1 # برقی و مقناطیسیات

خالد خان یوسفزئی
کامسیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
2 khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

باب 11

ترسیلی تار

ترسیلی تار ایک نقطے سے دوسرے نقطے تک توانائی اور اشارات منتقل کرتے ہیں۔ بالکل سادہ صورت میں ترسیلی تار منبع طاقت کو برقی بار کے ساتھ منسلک کرتا ہے۔ یہ مرسل (ٹرانسمٹر)[1] اور اینٹینا[2] یا پھر ڈیم میں نسب جنریٹر اور اس سے دور کسی شہر کا بار ہو سکتے ہیں۔

مستوی برقی و مقناطیسی امواج عرضی امواج ہیں۔ ترسیلی تار پر بھی عرضی امواج ہی پائی جاتی ہیں۔ ہم دیکھیں گے کہ اس مشابہت کی بنا پر برقی و مقناطیسی امواج کے لئے حاصل کردہ مساوات ترسیلی تار کے لئے بھی قابل استعمال ہوں گے البتہ ترسیلی نظام میں برقی اور مقناطیسی میدان کے بجائے عموماً برقی دباو اور برقی رو کی استعمال کئے جاتے ہیں۔ اسی طرح کثافت طاقت کی جگہ طاقت کی بات کی جاتی ہے۔

اس باب میں ترسیمی تجزیے پر خاص زور دیا جائے گا جو عرضی برقی و مقناطیسی مستوی امواج کے لئے بھی قابل استعمال ہو گا۔

11.1 ترسیلی تار کے مساوات

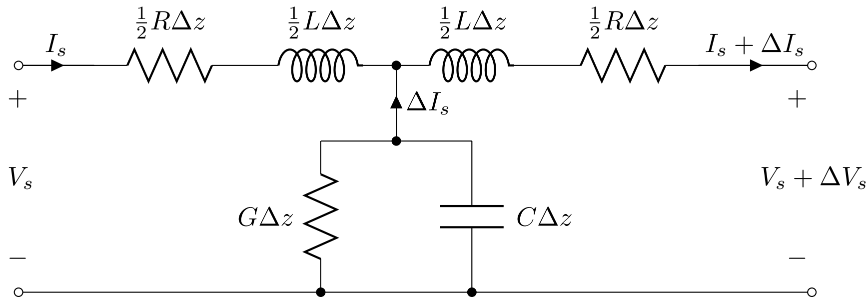
ہم ترسیلی تار کی عمومی مساوات حاصل کرنے کی خاطر ہم محوری تار کو ذہن میں رکھ کر آگے چلتے ہیں۔ یہ تار z محدد پر پڑی ہے۔ ہم محوری تار کے اندرونی اور بیرونی موصل تار بہتر موصلیت σ_c رکھتے ہیں۔ ان تاروں کے درمیان مادے کے مستقل ϵ، μ (عموماً μ_0) اور σ ہیں۔ ہم محوری تار کی جسامت اور اشارات کی تعدد جانتے ہوئے ہم اکائی لمبائی تار کے مستقل R، L، C اور G حاصل کر سکتے ہیں۔

یہاں بھی ہم موج کی حرکت a_z جانب تصور کرتے ہیں۔ یوں تار کے چھوٹی لمبائی Δz کی مزاحمت $R\Delta z$، امالہ $L\Delta z$، کپیسٹنس $C\Delta z$ اور ایصالیت $G\Delta z$ ہوں گے۔ شکل 11.1 میں ترسیلی تار کے اس چھوٹے لمبائی کو دکھایا گیا ہے۔ چونکہ تار کا یہ چھوٹا ٹکڑا دونوں اطراف سے بالکل ایک جیسے معلوم ہوتا ہے لہٰذا اس کے سلسلہ وار اجزاء کو آدھے آدھے ٹکڑوں میں کرتے ہوئے متوازی اجزاء کے دونوں طرف دکھایا گیا ہے۔ ہم متوازی اجزاء کو دو برابر ٹکڑوں میں کرتے ہوئے سلسلہ وار اجزاء کے دونوں جانب بھی جوڑ سکتے تھے۔

ہم فرض کرتے ہیں کہ شکل 11.1 میں بائیں طرف برقی دباو

$$V = V_0 \cos(\omega t - \beta z + \psi)$$

[1] transmitter
[2] antenna



شکل 11.1: یکساں ترسیلی تار کا چھوٹا حصہ۔ متغیرات R، L، C اور G تار کی شکل اور مادوں پر منحصر ہیں۔

پائی جاتی ہے۔ یہ حرکت کرتے موج کی عمومی مساوات ہے۔ یولر مماثل استعمال کرتے ہوئے اس مساوات کو

$$V=\left[V_0 e^{j(\omega t-\beta z+\psi)}\right]_{\text{حقیقی}}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اس مساوات میں $e^{j\omega t}$ اور زیر نوشت میں حقیقی کو پوشیدہ رکھتے ہوئے دوری سمتیہ کی صورت میں یوں لکھا جا سکتا ہے

$$V_s=V_0 e^{j\psi}e^{-\beta z}$$

3547 جہاں مساوات کے بائیں ہاتھ V_s لکھتے ہوئے زیر نوشت میں s یاد دلاتی ہے کہ یہ مساوات دوری سمتیہ کی شکل میں ہے۔

شکل 11.1 کے گرد گھومتے ہوئے کرچاف کے برقی دباو کے قانون سے

$$V_s=\left(\frac{R\Delta z}{2}+j\frac{\omega L\Delta z}{2}\right)I_s+\left(\frac{R\Delta z}{2}+j\frac{\omega L\Delta z}{2}\right)(I_s+\Delta I_s)+V_s+\Delta V_s$$

یا

$$\frac{\Delta V_s}{\Delta z}=-\left(R+j\omega L\right)I_s-\frac{1}{2}\left(R+j\omega L\right)\Delta I_s$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اگر Δz کو صفر کے قریب تر کیا جائے تب ΔI_s بھی صفر کے قریب تر ہو گا۔ یوں $\Delta z\;\to\;0$ کی صورت میں اس مساوات کے آخری جزو کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ یوں اسے

$$\frac{\mathrm{d}V_s}{\mathrm{d}z}=-\left(R+j\omega L\right)I_s \tag{11.1}$$

3548 لکھا جا سکتا ہے۔

متوازی اجزاء پر برقی دباو

$$V_s-\left(\frac{R\Delta z}{2}+j\frac{\omega L\Delta z}{2}\right)I_s$$

ہے جسے استعمال کرتے ہوئے شکل کو دیکھ کر متوازی اجزاء میں تفرقی رو کے لئے

$$-\Delta I_s=\left[V_s-\left(\frac{R\Delta z}{2}+j\frac{\omega L\Delta z}{2}\right)I_s\right]\left(G\Delta z+j\omega C\Delta z\right)$$

یا

$$\frac{\Delta I_s}{\Delta z} = -\left(G + j\omega C\right) V_s + \frac{1}{2}\left(R + j\omega L\right)\left(G + j\omega C\right) I_s \Delta z$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اگر $\Delta z \to 0$ کیا جائے تب اس مساوات کے آخری جزو کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے اور یوں

$$\frac{\mathrm{d}I_s}{\mathrm{d}z} = -\left(G + j\omega C\right) V_s \tag{11.2}$$

حاصل ہوتا ہے۔

یہاں رک کر ذرہ برقی و مقناطیسی امواج کے مساوات کو دوبارہ پیش کرتے ہیں۔ میکس ویل کی مساوات

$$\nabla \times \boldsymbol{E}_s = -j\omega\mu \boldsymbol{H}_s$$

میں $\boldsymbol{E}_s = E_{xs}\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}}$ اور $\boldsymbol{H}_{ys} = H_{ys}\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$ پر کرنے سے

$$\frac{\mathrm{d}E_{xs}}{\mathrm{d}z} = -j\omega\mu H_{ys} \tag{11.3}$$

ملتا ہے اور اسی طرح

$$\nabla \times \boldsymbol{H}_s = \left(\sigma + j\omega\epsilon\right) \boldsymbol{E}_s$$

سے

$$\frac{\mathrm{d}H_{ys}}{\mathrm{d}z} = -\left(\sigma + j\omega\epsilon\right) E_{xs} \tag{11.4}$$

ملتا ہے۔

مساوات 11.2 کا مساوات 11.4 کے ساتھ موازنہ کریں۔ غور کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ پہلے مساوات میں I_s کی جگہ H_{ys} لکھنے اور اسی طرح G کی جگہ σ، C کی جگہ ϵ اور V_s کی جگہ E_{xs} لکھتے ہوئے دوسری مساوات حاصل کی جا سکتی ہے۔ دونوں مساوات بہت قریبی مشابہت رکھتے ہیں۔

اسی طرح مساوات 11.1 اور مساوات 11.3 کو دیکھتے ہوئے یہی جوڑے یہاں بھی پائے جاتے ہیں، البتہ یہاں L اور μ کی جوڑی بھی پائی جاتی ہے۔ ہاں ظاہری طور پر R کی جوڑی موجود نہیں ہے۔ یوں ہم $j\omega\mu$ کی جوڑی $R + j\omega L$ لے سکتے ہیں۔

لامحدود یکساں مستوی امواج اور لامحدود لمبائی کی یکساں ترسیلی تار کے سرحدی شرائط ایک جیسے ہیں۔ دونوں میں سرحد پایا ہی نہیں جاتا لہٰذا ہم گزشتہ باب میں حاصل حل

$$E_{xs} = E_{x0}e^{-\gamma z}$$

کی طرز پر اب

$$V_s = V_0 e^{-\gamma z} \tag{11.5}$$

بطور ترسیلی تار کے مساوات کا حل لکھ سکتے ہیں۔ یہ برقی دباو کے موج کی مساوات ہے۔ یہ موج مثبت z جانب حرکت کر رہی ہے اور $z = 0$ پر اس کا حیطہ V_0 ہے۔ حرکی مستقل

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)}$$

اب

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \tag{11.6}$$

ہو جائے گا۔ طول موج اب بھی

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \tag{11.7}$$

ہو گا۔ موج کی رفتار اب بھی

$$v = \frac{\omega}{\beta} \tag{11.8}$$

3555 ہے۔

کامل ترسیلی تار طاقت ضائع نہیں کرتا۔ ایسی تار کے مستقل $R = G = 0$ ہوتے ہیں لہٰذا

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{LC}$$

اور

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{11.9}$$

3556 ہوں گے۔

اسی طرح مقناطیسی موج

$$H_{ys} = \frac{E_{x0}}{\eta} e^{-\gamma z}$$

سے

$$I_s = \frac{V_0}{Z_0} e^{-\gamma z} \tag{11.10}$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ Z_0 کو

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}}$$

سے

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \tag{11.11}$$

3557 لکھا جا سکتا ہے۔

خطہ-1 میں آمدی موج جب خطہ-2 کے سرحد سے ٹکراتی ہے تو اس کا کچھ حصہ بطور انعکاسی موج خطہ-1 میں واپس ہو جاتی ہے۔ اس انعکاسی موج اور آمدی موج کی شرح کو شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{E_{x0}^-}{E_{x0}^+} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

کہتے ہیں۔اسی طرح اگر Z_{01} قدرتی رکاوٹ کی ترسیلی تار پر آمد موج Z_{02} قدرتی رکاوٹ کی ترسیلی تار میں داخل ہونا چاہے تو ان کے سرحد سے انعکاسی موج واپس ہو گی۔ایسی انعکاسی موج اور آمدی موج کی شرح

$$\Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}} \tag{11.12}$$

ہو گی۔انعکاسی شرح جانتے ہوئے شرح ساکن موج

$$s = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \tag{11.13}$$

لکھی جا سکتی ہے۔آخر میں اگر $z > 0$ پر $\eta = \eta_2$ ہو تب $z = -l$ پر E_{xs} اور H_{ys} کی شرح

$$\eta_{\text{داخلی}} = \eta_1 \frac{\eta_2 + j\eta_1 \tan \beta_1 l}{\eta_1 + j\eta_2 \tan \beta_1 l}$$

کو داخلی قدرتی رکاوٹ کہتے ہیں۔اس سے $z > 0$ پر Z_{02} کی صورت میں ترسیلی تار کے لئے $z = -l$ پر V_s اور I_s کی شرح، یعنی اس کی داخلی قدرتی رکاوٹ کو

$$Z_{\text{داخلی}} = Z_{01} \frac{Z_{02} + jZ_{01} \tan \beta_1 l}{Z_{01} + jZ_{02} \tan \beta_1 l} \tag{11.14}$$

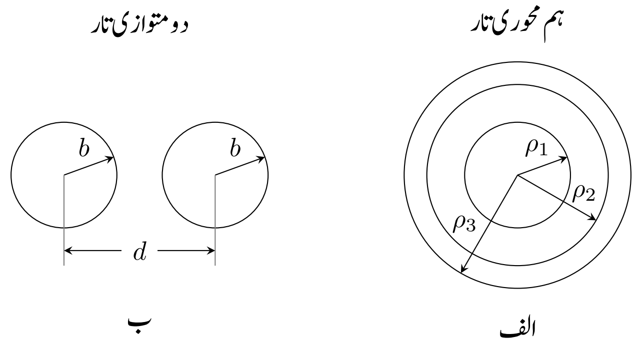
لکھا جا سکتا ہے۔

مشق 11.1: ایک ترسیلی تار جو $\omega = 5 \times 10^8\,\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ پر کام کرتی ہے کے مستقل $R = 0.15\,\frac{\Omega}{\text{m}}$، $L = 0.25\,\frac{\mu\text{H}}{\text{m}}$، $G = 8\,\frac{\mu\text{S}}{\text{m}}$ اور $C = 80\,\frac{\text{pF}}{\text{m}}$ ہیں۔اس کے α، β، λ، v اور Z_0 حاصل کریں۔

جوابات: $1.57\,\frac{\text{Np}}{\text{m}}$، $2.236\,\frac{\text{rad}}{\text{m}}$، $2.81\,\text{m}$، $2.23 \times 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ اور $55.9\underline{/-0.029^\circ}\,\Omega$

11.2 ترسیلی تار کے مستقل

اس حصے میں مختلف اشکال کے ترسیلی تار کے مستقل یکجا کرتے ہیں۔ان میں سے عموماً مستقل کو ہم پہلے حاصل کر چکے ہیں، بس انہیں ایک جگہ لکھنا باقی ہو گا۔سب سے پہلے ہم محوری تار کے مستقل اکٹھے کرتے ہیں۔



شکل 11.2: ہم محوری ترسیلی تار اور دو متوازی ترسیلی تار۔

11.2.1 ہم محوری تار کے مستقل

شکل 11.2-الف میں ہم محوری تار دکھائی گئی ہے جس میں اندرونی تار کا رداس ρ_1 ہے۔ بیرونی تار کا اندرونی رداس ρ_2 اور اس کا بیرونی رداس ρ_3 ہیں۔ تاروں کے درمیان ذو برق کے مستقل ϵ، μ اور σ ہیں۔ صفحہ 153 پر مساوات میں تار کی لمبائی $L = 1\,\mathrm{m}$ پر کرنے سے اس کی فی میٹر کپیسٹنس

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}} \tag{11.15}$$

حاصل ہوتی ہے جبکہ فی میٹر امالہ صفحہ 272 پر مساوات 8.67 دیتا ہے۔

$$L_{\text{بیرونی}} = \frac{\mu I}{2\pi}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1} \tag{11.16}$$

یہ تار کی بیرونی امالہ ہے۔ بلند تعدد پر تار میں برقی رو صرف گہرائی جلد تک محدود رہتی ہے لہٰذا ایسی صورت میں تار کے اندر نہایت کم مقناطیسی بہاو پایا جاتا ہے اور یوں اس کی اندرونی امالہ قابل نظر انداز ہوتی ہے۔ کسی بھی ترسیلی تار کے لئے

$$L_{\text{بیرونی}} C = \mu\epsilon \tag{11.17}$$

درست ثابت ہوتا ہے۔ یوں دونوں ہم محوری تاروں کے درمیان میں بھری ذو برق کا ϵ اور فی میٹر تار کی کپیسٹنس جانتے ہوئے اندرونی امالہ اس مساوات سے حاصل کی جا سکتی ہے۔

کم تعدد پر تار کی اندرونی امالہ کو نظر انداز نہیں کیا جا سکتا۔ ایسی صورت میں مساوات 8.71

$$L = \frac{\mu I}{2\pi}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{\mu}{8\pi} + \frac{\mu}{2\pi\left(\rho_3^2-\rho_2^2\right)^2}\left(\rho_3^4\ln\frac{\rho_3}{\rho_2} - \frac{\rho_2^4}{4} - \frac{3\rho_3^4}{4} + \rho_2^2\rho_3^2\right) \tag{11.18}$$

میں دی گئی فی میٹر تار کی امالہ استعمال کی جائے گی۔ یاد رہے کہ یہ امالہ حاصل کرتے ہوئے فرض کیا گیا تھا کہ برقی رو یکساں موصل تار میں گزرتی ہے۔ اب ہم جانتے ہیں کہ بلند تعدد پر رو صرف گہرائی جلد تک محدود رہتی ہے لہٰذا کم تعدد پر ہی اس امالہ کو استعمال کیا جا سکتا ہے۔

آئیں ایسی تعدد پر بھی صورت حال دیکھیں جب اندرونی امالہ کی قیمت قابل نظر انداز نہ ہو لیکن گہرائی جلد کے اثر کو بھی نظر انداز نہیں کیا جا سکتا۔ گہرائی جلد کے اثر کی وجہ سے مساوات 11.18 قابل قبول نہیں ہو گی۔ اب فرض کرتے ہیں کہ گہرائی جلد δ اندرونی تار کے رداس ρ_1 سے بہت کم ہے۔ یوں اندرونی تار کے بیرونی

باریک تہہ میں برقی رو پائی جائے گی۔ برقی رو $\boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}$ سمت میں ہے اور چونکہ $\boldsymbol{J}_s = \sigma_c \boldsymbol{E}_s$ ہوتا ہے لٰہذا تار کی سطح پر $\boldsymbol{E}_s$ کا مماثل جزو بھی $\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}}$ سمت میں ہو گا۔ موصل تار کی موصلیت کو یہاں σ_c لکھا گیا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت تار کی سطح پر

$$H_{\phi s} = \frac{I_s}{2\pi\rho_1} \tag{11.19}$$

ہو گی۔ اب تار کی سطح پر E_{zs} اور H_{ys} کی شرح، مستوی برقی و مقناطیسی موج کی قدرتی رکاوٹ ہو گی۔ اگرچہ ہم نلکی اشکال کی بات کر رہے ہیں لیکن $\delta \ll \rho_1$ کی بنا پر برقی رو گزارتے باریک تہہ کو δ موٹائی اور $2\pi\rho_1$ چوڑائی کا موصل تصور کیا جا سکتا ہے۔ یوں صفحہ 337 پر مساوات 10.66 سے

$$\Big|_{\rho_1} \frac{E_{zs}}{H_{ys}} = \frac{1+j}{\sigma_c \delta}$$

لکھا جا سکتا ہے جس میں مساوات 11.19 پر کرنے سے

$$\left.\frac{E_{zs}}{I_s}\right|_{\rho_1} = \frac{1+j}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ چونکہ E_{zs} دراصل فی میٹر برقی دباو ہے لٰہذا مندرجہ بالا شرح فی میٹر قدرتی رکاوٹ

$$Z = \left.\frac{E_{zs}}{I_s}\right|_{\rho_1} = R + j\omega L = \frac{1}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c} + j\frac{1}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c} \tag{11.20}$$

کے برابر ہے۔ یہ امالہ تار کی اندرونی امالہ ہے جو تار کے موصلیت σ_c پر منحصر ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کامل موصل کی صورت میں قدرتی رکاوٹ صفر ہو گی۔ یوں اندرونی تار کی اندرونی امالہ

$$L_{\rho_1,\text{اندرونی}} = \frac{1}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c\omega}$$

ہو گی۔ صفحہ 335 پر مساوات 10.63 کو $\sigma_c = \frac{1}{\pi f \mu \delta^2}$ لکھتے ہوئے اس میں پر کرنے سے

$$L_{\rho_1,\text{اندرونی}} = \frac{\mu\delta}{4\pi\rho_1} \qquad (\delta \ll \rho_1) \tag{11.21}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اسی طریقہ کار سے بیرونی تار کے لئے

$$L_{\rho_2,\text{اندرونی}} = \frac{\mu\delta}{4\pi\rho_2} \qquad (\delta \ll \rho_3 - \rho_2) \tag{11.22}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ یوں بلند تعدد پر ہم محوری تار کی کل امالہ

$$L_{\text{بلند تعدد}} = \frac{\mu}{2\pi}\left[\ln\frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{\sigma_c}{2}\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right)\right] \qquad (\delta \ll \rho_1,\ \delta \ll \rho_3 - \rho_2) \tag{11.23}$$

ہو گا۔ مساوات 11.20 بلند تعدد پر قدرتی رکاوٹ کا مزاحمتی حصہ یعنی فی میٹر مزاحمت بھی دیتا ہے جس سے اندرونی اور بیرونی تاروں کا سلسلہ وار مجموعہ

$$R = \frac{1}{2\pi\delta\sigma_c}\left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}\right) \qquad (\delta \ll \rho_1,\ \delta \ll \rho_3 - \rho_2) \tag{11.24}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اس مزاحمت کے ساتھ شعاعی اخراج سے پیدا مزاحمتی جزو بھی شامل کیا جا سکتا ہے۔ بے پردہ[3] تار یا ہم محوری تار کے کھلے سر سے شعاعی اخراج ہوتا ہے۔

3573

[3] unshielded

3574 ایسی تعدد جس پر گہرائی جلد کی قیمت رداس سے بہت کم نہ ہو حل کرتے ہوئے[4] استعمال ہوتے ہیں۔ یہاں انہیں حل نہیں کیا جائے گا۔

قدرتی رکاوٹ کو عموماً بیرونی امالہ اور کپیسٹنس کی صورت میں

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_{\text{بیرونی}}}{C}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1} \tag{11.25}$$

3575 لکھا جاتا ہے۔

اندرونی اور بیرونی تار کے مابین ذو برق میں سے گزرتی یک سمتی برقی رو $GV = I$ سے حاصل ہوتی ہے۔ اندرونی تار پر ρ_L اور بیرونی تار پر $-\rho_L$ کثافت لکیری چارج تصور کرتے ہوئے تاروں کے مابین برقی دباو صفحہ 102 پر مساوات 4.18

$$V = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon}\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}$$

دیتی ہے۔ تاروں کے درمیان ذو برق میں میدان مساوات 4.17

$$E_\rho = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon\rho}$$

دیتی ہے۔ ذو برق کی موصلیت σ لکھتے ہوئے، صفحہ 130 پر اوہم کے قانون کی نقطہ شکل یعنی مساوات 5.11 کی مدد سے یوں رداس ρ پر کثافت برقی رو

$$J_\rho = \sigma E_\rho = \frac{\sigma\rho_L}{2\pi\epsilon\rho}$$

لکھی جائے گی۔ اندرونی تار کے گرد رداس ρ پر L لمبائی کی نلکی سطح کا رقبہ $2\pi\rho L$ ہو گا۔ ایسی اکائی لمبائی کی سطح کے رقبہ $2\pi\rho$ سے کل

$$I = J_\rho 2\pi\rho = \frac{\sigma\rho_L}{\epsilon}$$

برقی رو گزرے گی۔ یوں

$$G = \frac{I}{V} = \frac{2\pi\sigma}{\ln\frac{\rho_2}{\rho_1}} \tag{11.26}$$

3576 حاصل ہوتا ہے۔

یہاں G کی قیمت C کے قیمت سے حاصل کرنا دیکھتے ہیں۔ ایک تار سے دوسرے تار تک $\boldsymbol{E}$ کی لکیری تکمل سے برقی دباو V حاصل ہوتا ہے۔ صفحہ 135 پر مساوات 5.18 کے تحت کسی بھی موصل پر سطحی کثافت چارج، سطح کے عمودی برقی بہاو کے برابر ہوتی ہے، یعنی $\rho_S = D_{\text{عمودی}}$۔ یوں تار پر کل چارج

$$Q = \int_S \rho_S \,\mathrm{d}S = \epsilon\int_S E_{\text{عمودی}}\,\mathrm{d}S$$

لکھی جا سکتی ہے جہاں S تار کا سطحی رقبہ ہے اور $D = \epsilon E$ لکھا گیا ہے۔ یوں

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon\int_S E_{\text{عمودی}}\,\mathrm{d}S}{V} \tag{11.27}$$

ہو گا۔ اب موصل کے سطح پر $E_{\text{عمودی}}$ جانتے ہوئے یہاں کثافت برقی رو $J = \sigma E_{\text{عمودی}}$ لکھی جا سکتی ہے لہٰذا تار کے سطح سے خارج کل برقی رو

$$I = \sigma\int_S E_{\text{عمودی}}\,\mathrm{d}S$$

---

[4] Bessel functions

ہو گی۔یوں دو تاروں کے مابین ایصالیت

$$G=\frac{I}{V}=\frac{\sigma\int_S E_{\text{عمودی}}\,\mathrm{d}S}{V} \tag{11.28}$$

ہو گی۔مساوات 11.27 اور مساوات 11.28 کو دیکھ کر

$$G=\frac{\sigma}{\epsilon}C \tag{11.29}$$

لکھا جا سکتا ہے جو کسی بھی ترسیلی تار کے لئے درست ہے

مشق 11.2: ایک ہم محوری تار جس کے $\rho_1=1\,\mathrm{mm}$، $\rho_2=3.49\,\mathrm{mm}$ اور $\sigma_c=3.82\times10^7\,\frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$ ہیں کے ذو برق کے مستقل $\mu_R=1$، $\epsilon_R=2.25$ اور $\sigma=10\,\frac{\mu\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$ ہیں۔اس کا فی میٹر کپیسٹنس، بیرونی اور اندرونی امالہ حاصل کریں۔ترسیلی تار کے α، β اور Z_0 بھی حاصل کریں۔

جوابات: $0.1\,\frac{\mathrm{nF}}{\mathrm{m}}$، $0.25\,\frac{\mu\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$، $1.29\,\frac{\mathrm{nH}}{\mathrm{m}}$، $0.014\,\frac{\mathrm{Np}}{\mathrm{m}}$، $15.1\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{m}}$ اور $50\underline{/0.055^\circ}\,\Omega$

11.2.2 دو متوازی تار کے مستقل

شکل 11.2-ب میں دو متوازی ترسیلی تار دکھائی گئی ہے۔تار کا رداس b، تاروں کے مابین فاصلہ d جبکہ تار کی موصلیت σ_c ہے۔تاروں کے گرد ذو برق کے مستقل ϵ، μ اور σ ہیں۔اس تار کی کپیسٹنس صفحہ 159 پر مساوات 5.75 کی نصف ہو گی۔اس کی وجہ وہیں پر مساوات کے نیچے سمجھائی گئی ہے۔یوں فی میٹر تار کی کپیسٹنس

$$C=\frac{\pi\epsilon}{\cosh^{-1}\frac{d}{2b}} \tag{11.30}$$

ہو گی۔اگر $b\ll d$ ہو تب مساوات 5.76 سے

$$C=\frac{\pi\epsilon}{\ln\frac{d}{b}}\qquad(b\ll d)$$

لکھا جا سکتا ہے۔مساوات 11.17 سے تار کی فی میٹر بیرونی امالہ

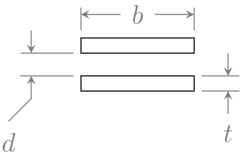
$$L_{\text{بیرونی}}=\frac{\mu}{\pi}\cosh^{-1}\frac{d}{2b}$$

یا

$$L_{\text{بیرونی}}=\frac{\mu}{\pi}\ln\frac{d}{b}\qquad(b\ll d)$$

لکھی جا سکتی ہے جبکہ بلند تعدد پر فی میٹر کل امالہ

$$L_{\text{بلند تعدد}}=\frac{\mu}{\pi}\left(\frac{\delta}{2b}+\cosh^{-1}\frac{d}{2b}\right)\qquad(\delta\ll b) \tag{11.31}$$



شکل 11.3: سطح مستوی ترسیلی تار۔

ہے۔تار کی بیرونی δ تہہ برقی رو گزارتی ہے۔اس تہہ کا رقبہ عمودی تراش $S=2\pi b\delta$ ہے لہٰذا فی میٹر مزاحمت

$$R=\frac{l}{\sigma_c S}=\frac{1}{\pi b\delta\sigma_c} \tag{11.32}$$

ہو گی جہاں دونوں تاروں کی مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔مساوات 11.29 سے فی میٹر تار کی ایصالیت

$$G=\frac{\pi\sigma}{\cosh^{-1}\frac{d}{2b}} \tag{11.33}$$

3583 حاصل ہوتی ہے۔

بیرونی امالہ اور کپیسٹنس استعمال کرتے ہوئے قدرتی مزاحمت

$$Z_0=\frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\cosh^{-1}\frac{d}{2b} \tag{11.34}$$

3584 حاصل ہوتا ہے۔

3585 11.2.3 سطح مستوی ترسیلی تار

3586 شکل 11.3 میں سطح مستوی ترسیلی تار[5] دکھایا گیا ہے جس میں b چوڑائی اور t موٹائی کے دو متوازی موصل چادر دکھائے گئے ہیں جن کے مابین فاصلہ d ہے۔موصل
3587 چادر کی موصلیت σ_c جبکہ ارد گرد کے ذو برق کے مستقل ϵ، μ اور σ ہیں۔

اگر $d\gg b$ ہو تب ان چادروں کی فی میٹر کپیسٹنس

$$C=\frac{\epsilon\,\text{رقبہ}}{\text{فاصلہ}}=\frac{\epsilon b}{d} \tag{11.35}$$

ہو گی۔یوں مساوات 11.17 سے فی میٹر بیرونی امالہ

$$L_{\text{بیرونی}}=\frac{\mu\epsilon}{C}=\frac{\mu d}{b} \tag{11.36}$$

ہو گی۔امید کی جاتی ہے کہ آپ گہرائی جلد استعمال کرتے ہوئے اندرونی امالہ حاصل کر سکتے ہیں۔یوں کل امالہ

$$L=\frac{\mu d}{b}+\frac{2}{\sigma_c\delta b w}=\frac{\mu}{b}(d+\delta)\quad(\delta\ll t) \tag{11.37}$$

---

[5] stripline

ہو گی جہاں گہرائی جلد کو چادر کی موٹائی سے بہت کم تصور کیا گیا ہے۔

بلند تعدد پر برقی رو چادروں کے آمنے سامنے سطحوں پر گہرائی جلد تک محدود ہو گی۔ یوں برقی رو رقبہ $b\delta$ سے گزرے گی جس سے ایک تار کے اکائی لمبائی کی مزاحمت $\frac{1}{\sigma_c b\delta}$ حاصل ہوتی ہے۔ یوں اکائی لمبی تار کے دونوں حصوں کی سلسلہ وار جڑی کل مزاحمت

$$R = \frac{2}{\sigma_c b\delta} \qquad (\delta \ll t) \tag{11.38}$$

ہو گی۔

مساوات 11.29 سے

$$G = \frac{\sigma b}{d} \tag{11.39}$$

لکھی جا سکتی ہے۔

ان معلومات سے سطح مستوی ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_{\text{بیرونی}}}{C}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\frac{d}{b} \tag{11.40}$$

لکھی جا سکتی ہے۔

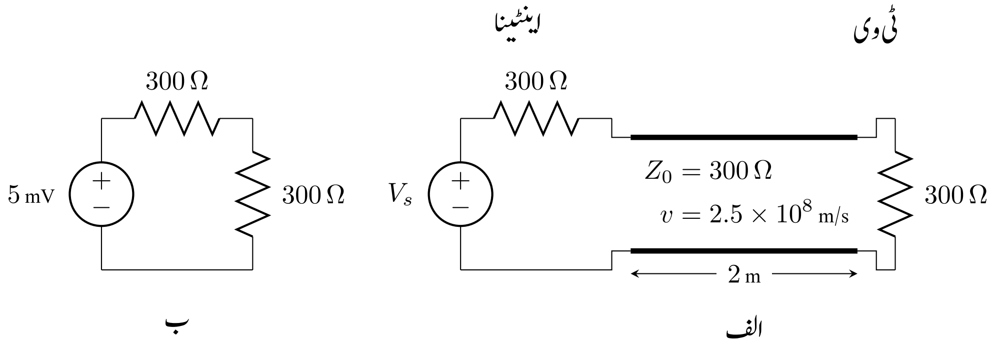
مشق 11.3: مندرجہ بالا تینوں اقسام کے ترسیلی تار 400 MHz پر کام کر رہے ہیں۔ ان میں طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کرتے ہوئے تمام کے لئے λ اور Γ حاصل کریں۔ ہم محوری تار کا $\rho_1 = 0.5\,\text{mm}$، $\rho_2 = 2.8\,\text{mm}$، $\mu_R = 1$ اور $\epsilon_R = 3.1$ ہیں۔ متوازی تار کے $b = 0.5\,\text{mm}$، $d = 9\,\text{mm}$، $\mu_R = 1$ اور $\epsilon_R = 5$ ہیں۔ مستوی سطح کے $d = 0.2\,\text{mm}$، $b = 5\,\text{mm}$، $\mu_R = 1$ اور $\epsilon_R = 2.2$ ہیں۔

جوابات: 42.6 cm، 0.26، 33.5 cm، -0.215، 50.6 cm، 0.816

11.3 ترسیلی تار کے چند مثال

اس حصے میں گزشتہ حصوں کے نتائج استعمال کرتے ہوئے چند مثال کرتے ہیں۔ یہاں تمام ترسیلی تاروں کو بے ضیاع تار تصور کیا جائے گا۔

شروع دو متوازی ترسیلی تار سے کرتے ہیں جس کی قدرتی رکاوٹ $300\,\Omega$ ہے۔ ایسی تار ٹی وی[6] کے اینٹینا اور ٹی وی کے مابین لگائی جاتی ہے۔ شکل 11.4-الف میں اس طرح جڑے ترسیلی نظام کو دکھایا گیا ہے۔ اینٹینا کا تھونن[7] مساوی دور استعمال کیا گیا ہے جو ایک عدد منبع برقی دباو V_s اور اس کے ساتھ سلسلہ وار جڑی $300\,\Omega$ کی مزاحمت پر مشتمل ہے۔ ترسیلی تار ٹی وی کے برقیاتی دور کے بالکل شروع میں نسب ابتدائی ایمپلی فائر سے جڑتی ہے جس کا داخلی مزاحمت $300\,\Omega$ ہے۔ ٹی وی کو



شکل 11.4: ترسیلی تار اینٹینا کو ٹی وی سے جوڑ رہی ہے۔

3602 اسی مزاحمت سے ظاہر کیا گیا ہے۔اس مثال میں ٹی وی بطور برقی بار کردار ادا کرتا ہے۔ٹی وی اسٹیشن سے خارج 100 MHz کے برقی و مقناطیسی امواج اس اینٹینا
3603 میں 5 mV کا اشارہ پیدا کرتی ہیں۔ترسیلی تار کے مستقل ایسے ہیں کہ اس میں اشارات کی رفتار $2.5 \times 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ہے۔

چونکہ برقی بار کی مزاحمت اور ترسیلی تار کی قدرتی مزاحمت برابر ہیں لہٰذا ترسیلی تار اور برقی بار ہمہ رکاوٹ ہیں۔یوں برقی بار پر انعکاس نہیں پایا جائے گا لہٰذا شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{300 - 300}{300 + 300} = 0$$

صفر اور شرح ساکن موج

$$s = \frac{1 - |\Gamma|}{1 + |\Gamma|} = \frac{1 - 0}{1 + 0} = 1$$

ایک کے برابر ہوں گے۔اشارے کے تعدد پر ترسیلی تار میں طول موج

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2.5 \times 10^8}{100 \times 10^6} = 2.5\,\text{m}$$

اور زاویائی مستقل

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2.5} = 0.8\pi\,\frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

ہیں۔ترسیلی تار کی برقی لمبائی

$$\beta l = 0.8\pi \times 2 = 1.6\pi\,\text{rad}$$

3604 یا $288°$ ہے جسے 0.8 طول موج بھی کہا جاتا ہے۔

شکل 11.4-ب میں داخلی جانب کا صورت حال دکھایا گیا ہے۔داخلی جانب چونکہ اینٹینا کی مزاحمت $300\,\Omega$ ہے اور ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ بھی $300\,\Omega$ ہے لہٰذا اینٹینا اور ترسیلی تار ہمہ رکاوٹ ہیں۔اینٹینا میں پیدا 5 mV کا اشارہ ترسیلی تار کے قدرتی رکاوٹ پر

$$\frac{5 \times 10^{-3} \times 300}{300 + 300} = 2.5\,\text{mV}$$

[6] TV, television
[7] Thevenin

پیدا کرے گا۔ اینٹینا اور ترسیلی تار ہمہ رکاوٹ ہیں لہٰذا منبع طاقت V_s ترسیلی تار میں زیادہ سے زیادہ طاقت بھیجے گا۔ ترسیلی تار کے داخلی جانب پیدا $2.5\,\mathrm{mV}$ کا اشارہ تار میں سے گزرتے ہوئے برقی بار تک پہنچے گا البتہ یہ داخلی اشارے سے 1.6π ریڈیئن پیچھے ہو گا۔ یوں اگر ترسیلی تار کا داخلی اشارہ

$$V_{\text{داخلی}} = 2.5\cos 2\pi 10^8 t \quad \mathrm{mV}$$

ہو تب برقی بار پر اشارہ

$$V_{\text{بار}} = 2.5\cos(2\pi 10^8 t - 1.6\pi) \quad \mathrm{mV}$$

ہو گا۔ داخلی برقی رو

$$I_{\text{داخلی}} = \frac{V_{\text{داخلی}}}{300} = 8.33\cos 2\pi 10^8 t \quad \mu\mathrm{A}$$

اور برقی بار پر برقی رو

$$I_{\text{بار}} = \frac{V_{\text{داخلی}}}{300} = 8.33\cos(2\pi 10^8 t - 1.6\pi) \quad \mu\mathrm{A}$$

ہوں گے۔ چونکہ ترسیلی تار بے ضیاع تار ہے لہٰذا جو طاقت اسے داخلی جانب فراہم کی جاتی ہے وہی طاقت خارجی جانب برقی بار کو مہیا کر دی جاتی ہے۔

$$P_{\text{داخلی}} = P_{\text{بار}} = V_{\text{موثر}} I_{\text{موثر}} = \frac{2.5\times 10^{-3}}{\sqrt{2}} \times \frac{8.33\times 10^{-6}}{\sqrt{2}} = 10.41\,\mathrm{nW}$$

مزاحمتی بار کی طاقت کا حساب لگاتے وقت یاد رہے کہ $P = VI$ میں برقی دباو اور برقی رو کے موثر[8] قیمتیں استعمال کی جاتی ہیں۔ سائن نما موج کی موثر قیمت موج کی چوٹی تقسیم $\sqrt{2}$ کے برابر ہوتی ہے۔

3606

اب پہلے ٹی وی کے متوازی دوسرا ٹی وی نسب کرنے کے اثرات پر غور کرتے ہیں۔ دوسرے ٹی وی کا داخلی مزاحمت بھی $300\,\Omega$ ہے۔ یوں اب ترسیلی تار کے خارجی جانب کل $150\,\Omega$ کا بار پایا جاتا ہے۔ اس طرح شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{150 - 300}{150 = 300} = -\frac{1}{3}$$

یا

$$\Gamma = \frac{1}{3}\angle\pi \tag{11.41}$$

حاصل ہوتی ہے اور شرح ساکن موج

$$s = \frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = 2$$

ہوں گے۔ ترسیلی تار کی داخلی مزاحمت اب $300\,\Omega$ کے بجائے

$$\begin{aligned} Z_{\text{داخلی}} &= Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan\beta l}{Z_0 + jZ_L\tan\beta l} = 300\frac{150 + j300\tan 288^\circ}{300 + j150\tan 288^\circ} \\ &= 509.7\angle -23.79^\circ = 466.39 - j205.6 \quad \Omega \end{aligned}$$

---

[8] RMS, effective

ہو گی جو کپیسٹر کی خاصیت رکھتی ہے۔ کپیسٹر کی خاصیت کا مطلب یہ ہے کہ ترسیلی تار کے برقی میدان میں مقناطیسی میدان سے زیادہ توانائی ذخیرہ ہے۔ داخلی رو

$$I_{s,\text{داخلی}} = \frac{0.005}{300 + 466.39 - j205.6} = 6.3013\underline{/15.017^\circ} \quad \mu\text{A}$$

ہے اور یوں ترسیلی تار کو داخلی جانب

$$P_{\text{داخلی}} = \frac{1}{2}\left(6.3013 \times 10^{-6}\right)^2 \times 466.39 = 9.2593\,\text{nW}$$

قت فراہم کی جا رہی ہے۔ بے ضیاع تار تمام کی تمام طاقت خارجی جانب منتقل کرے گا لہٰذا $150\,\Omega$ کے بار کو $9.2593\,\text{nW}$ حاصل ہو گا جو گزشتہ جواب یعنی $10.41\,\text{nW}$ سے قدر کم ہے۔ یہ کمی انعکاس کی وجہ سے پیدا ہوئی۔ کہانی یہاں ختم نہیں ہوتی۔ یہ طاقت دونوں ٹی وی میں برابر تقسیم ہو گا لہٰذا ہر ٹی وی کو صرف $4.6297\,\text{nW}$ طاقت مہیا ہو گا۔ چونکہ ایک ٹی وی $300\,\Omega$ مزاحمت رکھتا ہے لہٰذا ٹی وی پر پیدا برقی دباو

$$4.6297 \times 10^{-9} = \frac{\left|V_{s,\text{بار}}\right|^2}{2 \times 300}$$

یعنی

$$\left|V_{s,\text{بار}}\right| = 1.666\,67\,\text{mV}$$

ہو گا۔ یہ قیمت $2.5\,\text{mV}$ سے بہت کم ہے جو اکیلے ٹی وی پر پیدا ہوتی ہے۔

آئیں ترسیلی تار پر برقی دباو کی چوٹی، نشیب اور ان کے مقامات کے علاوہ دیگر معلومات بھی حاصل کریں۔ اگر ہم برقی دباو کے معلومات حاصل کر سکیں تو ظاہر ہے کہ برقی رو کے معلومات بھی حاصل کر پائیں گے۔ گزشتہ باب میں مستوی امواج کے لئے یہی معلومات حاصل کی گئیں تھیں۔ وہاں استعمال کئے گئے ترکیب یہاں بھی کار آمد ثابت ہوں گے۔ برقی دباو موج کے چوٹی کے مقامات مساوات 10.88

$$-\beta_1 z_{\text{بلند تر}} = \frac{\phi}{2} + n\pi \qquad (n = 0, \mp 1, \mp 2, \cdots)$$

دیتا ہے۔ اس میں $\beta = 0.8\pi$ اور $\phi = \pi$ پر کرنے سے

$$\begin{aligned} z_{\text{بلند تر}} &= \frac{1}{-0.8\pi}\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) \\ &= -1.25\left(\frac{1}{2} + n\right) \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جس میں $n = 0$ اور $n = 1$ پر کرنے سے

$$z_{\text{بلند تر}} = -0.625\,\text{m} \quad \text{اور} \quad -1.875\,\text{m}$$

حاصل ہوتے ہیں جو درست جوابات ہیں۔ اگر $n = 2$ پر کیا جائے تو $z_{\text{بلند تر}} = -3.125\,\text{m}$ حاصل ہوتا ہے جبکہ تار کی کل لمبائی صرف دو میٹر ہے لہٰذا اس جواب کو رد کیا جاتا ہے۔ اسی طرح $n = -1$ پر کرنے سے $z_{\text{بلند تر}} = 0.625\,\text{m}$ حاصل ہوتا ہے جبکہ تار منفی z محدد پر پائی جاتی ہے لہٰذا اس جواب کو بھی رد کیا جاتا ہے۔

موج کے چوٹی سے $\frac{\lambda}{4}$ فاصلے پر نشیب پائے جاتے ہیں، لہٰذا ان کے مقامات

$$z_{\text{کمتر}} = 0\,\text{m} \quad \text{اور} \quad -1.25\,\text{m}$$

ہوں گے۔ آپ نے دیکھا کہ سرحد پر برقی دباو کا نشیب پایا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہو گا کہ حقیقی Z_0 اور Z_L کی صورت میں اگر $Z_L < Z_0$ ہو تب سرحد پر موج کا نشیب ہی پایا جاتا ہے۔ 3612

چونکہ سرحد پر موج کا نشیب ہے اور ہم جانتے ہیں کہ ٹی وی پر $1.66\,\mathrm{mV}$ ہے لہٰذا دباو کی کمتر قیمت یہی ہے اور $s = 2$ سے دباو کی چوٹی اس کے دگنا یعنی $3.32\,\mathrm{mV}$ حاصل ہوتی ہے۔ ترسیلی تار کے داخلی سرے پر برقی دباو

$$V_{s,\text{داخلی}} = I_{s,\text{داخلی}} Z_{\text{داخلی}} = \left(6.3013\times 10^{-6}\angle 15.017^\circ\right)\left(509.7\angle -23.79^\circ\right) = 0.00321175\angle -8.77^\circ$$

ہو گی جو تقریباً موج کے چوٹی کے برابر ہے۔ ایسا اس لئے ہے کہ سرحد سے $\frac{\lambda}{4}$ فاصلے پر چوٹی پائی جاتی ہے جس سے ہر 0.5λ فاصلے پر چوٹی ہو گی لہٰذا سرحد سے $\frac{3\lambda}{4}$ فاصلے پر بھی چوٹی متوقع ہے جو تار کے داخلی سرے کے بہت قریب نقطہ ہے۔ آپ ترسیلی تار کی داخلی برقی دباو یوں

$$V_{s,\text{داخلی}} = \frac{Z_{\text{داخلی}} V_s}{Z_{\text{داخلی}} + 300} = \frac{(466.39 - j205.6)\times 0.005}{466.39 - j205.6 + 300} = 0.00321175\angle -8.77^\circ$$

بھی حاصل کر سکتے ہیں۔ 3613

آخر میں داخلی برقی دباو اور بار پر برقی دباو کا زاویائی تعلق دیکھتے ہیں۔ اگرچہ ہم دونوں برقی دباو کے قیمتیں حاصل کر چکے ہیں، ان کے زاویائی معلومات ابھی تک نہیں حاصل کی گئیں۔ مساوات 10.87 کی مدد سے تار پر کسی بھی نقطے پر برقی دباو

$$V_s = \left(e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z}\right) V_0^+$$

لکھا جا سکتا ہے۔ چونکہ ہمیں تار کے داخلی سرے پر دباو معلوم ہے لہٰذا اس میں $z = -l$ پر کرنے سے

$$V_{s,\text{داخلی}} = \left(e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}\right) V_0^+$$

حاصل ہوتا ہے جسے V_0^+ کے لئے حل کرتے ہیں

$$V_0^+ = \frac{V_{s,\text{داخلی}}}{e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}} = \frac{0.00321175\angle -8.77^\circ}{e^{j1.6\pi} - \frac{1}{3}e^{-j1.6\pi}} = 0.0025\angle -72^\circ$$

اور یوں بار یعنی $z = 0$ پر برقی دباو اب حاصل کی جا سکتی ہے

$$V_{s,\text{بار}} = (1+\Gamma)\, V_0^+ = 0.001666\angle -72^\circ = 0.001666\angle -288^\circ$$

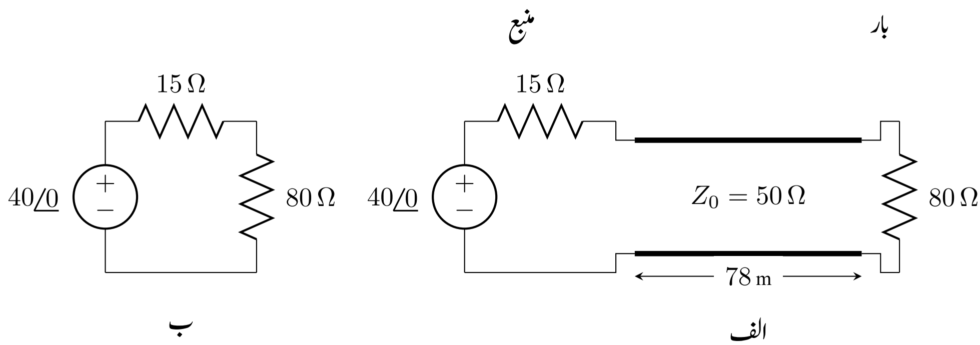
یہاں حاصل جواب کی حتمی قیمت اور کچھ دیر پہلے حاصل کی گئی بار پر برقی دباو کی حتمی قیمت برابر ہیں۔ تار کے داخلی سرے پر دباو کا زاویہ -8.77° جبکہ تار کے خارجی سرے پر دباو کا زاویہ 72° ہے۔ یوں ان کے مابین فرق 80.77° یعنی -279.23° ہے۔ انعکاسی موج کی عدم موجودگی میں یہ فرق -288° یعنی تار کی زاویائی لمبائی جتنا ہوتا ہے۔ 3616

آخری مثال کے طور پر ہم اس ترسیلی تار کے خارجی سرے پر صرف کپیسٹر $Z_L = -j300\,\Omega$ نسب کر کے دیکھتے ہیں۔ کپیسٹر میں توانائی ضائع نہیں ہوتی۔ یہ حقیقت شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{-j300 - 300}{-j300 + 300} = -j = 1\angle -90^\circ$$

سے صاف ظاہر ہے جو انعکاسی موج کا حیطہ آمدی موج کے برابر دیتا ہے۔ شرح ساکن موج یوں

$$s = \frac{1 + |-j|}{1 - |-j|} = \infty$$



شکل 11.5: بار بردار ترسیلی تار۔

ہو گا جس سے موج کا نشیب عین صفر کے برابر حاصل ہوتا ہے۔ ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ

$$Z_{\text{داخلی}} = 300\frac{-j300 + j300\tan 288^\circ}{300 + j(-j300)\tan 288^\circ} = j589$$

ہو گی جو خیالی عدد ہے لہٰذا اسے اوسط طاقت فراہم نہیں کی جا سکتی۔

ترسیلی تار کے مسائل ترسیمی طریقے سے نہایت خوش اسلوبی سے حل ہوتے ہیں۔ ان میں سمتھ نقشہ[9] زیادہ اہم ہے۔ اگلے حصے میں اسی پر غور کیا جائے گا۔

مثال 11.1: شکل 11.5-الف میں $78\,\mathrm{m}$ لمبی ترسیلی تار دکھائی گئی ہے جو $Z_L = 80\,\Omega$ بار کو طاقت فراہم کر رہی ہے۔ ترسیلی تار کو منبع $40\underline{/0}$ برقی دباو فراہم کر رہی ہے۔ منبع کی خارجی مزاحمت $15\,\Omega$ ہے جبکہ ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 50\,\Omega$ اور اس میں موج کی رفتار $2\times10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ ہے۔ مندرجہ ذیل صورتوں میں بار پر برقی دباو V_L حاصل کریں۔ الف) منبع کی تعدد $50\,\mathrm{Hz}$ ہے۔ ب) منبع کی تعدد $500\,\mathrm{kHz}$ ہے۔

حل: الف) ترسیلی تار میں $50\,\mathrm{Hz}$ تعدد پر طول موج اور β مندرجہ ذیل ہیں۔

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2\times10^8}{50} = 4\times10^6\,\mathrm{m}$$
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{4\times10^6} = 5\pi\times10^{-7}\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{m}}$$

اس تعدد پر ترسیلی تار کی لمبائی طول موج سے نہایت کم ہے $78\,\mathrm{m} >> \lambda$ لہٰذا ترسیلی تار میں موج کی ترسیل کے اثرات کو رد کیا جا سکتا ہے۔ ایسا کرنے سے ہمیں شکل 11.5-ب حاصل ہوتی ہے جہاں سے بار پر برقی دباو با آسانی یوں حاصل ہو گی۔

$$V_L = \frac{40\times80}{15+80} = 33.7\,\mathrm{V}$$

ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ

$$\begin{aligned}Z_{\text{داخلی}} &= Z_0\frac{Z_L + jZ_0\tan\beta l}{Z_0 + jZ_L\tan\beta l} = 50\frac{80 + j50\tan(5\pi\times10^{-7}\times78)}{50 + j80\tan(5\pi\times10^{-7}\times78)}\\ &= 50\frac{80 + j0.0061}{50 + j0.0098} = 79.999998697\underline{/-0.00684^\circ}\end{aligned}$$

---

[9] Smith chart

ہے۔آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $\beta l \ll 1$ کی صورت میں $\tan \beta l \to 0$ ہوتا ہے جس سے ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ تقریباً بار کے برابر ہی حاصل ہوتی 3623
ہے۔جب $\beta l \to 0$ ہو،وہاں ترسیلی تار کو رد کرتے ہوئے سادہ طرز پر دور کو حل کیا کریں۔ایسا تب ہوتا ہے جب تار کی لمبائی طول موج سے بہت کم ہو۔ 3624

ب)ترسیلی تار میں $500\,\mathrm{kHz}$ تعدد پر طول موج اور β مندرجہ ذیل ہیں۔

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2\times 10^8}{500000} = 400\,\mathrm{m}$$
$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{400} = \frac{\pi}{200}\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{m}}$$

اس تعدد پر ترسیلی تار کی لمبائی اور طول موج کے $19.5\,\%$ ہے لہٰذا ترسیلی تار کے اثرات قابل نظر انداز نہیں ہیں۔ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ

$$\begin{aligned} Z_{\text{داخلی}} &= 50\frac{80 + j50\tan(\frac{\pi}{200}\times 78)}{50 + j80\tan(\frac{\pi}{200}\times 78)} \\ &= 33.599 - j10.441 \end{aligned}$$

ہے۔یوں ترسیلی تار کے داخلی سرے پر برقی دباو

$$V_{\text{داخلی}} = \frac{40\times(33.599 - j10.441)}{15 + 33.599 - j10.441} = 28.2 - j2.54$$

ہو گا۔برقی بار کو $z = 0$ پر تصور کرنے سے ترسیلی تار کا داخلی سرا $z = -78\,\mathrm{m}$ پر ہو گا۔ترسیلی تار کے داخلی برقی دباو کو ترسیلی تار میں موجود آمدی موج $V^+ = V_0^+ e^{-j\beta z}$ اور انعکاسی موج $V^- = V_0^- e^{j\beta z}$ کا نقطہ $z = -78\,\mathrm{m}$ پر مجموعہ

$$V_{\text{داخلی}} = V_0^+ e^{-j\frac{\pi}{200}(-78)} + V_0^- e^{j\frac{\pi}{200}(78)} = V_0^+ e^{j1.22522} + V_0^- e^{-j1.22522}$$

تصور کیا جا سکتا ہے جس میں

$$V_0^- = \Gamma V_0^+ = \left(\frac{80-50}{80+50}\right)V_0^+ = \frac{3}{13}V_0^+$$

پر کرنے سے

$$28.2 - j2.54 = V_0^+ e^{j1.22522} + \frac{3}{13}V_0^+ e^{-j1.22522}$$

یا

$$V_0^+ = \frac{28.2 - j2.54}{e^{j1.22522} + \frac{3}{13}e^{-j1.22522}} = 33.9e^{-j1.138}$$

حاصل ہوتا ہے۔یوں بار پر برقی دباو

$$V_L = V_0^+(1+\Gamma) = 33.9e^{-j1.138}\left(1 + \frac{3}{13}\right) = 41.7e^{-j1.138} = 41.7\underline{/-65.2^\circ}$$

ہو گا۔ 3625

آئیں بار کو منتقل طاقت بھی حاصل کریں۔بار پر برقی دباو کے استعمال سے اوسط طاقت

$$P_L = \frac{1}{2}\frac{|V_L|^2}{R_L} = \frac{1}{2}\frac{41.7^2}{80} = 10.88\,\mathrm{W}$$

3626 حاصل ہوتی ہے۔

ترسیلی تار کے داخلی سرے پر برقی رو

$$I_{\text{داخلی}}=\frac{V_{\text{داخلی}}}{Z_{\text{داخلی}}}=\frac{28.2-j2.54}{33.599-j10.441}=0.787+j0.169$$

ہو گی۔ یوں ترسیلی تار کو داخلی سرے پر

$$P_{\text{داخلی}}=\frac{1}{2}\left. V_{\text{داخلی}}I^{*}_{\text{داخلی}}\right|_{\text{حقیقی}}=\frac{1}{2}(28.2-j2.54)(0.787-j0.169)=10.88\,\mathrm{W}$$

3627 طاقت منتقل ہو رہی ہے۔ ترسیلی تار بے ضیاع ہے لہٰذا یہی طاقت بار کو منتقل ہو گی۔

3628

3629 11.4 ترسیمی تجزیہ، سمتھ نقشہ

سمتھ نقشہ بنیادی طور پر شرح انعکاس

$$\Gamma=\frac{Z_L-Z_0}{Z_L+Z_0}$$

کی مساوات پر منحصر ہے۔ اس نقشے میں بار بمطابق Z_0 یعنی $\frac{Z_L}{Z_0}$ استعمال کی جاتی ہے جسے

$$z=r+jx=\frac{Z_L}{Z_0}=\frac{R_L+jX_L}{Z_0}$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں z کار تیسی محدد کا متغیرہ نہیں بلکہ Z_0 کے مطابقت سے بار کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں

$$\Gamma=\frac{z-1}{z+1}$$

اور

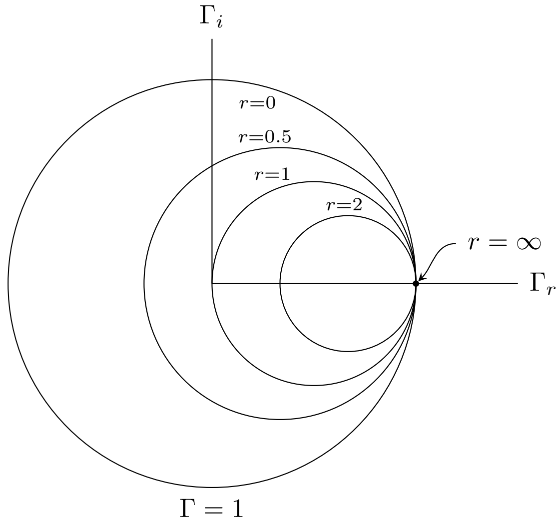
$$z=\frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \tag{11.42}$$

لکھے جا سکتے ہیں۔ شرح انعکاس کو حقیقی اور خیالی اجزاء

$$\Gamma=\Gamma_r+j\Gamma_i$$

کی صورت میں لکھتے ہوئے

$$r+jx=\frac{1+\Gamma_r+j\Gamma_i}{1-\Gamma_r-j\Gamma_i}$$



شکل 11.6: کارتیسی محدد کے متغیرات Γ_r اور Γ_i ہیں جبکہ دائرے کا رداس $\frac{1}{r+1}$ ہے۔

کے حقیقی اور خیالی اجزاء علیحدہ کرتے ہوئے

$$r=\frac{1-\Gamma_r^2-\Gamma_i^2}{(1-\Gamma_r)^2+\Gamma_i^2} \tag{11.43}$$

$$x=\frac{2\Gamma_i}{(1-\Gamma_r)^2+\Gamma_i^2} \tag{11.44}$$

لکھے جا سکتے ہیں جنہیں کچھ الجبرا کے بعد

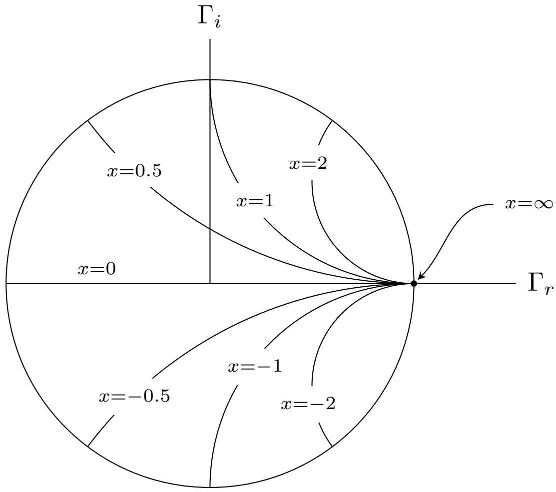
$$\left(\Gamma_r-\frac{r}{1+r}\right)^2+\Gamma_i^2=\left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \tag{11.45}$$

$$(\Gamma_r-1)^2+\left(\Gamma_i-\frac{1}{x}\right)^2=\left(\frac{1}{x}\right)^2 \tag{11.46}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اگر کارتیسی محدد کے متغیرات Γ_r اور Γ_i رکھے جائیں تو مندرجہ بالا دونوں مساوات گول دائروں کے مساوات ہوں گے۔

مساوات 11.45 کے دائروں پر پہلے غور کرتے ہیں۔ اگر $r=0$ ہو تب یہ مساوات اکائی رداس کا دائرہ دیتی ہے جس کا مرکز محدد کے $(0,0)$ پر ہے۔ خیالی برقی بار کی صورت میں شرح انعکاس کی حتمی قیمت ایک ہی ہوتی ہے۔ اسی طرح $r=\infty$ کی صورت میں دائرے کا رداس صفر جبکہ اس کا مرکز محدد پر $(1,0)$ ہے۔ یوں یہ دائرہ صرف اسی نقطے یعنی $\Gamma=1$ تک محدود ہے۔ اب $r=\infty$ سے مراد $Z_L-\infty$ ہے جس سے شرح انعکاس $\Gamma=1$ ہی حاصل ہوتی ہے۔ ایک آخری مثال $r=1$ کی لیتے ہیں جس سے 0.5 رداس کا دائرہ حاصل ہوتا ہے جس کا مرکز $(0.5,0)$ ہے۔ شکل 11.6 میں ان دائروں کے علاوہ $r=0.5$ اور $r=2$ سے حاصل دائرے بھی دکھایا گیا ہے۔

مساوات 11.46 بھی دائرے دیتی ہے البتہ ان دائروں کا رداس $\frac{1}{x}$ اور مراکز $(1,\frac{1}{x})$ ہیں۔ لامحدود x کی صورت میں دوبارہ $Z=\infty$ اور $\Gamma=1+j0$ ہوں گے۔ مساوات 11.46 کے مطابق اس دائرے کا رداس صفر جبکہ اس کا مرکز $(1,0)$ ہے للہذا یہ $\Gamma=1$ کو ہی ظاہر کرتا ہے۔ اگر $x=1$ ہو تب دائرے کا رداس اکائی جبکہ اس کا مرکز $(1,1)$ ہوں گے۔ جیسا شکل 11.7 میں دکھایا گیا ہے، اس دائرے کا چوتھائی حصہ $|\Gamma|=1$ دائرے کے اندر پایا جاتا ہے۔ اسی طرح $x=-1$ کی صورت میں دائرے کا چوتھائی حصہ Γ_r محدد کے نیچے پایا جاتا ہے۔ شکل میں $x=0.5$، $x=-0.5$، $x=2$ اور $x=-2$ کے دائرے بھی دکھائے گئے ہیں۔ شکل میں $x=0$ سے پیدا سیدھی لکیر، یعنی Γ_r محدد بھی دکھایا گیا ہے۔



شکل 11.7: کارتیسی محدد پر $\frac{1}{x}$ رداس کے دائروں کے وہ حصے دکھائے گئے ہیں جو اکائی دائرے کے اندر پائے جاتے ہیں۔

ان دونوں دائروں کو ایک ہی جگہ شکل 11.8 کے سمتھ نقشے میں دکھایا گیا ہے۔ یوں کسی بھی Z_L کی صورت میں $\frac{Z_L}{Z_0}$ کی شرح لیتے ہوئے z یعنی r اور x حاصل کر کے سمتھ نقشے میں ان کے دائروں کی نشاندہی کریں۔ اگر نقشے پر درکار r اور (یا) x کے دائرے نہ پائے جائیں تب ان کے قریبی قیمتوں کے دائروں سے مطلوبہ دائرے کا مقام اخذ کریں۔ جہاں یہ دائرے ایک دونوں کو کاٹتے ہیں وہاں سے Γ پڑھیں۔ نقشے کے مرکز $(0,0)$ سے اس نقطے تک فاصلہ $|\Gamma|$ کے برابر ہو گا جبکہ افقی محدد یعنی Γ_r سے گھڑی کے الٹ سمت زاویہ Γ کا زاویہ ہو گا۔ اس زاویے کو اکائی رداس کے دائرے کے باہر دکھایا گیا ہے۔ یوں محدد کے مرکز سے درکار نقطے تک سیدھی لکیر کو اکائی رداس کے دائرے تک بڑھا کر زاویہ ناپا جاتا ہے۔ سمتھ نقشے میں $|\Gamma|$ ناپنے کی غرض سے محدد کے مرکز $(0,0)$ پر مختلف رداس کے دائرے کھینچے جا سکتے تھے، لیکن ایسا نہیں کیا جاتا۔ آپ کو یہ فاصلہ نقشے میں دئے فیتے کی مدد سے ناپنا ہو گا۔ اب مثال کے طور پر $Z_0 = 50\,\Omega$ کی ترسیلی تار پر $Z_L = 25 + j50\,\Omega$ کا بار $z = 0.5 + j1$ سے ظاہر کیا جائے گا۔ اس نقطے کو شکل میں بطور نقطہ N دکھایا گیا ہے جو $r = 0.5$ اور $x = 1$ کے دائروں کے نقطہ ملاپ سے حاصل ہوتا ہے۔ شرح انعکاس تقریباً $0.62\underline{/83^\circ}$ حاصل ہوتا ہے۔

سمتھ نقشہ مکمل کرنے کی خاطر اکائی دائرے کے محیط کے باہر دوسرا فیتہ شامل کیا جاتا ہے جس سے ترسیلی تار پر فاصلہ ناپا جاتا ہے۔ اس فیتے پر فاصلہ طول موج λ کی صورت میں ناپا جا سکتا ہے۔ آئیں دیکھیں کہ اس فیتے سے کس طرح فاصلہ حاصل کیا جاتا ہے۔ ترسیلی تار پر کسی بھی نقطے پر برقی دباو

$$V_s = V_0^+ \left(e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z}\right)$$

کو برقی رو

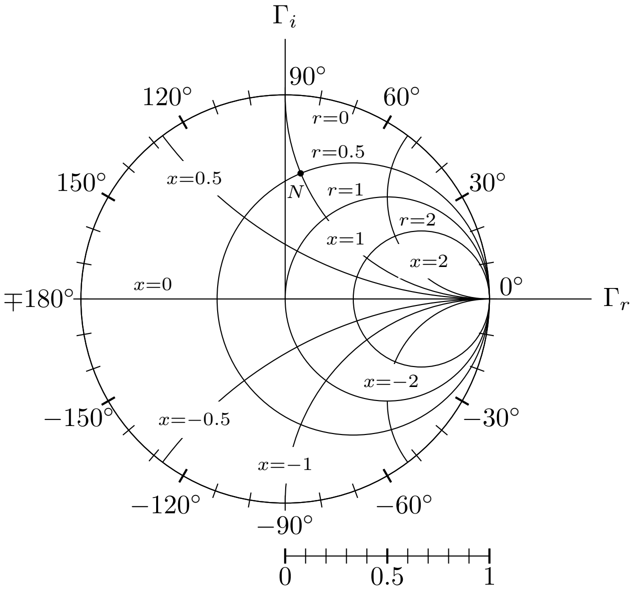
$$I_s = \frac{V_0^+}{Z_0} \left(e^{-j\beta z} - \Gamma e^{j\beta z}\right)$$

سے تقسیم کرتے ہوئے Z_0 کے مطابقت سے داخلی قدرتی رکاوٹ

$$z_{\text{داخلی}} = \frac{Z_{\text{داخلی}}}{Z_0} = \frac{V_s}{Z_0 I_s} = \frac{e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z}}{e^{-j\beta z} - \Gamma e^{j\beta z}}$$

حاصل کی جا سکتی ہے جس میں $z = -l$ پر کرتے ہوئے

$$z_{\text{داخلی}} = \frac{1 + \Gamma e^{-j2\beta l}}{1 - \Gamma e^{j2\beta l}} \tag{11.47}$$



شکل 11.8: سمتھ نقشے پر اکائی دائرے میں r اور x سے حاصل دائرے دکھائے جاتے ہیں۔

لکھا جا سکتا ہے۔ اس مساوات میں $l = 0$ پر کرنے سے

$$z_{\text{داخلی}}\Big|_{l=0} = \frac{1-\Gamma}{1+\Gamma} = z \tag{11.48}$$

حاصل ہوتا ہے جو عین بار پر شرح انعکاس ہے جسے مساوات 11.42 میں پیش کیا گیا ہے۔

یہاں رک کر اس حقیقت پر غور کریں کہ Γ کو $e^{-j2\beta l}$ سے ضرب دینے سے

$$\Gamma e^{-j2\beta l} = |\Gamma|\, e^{j\phi} e^{-j2\beta l} = |\Gamma|\, e^{j(\phi-2\beta l)}$$

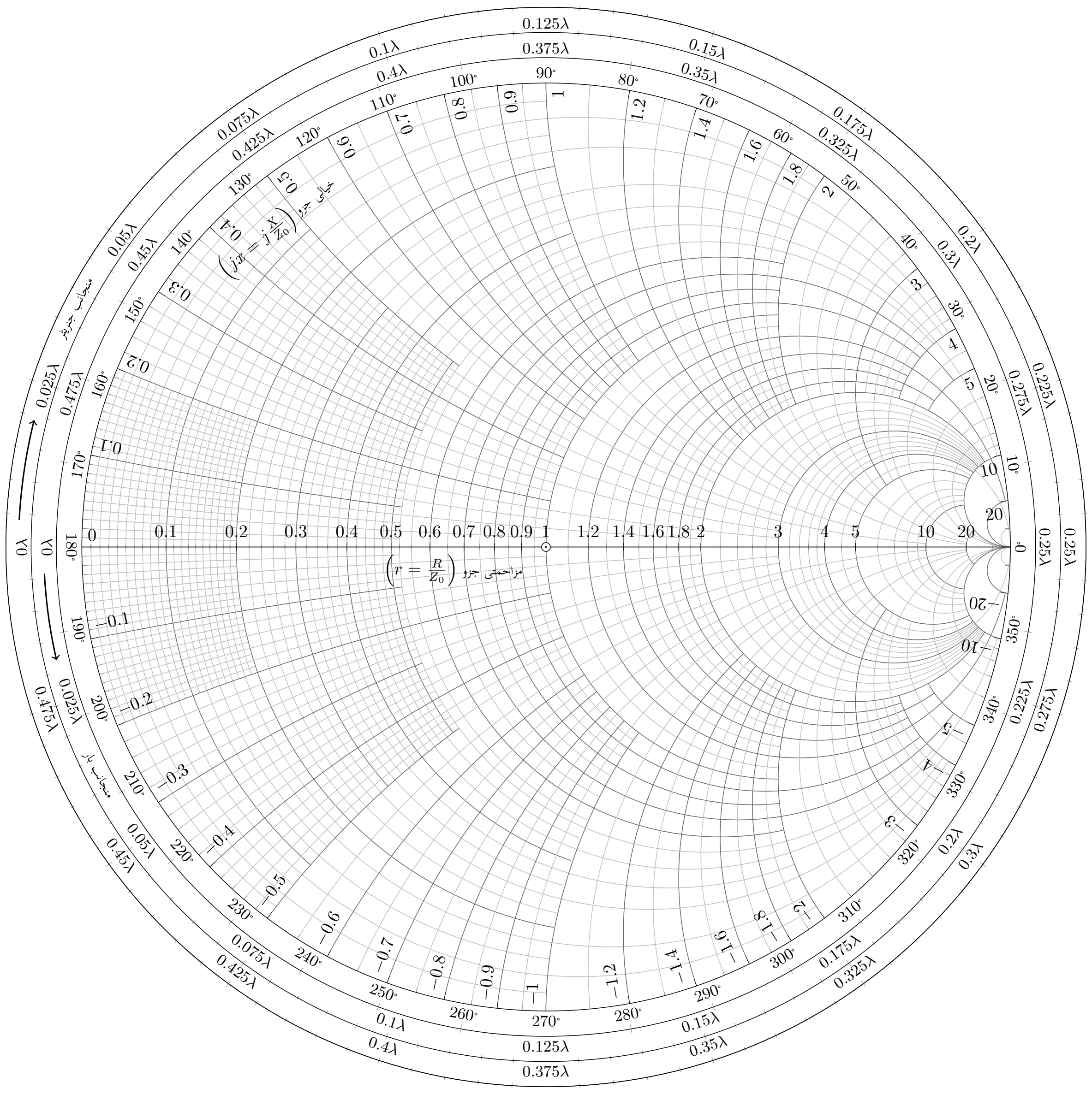
حاصل ہوتا ہے جس کی حتمی قیمت اب بھی $|\Gamma|$ ہی ہے لیکن نیا زاویہ $(\phi - 2\beta l)$ ہے۔ یوں سمتھ نقشے میں نقطہ z یعنی

$$z = r + jx = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \tag{11.49}$$

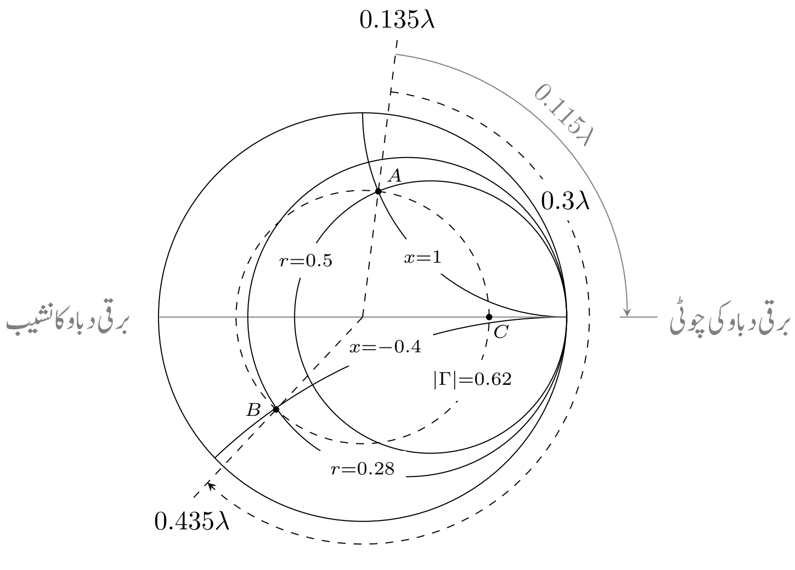
کی نشاندہی کرتے ہوئے $|\Gamma|\underline{/\phi}$ ناپیں۔ اب $|\Gamma|$ تبدیل کئے بغیر زاویہ تبدیل کرتے ہوئے $(\phi - 2\beta l)$ تک پہنچیں اور یہاں سے $z_{\text{داخلی}}$ ناپیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مساوات 11.49 میں Γ کی جگہ $\Gamma e^{-j2\beta l}$ پر کرنے سے مساوات 11.47 ہی حاصل ہوتا ہے جو برقی بار سے l فاصلے پر بمطابق Z_0 داخلی قدرتی رکاوٹ ہے۔

یوں بار z سے دور $z_{\text{داخلی}}$ کی طرف چلتے ہوئے، ہم منبع طاقت یعنی جنریٹر کی طرف چلتے ہیں جبکہ سمتھ نقشے پر ایسا کرنے سے زاویہ ϕ سے کم ہو کر $\phi - 2\beta l$ ہوتا ہے لہٰذا نقشے پر ہم گھڑی کے سمت چلتے ہیں۔ یوں $\beta l = \pi$ فاصلہ، یعنی آدھی طول موج، طے کرنے سے نقشے کے گرد ایک چکر مکمل ہو گا۔ اس طرح $\frac{\lambda}{2}$ لمبی بے ضیاع ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ عین بار کے رکاوٹ برابر ہو گی۔

یوں سمتھ نقشے کے حیطے پر ایک مکمل چکر کو 0.5λ دکھایا جاتا ہے۔ جیسے شکل 11.9 میں دکھایا گیا ہے، استعمال میں آسانی کی غرض سے ایک کے بجائے دو ایسے فیتے بنائے جاتے ہیں۔ ایک فیتہ گھڑی کی سمت میں بڑھتا فاصلہ دکھاتا ہے جسے نقشے میں "منجانب جنریٹر" سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ دوسرا فیتہ گھڑی کے الٹ سمت بڑھتا فاصلہ دکھاتا ہے جسے "منجانب بار" لکھ کر ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان فیتوں کے ابتدائی نقطے کوئی اہمیت نہیں رکھتے البتہ انہیں نقشے کے بائیں ہاتھ پر رکھا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہو گا کہ حقیقی Z_L اور Z_0 کی صورت میں اگر $Z_L < Z_0$ ہو تب برقی دباو کا نشیب اسی نقطے پر ہو گا۔



شکل 11.9: مکمل سمتھ نقشہ۔



شکل 11.10: سمتھ نقشے سے متغیرات کا حصول۔

سمتھ نقشے کا استعمال مثال کی مدد سے بہتر سمجھا جا سکتا ہے۔ یوں $50\,\Omega$ کے ترسیلی تار پر $Z_L = 25 + j50\,\Omega$ کے بار پر دوبارہ غور کرتے ہیں۔ شکل 11.10 میں $z = 0.5 + j1$ کو نقطہ A ظاہر کرتا ہے جہاں سے $\Gamma = 0.62e^{j1.45} = 0.62\angle 83^\circ$ حاصل ہوتا ہے۔ مرکز سے A تک لکیر کو اکائی دائرے کے حیطے تک بڑھا کر 0.135λ پڑھا جاتا ہے۔ اگر تار کی لمبائی $60\,\text{cm}$ ہو اور اشارے کی تعداد اتنی ہو کہ ترسیلی تار پر طول موج $2\,\text{m}$ ہو، تب $\frac{l}{\lambda} = 0.3$ ہو گا لہٰذا تار 0.3λ لمبی ہو گی۔ یوں بیرونی دائرے پر $0.135\lambda + 0.3\lambda = 0.435\lambda$ سے مرکز تک لکیر اور $|\Gamma|$ رداس کے دائرے کے ملاپ، یعنی نقطہ B، سے $z_{\text{داخلی}} = 0.28 - j0.4$ حاصل ہوتا ہے۔ اس طرح $Z_{\text{داخلی}} = 14 - j20$ ہو گا۔ تحلیلی طور پر زیادہ درست جواب $Z_{\text{داخلی}} = 13.7 - j20.2$ حاصل ہوتا ہے۔

سمتھ نقشے سے موج کے چوٹی یا نشیب کے مقام با آسانی حاصل کئے جاتے ہیں۔ کسی بھی $\Gamma = |\Gamma|\angle\phi$ کے لئے $z = -l$ پر آمدی اور انعکاسی امواج کے مجموعے

$$
\begin{aligned}
V_s &= V_0^+\left(e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}\right)\\
&= V_0^+ e^{j\beta l}\left[1 + |\Gamma| e^{j(\phi - 2\beta l)}\right]
\end{aligned}
$$

کی حتمی قیمت

$$
\begin{aligned}
|V_s| &= V_0^+\left|e^{j\beta l}\right| \left[\left|1 + |\Gamma| e^{j(\phi - 2\beta l)}\right|\right]\\
&= V_0^+\left|1 + |\Gamma| e^{j(\phi - 2\beta l)}\right|
\end{aligned}
$$

ہے جہاں $\left|e^{j\beta l}\right| = 1$ کے برابر[10] ہے۔ اس کی کم سے کم قیمت $V_0^+\left(1 - |\Gamma|\right)$ ہے جو $\phi - \beta l = (2n+1)\pi$ کی صورت میں حاصل ہوتی ہے جہاں $n = 0, 1, 2, \cdots$ ہے۔ عین بار پر $l = 0$ ہے اور ایسی صورت میں اس شرط کو $\phi = \pi$ لکھا جا سکتا ہے۔ اسی طرح $|V_s|$ کی زیادہ سے زیادہ قیمت $V_0^+\left(1 + |\Gamma|\right)$ ہے جو $\phi - \beta l = 2n\pi$ کی صورت میں حاصل ہوتی ہے جہاں $n = 0, 1, 2, \ldots$ ہے۔ عین بار پر $l = 0$ ہے اور ایسی صورت میں اس شرط کو $\phi = 0$ لکھا

[10] $\left|e^{j\beta l}\right| = \left|\cos\beta l + j\sin\beta l\right| = \sqrt{\cos^2\beta l + \sin^2\beta l} = 1$

جا سکتا ہے۔ یوں $\phi = \pi$ کی صورت میں بار پر V_s کی کم سے کم قیمت ہو گی جبکہ $\phi = 0$ کی صورت میں بار پر V_s کی زیادہ سے زیادہ قیمت ہو گی۔ آئیں دیکھیں کہ ان شرائط کا مطلب کیا ہے۔

مزاحمتی بار R_L اور حقیقی Z_0 کی صورت میں اگر $R_L < Z_0$ ہو تب Γ منفی حقیقی عدد ہو گا جسے $\Gamma = |\Gamma| \underline{/\pi}$ لکھا جا سکتا ہے جبکہ $R_L > Z_0$ کی صورت میں Γ مثبت حقیقی عدد ہو گا جسے $\Gamma = |\Gamma| \underline{/0^\circ}$ لکھا جا سکتا ہے۔ یوں $R_L < Z_0$ یعنی $\Gamma = |\Gamma| \underline{/0}$ کی صورت میں بار پر کمتر V_s ہو گا جبکہ $R_L > Z_0$ یعنی $\Gamma = |\Gamma| \underline{/\pi}$ کی صورت میں بار پر بلند تر V_s ہو گا۔ سمتھ نقشے پر افقی محدد حقیقی Γ دیتا ہے۔ منفی افقی محدد پر $\Gamma = |\Gamma| \underline{/\pi}$ ہوتا ہے لہٰذا بار پر کمتر V_s ہر صورت سمتھ نقشے میں منفی افقی محدد پر پایا جائے گا۔ اسی طرح مثبت افقی محدد پر $\Gamma = |\Gamma| \underline{/0}$ ہوتا ہے لہٰذا بار پر بلند تر V_s ہر صورت سمتھ نقشے میں مثبت افقی محدد پر پایا جائے گا۔

ان نتائج کو آگے بڑھاتے ہیں۔ کسی بھی مخلوط بار $Z_L = R_L + jX_L$ کی صورت میں سمتھ نقشے میں $z = r + jx$ سے شروع کر کے فاصلہ l بڑھانے سے زاویہ $\phi - 2\beta l$ گھٹتا ہے جو سمتھ نقشے پر گھڑی کی سمت گھومنے کے مترادف ہے۔ جس فاصلے پر $\phi - 2\beta l = 2n\pi$ ہو وہاں برقی موج کی چوٹی پائی جائے گی اور جس فاصلے پر $\phi - 2\beta l = (2n+1)\pi$ ہو وہاں موج کا نشیب پایا جائے گا۔ اب $2n\pi$ سے مراد سمتھ نقشے کے افقی محدد کا مثبت حصہ جبکہ $(2n+1)\pi$ سے مراد افقی محدد کا منفی حصہ ہے۔ یوں شکل 11.10 میں نقطہ A سے گھڑی کی سمت 0.115λ گھومتے ہوئے ترسیلی تار پر پہلی چوٹی پائی جائے گی۔ یوں بار سے پہلی چوٹی 0.115λ یعنی $0.115 \times 200 = 23\,\mathrm{cm}$ فاصلے پر ہے۔ اگر ترسیلی تار زیادہ لمبی ہوتی تب بار سے 0.365λ دور پہلا نشیب پایا جاتا۔ چونکہ تار کی لمبائی اس سے کم ہے لہٰذا تار پر کہیں پر بھی نشیب نہیں پایا جاتا۔

برقی رو کی چوٹی اس نقطے پر پائی جاتی ہے جہاں $\phi - 2\beta l = 2n\pi$ کا شرط پورا ہو۔ برقی رو

$$I_s = \frac{V_0^+}{Z_0}\left(e^{j\beta l} - \Gamma e^{j\beta l}\right)$$

کی کمتر قیمت اس نقطے پر پائی جاتی ہے۔ اسی طرح جس نقطے پر برقی دباو کی کمتر قیمت پائی جائے، اس نقطے پر برقی رو کی چوٹی پائی جاتی ہے۔ یوں سمتھ نقشے کے افقی محدد کے مثبت حصے پر برقی رو کا نشیب جبکہ اس کے منفی حصے پر برقی رو کی چوٹی پائی جائے گی۔

مزاحمتی بار R_L اور بے ضیاع ترسیلی تار کی صورت میں $\Gamma = \frac{R_L-R_0}{R_L+R_0}$ ہو گا۔ اگر $R_L > R_0$ ہو تب $|\Gamma| = \frac{R_L-R_0}{R_L+R_0}$ ہو گا جبکہ $R_L < R_0$ کی صورت میں $|\Gamma| = \frac{R_0-R_L}{R_0+R_L}$ ہو گا۔ یوں $R_L > R_0$ کی صورت میں

$$s = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} = \frac{1+\frac{R_L-R_0}{R_L+R_0}}{1-\frac{R_L-R_0}{R_L+R_0}} = \frac{R_L}{R_0} = r \qquad (R_L > R_0)$$

جبکہ $R_L < R_0$ کی صورت میں

$$s = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} = \frac{1+\frac{R_0-R_L}{R_0+R_L}}{1-\frac{R_0-R_L}{R_0+R_L}} = \frac{R_0}{R_L} \qquad (R_L < R_0)$$

ہو گا۔ یاد رہے کہ $s > 1$ ہوتا ہے لہٰذا $\frac{R_L}{R_0}$ اور $\frac{R_0}{R_L}$ میں جو بھی اکائی سے زیادہ قیمت رکھتا ہو یہی s ہو گا۔ یوں $|\Gamma|$ رداس کے دائرے اور مثبت افقی محدد سے r پڑھ کر s کی قیمت بھی یہی تصور کریں۔ شکل 11.10 میں نقطہ C سے $r = 4.2$ پڑھا جائے گا لہٰذا $s = 4.2$ ہے۔ مثبت افقی محدد پر $r > 1$ ہوتا ہے لہٰذا محدد کے اسی حصے سے s کی قیمت پڑھی جاتی ہے۔ آپ تسلی کر لیں کہ $\frac{R_0}{R_L} > 1$ کی صورت میں بھی اسی طریقہ کار سے درست s حاصل ہوتا ہے۔

11.4.1 سمتھ فراوانی نقشہ

اس حصے کو $\frac{\lambda}{4}$ لمبی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ کے حصول سے شروع کرتے ہیں۔ اتنی لمبائی کے تار کا $\beta l = 90^\circ$ ہو گا۔ داخلی قدرتی رکاوٹ کی مساوات

$$Z_{\text{داخلی}} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l}$$

میں $Z_{\text{داخلی}}$ کو Z_0 سے تقسیم کرتے اور $\beta l = 90^\circ$ پر کرتے ہوئے

$$\frac{Z_{\text{داخلی}}}{Z_0} = \frac{Z_L + jZ_0 \tan 90^\circ}{Z_0 + jZ_L \tan 90^\circ} = \frac{Z_0}{Z_L}$$

یعنی

$$z_{\underset{0.25\lambda}{\text{داخلی}}} = \frac{1}{z} \tag{11.50}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں

$$\begin{aligned} \frac{Z_{\text{داخلی}}}{Z_0} &= z_{\underset{0.25\lambda}{\text{داخلی}}} \\ \frac{Z_L}{Z_0} &= z \end{aligned}$$

کے برابر ہیں۔ مساوات 11.50 کے تحت بار سے 0.25λ فاصلے پر داخلی قدرتی رکاوٹ $\frac{1}{z}$ کے برابر ہے لیکن $y = \frac{1}{z}$ ہوتا ہے لہٰذا اسی مساوات کو یوں بھی لکھا جا سکتا ہے

$$y = \frac{1}{z} = z_{\underset{0.25\lambda}{\text{منجانب جنریٹر}}} \tag{11.51}$$

جہاں 0.25λ تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ کی جگہ منجانب جنریٹر 0.25λ گھومنے کا ذکر کیا گیا ہے۔ مساوات 11.51 کہتی ہے کہ سمتھ نقشے میں z سے منجانب جنریٹر 0.25λ گھوم کر $|\Gamma|$ رداس کے دائرے سے y حاصل ہو گا۔

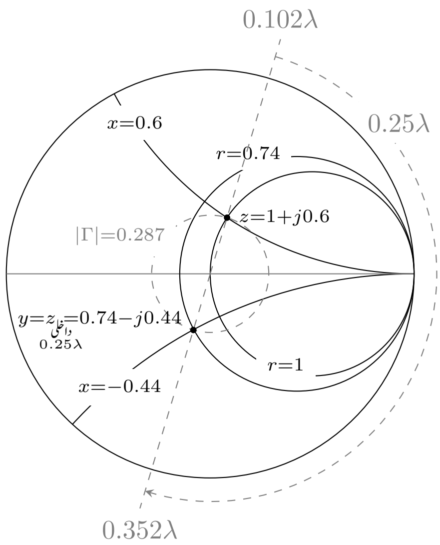
شکل 11.11 میں $z = 1 + j0.6$ دکھایا گیا ہے جو منجانب جنریٹر 0.102λ زاویے پر پایا جاتا ہے۔ یہ رکاوٹ $\Gamma = 0.287\underline{/73.7^\circ}$ دیتا ہے۔ چوتھائی طول لمبی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ حاصل کرنے کی خاطر منجانب جنریٹر 0.25λ چلتے ہوئے 0.352λ سے مرکز تک لکیر اور 0.287 رداس کے دائرے کے ملاپ سے $z_{\text{داخلی}} = 0.74 - j0.44$ حاصل ہوتا ہے جو $\frac{1}{z}$ یعنی y کے عین برابر ہے۔

آئیں کسر دور اور کھلے دور تار کے ٹکڑوں کا داخلی قدرتی رکاوٹ حاصل کریں۔ کسر دور تار کی صورت میں $Z_L = 0$ ہو گا لہٰذا داخلی قدرتی رکاوٹ

$$\begin{aligned} Z_{\text{داخلی}} &= Z_0 \frac{0 + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + j0 \tan \beta l} \\ &= jZ_0 \tan \beta l \end{aligned} \tag{11.52}$$

حاصل ہوتا ہے جو خیالی عدد ہے۔ چوتھائی طول لمبی کسر دور تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ یوں

$$Z_{\underset{0.25\lambda}{\text{داخلی}}} = jZ_0 \tan 90^\circ = \infty \qquad (\text{کسر دور}) \tag{11.53}$$



شکل 11.11: چوتھائی طول تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ اسی تار کی برقی فراوانی کے برابر ہے۔

حاصل ہوتی ہے۔ یہ تعجب بھرا نتیجہ ہے جس کے مطابق چوتھائی طول لمبی کسے دور تار بطور کھلے دور کردار ادا کرتی ہے۔

کھلے دور تار کی صورت میں $Z_L = \infty$ ہو گا لہٰذا داخلی قدرتی رکاوٹ

$$
\begin{aligned}
Z_{\text{داخلی}} &= Z_0 \frac{\infty + jZ_0 \tan\beta l}{Z_0 + j\infty \tan\beta l} \\
&= -j\frac{Z_0}{\tan\beta l}
\end{aligned}
\tag{11.54}
$$

حاصل ہوتا ہے جو خیالی عدد ہے۔ چوتھائی طول لمبی کھلے دور تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ یوں

$$
Z_{\underset{0.25\lambda}{\text{داخلی}}} = -j\frac{Z_0}{\tan 90^\circ} = 0 \qquad (\text{کھلے دور})
\tag{11.55}
$$

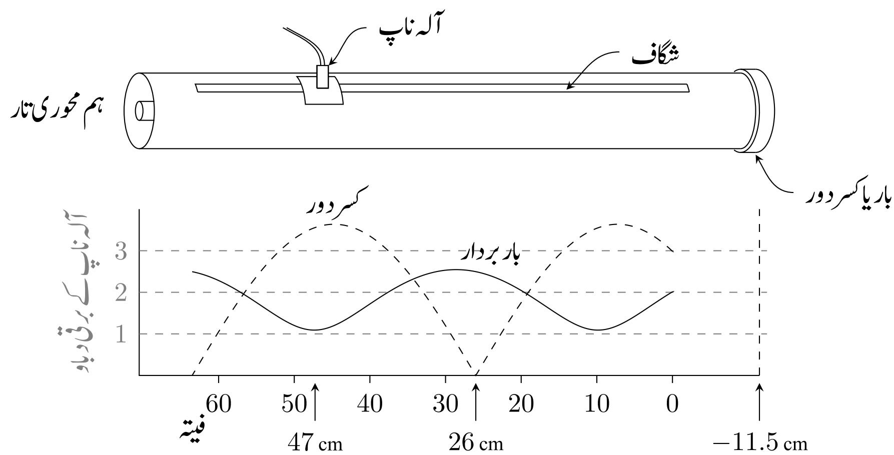
حاصل ہوتی ہے۔ یہ بھی تعجب بھرا نتیجہ ہے جس کے مطابق چوتھائی طول لمبی کھلے دور تار بطور کسر دور کردار ادا کرتی ہے۔

سمتھ مزاحمتی نقشے[11] کا متبادل سمتھ فراوانی[12] نقشہ بھی استعمال کیا جاتا ہے۔ ان میں $y = \frac{Y_L}{Y_0} = g + jb$ لیا جاتا ہے جہاں $Y_L = \frac{1}{R_L}$ اور $Y_0 = \frac{1}{Z_0}$ کے برابر ہیں۔ اس طرح y برقی فراوانی بمطابق Y_0 کہلائے گی۔ یوں r سے حاصل دائرے اب g کے دائرے کہلاتے ہیں جبکہ x کے دائرے b کے دائرے کہلاتے ہیں۔ اس نقشے میں $g > 1$ اور $b = 0$ کی صورت میں برقی دباو کی کمتر قیمت حاصل ہو گی۔ ایصالی سمتھ نقشے سے حاصل Γ کا زاویہ 180° بڑھانا ہو گا۔

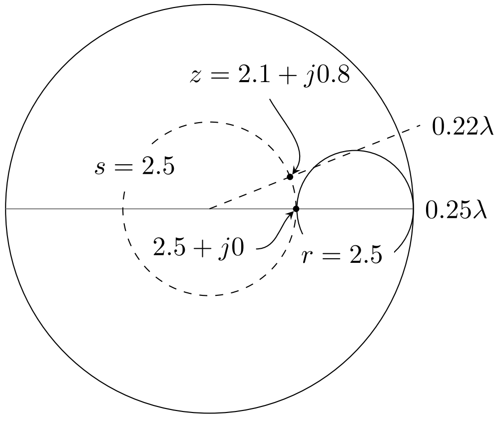
11.5 تجرباتی نتائج پر مبنی چند مثال

اس حصے میں دو مثالوں پر غور کیا جائے گا۔ پہلی مثال میں تجرباتی نتائج سے بار کی رکاوٹ حاصل کی جائے گی جبکہ دوسری مثال میں بار کو تار کے ہمہ رکاوٹ بنانے کی ترکیب دکھائی جائے گی۔

[11] Smith impedance chart
[12] Smith admittance chart



شکل 11.12: ہم محوری تار میں شگاف ڈال کر اس میں آلہ ناپ کی مدد سے مختلف مقامات پر برقی دباو کے نمونے لئے جا سکتے ہیں۔

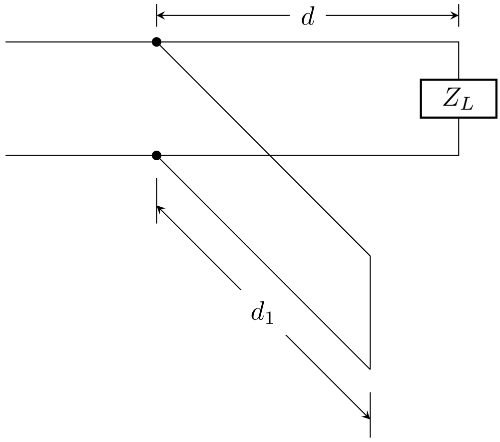


شکل 11.13: اگر 0.03λ لمبی تار پر $z_{\text{داخلی}} = 2.5 + j0$ ہو تب $z = 2.1 + j0.8$ ہو گا۔

ہم محوری ترسیلی تار کے بیرونی تار میں لمبائی کی سمت میں شگاف ڈال کر اس میں مختلف مقامات پر برقی دباو کے نمونے لے کر $s = 2.5$ حاصل کیا گیا ہے۔ شکل 11.12 میں صورت حال دکھائی گئی ہے۔ شگاف کے ساتھ فیتہ رکھ کر بلند تر اور کم تر نمونوں کے مقامات بھی درج کئے گئے۔ ایسے نتائج حاصل کرتے وقت فیتے کا صفر کہیں پر بھی رکھا جا سکتا ہے لہٰذا اسے بار کا مقام تصور نہیں کریں۔ کمتر برقی دباو فیتے پر 47 cm کے نشان کے ساتھ پایا جاتا ہے۔ سائن نما اشارے کی صورت میں سمت کار کے خارجی اشارہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اشارے کے کمتر قیمت کا مقام ٹھیک ٹھیک تعین کرنا زیادہ آسان ہے۔ اشارے کی چوٹی نوک دار نہیں ہوتی لہٰذا اس کا مقام ٹھیک ٹھیک تعین کرنا قدر مشکل ہوتا ہے۔ اسی وجہ سے عموماً موج کی کمتر قیمت کے مقامات حاصل کرتے ہوئے مطلوبہ معلومات دریافت کی جاتی ہیں۔ ہم محوری تار کی قدرتی رکاوٹ $50\,\Omega$ ہے اور تار میں ہوا بطور ذو برق استعمال کی گئی ہے۔ اشارے کی تعدد 400 MHz ہے لہٰذا طول موج 75 cm ہے۔ بار کا مقام تعین کرنے کی خاطر بار کو ہٹا کر تار کے ان سروں کو کسر دور کیا جاتا ہے۔ کسر دور تار پر کمتر دباو فیتے پر 26 cm کے نشان کے سامنے پایا جاتا ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ کسر دور نقطے سے کمتر دباو کا فاصلہ $\frac{n\lambda}{2}$ ہو گا۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ کمتر دباو کسر دور نقطے سے آدھے طول موج کے فاصلے پر ہے۔ ایسی صورت میں کسر دور کا مقام فیتے پر $-11.5\,\text{cm} = 37.5 - 26$ نشان کے ساتھ ہو گا۔ چونکہ بار کے مقام پر ہی کسر دور پیدا کیا گیا تھا لہٰذا بار بھی فیتے پر -11.5 cm کے نشان کے ساتھ ہو گا۔ یوں حاصل نتائج کے تحت بار سے کم تر دباو کا نقطہ $47 - (-11.5) = 58.5\,\text{cm}$ فاصلے پر ہے جس سے آدھی طول موج منفی کرتے ہوئے بار سے کمتر دباو کا فاصلہ 21 cm حاصل ہوتا ہے۔ بلند تر دباو کا بار سے فاصلہ یوں $21 - \frac{37.5}{2} = 2.25\,\text{cm}$ ہو گا جو $\frac{2.25}{75} = 0.03$ طول موج کے برابر ہے۔

ان معلومات کے ساتھ اب شکل 11.13 کے سمتھ نقشے کا سہارا لیتے ہیں۔ بلند تر برقی دباو کے نقطے پر داخلی قدرتی رکاوٹ حقیقی عدد ہوتا ہے جس کی قیمت sR_0



شکل 11.14: بار سے d فاصلے پر d_1 لمبائی کے کسرے دور تار کا ٹکڑا جوڑنے سے بار اور اور ترسیلی تار ہمہ رکاوٹ بنائے جاتے ہیں۔

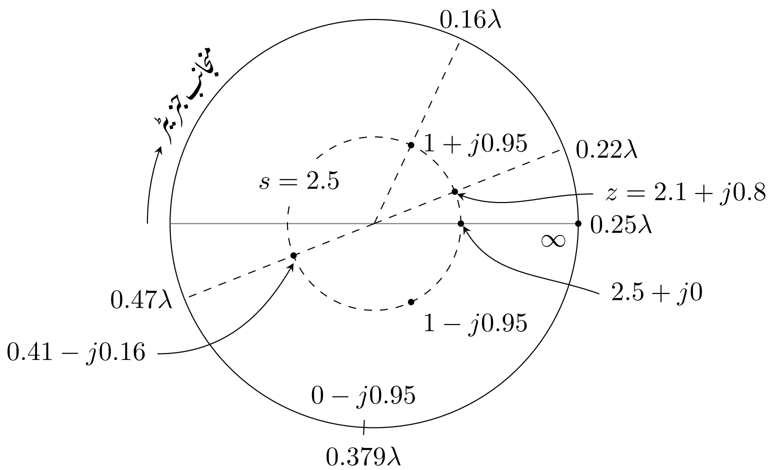
کے برابر ہوتی ہے، لہٰذا ایسے نقطے پر $z_{\text{داخلی}} = 2.5$ ہو گا۔ ہم یوں سمتھ نقشے پر $z_{\text{داخلی}} = 2.5$ نقطے پر داخل ہوتے ہیں جہاں سے منجانب جنریٹر فاصلہ 0.25λ پڑھا جاتا ہے۔ اس سے 0.03λ منفی کرتے ہوئے بار تک پہنچتے ہیں، لہٰذا 0.22λ سے مرکز تک لکیر اور $s = 2.5$ یعنی $|\Gamma| = 0.429$ رداس کے دائرے کے ملاپ سے $z = 2.1 + j0.8$ پڑھا جاتا ہے۔ یوں $Z_L = 105 + j40\,\Omega$ حاصل ہوتا ہے۔ یاد رہے کہ ہم نے بار کو فیتے پر $-11.5\,\text{cm}$ یا اس نقطے سے $\frac{n\lambda}{2}$ فاصلے پر تصور کیا ہے۔ چونکہ بار کا مقام اب بھی مکمل طور پر معلوم نہیں ہے لہٰذا بہتر یہ ہوتا ہے کہ تجرباتی نتائج سے حاصل Z_L کی بات کرتے ہوئے بار کا فرض کردہ مقام بھی ساتھ بتلایا جائے۔

آخر میں آئیں اس بار کو $50\,\Omega$ ترسیلی تار کے ہمہ رکاوٹ بنانے کی ترکیب دیکھیں۔ ایسا d_1 لمبائی کے کسر دور تار کے ٹکڑے کو بار سے d فاصلے پر نسب کرنے سے ممکن بنایا جاتا ہے۔ ایسا شکل 11.14 میں دکھایا گیا ہے۔ بار سے d فاصلے پر z کے متوازی d_1 لمبی کسرے دور ٹکڑا نسب کرنے سے کل رکاوٹ $z = 1 + j0$ حاصل کرنے مقصد ہے۔ یہاں d_1 اور d مطلوب ہیں۔ کسر دور ٹکڑے کی قدرتی رکاوٹ ترسیلی تار کے قدرتی رکاوٹ $50\,\Omega$ کے برابر ہے۔

برقی بار اور کسر دور تار کا ٹکڑا متوازی جڑے ہیں۔ متوازی جڑے رکاوٹوں کی بجائے متوازی جڑے برقی فراوانی کے ساتھ کام کرنا زیادہ آسان ہوتا ہے لہٰذا ہم ایسا ہی کرتے ہیں۔ برقی فراوانی کی زبان میں موجودہ مسئلہ کچھ یوں ہے۔ ہم d اتنا رکھنا چاہتے ہیں کہ داخلی فراوانی $y_{\text{داخلی}} = 1 + jb$ ہو۔ اب اگر $y_{\text{داخلی}}$ کے متوازی $-jb$ برقی تاثریت جوڑی جائے تو حاصل کل برقی فراوانی $1 + j0$ ہو گی جو ہمارا مقصد ہے۔ یوں d_1 لمبی کسر دور تار کے ٹکڑے کی برقی تاثریت $-jb$ درکار ہے۔ ان حقائق کو لے کر سمتھ نقشے کی مدد سے d اور d_1 کی قیمتیں حاصل کرتے ہیں۔

سمتھ نقشے میں $z = 2.1 + j0.8$ پر داخلی ہو کر مساوات 11.51 کے تحت منجانب جنریٹر 0.25λ گھومنے سے $y = \frac{1}{z}$ حاصل ہوتا ہے۔ شکل 11.15 میں ایسا دکھایا گیا ہے۔ سمتھ نقشے میں $z = 2.1 + j0.8$ منجانب جنریٹر 0.22λ زاویے پر پایا جاتا ہے۔ یہاں سے منجانب جنریٹر 0.25λ گھومتے ہوئے 0.47λ تک پہنچا جاتا ہے جہاں $|\Gamma|$ رداس کے دائرے سے $y = 0.41 - j0.16$ ملتا ہے۔ اب ہم چاہتے ہیں کہ یہاں سے منجانب جنریٹر گھومتے ہوئے داخلی قدرتی فراوانی $1 + jb$ حاصل ہو۔ جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے، ایسا 0.16λ اور 0.34λ زاویوں پر ممکن ہے جہاں سے بالترتیب $y_1 = 1 + j0.95$ اور $y_2 = 1 - j0.95$ حاصل ہوتے ہیں۔ پہلے نقطے تک پہنچنے کے لئے کم لمبی تار درکار ہے لہٰذا اسی کو جواب تسلیم کرتے ہیں۔ بار سے اس نقطے تک $(0.5\lambda - 0.47\lambda) + 0.16\lambda = 0.19\lambda$ تار درکار ہو گی لہٰذا $d = 0.19\lambda$ یعنی $14.25\,\text{cm}$ بنتا ہے۔

اب $1 + j0.95$ کے متوازی $y_{\text{ٹکڑا}} = -j0.95$ برقی تاثریت جوڑ کر $1 + j0$ حاصل ہو گا۔ مساوات 11.54 کے تحت کسرے دور ٹکڑے کی داخلی رکاوٹ یا داخلی فراوانی خیالی عدد ہوتا ہے لہٰذا سمتھ نقشے پر ایسے ٹکڑے کا $g = 0$ ہی رہے گا جو نقشے کی بیرونی دائرے کو ظاہر کرتی ہے۔ عین کسر دور پر $y = \infty$ حاصل ہوتا ہے جو منجانب جنریٹر 0.25λ پر پایا جاتا ہے۔ ہم دیکھتے ہیں کہ $y_{\text{داخلی}} = -j0.95$ نقشے پر منجانب جنریٹر 0.379λ پر حاصل ہوتا ہے۔ یوں کسے دور ٹکڑے کی لمبائی $0.379\lambda - 0.25\lambda = 0.129\lambda$ یعنی $9.67\,\text{cm}$ حاصل ہوتا ہے۔



شکل 11.15: بار $z=2.1+j0.8$ سے 0.19λ فاصلے پر 0.129λ لمبائی کا کسر دور ٹکڑا جوڑنے سے نظام ہمہ رکاوٹ ہو جاتا ہے۔

مشق 11.4: بے ضیاع $50\,\Omega$ ترسیلی تار کو کسرے دور کرنے سے برقی دباو کے دو آپس میں قریبی نشیب $12\,\mathrm{cm}$ اور $27\,\mathrm{cm}$ پر پائے جاتے ہیں۔ کسرے دور ختم کرتے ہوئے یہاں بار نسب کرنے سے $0.4\,\mathrm{V}$ حیطے کے نشیب اور $0.72\,\mathrm{V}$ حیطے کے چوٹیاں حاصل ہوتی ہیں۔ ایک عدد نشیب $9\,\mathrm{cm}$ پر حاصل ہوتا ہے۔ ترسیلی تار میں ہوا بطور ذو برق استعمال ہوا ہے۔ مندرجہ ذیل حاصل کریں۔ λ، f، s، Γ اور Z_L

جوابات: $0.3\,\mathrm{m}$، $1\,\mathrm{GHz}$، 1.8، $0.286\underline{/108^\circ}$ اور $36.5+j21.6\,\Omega$

مشق 11.5: بے ضیاع $50\,\Omega$ کے ساتھ $Z_L=100+j100\,\Omega$ کا بار نسب ہے۔ بار سے d فاصلے پر d_1 لمبائی کا کسرے دور ٹکڑا جوڑتے ہوئے نظام کو ہمہ رکاوٹ بنایا جاتا ہے۔ اگر تار پر $v=\frac{2}{3}c$ ہو جبکہ اشارے کی تعدد $10\,\mathrm{MHz}$ ہو تب مندرجہ ذیل حاصل کریں۔ λ، چھوٹے سے چھوٹا d_1 اور ایسی صورت میں d

جوابات: $20\,\mathrm{m}$، $1.8\,\mathrm{m}$ اور $4.4\,\mathrm{m}$

---

the answers should be at the end of the book

include the DC switch on case as multiple reflections before settling down

read chapter 9 onwards (proof reading)

put comsat's time table here.

energy travels along the wire and not in the wire.

antenna chapter, 3D figure at start and complete the start section.

house completion certificate.

zaryab's tooth

zaryab fish

F=-dW/dT to include in inductance chapter plus a question or two

magnetizartion curve and an iteration example. fig 8.10, 11 of hayt.

charge is barqi bar.

add questions to machine book too.

take print outs for myself.

when giving fields always remember the following rules:

always ensure that divergence of magnetic field is zero.

moving waves must be of the form $E = E0\cos(wt - kz)$ where $c = (\mu * \epsilon)^{-0.5}$ and $k = 2 * \pi/\lambda$

include complex permitivity (7th ed Q12.18 says sigma=omega*epsilon")

include 4th ed fig 11.11 of page 422

rename lossless and lossy dielectrics as

الباب 16

سوالات

ترسیلی تار

سوال 16.1: ترسیلی تار کے مستقل $R = 20\,\frac{\Omega}{\mathrm{m}}$ ، $L = 4\,\frac{\mu\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$ ، $G = 80\,\frac{\mu\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$ اور $C = 60\,\frac{\mathrm{pF}}{\mathrm{m}}$ ہیں۔اس میں $200\,\mathrm{MHz}$ تعدد کی برقی موج حرکت کر رہی ہے۔ الف) γ ، α ، β ، λ اور Z_0 حاصل کریں۔ب) $12\,\mathrm{m}$ فاصلہ طے کرنے کے بعد موج کا حیطہ ابتدائی قیمت کی نسبت سے کتنا ہو گا؟ پ) $1.6\,\mathrm{m}$ فاصلہ طے کرنے کے بعد موج کا زاویائی فرق کتنا ہو گا؟

جوابات: $\gamma = 0.049 + j3.1\,\mathrm{m}^{-1}$ ، $\alpha = 0.049\,\frac{\mathrm{Np}}{\mathrm{m}}$ ، $\beta = 3.1\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{m}}$ ، $\lambda = 2.03\,\mathrm{m}$ ، $Z_0 = 258 - j2.37\,\Omega$ ، $55.5\,\%$ ، 284°

سوال 16.2: ایک ترسیلی تار جس میں موج کی رفتار $3 \times 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ ہے کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 50\,\Omega$ ہے۔ تار کے داخلی سروں پر $20\,\mathrm{MHz}$ کی موج پیدا کی جا رہی ہے جبکہ اس کا دوسرا سرا کسر دور کیا گیا ہے۔ الف) تار کی لمبائی $3.75\,\mathrm{m}$ ہونے کی صورت میں $Z_{\text{داخلی}}$ حاصل کریں۔ ب) تار کی لمبائی بالترتیب $7.5\,\mathrm{m}$ ، $1.2\,\mathrm{m}$ اور $9\,\mathrm{m}$ ہونے کی صورت میں $Z_{\text{داخلی}}$ حاصل کریں۔

جوابات: ∞ ، $0\,\Omega$ ، $27.5j\,\Omega$ ، $36.3j\,\Omega$

سوال 16.3: بے ضیاع ترسیلی تار کی فی میٹر امالہ $0.25\,\frac{\mu\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$ جبکہ اس کی قدرتی رکاوٹ $75\,\Omega$ ہے۔الف) تار کی فی میٹر کپیسٹنس دریافت کریں۔ ب) تار میں موج کی رفتار حاصل کریں۔ پ) موج کی تعدد $50\,\mathrm{MHz}$ ہونے کی صورت میں β حاصل کریں۔ ت) تار کے ساتھ $55\,\Omega$ کا بار منسلک ہے۔ Γ اور s حاصل کریں۔

جوابات: $44.4\,\frac{\mathrm{pF}}{\mathrm{m}}$ ، $3 \times 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ ، $\beta = 1.05\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{m}}$ ، $\Gamma = -\frac{2}{13}$ ، $s = \frac{15}{11}$

سوال 16.4: ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $300\,\Omega$ ہے۔موج کی تعدد $6 \times 10^8\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}$ جبکہ اس کی رفتار $2.8 \times 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ ہے۔ الف) تار کی فی میٹر امالہ اور کپیسٹنس حاصل کریں۔ ب) تار پر سلسلہ وار جڑی $150\,\Omega$ اور $0.8\,\mu\mathrm{H}$ کا بار ڈالا جاتا ہے۔ Γ اور s حاصل کریں۔

جوابات: $L = 1.07\,\frac{\mu\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$ ، $C = 11.9\,\frac{\mathrm{pF}}{\mathrm{m}}$ ، $\Gamma = 0.38 + j0.67$ ، $s = 7.49$

سوال 16.5: بے ضیاع ترسیلی تار کی $80\,\mathrm{MHz}$ تعدد پر قدرتی رکاوٹ $75\,\Omega$ اور $\beta = 0.25\pi\,\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{m}}$ ہیں۔ الف) تار کی L اور C حاصل کریں۔ ب) تار پر $Z_L = 80 + j100\,\Omega$ بار لادا جاتا ہے۔بار سے کتنے فاصلے پر تار کی داخلی رکاوٹ $Z_{\text{داخلی}}$ حقیقی یعنی $Z_{\text{داخلی}} = R + j0$ ہو گا۔

جوابات: $L = 117\,\frac{\mathrm{nH}}{\mathrm{m}}$ ، $C = 20.8\,\frac{\mathrm{pF}}{\mathrm{m}}$ ، $60.34\,\mathrm{cm}$

سوال 16.6: تعدد $1\,\frac{\mathrm{Mrad}}{\mathrm{s}}$ پر ضیاع کار ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 40 + j0\,\Omega$ اور حرکی مستقل $\gamma = 2 + j6\,\mathrm{m}^{-1}$ ہیں۔ الف) G ، C ، R اور L حاصل کریں۔

جوابات: $G = 0.05\,\frac{\text{S}}{\text{m}}$ ، $C = 150\,\frac{\text{nF}}{\text{m}}$ ، $R = 80\,\frac{\Omega}{\text{m}}$ ، $L = 0.24\,\frac{\text{mH}}{\text{m}}$

سوال 16.7: بے ضیاع ترسیلی تار کی $150\,\text{MHz}$ تعدد پر $Z_0 = 80\,\Omega$ اور $\beta = 6\,\frac{\text{rad}}{\text{m}}$ ہیں۔تار پر متوازی جڑے $200\,\Omega$ کی مزاحمت اور $10\,\text{pF}$ کی کپیسٹر کا بار لادا جاتا ہے۔ الف) L اور C حاصل کریں۔ ب) شرح ساکن موج حاصل کریں۔

جوابات: $L = 0.51\,\frac{\mu\text{H}}{\text{m}}$ ، $C = 79.6\,\frac{\text{pF}}{\text{m}}$ ، $s = 4.07$

سوال 16.8: منبع برقی دباو سلسلہ وار جڑی رکاوٹ $Z = 300 - j300\,\Omega$ اور بے ضیاع ترسیلی تار کے ساتھ منسلک ہے۔ترسیلی تار کا دوسرا سرا کسر دور ہے۔ترسیلی تار میں طول موج λ ہے۔ الف) منبع برقی دباو پر کل $300\,\Omega$ رکاوٹ مہیا کرنے کی خاطر ترسیلی تار کی لمبائی کتنی رکھی جائے گی۔ ب) ترسیلی تار کی لمبائی کے تمام ممکنہ جواب حاصل کریں۔

جوابات: لمبائی $= \frac{\lambda}{8}$ ، لمبائی $= \frac{\lambda}{8} + \frac{m\lambda}{2}$

سوال 16.9: تعدد $50\,\text{MHz}$ کے منبع برقی دباو کے ساتھ رکاوٹ $Z_g = 50 + j50\,\Omega$ اور بے ضیاع ترسیلی تار سلسلہ وار جڑے ہیں۔ ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 100\,\Omega$ ، لمبائی $\frac{\lambda}{4}$ ہے اور یہ بار Z_L کو طاقت فراہم کر رہی ہے۔ الف) بار کی وہ قیمت دریافت کریں جس پر منبع برقی دباو کو کل $100\,\Omega$ رکاوٹ نظر آتی ہے۔ ب) ترسیلی تار کی فی میٹر امالہ $L = 1.5\,\frac{\mu\text{H}}{\text{m}}$ ہونے کی صورت میں ترسیلی تار میں موج کی رفتار اور ترسیلی تار کی لمبائی دریافت کریں۔

جوابات: $Z_L = 100 + j100\,\Omega$ ، $6.6737\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ، $0.333\,\text{m}$

سوال 16.10: تیس میٹر لمبی بے ضیاع ترسیلی تار کے دونوں سرے آزاد رکھنے کی صورت میں اس کی کل کپیسٹنس $C = 1.5\,\text{nF}$ ناپی جاتی ہے۔اس کا ایک سرا کسر دور کرتے ہوئے دوسرے سرے پر نہایت کم دورانیے کا مستطیلی برقی دباو کا جھٹکا دیا جاتا ہے جو کسر دور سرے سے ٹکرا کر واپس لوٹتا ہے۔تار میں دو طرفہ فاصلہ کل $0.4\,\mu\text{s}$ میں طے پاتا ہے۔ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ حاصل کریں۔

جواب: $Z_0 = 133.3\,\Omega$

سوال 16.11: ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 60\,\Omega$ جبکہ اس پر موج کی رفتار $2.8 \times 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ہے۔تار پر آمدی موج کی مساوات $V_s^+(z,t) = 100\cos(\omega t - \pi z)\,\text{V}$ ہے۔ الف) موج کی زاویائی تعدد حاصل کریں۔ ب) آمدی برقی رو کے موج کی مساوات لکھیں۔ پ) ترسیلی تار کا $z > 0$ حصہ ہٹا کر $z = 0$ پر $Z_L = 60 + j40\,\Omega$ رکاوٹ نسب کرنے کی صورت میں Γ حاصل کریں۔انعکاسی موج $V_s^-(z,t)$ کی مساوات لکھیں اور $z = -2.25\,\text{m}$ پر V_s حاصل کریں۔

جوابات: $\omega = 879.6\,\frac{\text{Mrad}}{\text{s}}$ ، $I^+(z,t) = \frac{5}{3}\cos(\omega t - \pi z)\,\text{A}$ ، $\Gamma = 0.1 + j0.3 = 0.316\angle 71.6^\circ$ ،
$V_s^-(z,t) = 31.6 e^{j(\pi z + 1.249)}\,\text{V}$ ، $V_s(z = -2.5\,\text{m}) = 130.4 e^{j0.71} = 130.4\angle 40.6^\circ$

سوال 16.12: قدرتی رکاوٹ $300\,\Omega$ کی ترسیلی تار پر متوازی جڑے $400\,\Omega$ اور $600\,\Omega$ کا بار لادا جاتا ہے۔تار کی لمبائی $\frac{5\lambda}{8}$ ہے جبکہ اس کے داخلی جانب $v(t) = 310\cos(2 \times 10^9 t)\,\text{V}$ برقی دباو مہیا کی جاتی ہے۔بار بردار ترسیلی تار کی داخلی رکاوٹ $Z_{\text{داخلی}}$ حاصل کرتے ہوئے بالترتیب دونوں مزاحمتوں کو مہیا اوسط طاقت حاصل کریں۔

جوابات: $Z_{\text{داخلی}} = 292.7 + j65.9\,\Omega$ ، $93.8\,\text{W}$ ، $62.5\,\text{W}$

سوال 16.13:

جدول 16.1: σ

چیز	$\sigma, \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$	چیز	$\sigma, \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$
چاندی	6.17×10^7	گریفائٹ	7×10^4
تانبا	5.80×10^7	سلیکان	1200
سونا	4.10×10^7	فیرائٹ (عمومی قیمت)	100
المونیم	3.82×10^7	سمندری پانی	5
ٹنگسٹن	1.82×10^7	چھونا پتھر	10^{-2}
جست	1.67×10^7	چکنی مٹی	5×10^{-3}
پیتل	1.50×10^7	تازہ پانی	10^{-3}
نکل	1.45×10^7	مقطر پانی	10^{-4}
لوہا	1.03×10^7	ریتیلی مٹی	10^{-5}
قلعی	0.70×10^7	سنگ مرمر	10^{-8}
کاربن سٹیل	0.60×10^7	بیک لائٹ	10^{-9}
مینگنین	0.227×10^7	چینی مٹی	10^{-10}
جرمینیم	0.22×10^7	ہیرا	2×10^{-13}
سٹینلس سٹیل	0.11×10^7	پولیسٹرین پلاسٹک	10^{-16}
نائیکروم	0.10×10^7	کوارٹس	10^{-17}

جدول 16.2: ϵ_R and $\sigma/\omega\epsilon$

چیز	ϵ_R	$\sigma/\omega\epsilon$
خالی خلاء	1	
ہوا	1.0006	
المونیم اکسائڈ	8.8	0.0006
عنبر	2.7	0.002
بیک لائٹ	4.74	0.022
کاربن ڈائی آکسائڈ	1.001	
جرمینیم	16	
شیشہ	4 تا 7	0.001
برف	4.2	0.1
ابرق	5.4	0.0006
نائلون	3.5	0.02
کاغذ	3	0.008
پلیکسی گلاس	3.45	0.04
پلاسٹک (تھیلا بنانے والا)	2.26	0.0002
پولیسٹرین	2.55	0.000 05
چینی مٹی	6	0.014
پائریکس شیشہ (برتن بنانے والا)	4	0.0006
کوارٹس	3.8	0.000 75
ربڑ	2.5 تا 3	0.002
سلیکا SiO_2	3.8	0.000 75
سلیکان	11.8	
قدرتی برف	3.3	0.5
کھانے کا نمک	5.9	0.0001
خشک مٹی	2.8	0.07
سٹائروفوم	1.03	0.0001
ٹیفلان	2.1	0.0003
ٹائٹینیم ڈائی آکسائڈ	100	0.0015
مقطر پانی	80	0.04
سمندری پانی		4
خشک لکڑی	1.5 تا 4	0.01

جدول 16.3: μ_R

چیز	μ_R
بسمت	0.999 998 6
پیرافین	0.999 999 42
لکڑی	0.999 999 5
چاندی	0.999 999 81
المونیم	1.000 000 65
بیریلیم	1.000 000 79
نکل	50
ڈھلواں لوہا	60
مشین سٹیل	300
فیرائٹ (عمومی قیمت)	1000
پرم بھرت (permalloy)	2500
ٹرانسفارمر پتری	3000
سیلکان لوہا	3500
خالص لوہا	4000
میو میٹل (mumetal)	20 000
سنڈسٹ (sendust)	30 000
سوپرم بھرت (supermalloy)	100 000

جدول 16.4: اہم مستقل

چیز	علامت	قیمت
الیکٹران چارج	e	$(1.602\,189\,2 \mp 0.000\,004\,6) \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
الیکٹران کمیت	m	$(9.109\,534 \mp 0.000\,047) \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
برقی مستقل (خالی خلاء)	ϵ_0	$(8.854\,187\,818 \mp 0.000\,000\,071) \times 10^{-12}\,\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$
مقناطیسی مستقل (خالی خلاء)	μ_0	$4\pi 10^{-7}\,\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$
روشنی کی رفتار (خالی خلاء)	c	$(2.997\,924\,574 \mp 0.000\,000\,011) \times 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$