{L341}$ ہے جبکہ منبع کی اندرونی مزاحمت 0Ω کے برابر ہے۔ برقی بار پر برقی دباؤ کا خط کھینچیں۔

3842

حل: سوئچ سے بار کی جانب ترسیلی تار پر 0 V برقی دباؤ ہے جبکہ سوئچ سے منبع کی جانب ترسیلی تار چارج بردار ہے جس سے اس جانب کی برقی دباؤ V_0 ہے۔ سوئچ چالو کرنے سے دو برقی موج، سوئچ کے مقام پر، پیدا ہوتی ہیں۔ سوئچ سے بار کی جانب موج کا حیطہ $\frac{V_0}{2}$ جبکہ سوئچ سے منبع کی جانب موج کا حیطہ $-\frac{V_0}{2}$ ہوگا۔ چونکہ



(ا) ترسیلی تار میں دو سونچ بیک وقت چالو کئے جاتے ہیں۔



(ب) بار پر عارضی دورانے میں برقی دباؤ کا خط۔

شکل 11.28: مثال 11.7 کا دور اور بار پر برقی دباؤ۔

ہے لہذا بار پر انعکاسی موج پیدا نہیں ہوگی۔ اس کے برعکس منبع پر $\Gamma_g = -1$ کی بنا پر یہاں سے انعکاس ہوگا۔ ان تمام کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} V_L &= 0 & (0 < t < \frac{l}{2v}) \\ &= \frac{V_0}{2} & (\frac{l}{2v} < t < \frac{3l}{2v}) \\ &= V_0 & (\frac{3l}{2v} < t) \end{aligned}$$

ان نتائج کو شکل 11.27-ب میں دکھایا گیا ہے۔

3843

3844

3845

مثال 11.7: شکل 11.28 میں ترسیلی تار میں دو عدد سونچ نسب ہیں۔ دونوں سونچ کو لمحہ $t = 0$ پر بیک وقت چالو کیا جاتا ہے۔ $Z_0 = R_L$ کی صورت میں بار پر برقی دباؤ کا خط کھینچیں۔

3847

حل: بار پر $\Gamma_L = 0$ ہے جبکہ ترسیلی تار کے کھلے سر پر $\Gamma = 1$ ہے۔ دو سونچ چالو کرنے سے کل چار عدد برقی دباؤ کے موج پیدا ہوتے ہیں۔ ان میں سے دو عدد موج بار کی جانب حرکت کرتے ہیں جبکہ بقایا دو عدد موج ترسیلی تار کے کھلے سر کی جانب حرکت کرتے ہیں۔ کھلے سر پر دونوں امواج انعکاس پذیر ہو کر بار کی جانب لوٹتے ہیں۔ بار سے کوئی موج انعکاس پذیر نہیں ہوتی۔

3850

سونچ-الف سے بار جانب $\frac{V_0}{2}$ وولٹ کی موج جبکہ کھلے سر کی جانب $-\frac{V_0}{2}$ وولٹ کی موج حرکت کرتی ہے۔ پہلی موج $t = \frac{l}{v}$ دیر بعد بارتک پہنچتی ہے۔ دوسری موج کھلے سر سے انعکاس پذیر ہو کر بارتک $t = \frac{5l}{v}$ دورانے میں پہنچتی ہے۔

3852

سونچ-ب سے بار جانب $-V_0$ حیٹے کی موج حرکت کرتے ہوئے بارتک $t = \frac{2l}{v}$ دورانے میں پہنچتی ہے جبکہ دوسری موج کا حیٹہ $+V_0$ ہے اور ترسیلی تار کے کھلے سر سے ہوتے ہوئے بارتک $\frac{4l}{v}$ وقت میں پہنچتی ہے۔

3854

ان حقائق سے بار پر برقی دباؤ کا خط حاصل کیا جاتا ہے جسے شکل 11.28 میں دکھایا گیا ہے۔

3855

3856

figTransmissionSmithFromInternet.tex is not giving the figure of the book
 the answers should be at the end of the book
 read chapter 9 onwards (proof reading)
 put comsat's time table here.
 energy travels along the wire and not in the wire.
 antenna chapter, 3D figure at start and complete the start section.
 house completion certificate.
 zaryab fish
 $F = dW/dT$ to include in inductance chapter plus a question or two
 magnetization curve and an iteration example. fig 8.10, 11 of hayt.
 charge is barqi bar.
 add questions to machine book too.
 take print outs for myself.

4891

4892

when giving fields always remember the following rules:
 always ensure that divergence of magnetic field is zero.
 moving waves must be of the form $E = E_0 \cos(\omega t - kz)$ where $c = (\mu * \epsilon)^{-0.5}$ and $k = 2 * \pi / \lambda$
 include complex permittivity (7th ed Q12.18 says $\sigma = \omega \epsilon''$)
 include 4th ed fig 11.11 of page 422
 rename lossless and lossy dielectrics as

الباب 16

سوالات

ترسیلی تار

سوال 16.1: ترسیلی تار کے مستقل $R = 20 \frac{\Omega}{m}$ ، $L = 4 \frac{\mu H}{m}$ ، $G = 80 \frac{\mu S}{m}$ اور $C = 60 \frac{pF}{m}$ ہیں۔ اس میں 200 MHz تعدد کی ہر قری موج حرکت کر رہی ہے۔ الف) γ ، α ، β ، λ اور Z_0 حاصل کریں۔ ب) 12 m فاصلہ طے کرنے کے بعد موج کا حیطہ ابتدائی قیمت کی نسبت سے کتنا ہو گا؟ پ) 1.6 m فاصلہ طے کرنے کے بعد موج کا زاویائی فرق کتنا ہو گا؟

جوابات: $\gamma = 0.049 + j3.1 \text{ m}^{-1}$ ، $\alpha = 0.049 \frac{Np}{m}$ ، $\beta = 3.1 \frac{rad}{m}$ ، $\lambda = 2.03 \text{ m}$ ، $Z_0 = 258 - j2.37 \Omega$ ، 55.5% ، 284°

سوال 16.2: ایک ترسیلی تار جس میں موج کی رفتار $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ ہے کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 50 \Omega$ ہے۔ تار کے داخلی سروں پر 20 MHz کی موج پیدا کی جا رہی ہے جبکہ اس کا دوسرا سرا کسر دور کیا گیا ہے۔ الف) تار کی لمبائی 3.75 m ہونے کی صورت میں داخلی Z حاصل کریں۔ ب) تار کی لمبائی بالترتیب 7.5 m ، 1.2 m اور 9 m ہونے کی صورت میں داخلی Z حاصل کریں۔

جوابات: ∞ ، 0Ω ، $27.5j \Omega$ ، $36.3j \Omega$

سوال 16.3: بے ضیاع ترسیلی تار کی فی میٹر امالہ $0.25 \frac{\mu H}{m}$ جبکہ اس کی قدرتی رکاوٹ 75Ω ہے۔ الف) تار کی فی میٹر کیپیسٹنس دریافت کریں۔ ب) تار میں موج کی رفتار حاصل کریں۔ پ) موج کی تعدد 50 MHz ہونے کی صورت میں β حاصل کریں۔ ت) تار کے ساتھ 55Ω کا بار منسلک ہے۔ Γ اور S حاصل کریں۔

جوابات: $s = \frac{15}{11}$ ، $\Gamma = -\frac{2}{13}$ ، $\beta = 1.05 \frac{rad}{m}$ ، $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ ، $44.4 \frac{pF}{m}$

سوال 16.4: ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ 300Ω ہے۔ موج کی تعدد $6 \times 10^8 \frac{rad}{s}$ جبکہ اس کی رفتار $2.8 \times 10^8 \frac{m}{s}$ ہے۔ الف) تار کی فی میٹر امالہ اور کیپیسٹنس حاصل کریں۔ ب) تار پر سلسلہ وار جزی 150Ω اور $0.8 \mu H$ کا بار ڈالا جاتا ہے۔ Γ اور S حاصل کریں۔

جوابات: $s = 7.49$ ، $\Gamma = 0.38 + j0.67$ ، $C = 11.9 \frac{pF}{m}$ ، $L = 1.07 \frac{\mu H}{m}$

سوال 16.5: بے ضیاع ترسیلی تار کی 80 MHz تعدد پر قدرتی رکاوٹ 75Ω اور $\beta = 0.25\pi \frac{rad}{m}$ ہیں۔ الف) تار کی L اور C حاصل کریں۔ ب) تار پر $Z_L = 80 + j100 \Omega$ بار لادا جاتا ہے۔ بار سے کتنے فاصلے پر تار کی داخلی رکاوٹ Z حقیقی یعنی $Z = R + j0$ داخلی ہو گا۔

جوابات: $L = 117 \frac{nH}{m}$ ، $C = 20.8 \frac{pF}{m}$ ، 60.34 cm

سوال 16.6: تعدد $1 \frac{Mrad}{s}$ پر ضیاع کار ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 40 + j0 \Omega$ اور حرکی مستقل $\gamma = 2 + j6 \text{ m}^{-1}$ ہیں۔ الف) G ، C ، R اور L حاصل کریں۔

$$L = 0.24 \frac{\text{mH}}{\text{m}}, R = 80 \frac{\Omega}{\text{m}}, C = 150 \frac{\text{nF}}{\text{m}}, G = 0.05 \frac{\text{S}}{\text{m}} \text{ : جوابات}$$

سوال 16.7: ہے ضیاع ترسیلی تار کی 150 MHz تعدد پر $Z_0 = 80 \Omega$ اور $\beta = 6 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ ہیں۔ تار پر متوازی جڑے 200Ω کی مزاحمت اور 10 pF کی کیپیسٹر کا بار لادا جاتا ہے۔ الف) L اور C حاصل کریں۔ ب) شرح ساکن موج حاصل کریں۔

$$s = 4.07, C = 79.6 \frac{\text{pF}}{\text{m}}, L = 0.51 \frac{\mu\text{H}}{\text{m}} \text{ : جوابات}$$

سوال 16.8: منبع برقی دباو سلسلہ وار جڑی رکاوٹ $Z = 300 - j300 \Omega$ اور ہے ضیاع ترسیلی تار کے ساتھ منسلک ہے۔ ترسیلی تار کا دوسرا سرا کستہ دور ہے۔ ترسیلی تار میں طول موج λ ہے۔ الف) منبع برقی دباو پر کل 300Ω رکاوٹ مہیا کرنے کی خاطر ترسیلی تار کی لمبائی کتنی رکھی جائے گی۔ ب) ترسیلی تار کی لمبائی کے تمام ممکنہ جواب حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } \frac{\lambda}{8} = \text{لمبائی}, \frac{\lambda}{8} + \frac{m\lambda}{2} = \text{لمبائی}$$

سوال 16.9: تعدد 50 MHz کے منبع برقی دباو کے ساتھ رکاوٹ $Z_g = 50 + j50 \Omega$ اور ہے ضیاع ترسیلی تار سلسلہ وار جڑے ہیں۔ ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 100 \Omega$ ، لمبائی $\frac{\lambda}{4}$ ہے اور یہ بار Z_L کو طاقت فراہم کر رہی ہے۔ الف) بار کی وہ قیمت دریافت کریں جس پر منبع برقی دباو کو کل 100Ω رکاوٹ نظر آتی ہے۔ ب) ترسیلی تار کی فی میٹر امالہ $L = 1.5 \frac{\mu\text{H}}{\text{m}}$ ہونے کی صورت میں ترسیلی تار میں موج کی رفتار اور ترسیلی تار کی لمبائی دریافت کریں۔

$$\text{جوابات: } Z_L = 100 + j100 \Omega, 6.6737 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 0.333 \text{ m}$$

سوال 16.10: تیس میٹر لمبی ہے ضیاع ترسیلی تار کے دونوں سرے آزاد رکھنے کی صورت میں اس کی کل کیپیسٹنس $C = 1.5 \text{ nF}$ ناپی جاتی ہے۔ اس کا دباو یک سرہا کسر دور کرتے ہوئے دوسرے سرے پر نہایت کم دورانیے کا مستطیلی برقی دباو کا جھٹکا دیا جاتا ہے جو کسر دور سرے سے ٹکرا کر واپس لوٹتا ہے۔ تار میں دوسری طرف فاصلہ کل $0.4 \mu\text{s}$ میں طے پاتا ہے۔ ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ حاصل کریں۔

$$\text{جواب: } Z_0 = 133.3 \Omega$$

سوال 16.11: ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 60 \Omega$ جبکہ اس پر موج کی رفتار $2.8 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ہے۔ تار پر آمدی موج کی مساوات $V_s^+(z, t) = 100 \cos(\omega t - \pi z) \text{ V}$ ہے۔ الف) موج کی زاویائی تعدد حاصل کریں۔ ب) آمدی برقی رو کے موج کی مساوات لکھیں۔ پ) ترسیلی تار کا $z > 0$ حصہ بٹا کر $z = 0$ پر $Z_L = 60 + j40 \Omega$ رکاوٹ نسب کرنے کی صورت میں Γ حاصل کریں۔ انعکاسی موج $V_s^-(z, t)$ کی مساوات لکھیں اور $z = -2.25 \text{ m}$ پر V_s حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } \omega = 879.6 \frac{\text{Mrad}}{\text{s}}, I^+(z, t) = \frac{5}{3} \cos(\omega t - \pi z) \text{ A}, \Gamma = 0.1 + j0.3 = 0.316/71.6^\circ, V_s(z = -2.5 \text{ m}) = 130.4e^{j0.71} = 130.4/40.6^\circ, V_s^-(z, t) = 31.6e^{j(\pi z + 1.249)} \text{ V}$$

سوال 16.12: ترسیلی تار کی $Z_0 = 50 \Omega$ ، لمبائی 330 m اور اس میں رفتار موج $v = 0.8c$ ہے۔ یہ $Z_L = 40 + j70 \Omega$ برقی بار پر اختتام پذیر ہے۔ تعدد 1.2 MHz پر Γ ، s اور داخلی Z_L حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } 0.62/60.3^\circ, 4.27, 100/-56.2^\circ$$

سوال 16.13: ہے ضیاع ترسیلی تار کی لمبائی 3 m ، قدرتی رکاوٹ 300Ω جبکہ اس پر طول موج 4 m ہے۔ ترسیلی تار کے ساتھ نسب برقی بار $100 - j150 \Omega$ پر $100/30^\circ$ برقی دباو پایا جاتا ہے۔ الف) ترسیلی تار کے داخلی سرے پر برقی دباو حاصل کریں۔ ب) تار پر زیادہ سے زیادہ برقی دباو کیا پایا جائے گا؟

$$\text{جوابات: } 166.4/-63.7^\circ \text{ V}, 187.8 \text{ V}$$

سوال 16.14: ہے ضیاع ترسیلی تار کی لمبائی 38 m ہے جبکہ اس کے مستقل $L = 0.3 \frac{\mu\text{H}}{\text{m}}$ اور $C = 90 \frac{\text{pF}}{\text{m}}$ ہیں۔ بار $Z_L = 40 + j0 \Omega$ ہے جبکہ داخلی جانب 4 MHz تعدد کا منبع $200/0^\circ \text{ V}$ مہیا کر رہا ہے۔ الف) داخلی برقی رو کا حیطہ حاصل کریں۔ ب) بار پر برقی رو کا حیطہ حاصل کریں۔ پ) بار کو منتقل طاقت حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } 10.2 \text{ A}, 3.52 \text{ A}, 247.9 \text{ W}$$

سوال 16.15: 300Ω قدرتی رکاوٹ کی ترسیلی تار پر متوازی جڑے 400Ω اور 600Ω کا بار لادا جاتا ہے۔ تار کی لمبائی $\frac{5\lambda}{8}$ ہے جبکہ اسے داخلی جانب $v(t) = 310 \cos(2 \times 10^9 t) V$ برقی دباؤ مہیا کی جاتی ہے۔ بار بردار ترسیلی تار کی داخلی رکاوٹ $Z_{داخلی}$ حاصل کرتے ہوئے باقیوں دونوں مزاحمتوں کو مہیا اوسط طاقت حاصل کریں۔

4959

جوابات: $Z_{داخلی} = 292.7 + j65.9 \Omega$ ، $93.8 W$ ، $62.5 W$

4960

سوال 16.16: صفحہ 374 پر شکل 11-5 الف میں برقی بار کو ترسیلی تار کے ذریعہ منبع سے طاقت فراہم کرتا دکھایا گیا ہے۔ موجودہ سوال میں $Z_0 = 60 \Omega$ ، برقی بار $Z_L = 40 - j50 \Omega$ ، منبع کی خارجی مزاحمت $Z_g = 40 \Omega$ ، تعدد 10^8 Hz ، تار کی لمبائی $1.3 m$ جبکہ منبع کی برقی دباؤ $80 \angle 0^\circ V$ ہے۔ ترسیلی تار میں موج کی رفتار c کے برابر ہے۔ الف) شرح ساکن موج s اور ترسیلی تار کی داخلی $Z_{داخلی}$ حاصل کریں۔ ب) Z_g اور Z_L میں اوسط طاقت ضیاع حاصل کریں۔ پ) ترسیلی تار میں طاقت کا ضیاع حاصل کریں۔

4964

جوابات: $s = 2.86$ ، $Z_{داخلی} = 99.1 - j75.2 \Omega$ ، $5.1 W$ ، $12.7 W$ ، $0 W$

4965

سوال 16.17: ترسیلی تار کی لمبائی $\frac{8\lambda}{7}$ ، قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 75 \Omega$ جبکہ اس پر برقی بار $Z_L = 100 - j50$ ہے۔ تار میں موج کی رفتار c ہے۔ اسے داخلی جانب 100Ω کے خارجی مزاحمت کے منبع سے $600 \angle 0^\circ V$ برقی دباؤ مہیا کی جاتی ہے۔ الف) Γ ، s اور $Z_{داخلی}$ حاصل کریں۔ ب) ترسیلی تار کی داخلی برقی رو اور اسے مہیا طاقت حاصل کریں۔ پ) برقی بار پر برقی دباؤ اور اس کی برقی رو حاصل کریں۔ ت) برقی بار کو منتقل طاقت حاصل کریں۔

جوابات: الف) $\Gamma = 0.21 - j0.23$ ، $s = 1.89$ ، $Z_{داخلی} = 41.7 - j14 \Omega$ ، $370 W$ (ب) $4.2 \angle 5.6^\circ A$ ، $370 W$ (ت) $304 \angle -63^\circ V$ ، $2.7 \angle -37^\circ A$

4970

سوال 16.18: قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 300 \Omega$ اور لمبائی $0.7 m$ کے ترسیلی تار کا خارجی سرا کسر دور کیا جاتا ہے۔ تار پر طول موج $0.34 m$ ہے۔ اشارے کا محیط $15 V$ ہونے کی صورت میں تار پر زیادہ سے زیادہ محیط کیا پایا جائے گا؟ کسر دور سرے میں برقی رو کا محیط دریافت کریں۔

4972

جوابات: $41.5 V$ ، $138.4 mA$

4973

سوال 16.19: منبع برقی رو $0.4 \angle 0^\circ A$ جس کی خارجی مزاحمت 80Ω ہے ، 3.4λ لمبی ترسیلی تار کے ذریعہ 25Ω کے بار کو طاقت فراہم کرتی ہے۔ ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ 50Ω ہے۔ مزاحمتی بار اور منبع کی مزاحمت میں طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔

4975

جوابات: $1.28 W$ ، $0.81 W$

4976

سوال 16.20: برقی بار $Z_L = 90 - j55 \Omega$ کو 0.12λ لمبائی اور $Z_0 = 70 \Omega$ قدرتی رکاوٹ کی ترسیلی تار طاقت فراہم کرتی ہے۔ سمتہ نقشتہ استعمال کرتے ہوئے بار بردار ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ $Z_{داخلی}$ اور شرح ساکن موج s حاصل کریں۔

4979

جوابات: $s = 2.05$ ، $38 - j20 \Omega$

4980

سوال 16.21: بے ضیاع ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 400 \Omega$ ہے۔ تار کو 200 MHz تعدد پر استعمال کیا جا رہا ہے۔ اس تعدد پر $Z_{داخلی} = 200 - j200 \Omega$ ہے۔ تار کی لمبائی $1 m$ ہے۔ سمتہ نقشہ استعمال کرتے ہوئے الف) شرح ساکن موج حاصل کریں۔ ب) تار پر نسب برقی بار $Z_{نسب}$ حاصل کریں۔ پ) بلند تر برقی دباؤ کا مقام حاصل کریں۔

4983

جوابات: $s = 2.62$ ، $Z_L = 1040 + j69.8 \Omega$ ، $z = -7.2 mm$

4984

سوال 16.22: بے ضیاع دو متوازی تار پر مبنی ترسیلی تار کی لمبائی $25 m$ ، قدرتی رکاوٹ 300Ω اور فی میٹر کیپٹنس $12 \frac{pF}{m}$ ہے۔ نقطہ $s = 0$ پر تار کے ساتھ متوازی جڑے مزاحمت 800Ω اور کیپٹنس $5 pF$ کا برقی بار جڑا ہے۔ تعدد $\omega = 10^{10} \frac{rad}{s}$ پر سمتہ نقشے کے ذریعہ Γ ، s اور $Z_{داخلی}$ حاصل کریں۔

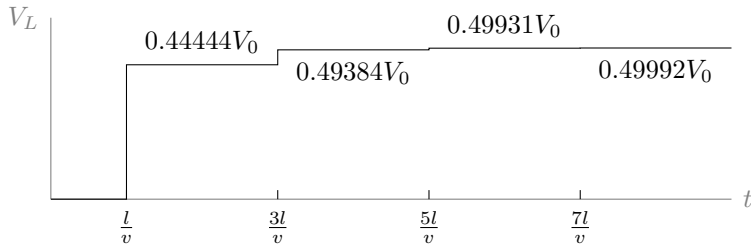
4987

جوابات: $\Gamma = 0.44 - j0.16$ ، $s = 2.7$ ، $Z_{داخلی} = 584 + j335 \Omega$

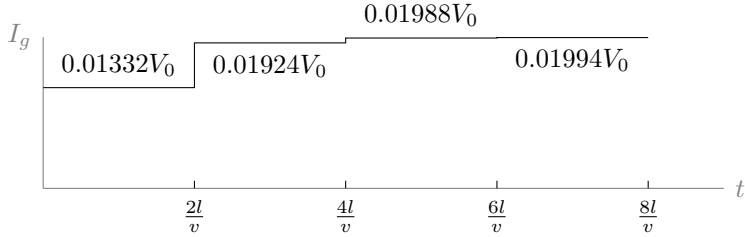
4988

سوال 16.23: بے ضیاع ترسیلی تار پر $\frac{Z_L}{Z_0} = 2 + j1$ جبکہ $\lambda = 20 m$ ہے۔ سمتہ نقشے کے استعمال کرتے ہوئے حل کریں۔ الف) وہ نقطہ دریافت کریں جس پر $Z_{داخلی} = r + j0$ ہو جہاں $r > 1$ ہے۔ ب) اس نقطے پر $Z_{داخلی}$ حاصل کریں۔ پ) اس نقطے پر ترسیلی تار کو کاٹ کر برقی بار جانب حصے کو بنایا جاتا ہے جبکہ نئے سرے پر r نسب کیا جاتا ہے۔ ترسیلی تار پر s حاصل کریں۔ ت) نسب کئے گئے r سے کتنے فاصلے پر $Z_L = 2 + j1$ ہوگا؟

4991



(ا) برقی بار کی برقی دباؤ بالمقابل وقت۔



(ب) منبع کی برقی رو بالمقابل وقت۔

شکل 16.1: سوال 16.25 کے خط۔

4992

جوابات: 0.74 m ، $Z_{\text{داخلی}} = 2.61 + j0 \Omega$ ، $s = 2.61$ ، 9.26 m

سوال 16.24: ترسیلی تار پر $Z_L = 25 + j75 \Omega$ بار نقطہ $z = 0$ پر جڑی ہے۔ تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 50 \Omega$ اور اس پر موج کی رفتار $v = c$ ہے۔ بار کے قریبی اس نقطے کو دریافت کریں جس پر داخلی رکاوٹ کا حقیقی جزو $\frac{1}{Z_0}$ کے برابر ہو جبکہ اس کا خیالی جزو منفی قیمت رکھتا ہو۔ اس نقطے پر داخلی y حاصل کریں۔ اس نقطے پر کتنا کیپسٹر نسب کرنے سے بقایا تار پر $s = 1$ حاصل ہو گا؟

4995

4996

جوابات: 39.6 cm ، $y_{\text{داخلی}} = 1 - j2.23$ ، $C = 24 \text{ pF}$

سوال 16.25: صفحہ 391 میں شکل 11.17 دکھایا گیا ہے۔ اس میں $Z_0 = 50 \Omega$ ، $R_g = R_L = 25 \Omega$ جبکہ منبع کی برقی دباؤ V_0 ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر سوئچ چالو کیا جاتا ہے۔ $0 < t < \frac{8l}{v}$ دورانے کے لئے بار کی برقی دباؤ اور منبع کی برقی رو کے خط کھینچیں۔

4998

4999

حل: شکل 16.1 میں دکھائے گئے ہیں۔

5000

سوال 16.26: صفحہ 391 میں شکل 11.17 دکھایا گیا ہے۔ اس میں $Z_0 = 50 \Omega$ ، $R_g = R_L = 100 \Omega$ جبکہ منبع کی برقی دباؤ $V_0 = 120 \text{ V}$ ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر سوئچ چالو کیا جاتا ہے۔ $0 < t < \frac{8l}{v}$ دورانے کے لئے بار کی برقی دباؤ اور منبع کی برقی رو کے خط کھینچیں۔

5002

5003

حل: شکل 16.2 میں دکھائے گئے ہیں۔

5004

سوال 16.27: صفحہ 391 میں شکل 11.17 دکھایا گیا ہے۔ اس میں $Z_0 = 50 \Omega$ ، $R_L = 25 \Omega$ ، $R_g = 100 \Omega$ جبکہ منبع کی برقی دباؤ $V_0 = 10 \text{ V}$ ہے۔ تار کی لمبائی 480 m ہے جبکہ تار میں موج کی رفتار $2.4 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر سوئچ چالو کیا جاتا ہے۔ $0 < t < \frac{8l}{v}$ دورانے کے لئے منبع سے 360 m فاصلے پر برقی دباؤ اور برقی رو کے خط کھینچیں۔

5007

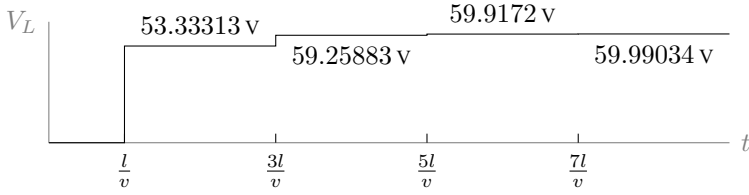
5008

حل: شکل 16.3 میں دکھائے گئے ہیں۔

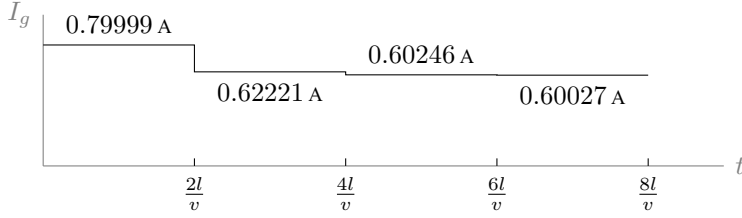
سوال 16.28: شکل 11.17 میں $Z_0 = 75 \Omega$ ، $R_g = R_L = 50 \Omega$ اور $V_0 = 10 \text{ V}$ ہیں۔ لمحہ $t = 0$ پر سوئچ چالو کیا جاتا ہے۔ لمحہ $t = \frac{l}{4v}$ پر سوئچ کو دوبارہ منقطع کر دیا جاتا ہے۔ برقی بار پر برقی دباؤ کا خط $0 < t < \frac{8l}{v}$ دورانے کے لئے کھینچیں۔ جواب: سوئچ چالو کرنے کے لمحہ $I_1^+ = 0.08 \text{ A}$ اور $V_1^+ = 6 \text{ V}$ امواج پیدا ہوتے ہیں۔ سوئچ منقطع کرنے سے برقی رو صفر ہو جاتی ہے۔ جس کا مطلب ہے کہ اب $I_1^{+011} = -0.08 \text{ A}$ کی موج پیدا ہوئی ہے یعنی برقی دباؤ کی موج $V_1^+ = -6 \text{ V}$ کی موج پیدا ہوئی ہے۔ برقی دباؤ کے دونوں امواج مل کر مستطیل موج کو جنم دیتے ہیں۔ شکل 16.412

5013

5014

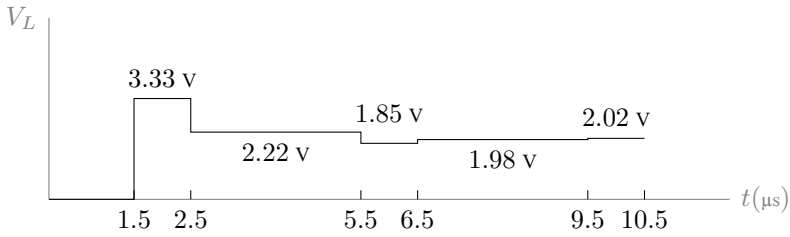


(ا) برقی بار کی برقی دباؤ بالمقابل وقت۔

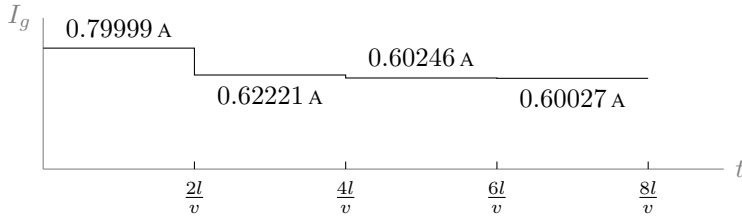


(ب) منبع کی برقی رو بالمقابل وقت۔

شکل 16.2: سوال 16.26 کے خط۔

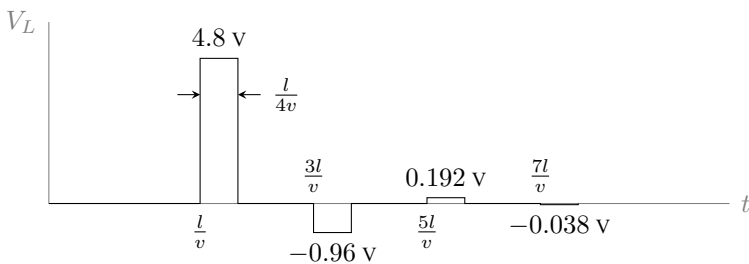


(ا) دئے نقطے کی برقی دباؤ بالمقابل وقت۔



(ب) دئے نقطے کی برقی رو بالمقابل وقت۔

شکل 16.3: سوال 16.27 کے خط۔



شکل 16.4: سوال 16.28 میں برقی بار پر مستطیل برقی دباؤ۔

جدول 16.1: σ

$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز	$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز
7×10^4	گرفتار	6.17×10^7	چاندی
1200	سلیکان	5.80×10^7	تانبا
100	فیرائٹ (عمومی قیمت)	4.10×10^7	سونا
5	سمندری پانی	3.82×10^7	المونیم
10^{-2}	چھونا پتھر	1.82×10^7	ٹنگسٹن
5×10^{-3}	چکنی مٹی	1.67×10^7	جست
10^{-3}	تازہ پانی	1.50×10^7	پیتل
10^{-4}	مقطر پانی	1.45×10^7	نکل
10^{-5}	ریتیلی مٹی	1.03×10^7	لوہا
10^{-8}	سنگ مرمر	0.70×10^7	قلعی
10^{-9}	بیک لائٹ	0.60×10^7	کاربن سٹیل
10^{-10}	چینی مٹی	0.227×10^7	مینگنیز
2×10^{-13}	بیرا	0.22×10^7	جرمینیم
10^{-16}	پولیسٹرن پلاسٹک	0.11×10^7	سٹینلس سٹیل
10^{-17}	کوارٹس	0.10×10^7	نائیکروم

جدول 16.2 : $\sigma/\omega\epsilon$ and ϵ_R

$\sigma/\omega\epsilon$	ϵ_R	چیز
	1	خالی خلاء
	1.0006	ہوا
0.0006	8.8	المونیم آکسائیڈ
0.002	2.7	عنبر
0.022	4.74	بیگ لائٹ
	1.001	کاربن ڈائی آکسائیڈ
	16	جرمنیم
0.001	4 تا 7	شیشہ
0.1	4.2	برف
0.0006	5.4	ابر
0.02	3.5	نائیلون
0.008	3	کاغذ
0.04	3.45	پلیکسی گلاس
0.0002	2.26	پلاسٹک (تھیلا بنانے والا)
0.000 05	2.55	پولیسٹرین
0.014	6	چینی مٹی
0.0006	4	پائریکس شیشہ (برتن بنانے والا)
0.000 75	3.8	کوارٹس
0.002	2.5 تا 3	ریڑ
0.000 75	3.8	سلیکا SiO_2
	11.8	سلیکان
0.5	3.3	قدرتی برف
0.0001	5.9	کھانے کا نمک
0.07	2.8	خشک مٹی
0.0001	1.03	سٹائروفوم
0.0003	2.1	ٹیفلان
0.0015	100	ٹائٹینیم ڈائی آکسائیڈ
0.04	80	مقطر پانی
4		سمندری پانی
0.01	1.5 تا 4	خشک لکڑی

جدول 16.3: μ_R

μ_R	چیز
0.999 998 6	بسمت
0.999 999 42	پیرافین
0.999 999 5	لکڑی
0.999 999 81	چاندی
1.000 000 65	المونیم
1.000 000 79	بیریلم
50	نکل
60	ڈھلوان لوہا
300	مشین سٹیل
1000	فیرائٹ (عمومی قیمت)
2500	پریم بھرت (permalloy)
3000	ٹرانسفارمر پتری
3500	سیلکان لوہا
4000	خالص لوہا
20 000	میو میٹل (mumetal)
30 000	سنڈسٹ (sendust)
100 000	سوپریم بھرت (supermalloy)

جدول 16.4: اہم مستقل

قیمت	علامت	چیز
$(1.602\,189\,2 \pm 0.000\,004\,6) \times 10^{-19} \text{ C}$	c	الیکٹران چارج
$(9.109\,534 \pm 0.000\,047) \times 10^{-31} \text{ kg}$	m	الیکٹران کمیت
$(8.854\,187\,818 \pm 0.000\,000\,071) \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$	ϵ_0	برقی مستقل (خالی خلاء)
$4\pi 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$	μ_0	مقناطیسی مستقل (خالی خلاء)
$(2.997\,924\,574 \pm 0.000\,000\,011) \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	c	روشنی کی رفتار (خالی خلاء)

