

# برقی و مقناطیسیات

خالد خان یوسفزئی  
 کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد  
 khalidyousafzai@comsats.edu.pk



# عنوان

3

1	4	سمتیات	1
1.1	5	مقداری اور سمتیہ	1.1
1.2	6	سمتی الجبرا	1.2
1.3	7	کارتیسی محدد	1.3
1.4	8	اکائی سمتیات	1.4
1.5	9	میدانی سمتیہ	1.5
1.6	10	سمتی رقبہ	1.6
1.7	11	غیر سمتی ضرب	1.7
1.8	12	سمتی ضرب یا صلیبی ضرب	1.8
1.9	13	گول نلکی محدد	1.9
1.9.1	14	نلکی اکائی سمتیات کا کارتسی اکائی سمتیات کے ساتھ غیر سمتی ضرب	1.9.1
1.9.2	15	نلکی اور کارتسی اکائی سمتیات کا تعلق	1.9.2
1.9.3	16	نلکی لامحدود سطحیں	1.9.3
1.10	17	کروی محدد	1.10
2	18	کولومب کا قانون	2
2.1	19	قوت کشش یا دفع	2.1
2.2	20	برقی میدان کی شدت	2.2
2.3	21	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر کا برقی میدان	2.3
2.4	22	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	2.4
2.5	23	چارج بردار حجم	2.5
2.6	24	مزید مثال	2.6
2.7	25	برقی میدان کے سمت بہاؤ خط	2.7

69 <sup>26</sup>	گاؤس کا قانون اور پھیلاؤ	3
69 <sup>27</sup>	ساکن چارج	3.1
69 <sup>28</sup>	فیراڈے کا تجربہ	3.2
70 <sup>29</sup>	گاؤس کا قانون	3.3
72 <sup>30</sup>	گاؤس کے قانون کا استعمال	3.4
72 <sup>31</sup>	نقطہ چارج	3.4.1
74 <sup>32</sup>	یکساں چارج بردار کروی سطح	3.4.2
74 <sup>33</sup>	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر	3.4.3
75 <sup>34</sup>	ہم محوری تار	3.5
77 <sup>35</sup>	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	3.6
77 <sup>36</sup>	انتہائی چھوٹی حجم پر گاؤس کے قانون کا اطلاق	3.7
80 <sup>37</sup>	پھیلاؤ	3.8
82 <sup>38</sup>	نلکی محدود میں پھیلاؤ کی مساوات	3.9
84 <sup>39</sup>	پھیلاؤ کی عمومی مساوات	3.10
86 <sup>40</sup>	مسئلہ پھیلاؤ	3.11
93 <sup>41</sup>	توانائی اور برقی دباؤ	4
93 <sup>42</sup>	توانائی اور کام	4.1
94 <sup>43</sup>	لکیری تکملہ	4.2
99 <sup>44</sup>	برقی دباؤ	4.3
100 <sup>45</sup>	نقطہ چارج کا برقی دباؤ	4.3.1
101 <sup>46</sup>	لکیری چارج کثافت سے پیدا برقی دباؤ	4.3.2
102 <sup>47</sup>	ہم محوری تار کا برقی دباؤ	4.3.3
102 <sup>48</sup>	متعدد نقطہ چارجوں کی برقی دباؤ	4.4
106 <sup>49</sup>	برقی دباؤ کی ڈھلوان	4.5
110 <sup>50</sup>	نلکی محدود میں ڈھلوان	4.5.1
111 <sup>51</sup>	کروی محدود میں ڈھلوان	4.5.2
112 <sup>52</sup>	جفت قطب	4.6
114 <sup>53</sup>	جفت قطب کے سمت بہاؤ خط	4.6.1
117 <sup>54</sup>	ساکن برقی میدان کی کثافت توانائی	4.7

125 <sub>s</sub>	موصل، ذو برق اور کیپسٹر	5
125 <sub>s6</sub>	برقی رو اور کثافت برقی رو	5.1
127 <sub>s7</sub>	استمراری مساوات	5.2
129 <sub>s8</sub>	موصل	5.3
134 <sub>s9</sub>	موصل کے خصوصیات اور سرحدی شرائط	5.4
137 <sub>s10</sub>	عکس کی ترکیب	5.5
140 <sub>s11</sub>	نیم موصل	5.6
141 <sub>s12</sub>	ذو برق	5.7
146 <sub>s13</sub>	کامل ذو برق کے سرحد پر برقی شرائط	5.8
150 <sub>s14</sub>	موصل اور ذو برق کے سرحدی شرائط	5.9
150 <sub>s15</sub>	کیپسٹر	5.10
152 <sub>s16</sub>	5.10.1 متوازی چادر کیپسٹر	
153 <sub>s17</sub>	5.10.2 ہم محوری کیپسٹر	
153 <sub>s18</sub>	5.10.3 ہم محوری کرہ کیپسٹر	
155 <sub>s19</sub>	5.11 سلسلہ وار اور متوازی جڑے کیپسٹر	
156 <sub>s20</sub>	5.12 دو متوازی تاروں کا کیپسٹنس	
169 <sub>s21</sub>	پوٹنسن اور لاپلاس مساوات	6
171 <sub>s22</sub>	6.1 مسئلہ یکنائی	
173 <sub>s23</sub>	6.2 لاپلاس مساوات خطی ہے	
173 <sub>s24</sub>	6.3 نلکی اور کروی محدود میں لاپلاس کی مساوات	
174 <sub>s25</sub>	6.4 لاپلاس مساوات کے حل	
181 <sub>s26</sub>	6.5 پوٹنسن مساوات کے حل کی مثال	
183 <sub>s27</sub>	6.6 لاپلاس مساوات کا ضربی حل	
191 <sub>s28</sub>	6.7 عددی دہرائے کا طریقہ	

199 <sub>9</sub>	ساکن مقناطیسی میدان	7
199 <sub>0</sub>	بایوٹ-سیوارٹ کا قانون	7.1
204 <sub>1</sub>	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.2
210 <sub>2</sub>	گردش	7.3
217 <sub>3</sub>	نلکی محدود میں گردش	7.3.1
222 <sub>4</sub>	عمومی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.2
224 <sub>5</sub>	کروی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.3
225 <sub>6</sub>	مسئلہ سٹوکس	7.4
228 <sub>7</sub>	مقناطیسی بہاو اور کثافت مقناطیسی بہاو	7.5
235 <sub>8</sub>	غیر سمتی اور سمتی مقناطیسی دباؤ	7.6
240 <sub>9</sub>	ساکن مقناطیسی میدان کے قوانین کا حصول	7.7
240 <sub>0</sub>	سمتی مقناطیسی دباؤ	7.7.1
242 <sub>1</sub>	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.7.2
249 <sub>2</sub>	مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادے اور امالہ	8
249 <sub>3</sub>	متحرک چارج پر قوت	8.1
250 <sub>4</sub>	تفرقی چارج پر قوت	8.2
254 <sub>5</sub>	برقی رو گزارتے تفرقی تاروں کے مابین قوت	8.3
255 <sub>6</sub>	قوت اور مروڑ	8.4
261 <sub>7</sub>	فولادی مقناطیسی اشیاء اور مقناطیسی خطے	8.5
262 <sub>8</sub>	مقناطیسیت اور مقناطیسی مستقل	8.6
265 <sub>9</sub>	مقناطیسی سرحدی شرائط	8.7
268 <sub>00</sub>	مقناطیسی دور	8.8
271 <sub>01</sub>	مقناطیسی مخفی توانائی	8.9
271 <sub>02</sub>	خود امالہ اور مشترکہ امالہ	8.10
277 <sub>03</sub>	مشترکہ امالہ	8.11

283 <sub>04</sub>	9	وقت کے ساتھ بدلنے میدان اور میکس ویل کے مساوات
283 <sub>05</sub>	9.1	فیراڈے کا قانون
290 <sub>06</sub>	9.2	انتقالی برقی رو
296 <sub>07</sub>	9.3	میکس ویل مساوات کی نقطہ شکل
298 <sub>08</sub>	9.4	میکس ویل مساوات کی تکمل شکل
303 <sub>09</sub>	9.5	تاخیری دباؤ
311 <sub>10</sub>	10	مستوی امواج
311 <sub>11</sub>	10.1	خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی مستوی امواج
312 <sub>12</sub>	10.2	برقی و مقناطیسی مستوی امواج
319 <sub>13</sub>	10.2.1	خالی خلاء میں امواج
323 <sub>14</sub>	10.2.2	خالص یا کامل ذو برق میں امواج
325 <sub>15</sub>	10.2.3	ناقص یا غیر کامل ذو برقی میں امواج
329 <sub>16</sub>	10.3	پوئنٹنگ سمتیہ
334 <sub>17</sub>	10.4	موصل میں امواج
340 <sub>18</sub>	10.5	انعکاس مستوی موج
346 <sub>19</sub>	10.6	شرح ساکن موج
359 <sub>20</sub>	11	ترسیلی تار
359 <sub>21</sub>	11.1	ترسیلی تار کے مساوات
363 <sub>22</sub>	11.2	ترسیلی تار کے مستقل
364 <sub>23</sub>	11.2.1	ہم محوری تار کے مستقل
367 <sub>24</sub>	11.2.2	دو متوازی تار کے مستقل
368 <sub>25</sub>	11.2.3	سطح مستوی ترسیلی تار
369 <sub>26</sub>	11.3	ترسیلی تار کے چند مثال
374 <sub>27</sub>	11.4	ترسیمی تجزیہ، سمتیہ نقشہ
380 <sub>28</sub>	11.4.1	سمتہ فراوانی نقشہ
382 <sub>29</sub>	11.5	تجرباتی نتائج پر مبنی چند مثال

387 <sub>130</sub>	12	تقطیب موج
387 <sub>131</sub>	12.1	خطی، بیضوی اور دائری تقطیب
390 <sub>32</sub>	12.2	بیضوی یا دائری قطبی امواج کا پرنٹنگ سمتیہ
393 <sub>33</sub>	13	ترچھی آمد، انعکاس، انحراف اور انکسار
393 <sub>34</sub>	13.1	ترچھی آمد
404 <sub>35</sub>	13.2	ترسیم بائی گن
407 <sub>136</sub>	14	مویج اور گھمکیا
407 <sub>137</sub>	14.1	برقی دور، ترسیلی تار اور مویج کا موازنہ
408 <sub>38</sub>	14.2	دو لامحدود وسعت کے مستوی چادروں کے مویج میں عرضی برقی موج
414 <sub>39</sub>	14.3	کھوکھلا مستطیلی مویج
423 <sub>40</sub>	14.3.1	مستطیلی مویج کے میدان پر تفصیلی غور
430 <sub>41</sub>	14.4	مستطیلی مویج میں عرضی مقناطیسی $TM_{mn}$ موج
434 <sub>42</sub>	14.5	کھوکھلی نالی مویج
441 <sub>43</sub>	14.6	انقطاعی تعدد سے کم تعدد پر تضعیف
443 <sub>44</sub>	14.7	انقطاعی تعدد سے بلند تعدد پر تضعیف
445 <sub>45</sub>	14.8	سطحی موج
450 <sub>46</sub>	14.9	ذو برق تختی مویج
453 <sub>47</sub>	14.10	شیش ریشہ
456 <sub>48</sub>	14.11	پردہ بصارت
458 <sub>49</sub>	14.12	گھمکی خلاء
461 <sub>150</sub>	14.13	میکس ویل مساوات کا عمومی حل



- 469<sup>52</sup> . . . . . تعارف 15.1
- 469<sup>53</sup> . . . . . تاخیری دباؤ 15.2
- 471<sup>54</sup> . . . . . تکمل 15.3
- 472<sup>55</sup> . . . . . مختصر جفت قطبی ایٹینا 15.4
- 480<sup>56</sup> . . . . . مختصر جفت قطب کا اخراجی مزاحمت 15.5
- 484<sup>57</sup> . . . . . ٹھوس زاویہ 15.6
- 485<sup>58</sup> . . . . . اخراجی رقبہ، سمتیت اور افزائش 15.7
- 492<sup>59</sup> . . . . . قطاری ترتیب 15.8
- 492<sup>60</sup> . . . . . 15.8.1 غیر سمتی، دو نقطہ منبع
- 493<sup>61</sup> . . . . . 15.8.2 ضرب نقش
- 494<sup>62</sup> . . . . . 15.8.3 ثنائی قطار
- 496<sup>63</sup> . . . . . 15.8.4 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار
- 498<sup>64</sup> . . . . . 15.8.5 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: چوڑائی جانب اخراجی قطار
- 498<sup>65</sup> . . . . . 15.8.6 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: لمبائی جانب اخراجی قطار
- 502<sup>66</sup> . . . . . 15.8.7 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: بدلنے زاویہ اخراجی ایٹینا
- 503<sup>67</sup> . . . . . 15.9 تداخل پیمہ
- 504<sup>68</sup> . . . . . 15.10 مسلسل خطی ایٹینا
- 505<sup>69</sup> . . . . . 15.11 مستطیل سطحی ایٹینا
- 508<sup>70</sup> . . . . . 15.12 اخراجی سطح پر میدان اور دور میدان آپس کے فوریئر بدل ہیں
- 508<sup>71</sup> . . . . . 15.13 خطی ایٹینا
- 513<sup>72</sup> . . . . . 15.14 چلتے موج ایٹینا
- 514<sup>73</sup> . . . . . 15.15 چھوٹا گھیرا ایٹینا
- 515<sup>74</sup> . . . . . 15.16 پیچ دار ایٹینا
- 517<sup>75</sup> . . . . . 15.17 دو طرفہ کردار
- 519<sup>76</sup> . . . . . 15.18 جھری ایٹینا
- 520<sup>77</sup> . . . . . 15.19 پیپا ایٹینا
- 522<sup>78</sup> . . . . . 15.20 فرائس ریڈار مساوات
- 525<sup>79</sup> . . . . . 15.21 ریڈیائی دوربین، ایٹینا کی حرارت اور تحلیلی کارکردگی
- 527<sup>80</sup> . . . . . 15.22 حرارت نظام اور حرارت بعید



## ترسیلی تار

3532

ترسیلی تار ایک نقطے سے دوسرے نقطے تک توانائی اور اشارات منتقل کرتے ہیں۔ بالکل سادہ صورت میں ترسیلی تار منبع طاقت کو برقی بار کے ساتھ منسلک کرتا ہے۔ یہ **مرسل** (ٹرانسمیٹر)<sup>1</sup> اور لینڈینٹینا<sup>2</sup> یا پھر ڈیم میں نسب جزیر اور اس سے دور کسی شہر کا بار ہو سکتے ہیں۔

3534

مستوی برقی و مقناطیسی امواج عرضی امواج ہیں۔ ترسیلی تار پر بھی عرضی امواج ہی پائی جاتی ہیں۔ ہم دیکھیں گے کہ اس مشابہت کی بنا پر برقی و مقناطیسی امواج کے لئے حاصل کردہ مساوات ترسیلی تار کے لئے بھی قابل استعمال ہوں گے البتہ ترسیلی نظام میں برقی اور مقناطیسی میدان کے بجائے عموماً برقی دباؤ اور برقی دھوکے استعمال کئے جاتے ہیں۔ اسی طرح کثافت طاقت کی جگہ طاقت کی بات کی جاتی ہے۔

3537

اس باب میں ترسیلی تجزیے پر خاص زور دیا جائے گا جو عرضی برقی و مقناطیسی مستوی امواج کے لئے بھی قابل استعمال ہوگا۔

3538

### 11.1 ترسیلی تار کے مساوات

3539

ہم ترسیلی تار کی عمومی مساوات حاصل کرنے کی خاطر ہم محوری تار کو ذہن میں رکھ کر آگے چلتے ہیں۔ یہ تار z محدد پر پڑی ہے۔ ہم محوری تار کے اندرونی اور بیرونی موصل تار بہتر موصلیت  $\sigma_c$  رکھتے ہیں۔ ان تاروں کے درمیان مادے کے مستقل  $\mu, \epsilon$  (عموماً  $\mu_0$ ) اور  $\sigma$  ہیں۔ ہم محوری تار کی جسامت اور اشارات کی تعداد جانتے ہوئے ہم اکائی لمبائی تار کے مستقل  $C, L, R$  اور  $G$  حاصل کر سکتے ہیں۔

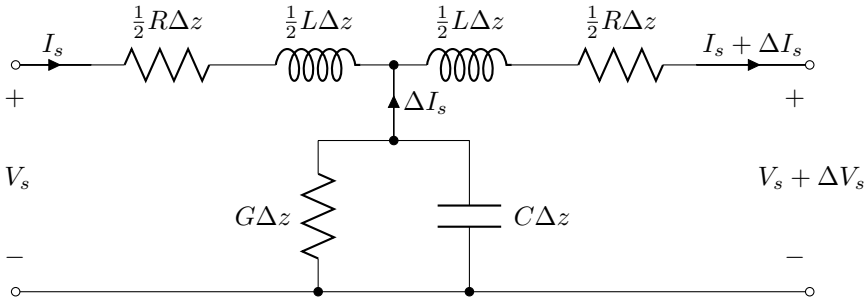
3542

یہاں بھی ہم موج کی حرکت  $a_z$  جانب تصور کرتے ہیں۔ یوں تار کے چھوٹی لمبائی  $\Delta z$  کی مزاحمت  $R\Delta z$ ، امالہ  $L\Delta z$ ، کپیسٹنس  $C\Delta z$  اور البصالیات  $G\Delta z$  ہوں گے۔ شکل 11.1 میں ترسیلی تار کے اس چھوٹے لمبائی کو دکھایا گیا ہے۔ چونکہ تار کا یہ چھوٹا ٹکڑا دونوں اطراف سے بالکل ایک جیسے معلوم ہوتا ہے لہذا اس کے سلسلہ وار اجزاء کو آدھے آدھے ٹکڑوں میں کرتے ہوئے متوازی اجزاء کے دونوں طرف دکھایا گیا ہے۔ ہم متوازی اجزاء کو دو برابر ٹکڑوں میں کرتے ہوئے سلسلہ وار اجزاء کے دونوں جانب بھی جوڑ سکتے تھے۔

3546

ہم فرض کرتے ہیں کہ شکل 11.1 میں بائیں طرف برقی دباؤ

$$V = V_0 \cos(\omega t - \beta z + \psi)$$



شکل 11.1: یکساں ترسیلی تار کا چھوٹا حصہ۔ متغیرات  $R$ ،  $L$ ،  $C$  اور  $G$  تار کی شکل اور مادوں پر منحصر ہیں۔

پائی جاتی ہے۔ یہ حرکت کرتے موج کی عمومی مساوات ہے۔ یولر مماثل استعمال کرتے ہوئے اس مساوات کو

$$V = \left[ V_0 e^{j(\omega t - \beta z + \psi)} \right]_{\text{حقیقی}}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مساوات میں  $e^{j\omega t}$  اور زیر نوشت میں حقیقی کو پوشیدہ رکھتے ہوئے دوری سمتیہ کی صورت میں یوں لکھا جاسکتا ہے

$$V_s = V_0 e^{j\psi} e^{-\beta z}$$

جہاں مساوات کے بائیں ہاتھ  $V_s$  لکھتے ہوئے زیر نوشت میں  $s$  یاد دلاتی ہے کہ یہ مساوات دوری سمتیہ کی شکل میں ہے۔

شکل 11.1 کے گرد گھومتے ہوئے کرچاف کے برقی دباؤ کے قانون سے

$$V_s = \left( \frac{R\Delta z}{2} + j \frac{\omega L\Delta z}{2} \right) I_s + \left( \frac{R\Delta z}{2} + j \frac{\omega L\Delta z}{2} \right) (I_s + \Delta I_s) + V_s + \Delta V_s$$

یا

$$\frac{\Delta V_s}{\Delta z} = - (R + j\omega L) I_s - \frac{1}{2} (R + j\omega L) \Delta I_s$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اگر  $\Delta z$  کو صفر کے قریب کر لیا جائے تب  $\Delta I_s$  بھی صفر کے قریب تر ہوگا۔ یوں  $0 \rightarrow \Delta z$  کی صورت میں اس مساوات کے آخری جزو کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں اسے

$$(11.1) \quad \frac{dV_s}{dz} = - (R + j\omega L) I_s$$

لکھا جاسکتا ہے۔

متوازی اجزاء پر برقی دباؤ

$$V_s - \left( \frac{R\Delta z}{2} + j \frac{\omega L\Delta z}{2} \right) I_s$$

ہے جسے استعمال کرتے ہوئے شکل کو دیکھ کر متوازی اجزاء میں تفرقی رو کے لئے

$$-\Delta I_s = \left[ V_s - \left( \frac{R\Delta z}{2} + j \frac{\omega L\Delta z}{2} \right) I_s \right] (G\Delta z + j\omega C\Delta z)$$

یا

$$\frac{\Delta I_s}{\Delta z} = - (G + j\omega C) V_s + \frac{1}{2} (R + j\omega L) (G + j\omega C) I_s \Delta z$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اگر  $\Delta z \rightarrow 0$  کیا جائے تب اس مساوات کے آخری جزو کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے اور یوں

$$(11.2) \quad \frac{dI_s}{dz} = - (G + j\omega C) V_s$$

حاصل ہوتا ہے۔

یہاں رک کر ذرہ برقی و مقناطیسی امواج کے مساوات کو دوبارہ پیش کرتے ہیں۔ میکس ویل کی مساوات

$$\nabla \times \mathbf{E}_s = -j\omega\mu\mathbf{H}_s$$

میں  $\mathbf{H}_{ys} = H_{ys}\mathbf{a}_y$  اور  $\mathbf{E}_s = E_{xs}\mathbf{a}_x$  سے

$$(11.3) \quad \frac{dE_{xs}}{dz} = -j\omega\mu H_{ys}$$

ملتا ہے اور اسی طرح

$$\nabla \times \mathbf{H}_s = (\sigma + j\omega\epsilon) \mathbf{E}_s$$

سے

$$(11.4) \quad \frac{dH_{ys}}{dz} = -(\sigma + j\omega\epsilon) E_{xs}$$

ملتا ہے۔

مساوات 11.2 کا مساوات 11.4 کے ساتھ موازنہ کریں۔ غور کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ پہلے مساوات میں  $I_s$  کی جگہ  $H_{ys}$  لکھنے اور اسی طرح  $G$  کی جگہ  $C$  کی جگہ  $\epsilon$  اور  $V_s$  کی جگہ  $E_{xs}$  لکھتے ہوئے دوسری مساوات حاصل کی جاسکتی ہے۔ دونوں مساوات بہت قریبی مشابہت رکھتے ہیں۔

اسی طرح مساوات 11.1 اور مساوات 11.3 کو دیکھتے ہوئے یہی جوڑے یہاں بھی پائے جاتے ہیں، البتہ یہاں  $L$  اور  $\mu$  کی جوڑی بھی پائی جاتی ہے۔ ہاں ظاہری طور پر  $R$  کی جوڑی موجود نہیں ہے۔ یوں ہم  $j\omega\mu$  کی جوڑی  $R + j\omega L$  لے سکتے ہیں۔

لا محدود یکساں مستوی امواج اور لا محدود لمبائی کی یکساں ترسیلی تار کے سرحدی شرائط ایک جیسے ہیں۔ دونوں میں سرحد پایابی نہیں جاتا لہذا ہم گزشتہ باب میں حاصل حل

$$E_{xs} = E_{x0}e^{-\gamma z}$$

کی طرز پر اب

$$(11.5) \quad V_s = V_0e^{-\gamma z}$$

بطور ترسیلی تار کے مساوات کا حل لکھ سکتے ہیں۔ یہ برقی دباؤ کے موج کی مساوات ہے۔ یہ موج مثبت  $z$  جانب حرکت کر رہی ہے اور  $z = 0$  پر اس کا جیٹہ  $V_0$  ہے۔ حرکی مستقل

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)}$$

اب

$$(11.6) \quad \gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

ہو جائے گا۔ طول موج اب بھی

$$(11.7) \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

ہوگا۔ موج کی رفتار اب بھی

$$(11.8) \quad v = \frac{\omega}{\beta}$$

3555

ہے۔

کامل ترسیلی تار طاقت ضائع نہیں کرتا۔ ایسی تار کے مستقل  $R = G = 0$  ہوتے ہیں لہذا

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{LC}$$

اور

$$(11.9) \quad v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

3556

ہوں گے۔

اسی طرح مقناطیسی موج

$$H_{ys} = \frac{E_{x0}}{\eta} e^{-\gamma z}$$

سے

$$(11.10) \quad I_s = \frac{V_0}{Z_0} e^{-\gamma z}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ  $Z_0$  کو

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}}$$

سے

$$(11.11) \quad Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}$$

3557

لکھا جاسکتا ہے۔

خطہ-1 میں آمدی موج جب خطہ-2 کے سرحد سے ٹکراتی ہے تو اس کا کچھ حصہ بطور انعکاسی موج خطہ-1 میں واپس ہو جاتی ہے۔ اس انعکاسی موج اور آمدی موج کی شرح کو شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{E_{x0}^-}{E_{x0}^+} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

کہتے ہیں۔ اسی طرح اگر  $Z_{01}$  قدرتی رکاوٹ کی ترسیلی تار پر آمد موج  $Z_{02}$  قدرتی رکاوٹ کی ترسیلی تار میں داخل ہونا چاہے تو ان کے سرحد سے انعکاسی موج واپس ہوگی۔ ایسی انعکاسی موج اور آمدی موج کی شرح

$$(11.12) \quad \Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}}$$

ہوگی۔ انعکاسی شرح جانتے ہوئے شرح ساکن موج

$$(11.13) \quad s = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

لکھی جاسکتی ہے۔ آخر میں اگر  $z > 0$  پر  $\eta_2 = -l$  ہو تب  $\eta = -l$  پر  $E_{xs}$  اور  $H_{ys}$  کی شرح

$$\eta_{داخلی} = \eta_1 \frac{\eta_2 + j\eta_1 \tan \beta_1 l}{\eta_1 + j\eta_2 \tan \beta_1 l}$$

کو داخلی قدرتی رکاوٹ کہتے ہیں۔ اس سے  $z > 0$  پر  $Z_{02}$  کی صورت میں ترسیلی تار کے لئے  $z = -l$  پر  $V_s$  اور  $I_s$  کی شرح، یعنی اس کی داخلی قدرتی رکاوٹ کو

$$(11.14) \quad Z_{داخلی} = Z_{01} \frac{Z_{02} + jZ_{01} \tan \beta_1 l}{Z_{01} + jZ_{02} \tan \beta_1 l}$$

لکھا جاسکتا ہے۔

3558

3559

مشق 11.1: ایک ترسیلی تار جو  $\omega = 5 \times 10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  پر کام کرتی ہے کے مستقل  $R = 0.15 \frac{\Omega}{\text{m}}$ ،  $L = 0.25 \frac{\mu\text{H}}{\text{m}}$ ،  $G = 8 \frac{\mu\text{S}}{\text{m}}$  اور  $C = 80 \frac{\text{pF}}{\text{m}}$  ہیں۔ اس کے  $\alpha$ ،  $\beta$ ،  $\lambda$  اور  $Z_0$  حاصل کریں۔

3561

جوابات:  $1.57 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$ ،  $2.236 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ ،  $2.81 \text{ m}$ ،  $2.23 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  اور  $55.9 / -0.029^\circ \Omega$

3562

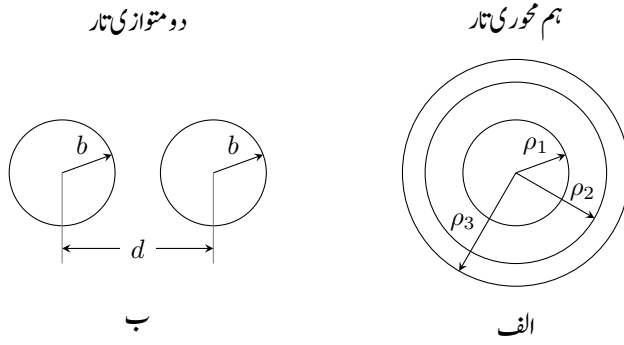
3563

11.2 ترسیلی تار کے مستقل

3564

اس حصے میں مختلف اشکال کے ترسیلی تار کے مستقل یکجا کرتے ہیں۔ ان میں سے عموماً مستقل کو ہم پہلے حاصل کر چکے ہیں، بس انہیں ایک جگہ لکھنا باقی ہوگا۔ سب سے پہلے ہم محوری تار کے مستقل اکٹھے کرتے ہیں۔

3566



شکل 11.2: ہم محوری ترسیلی تار اور دو متوازی ترسیلی تار۔

### 11.2.1 ہم محوری تار کے مستقل

شکل 11.2-الف میں ہم محوری تار دکھائی گئی ہے جس میں اندرونی تار کا رداس  $\rho_1$  ہے۔ بیرونی تار کا اندرونی رداس  $\rho_2$  اور اس کا بیرونی رداس  $\rho_3$  ہیں۔ تاروں کے درمیان ذوبرق کے مستقل  $\mu, \epsilon$  اور  $\sigma$  ہیں۔ صفحہ 153 پر مساوات میں تار کی لمبائی  $L = 1 \text{ m}$  پر کرنے سے اس کی فی میٹر کپیسٹنس

$$(11.15) \quad C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

حاصل ہوتی ہے جبکہ فی میٹر امالہ صفحہ 272 پر مساوات 8.67 دیتا ہے۔

$$(11.16) \quad L_{\text{بیرونی}} = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

یہ تار کی بیرونی امالہ ہے۔ بلند تعدد پر تار میں برقی روصرف گہرائی جلد تک محدود رہتی ہے لہذا ایسی صورت میں تار کے اندر نہایت کم مقناطیسی بہاوپایا جاتا ہے اوریوں اس کی اندرونی امالہ قابل نظر انداز ہوتی ہے۔ کسی بھی ترسیلی تار کے لئے

$$(11.17) \quad L_{\text{بیرونی}} C = \mu\epsilon$$

درست ثابت ہوتا ہے۔ یوں دونوں ہم محوری تاروں کے درمیان میں بھری ذوبرق کا  $\epsilon$  اور فی میٹر تار کی کپیسٹنس جانتے ہوئے اندرونی امالہ اس مساوات سے حاصل کی جاسکتی ہے۔

کم تعدد پر تار کی اندرونی امالہ کو نظر انداز نہیں کیا جاسکتا۔ ایسی صورت میں مساوات 8.71

$$(11.18) \quad L = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{\mu}{8\pi} + \frac{\mu}{2\pi (\rho_3^2 - \rho_2^2)^2} \left( \rho_3^4 \ln \frac{\rho_3}{\rho_2} - \frac{\rho_2^4}{4} - \frac{3\rho_3^4}{4} + \rho_2^2 \rho_3^2 \right)$$

میں دی گئی فی میٹر تار کی امالہ استعمال کی جائے گی۔ یاد رہے کہ یہ امالہ حاصل کرتے ہوئے فرض کیا گیا تھا کہ برقی رویکساں موصل تار میں گزرتی ہے۔ اب ہم چاہتے ہیں کہ بلند تعدد پر روصرف گہرائی جلد تک محدود رہتی ہے لہذا کم تعدد پر ہی اس امالہ کو استعمال کیا جاسکتا ہے۔

آئیں ایسی تعدد پر بھی صورت حال دیکھیں جب اندرونی امالہ کی قیمت قابل نظر انداز نہ ہو لیکن گہرائی جلد کے اثر کو بھی نظر انداز نہیں کیا جاسکتا۔ گہرائی جلد کے اثر کی وجہ سے مساوات 11.18 قابل قبول نہیں ہوگی۔ اب فرض کرتے ہیں کہ گہرائی جلد  $\delta$  اندرونی تار کے رداس  $\rho_1$  سے بہت کم ہے۔ یوں اندرونی تار کے بیرونی



باریک تہہ میں برقی رو پائی جائے گی۔ برقی رو  $a_z$  سمت میں ہے اور چونکہ  $J_s = \sigma_c E_s$  ہوتا ہے لہذا تار کی سطح پر  $E_s$  کا مماثل جزو بھی  $a_x$  سمت میں ہوگا۔ موصل تار کی موصلیت کو یہاں  $\sigma_c$  لکھا گیا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت تار کی سطح پر

$$H_{\phi s} = \frac{I_s}{2\pi\rho_1} \quad (11.19)$$

ہوگی۔ اب تار کی سطح پر  $E_{zs}$  اور  $H_{ys}$  کی شرح، مستوی برقی و مقناطیسی موج کی قدرتی رکاوٹ ہوگی۔ اگرچہ ہم نکلی اشکال کی بات کر رہے ہیں لیکن  $\rho_1 \ll \delta$  کی بنا پر برقی رو گزارتے باریک تہہ کو دو موٹائی اور  $2\pi\rho_1$  چوڑائی کا موصل تصور کیا جاسکتا ہے۔ یوں صفحہ 337 پر مساوات 10.66 سے

$$\left|_{\rho_1} \frac{E_{zs}}{H_{ys}} = \frac{1+j}{\sigma_c \delta}\right.$$

لکھا جاسکتا ہے جس میں مساوات 11.19 پر کرنے سے

$$\left|_{\rho_1} \frac{E_{zs}}{I_s} = \frac{1+j}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c}\right.$$

لکھا جاسکتا ہے۔ چونکہ  $E_{zs}$  دراصل فی میٹر برقی دباؤ ہے لہذا مندرجہ بالا شرح فی میٹر قدرتی رکاوٹ

$$Z = \left|_{\rho_1} \frac{E_{zs}}{I_s} = R + j\omega L = \frac{1}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c} + j\frac{1}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c} \quad (11.20)$$

کے برابر ہے۔ یہ امالہ تار کی اندرونی امالہ ہے جو تار کے موصلیت  $\sigma_c$  پر منحصر ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کامل موصل کی صورت میں قدرتی رکاوٹ صفر ہوگی۔ یوں اندرونی تار کی اندرونی امالہ

$$L_{\rho_1, \text{اندرونی}} = \frac{1}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c\omega}$$

ہوگی۔ صفحہ 335 پر مساوات 10.63 کو  $\sigma_c = \frac{1}{\pi f \mu \delta^2}$  لکھتے ہوئے اس میں پر کرنے سے

$$L_{\rho_1, \text{اندرونی}} = \frac{\mu\delta}{4\pi\rho_1} \quad (\delta \ll \rho_1) \quad (11.21)$$

حاصل ہوتا ہے۔ اسی طریقہ کار سے بیرونی تار کے لئے

$$L_{\rho_2, \text{اندرونی}} = \frac{\mu\delta}{4\pi\rho_2} \quad (\delta \ll \rho_3 - \rho_2) \quad (11.22)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یوں بلند تعدد پر ہم محوری تار کی کل امالہ

$$L_{\text{بلند تعدد}} = \frac{\mu}{2\pi} \left[ \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{\sigma_c}{2} \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \right] \quad (\delta \ll \rho_1, \delta \ll \rho_3 - \rho_2) \quad (11.23)$$

ہوگا۔ مساوات 11.20 بلند تعدد پر قدرتی رکاوٹ کا مزاحمتی حصہ یعنی فی میٹر مزاحمت بھی دیتا ہے جس سے اندرونی اور بیرونی تاروں کا سلسلہ وار مجموعہ

$$R = \frac{1}{2\pi\delta\sigma_c} \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \quad (\delta \ll \rho_1, \delta \ll \rho_3 - \rho_2) \quad (11.24)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مزاحمت کے ساتھ شعاعی اخراج سے پیدا مزاحمتی جزو بھی شامل کیا جاسکتا ہے۔ **بے پردہ** تار یا ہم محوری تار کے کھلے سر سے شعاعی اخراج ہوتا ہے۔

ایسی تعدد جس پر گہرائی جلد کی قیمت رد اس سے بہت کم نہ ہو حل کرتے ہوئے<sup>4</sup> استعمال ہوتے ہیں۔ یہاں انہیں حل نہیں کیا جائے گا۔

3574

قدرتی رکاوٹ کو عموماً بیرونی امالہ اور کپیسٹنس کی صورت میں

$$(11.25) \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

3575

لکھا جاتا ہے۔

اندرونی اور بیرونی تار کے مابین ذوبرق میں سے گزرتی ایک سمتی برقی رد  $I = GV$  سے حاصل ہوتی ہے۔ اندرونی تار پر  $\rho_L$  اور بیرونی تار پر  $\rho_L$  - کثافت لکیری چارج تصور کرتے ہوئے تاروں کے مابین برقی دباؤ صفحہ 102 پر مساوات 4.18

$$V = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

دیتی ہے۔ تاروں کے درمیان ذوبرق میں میدان مساوات 4.17

$$E_\rho = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon\rho}$$

دیتی ہے۔ ذوبرق کی موصلیت  $\sigma$  لکھتے ہوئے، صفحہ 130 پر اوہم کے قانون کی نقطہ شکل یعنی مساوات 5.11 کی مدد سے یوں رد اس  $\rho$  پر کثافت برقی رو

$$J_\rho = \sigma E_\rho = \frac{\sigma\rho_L}{2\pi\epsilon\rho}$$

لکھی جائے گی۔ اندرونی تار کے گرد رد اس  $\rho$  پر  $L$  لمبائی کی تنکی سطح کا رقبہ  $2\pi\rho L$  ہوگا۔ ایسی اکائی لمبائی کی سطح کے رقبہ  $2\pi\rho$  سے کل

$$I = J_\rho 2\pi\rho = \frac{\sigma\rho_L}{\epsilon}$$

برقی رو گزرے گی۔ یوں

$$(11.26) \quad G = \frac{I}{V} = \frac{2\pi\sigma}{\ln \frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

3576

حاصل ہوتا ہے۔

یہاں  $G$  کی قیمت  $C$  کے قیمت سے حاصل کرنا دیکھتے ہیں۔ ایک تار سے دوسرے تار تک  $E$  کی لکیری تکمیل سے برقی دباؤ  $V$  حاصل ہوتا ہے۔ صفحہ 135 پر مساوات 5.18 کے تحت کسی بھی موصل پر سطحی کثافت چارج، سطح کے عمودی برقی بہاؤ کے برابر ہوتی ہے، یعنی عمودی  $\rho_S = D$ ۔ یوں تار پر کل چارج

$$Q = \int_S \rho_S dS = \epsilon \int_S E_{\text{عمودی}} dS$$

لکھی جاسکتی ہے جہاں  $S$  تار کا سطحی رقبہ ہے اور  $D = \epsilon E$  لکھا گیا۔ یوں

$$(11.27) \quad C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon \int_S E_{\text{عمودی}} dS}{V}$$

ہوگا۔ اب موصل کے سطح پر عمودی  $E$  جانتے ہوئے یہاں کثافت برقی رو عمودی  $J = \sigma E$  لکھی جاسکتی ہے لہذا تار کے سطح سے خارج کل برقی رو

$$I = \sigma \int_S E_{\text{عمودی}} dS$$

ہوگی۔ یوں دو تاروں کے مابین ایصالیت

$$(11.28) \quad G = \frac{I}{V} = \frac{\sigma \int_S E_{\text{عمودی}} dS}{V}$$

ہوگی۔ مساوات 11.27 اور مساوات 11.28 کو دیکھ کر

$$(11.29) \quad G = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

3577

لکھا جاسکتا ہے جو کسی بھی ترسیلی تار کے لئے درست ہے

مشق 11.2: ایک ہم محوری تار جس کے  $\rho_1 = 1 \text{ mm}$  اور  $\rho_2 = 3.82 \times 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$  ہیں کے ذوق برق کے مستقل  $\mu_{R78} = 1$ ،  $\epsilon_R = 2.25$  اور  $\frac{\mu_S}{\text{m}} = 10^{-8}$  ہیں۔ اس کافی میٹر کیپیسٹنس، بیرونی اور اندرونی امالہ حاصل کریں۔ ترسیلی تار کے  $\alpha$ ،  $\beta$  اور  $Z_0$  بھی حاصل کریں۔

3579

جوابات:  $0.1 \frac{\text{nF}}{\text{m}}$ ،  $0.25 \frac{\text{uH}}{\text{m}}$ ،  $1.29 \frac{\text{nH}}{\text{m}}$ ،  $0.014 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$  اور  $50/0.055^\circ \Omega$

3580

3581

11.2.2 دو متوازی تار کے مستقل

3582

شکل 11.2: ب میں دو متوازی ترسیلی تار دکھائی گئی ہے۔ تار کا رداس  $b$ ، تاروں کے مابین فاصلہ  $d$  جبکہ تار کی موصلیت  $\sigma_c$  ہے۔ تاروں کے گرد ذوق برق کے مستقل  $\epsilon$ ،  $\mu$  اور  $\sigma$  ہیں۔ اس تار کی کیپیسٹنس صفحہ 159 پر مساوات 5.75 کی نصف ہوگی۔ اس کی وجہ وہیں پر مساوات کے نیچے سمجھائی گئی ہے۔ یوں فی میٹر تار کی کیپیسٹنس

$$(11.30) \quad C = \frac{\pi \epsilon}{\cosh^{-1} \frac{d}{2b}}$$

ہوگی۔ اگر  $d \ll b$  ہو تب مساوات 5.76 سے

$$C = \frac{\pi \epsilon}{\ln \frac{d}{b}} \quad (b \ll d)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ مساوات 11.17 سے تار کی فی میٹر بیرونی امالہ

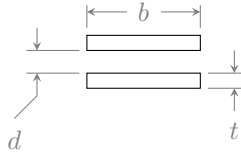
$$L_{\text{بیرونی}} = \frac{\mu}{\pi} \cosh^{-1} \frac{d}{2b}$$

یا

$$L_{\text{بیرونی}} = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{d}{b} \quad (b \ll d)$$

لکھی جاسکتی ہے جبکہ بلند تعدد پر فی میٹر کل امالہ

$$(11.31) \quad L_{\text{بلند تعدد}} = \frac{\mu}{\pi} \left( \frac{\delta}{2b} + \cosh^{-1} \frac{d}{2b} \right) \quad (\delta \ll b)$$



شکل 11.3: سطح مستوی ترسیلی تار۔

ہے۔ تار کی بیرونی  $\delta$  تہہ برقی رو گزارتی ہے۔ اس تہہ کا رقبہ عمودی تراش  $S = 2\pi b\delta$  ہے لہذا فی میٹر مزاحمت

$$(11.32) \quad R = \frac{l}{\sigma_c S} = \frac{1}{\pi b \delta \sigma_c}$$

ہوگی جہاں دونوں تاروں کی مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔ مساوات 11.29 سے فی میٹر تار کی ایصالیت

$$(11.33) \quad G = \frac{\pi \sigma}{\cosh^{-1} \frac{d}{2b}}$$

حاصل ہوتی ہے۔

بیرونی امالہ اور کپیسٹنس استعمال کرتے ہوئے قدرتی مزاحمت

$$(11.34) \quad Z_0 = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cosh^{-1} \frac{d}{2b}$$

حاصل ہوتا ہے۔

### 11.2.3 سطح مستوی ترسیلی تار

شکل 11.3 میں **سطح مستوی ترسیلی تار**<sup>5</sup> دکھایا گیا ہے جس میں  $b$  چوڑائی اور  $t$  موٹائی کے دو متوازی موصل چادر دکھائے گئے ہیں جن کے مابین فاصلہ  $d$  ہے۔ موصل چادر کی موصلیت  $\sigma_c$  جبکہ ارد گرد کے ذوبرق کے مستقل  $\mu, \epsilon$  اور  $\sigma$  ہیں۔

اگر  $d \gg b$  ہو تب ان چادروں کی فی میٹر کپیسٹنس

$$(11.35) \quad C = \frac{\epsilon \text{ رقبہ}}{\text{فاصلہ}} = \frac{\epsilon b}{d}$$

ہوگی۔ یوں مساوات 11.17 سے فی میٹر بیرونی امالہ

$$(11.36) \quad L_{\text{بیرونی}} = \frac{\mu \epsilon}{C} = \frac{\mu d}{b}$$

ہوگی۔ امید کی جاتی ہے کہ آپ گہرائی جلد استعمال کرتے ہوئے اندرونی امالہ حاصل کر سکتے ہیں۔ یوں کل امالہ

$$(11.37) \quad L = \frac{\mu d}{b} + \frac{2}{\sigma_c \delta b w} = \frac{\mu}{b} (d + \delta) \quad (\delta \ll t)$$

ہوگی جہاں گہرائی جلد کو چادر کی موٹائی سے بہت کم تصور کیا گیا ہے۔

3588

بلند تعدد پر برقی رو چادروں کے آسنے سامنے سطحوں پر گہرائی جلد تک محدود ہوگی۔ یوں برقی رورقبہ  $b\delta$  سے گزرے گی جس سے ایک تار کے اکائی لمبائی کی مزاحمت  $\frac{1}{\sigma_c b \delta}$  حاصل ہوتی ہے۔ یوں اکائی لمبی تار کے دونوں حصوں کی سلسلہ وار جڑی کل مزاحمت

$$(11.38) \quad R = \frac{2}{\sigma_c b \delta} \quad (\delta \ll t)$$

3589

ہوگی۔

مساوات 11.29 سے

$$(11.39) \quad G = \frac{\sigma b}{d}$$

3590

لکھی جاسکتی ہے۔

ان معلومات سے سطح مستوی ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ

$$(11.40) \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L_{\text{دنی}}}{C}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon} \frac{d}{b}}$$

3591

لکھی جاسکتی ہے۔

مشق 11.3: مندرجہ بالا تینوں اقسام کے ترسیلی تار 400 MHz پر کام کر رہے ہیں۔ ان میں طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کرتے ہوئے تمام کے لئے  $\Gamma$  اور  $\lambda$  حاصل کریں۔ ہم محوری تار کا  $\rho_1 = 0.5 \text{ mm}$ ،  $\rho_2 = 2.8 \text{ mm}$ ،  $\epsilon_R = 3.1$  اور  $\mu_R = 1$  ہیں۔ متوازی تار کے  $d = 9 \text{ mm}$ ،  $b = 0.5 \text{ mm}$ ،  $\epsilon_R = 2.2$  اور  $\mu_R = 1$  ہیں۔

3594

3595

جوابات:  $0.816, 50.6 \text{ cm}$ ،  $-0.215, 33.5 \text{ cm}$ ،  $0.26, 42.6 \text{ cm}$

3596

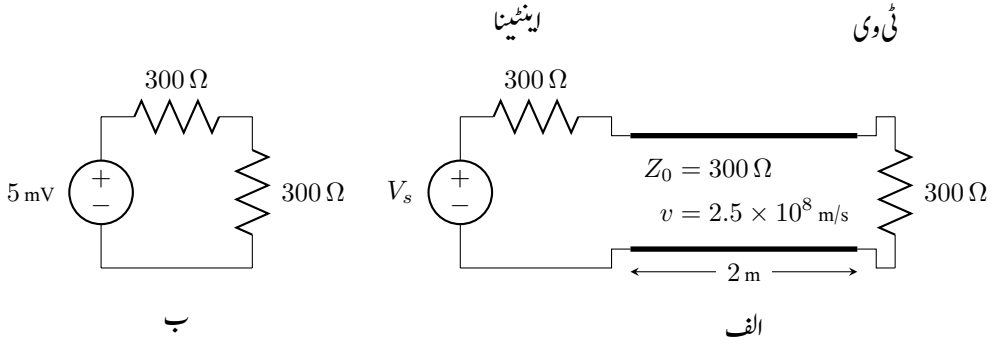
## 11.3 ترسیلی تار کے چند مثال

3597

اس حصے میں گزشتہ حصوں کے نتائج استعمال کرتے ہوئے چند مثال کرتے ہیں۔ یہاں تمام ترسیلی تاروں کو بے ضیاع تار تصور کیا جائے گا۔

3598

شروع دو متوازی ترسیلی تار سے کرتے ہیں جس کی قدرتی رکاوٹ  $300 \Omega$  ہے۔ ایسی تار **ٹی وی** کے اینٹینا اور ٹی وی کے مابین لگائی جاتی ہے۔ شکل 11.4 الف میں اس طرح جڑے ترسیلی نظام کو دکھایا گیا ہے۔ اینٹینا کا تھونن<sup>7</sup> مساوی دور استعمال کیا گیا ہے جو ایک عدد منبع برقی دباؤ  $V_s$  اور اس کے ساتھ سلسلہ وار جڑی  $300 \Omega$  کی مزاحمت پر مشتمل ہے۔ ترسیلی تار ٹی وی کے برقیاتی دور کے بالکل شروع میں نسب ابتدائی ایمپلی فائر سے جڑتی ہے جس کا داخلی مزاحمت  $300 \Omega$  ہے۔ ٹی وی کو



شکل 11.4: ترسیلی تار اینٹینا کو ٹی وی سے جوڑ رہی ہے۔

اسی مزاحمت سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس مثال میں ٹی وی بطور برقی بار کردار ادا کرتا ہے۔ ٹی وی اسٹیشن سے خارج 100 MHz کے برقی و مقناطیسی امواج اس اینٹینا میں 5 mV کا اشارہ پیدا کرتی ہیں۔ ترسیلی تار کے مستقل ایسے ہیں کہ اس میں اشارات کی رفتار  $2.5 \times 10^8 \text{ m/s}$  ہے۔

چونکہ برقی بارکی مزاحمت اور ترسیلی تار کی قدرتی مزاحمت برابر ہیں لہذا ترسیلی تار اور برقی بار ہمہ رکاوٹ ہیں۔ یوں برقی بار پر انعکاس نہیں پایا جائے گا لہذا شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{300 - 300}{300 + 300} = 0$$

صفر اور شرح ساکن موج

$$s = \frac{1 - |\Gamma|}{1 + |\Gamma|} = \frac{1 - 0}{1 + 0} = 1$$

ایک کے برابر ہوں گے۔ اشارے کے تعدد پر ترسیلی تار میں طول موج

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2.5 \times 10^8}{100 \times 10^6} = 2.5 \text{ m}$$

اور زاویائی مستقل

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2.5} = 0.8\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

ہیں۔ ترسیلی تار کی برقی لمبائی

$$\beta l = 0.8\pi \times 2 = 1.6\pi \text{ rad}$$

یا  $288^\circ$  ہے جسے 0.8 طول موج بھی کہا جاتا ہے۔

شکل 11.4-ب میں داخلی جانب کا صورت حال دکھایا گیا ہے۔ داخلی جانب چونکہ اینٹینا کی مزاحمت 300 ohm ہے اور ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ بھی 300 ohm ہے لہذا اینٹینا اور ترسیلی تار ہمہ رکاوٹ ہیں۔ اینٹینا میں پیدا 5 mV کا اشارہ ترسیلی تار کے قدرتی رکاوٹ پر

$$\frac{5 \times 10^{-3} \times 300}{300 + 300} = 2.5 \text{ mV}$$

پیدا کرے گا۔ لینڈینا اور ترسیلی تار ہمہ رکاوٹ ہیں لہذا منبع طاقت  $V_s$  ترسیلی تار میں زیادہ سے زیادہ طاقت بھیجے گا۔ ترسیلی تار کے داخلی جانب پیدا  $2.5 \text{ mV}$  کا اشارہ تار میں سے گزرتے ہوئے برقی بار تک پہنچے گا البتہ یہ داخلی اشارے سے  $1.6\pi$  ریڈین پیچھے ہو گا۔ یوں اگر ترسیلی تار کا داخلی اشارہ

$$V_{\text{داخلی}} = 2.5 \cos 2\pi 10^8 t \quad \text{mV}$$

ہو تب برقی بار پر اشارہ

$$V_{\text{د}} = 2.5 \cos(2\pi 10^8 t - 1.6\pi) \quad \text{mV}$$

ہو گا۔ داخلی برقی رو

$$I_{\text{داخلی}} = \frac{V_{\text{داخلی}}}{300} = 8.33 \cos 2\pi 10^8 t \quad \mu\text{A}$$

اور برقی بار پر برقی رو

$$I_{\text{د}} = \frac{V_{\text{داخلی}}}{300} = 8.33 \cos(2\pi 10^8 t - 1.6\pi) \quad \mu\text{A}$$

ہوں گے۔ چونکہ ترسیلی تار بے ضیاع تار ہے لہذا جو طاقت اسے داخلی جانب فراہم کی جاتی ہے وہی طاقت خارجی جانب برقی بار کو مہیا کر دی جاتی ہے۔

$$P_{\text{داخلی}} = P_{\text{د}} = V_{\text{موثر}} I_{\text{موثر}} = \frac{2.5 \times 10^{-3}}{\sqrt{2}} \times \frac{8.33 \times 10^{-6}}{\sqrt{2}} = 10.41 \text{ nW}$$

مزاحمتی بار کی طاقت کا حساب لگاتے وقت یاد رہے کہ  $P = VI$  میں برقی دباؤ اور برقی رو کے موثر<sup>8</sup> قیمتیں استعمال کی جاتی ہیں۔ سائن نما موج کی موثر قیمت موج کی چوٹی تقسیم  $\sqrt{2}$  کے برابر ہوتی ہے۔

3606

اب پہلے ٹی وی کے متوازی دوسرائی وی نسب کرنے کے اثرات پر غور کرتے ہیں۔ دوسرے ٹی وی کا داخلی مزاحمت بھی  $300 \Omega$  ہے۔ یوں اب ترسیلی تار کے خارجی جانب کل  $150 \Omega$  کا بار پایا جاتا ہے۔ اس طرح شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{150 - 300}{150 + 300} = -\frac{1}{3}$$

یا

$$\Gamma = \frac{1}{3} \angle \pi \quad (11.41)$$

حاصل ہوتی ہے اور شرح ساکن موج

$$s = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 2$$

ہوں گے۔ ترسیلی تار کی داخلی مزاحمت اب  $300 \Omega$  کے بجائے

$$\begin{aligned} Z_{\text{داخلی}} &= Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} = 300 \frac{150 + j300 \tan 288^\circ}{300 + j150 \tan 288^\circ} \\ &= 509.7 \angle -23.79^\circ = 466.39 - j205.6 \quad \Omega \end{aligned}$$

ہوگی جو کپیسٹر کی خاصیت رکھتی ہے۔ کپیسٹر کی خاصیت کا مطلب یہ ہے کہ ترسیلی تار کے برقی میدان میں مقناطیسی میدان سے زیادہ توانائی ذخیرہ ہے۔ داخلی رو

$$I_{s, داغلی} = \frac{0.005}{300 + 466.39 - j205.6} = 6.3013 / 15.017^\circ \mu A$$

ہے اور یوں ترسیلی تار کو داخلی جانب

$$P_{داغلی} = \frac{1}{2} (6.3013 \times 10^{-6})^2 \times 466.39 = 9.2593 \text{ nW}$$

قت فراہم کی جا رہی ہے۔ بے ضیاع تار تمام کی تمام طاقت خارجی جانب منتقل کرے گا لہذا  $150 \Omega$  کے بار کو  $9.2593 \text{ nW}$  حاصل ہوگا جو گزشتہ جواب یعنی  $10.41 \text{ nW}$  سے قدر کم ہے۔ یہ کمی انعکاس کی وجہ سے پیدا ہوئی۔ کہانی یہاں ختم نہیں ہوتی۔ یہ طاقت دونوں ٹی وی میں برابر تقسیم ہوگا لہذا ہر ٹی وی کو صرف  $4.6297 \text{ nW}$  طاقت مہیا ہوگا۔ چونکہ ایک ٹی وی  $300 \Omega$  مزاحمت رکھتا ہے لہذا ٹی وی پر پیدا برقی دباؤ

$$4.6297 \times 10^{-9} = \frac{|V_{s, بار}|^2}{2 \times 300}$$

یعنی

$$|V_{s, بار}| = 1.66667 \text{ mV}$$

ہوگا۔ یہ قیمت  $2.5 \text{ mV}$  سے بہت کم ہے جو اکیلے ٹی وی پر پیدا ہوتی ہے۔

3607

آئیں ترسیلی تار پر برقی دباؤ کی چوٹی، نشیب اور ان کے مقامات کے علاوہ دیگر معلومات بھی حاصل کریں۔ اگر ہم برقی دباؤ کے معلومات حاصل کر سکیں تو ظاہر ہے کہ برقی رو کے معلومات بھی حاصل کر پائیں گے۔ گزشتہ باب میں مستوی امواج کے لئے یہی معلومات حاصل کی گئیں تھیں۔ وہاں استعمال کئے گئے ترکیب یہاں بھی کارآمد ثابت ہوں گے۔ برقی دباؤ موج کے چوٹی کے مقامات مساوات  $10.88$

$$-\beta_1 z_{\text{بلندتر}} = \frac{\phi}{2} + n\pi \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

دیتا ہے۔ اس میں  $\phi = \pi$  اور  $\beta = 0.8\pi$  پر کرنے سے

$$\begin{aligned} z_{\text{بلندتر}} &= \frac{1}{-0.8\pi} \left( \frac{\pi}{2} + n\pi \right) \\ &= -1.25 \left( \frac{1}{2} + n \right) \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جس میں  $n = 0$  اور  $n = 1$  پر کرنے سے

$$z_{\text{بلندتر}} = -0.625 \text{ m} \quad \text{اور} \quad -1.875 \text{ m}$$

حاصل ہوتے ہیں جو درست جوابات ہیں۔ اگر  $n = 2$  پر کیا جائے تو  $-3.125 \text{ m}$  = بلندتر  $z$  حاصل ہوتا ہے جبکہ تار کی کل لمبائی صرف دو میٹر ہے لہذا اس جواب کو رد کیا جاتا ہے۔ اسی طرح  $n = -1$  پر کرنے سے  $0.625 \text{ m}$  = بلندتر  $z$  حاصل ہوتا ہے جبکہ تار منفی  $z$  محدود پر پائی جاتی ہے لہذا اس جواب کو بھی رد کیا جاتا ہے۔

3610

موج کے چوٹی سے  $\frac{\lambda}{4}$  فاصلے پر نشیب پائے جاتے ہیں، لہذا ان کے مقامات

$$z_{\text{سمتہ}} = 0 \text{ m} \quad \text{اور} \quad -1.25 \text{ m}$$



ہوں گے۔ آپ نے دیکھا کہ سرحد پر برقی دباؤ کا نشیب پایا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہو گا کہ حقیقی  $Z_0$  اور  $Z_L$  کی صورت میں اگر  $Z_0 < Z_L$  ہو تب سرحد پر موج کا نشیب ہی پایا جاتا ہے۔

3612

چونکہ سرحد پر موج کا نشیب ہے اور ہم جانتے ہیں کہ ٹی وی پر  $1.66 \text{ mV}$  ہے لہذا دباؤ کی کتر قیمت یہی ہے اور  $s = 2$  سے دباؤ کی چوٹی اس کے دگنا یعنی  $3.32 \text{ mV}$  حاصل ہوتی ہے۔ ترسیلی تار کے داخلی سرے پر برقی دباؤ

$$V_{s, \text{داخلی}} = I_{s, \text{داخلی}} Z_{\text{داخلی}} = \left( 6.3013 \times 10^{-6} / 15.017^\circ \right) (509.7 / -23.79^\circ) = 0.00321175 / -8.77^\circ$$

ہو گی جو تقریباً موج کے چوٹی کے برابر ہے۔ ایسا اس لئے ہے کہ سرحد سے  $\frac{\lambda}{4}$  فاصلے پر چوٹی پائی جاتی ہے جس سے ہر  $0.5\lambda$  فاصلے پر چوٹی ہو گی لہذا سرحد سے  $\frac{3\lambda}{4}$  فاصلے پر بھی چوٹی متوقع ہے جو تار کے داخلی سرے کے بہت قریب نقطہ ہے۔ آپ ترسیلی تار کی داخلی برقی دباؤ یوں

$$V_{s, \text{داخلی}} = \frac{Z_{\text{داخلی}} V_s}{Z_{\text{داخلی}} + 300} = \frac{(466.39 - j205.6) \times 0.005}{466.39 - j205.6 + 300} = 0.00321175 / -8.77^\circ$$

3613

بھی حاصل کر سکتے ہیں۔

آخر میں داخلی برقی دباؤ اور بار پر برقی دباؤ کا زاویائی تعلق دیکھتے ہیں۔ اگرچہ ہم دونوں برقی دباؤ کے قیمتیں حاصل کر چکے ہیں، ان کے زاویائی معلومات ابھی تک نہیں حاصل کی گئیں۔ مساوات 10.87 کی مدد سے تار پر کسی بھی نقطے پر برقی دباؤ

$$V_s = \left( e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z} \right) V_0^+$$

لکھا جاسکتا ہے۔ چونکہ ہمیں تار کے داخلی سرے پر دباؤ معلوم ہے لہذا اس میں  $z = -l$  پر کرنے سے

$$V_{s, \text{داخلی}} = \left( e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l} \right) V_0^+$$

حاصل ہوتا ہے جسے  $V_0^+$  کے لئے حل کرتے ہیں

$$V_0^+ = \frac{V_{s, \text{داخلی}}}{e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}} = \frac{0.00321175 / -8.77^\circ}{e^{j1.6\pi} - \frac{1}{3} e^{-j1.6\pi}} = 0.0025 / -72^\circ$$

اور یوں بار یعنی  $z = 0$  پر برقی دباؤ حاصل کی جاسکتی ہے

$$V_{s, \text{بار}} = (1 + \Gamma) V_0^+ = 0.001666 / -72^\circ = 0.001666 / -288^\circ$$

یہاں حاصل جواب کی حتمی قیمت اور کچھ دیر پہلے حاصل کی گئی بار پر برقی دباؤ کی حتمی قیمت برابر ہیں۔ تار کے داخلی سرے پر دباؤ کا زاویہ  $-8.77^\circ$  جبکہ تار کے خلا راجی سرے پر دباؤ کا زاویہ  $72^\circ$  ہے۔ یوں ان کے مابین فرق  $80.77^\circ$  یعنی  $279.23^\circ$  ہے۔ انعکاسی موج کی عدم موجودگی میں یہ فرق  $288^\circ$  یعنی تار کی زاویائی اہمائی جتنا ہوتا ہے۔

3616

آخری مثال کے طور پر ہم اس ترسیلی تار کے خارجی سرے پر صرف کمپیوٹر  $Z_L = -j300 \Omega$  نسب کر کے دیکھتے ہیں۔ کمپیوٹر میں توانائی ضائع نہیں ہوتی۔ یہ حقیقت شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{-j300 - 300}{-j300 + 300} = -j = 1 / -90^\circ$$

سے صاف ظاہر ہے جو انعکاسی موج کا حیظ آمدی موج کے برابر دیتا ہے۔ شرح ساکن موج یوں

$$s = \frac{1 + |-j|}{1 - |-j|} = \infty$$

ہوگا جس سے موج کا نشیب عین صفر کے برابر حاصل ہوتا ہے۔ ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ

$$Z_{داخلی} = 300 \frac{-j300 + j300 \tan 288^\circ}{300 + j(-j300) \tan 288^\circ} = j589$$

ہوگی جو خیالی عدد ہے لہذا اسے اوسط طاقت فراہم نہیں کی جاسکتی۔

3617

ترسیلی تار کے مسائل ترسیبی طریقے سے نہایت خوش اسلوبی سے حل ہوتے ہیں۔ ان میں **سمتھ نقشہ**<sup>9</sup> زیادہ اہم ہے۔ اگلے حصے میں اسی پر غور کیا جائے گا۔

3619

#### 11.4 ترسیبی تجزیہ، سمتھ نقشہ

سمتھ نقشہ بنیادی طور پر شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

کی مساوات پر منحصر ہے۔ اس نقشے میں بار بمطابق  $Z_0$  یعنی  $\frac{Z_L}{Z_0}$  استعمال کی جاتی ہے جسے

$$z = r + jx = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{R_L + jX_L}{Z_0}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں  $z$  کارتیسی محدود کا متغیر نہیں بلکہ  $Z_0$  کے مطابقت سے بار کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں

$$\Gamma = \frac{z - 1}{z + 1}$$

اور

(11.42)

$$z = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$$

لکھے جاسکتے ہیں۔ شرح انعکاس کو حقیقی اور خیالی اجزاء

$$\Gamma = \Gamma_r + j\Gamma_i$$

کی صورت میں لکھتے ہوئے

$$r + jx = \frac{1 + \Gamma_r + j\Gamma_i}{1 - \Gamma_r - j\Gamma_i}$$

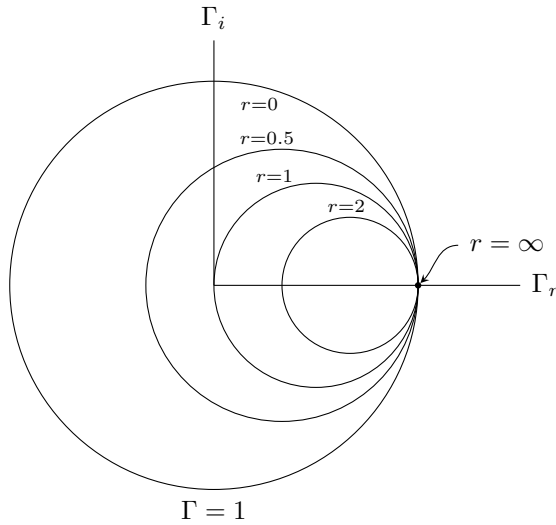
کے حقیقی اور خیالی اجزاء علیحدہ کرتے ہوئے

(11.43)

$$r = \frac{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2}$$

(11.44)

$$x = \frac{2\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2}$$



شکل 11.5: کارتیسی محدد کے متغیرات  $\Gamma_r$  اور  $\Gamma_i$  ہیں جبکہ دائرے کا رداس  $\frac{1}{r+1}$  ہے۔

لکھے جاسکتے ہیں جنہیں کچھ الجبرا کے بعد

$$(11.45) \quad \left( \Gamma_r - \frac{r}{1+r} \right)^2 + \Gamma_i^2 = \left( \frac{1}{1+r} \right)^2$$

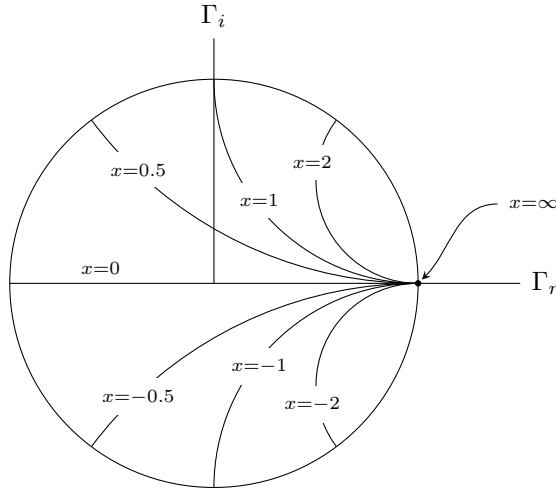
$$(11.46) \quad (\Gamma_r - 1)^2 + \left( \Gamma_i - \frac{1}{x} \right)^2 = \left( \frac{1}{x} \right)^2$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اگر کارتیسی محدد کے متغیرات  $\Gamma_r$  اور  $\Gamma_i$  رکھے جائیں تو مندرجہ بالا دونوں مساوات گول دائروں کے مساوات ہوں گے۔

مساوات 11.45 کے دائروں پر پہلے غور کرتے ہیں۔ اگر  $r = 0$  ہو تب یہ مساوات اکائی رداس کا دائرہ دیتی ہے جس کا مرکز محدد کے  $(0, 0)$  پر ہے۔ خیالی برقی بار کی صورت میں شرح انعکاس کی حتمی قیمت ایک ہی ہوتی ہے۔ اسی طرح  $r = \infty$  کی صورت میں دائرے کا رداس صفر جبکہ اس کا مرکز محدد پر  $(1, 0)$  ہے۔ ان دونوں مساوات کے درمیان فرق یہ ہے کہ  $r = \infty$  سے مراد  $Z_L \rightarrow \infty$  ہے جس سے شرح انعکاس  $\Gamma = 1$  ہی حاصل ہوتی ہے۔ ایک آخری مثال  $r = 1$  کی لیتے ہیں جس سے 0.5 رداس کا دائرہ حاصل ہوتا ہے جس کا مرکز  $(0.5, 0)$  ہے۔ شکل 11.5 میں ان دائروں کے علاوہ  $r = 0.5$  اور  $r = 2$  کے مساوات حاصل دائرے بھی دکھایا گیا ہے۔

مساوات 11.46 بھی دائرے دیتی ہے البتہ ان دائروں کا رداس  $\frac{1}{x}$  اور مرکز  $(1, \frac{1}{x})$  ہیں۔ لامحدود  $x$  کی صورت میں دوبارہ  $Z_L = \infty$  اور  $\Gamma = 1 + j0$  ہوں گے۔ مساوات 11.46 کے مطابق اس دائرے کا رداس صفر جبکہ اس کا مرکز  $(1, 0)$  ہے لہذا یہ  $\Gamma = 1$  کو ہی ظاہر کرتا ہے۔ اگر  $x = 1$  ہو تب دائرے کا رداس اکائی جبکہ اس کا مرکز  $(1, 1)$  ہوں گے۔ جیسا شکل 11.6 میں دکھایا گیا ہے، اس دائرے کا چوتھائی حصہ  $|\Gamma| = 1$  دائرے کے اندر پایا جاتا ہے۔ اسی طرح  $x = -1$  کی صورت میں دائرے کا چوتھائی حصہ  $\Gamma_r$  محدد کے نیچے پایا جاتا ہے۔ شکل میں  $x = 0.5$ ،  $x = -0.5$ ،  $x = 2$  اور  $x = -2$  کے دائرے بھی دکھائے گئے ہیں۔ شکل میں  $x = 0$  سے پیدا سیدھی لکیر، یعنی  $\Gamma_r$  محدد بھی دکھایا گیا ہے۔

ان دونوں دائروں کو ایک ہی جگہ شکل 11.7 کے سمتھ نقشے میں دکھایا گیا ہے۔ یوں کسی بھی  $Z_L$  کی صورت میں  $\frac{Z_L}{Z_0}$  کی شرح لیتے ہوئے  $r$  اور  $x$  حاصل کر کے سمتھ نقشے میں ان کے دائروں کی نشاندہی کریں۔ اگر نقشے پر درکار  $r$  اور  $x$  کے دائرے نہ پائے جائیں تب ان کے قریبی قیمتوں کے دائروں سے مطلوبہ دائرے کا مقام اخذ کریں۔ جہاں یہ دائرے ایک دونوں کو کاٹتے ہیں وہاں سے  $\Gamma$  پڑھیں۔ نقشے کے مرکز  $(0, 0)$  سے اس نقطے تک فاصلہ  $|\Gamma|$  کے برابر ہوگا جبکہ افقی محدد یعنی  $\Gamma_r$  سے گھڑی کے الٹ سمت زاویہ  $\Gamma$  کا زاویہ ہوگا۔ اس زاویے کو اکائی رداس کے دائرے کے باہر دکھایا گیا ہے۔ یوں محدد کے مرکز سے درکار نقطے تک سیدھی لکیر کو اکائی رداس کے دائرے تک بڑھا کر زاویہ ناپا جاتا ہے۔ سمتھ نقشے میں  $|\Gamma|$  ان پنے کی غرض سے محدد کے مرکز  $(0, 0)$  پر مختلف رداس کے دائرے کھینچے جاسکتے ہیں،



شکل 11.6: کارتیسی محدود پر  $\frac{1}{x}$  رداس کے دائروں کے وہ حصے دکھائے گئے ہیں جو اکائی دائرے کے اندر پائے جاتے ہیں۔

لیکن ایسا نہیں کیا جاتا۔ آپ کو یہ فاصلہ نقشے میں دئے فیتے کی مدد سے ناپنا ہوگا۔ اب مثال کے طور پر  $Z_0 = 50 \Omega$  کی ترسیلی تار پر  $50 \Omega$  کا بار  $Z_L = 25 + j50 \Omega$  سے ظاہر کیا جائے گا۔ اس نقطے کو شکل میں بطور نقطہ  $N$  دکھایا گیا ہے جو  $r = 0.5$  اور  $x = 1$  کے دائروں کے نقطہ ملاپ سے حاصل ہوتا ہے۔ شرح انعکاس تقریباً  $0.62/83^\circ$  حاصل ہوتا ہے۔

3638

سمتھ نقشہ مکمل کرنے کی خاطر اکائی دائرے کے محیط کے باہر دوسرا فیتہ شامل کیا جاتا ہے جس سے ترسیلی تار پر فاصلہ ناپا جاتا ہے۔ اس فیتے پر فاصلہ طول موج  $\lambda$  کی صورت میں ناپا جاسکتا ہے۔ آئیں دیکھیں کہ اس فیتے سے کس طرح فاصلہ حاصل کیا جاتا ہے۔ ترسیلی تار پر کسی بھی نقطے پر برقی دباؤ

$$V_s = V_0^+ (e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z})$$

کو برقی رو

$$I_s = \frac{V_0^+}{Z_0} (e^{-j\beta z} - \Gamma e^{j\beta z})$$

سے تقسیم کرتے ہوئے  $Z_0$  کے مطابقت سے داخلی قدرتی رکاوٹ

$$z_{\text{داغی}} = \frac{Z_{\text{داغی}}}{Z_0} = \frac{V_s}{Z_0 I_s} = \frac{e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z}}{e^{-j\beta z} - \Gamma e^{j\beta z}}$$

حاصل کی جاسکتی ہے جس میں  $z = -l$  پر کرتے ہوئے

$$(11.47) \quad z_{\text{داغی}} = \frac{1 + \Gamma e^{-j2\beta l}}{1 - \Gamma e^{j2\beta l}}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مساوات میں  $l = 0$  پر کرنے سے

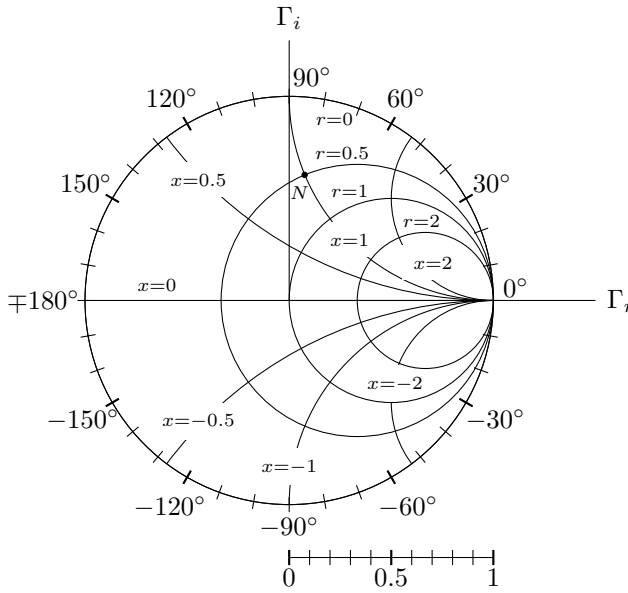
$$(11.48) \quad z_{\text{داغی}} \Big|_{l=0} = \frac{1 - \Gamma}{1 + \Gamma} = z$$

3639

حاصل ہوتا ہے جو عین بار پر شرح انعکاس ہے جسے مساوات 11.42 میں پیش کیا گیا ہے۔

یہاں رک کر اس حقیقت پر غور کریں کہ  $\Gamma$  کو  $e^{-j2\beta l}$  سے ضرب دینے سے

$$\Gamma e^{-j2\beta l} = |\Gamma| e^{j\phi} e^{-j2\beta l} = |\Gamma| e^{j(\phi - 2\beta l)}$$



شکل 11.7: سمتھ نقشے پر اکائی دائرے میں  $r$  اور  $x$  سے حاصل دائرے دکھائے جاتے ہیں۔

حاصل ہوتا ہے جس کی حتمی قیمت اب بھی  $|\Gamma|$  ہی ہے لیکن نیازاویہ  $(\phi - 2\beta l)$  ہے۔ یوں سمتھ نقشے میں نقطہ  $z$  یعنی

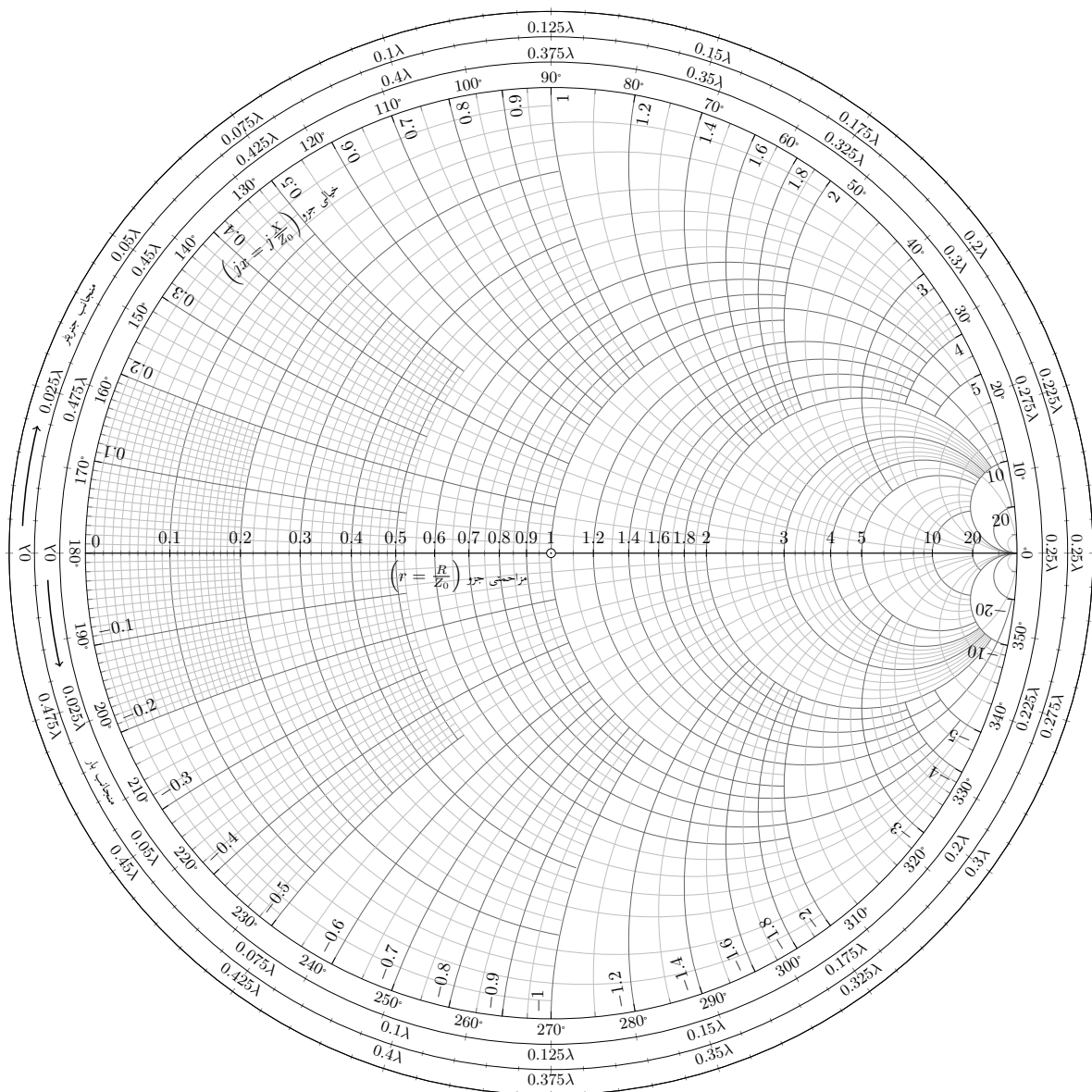
$$(11.49) \quad z = r + jx = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$$

کی نشاندہی کرتے ہوئے  $|\Gamma|$  اپنا نہیں۔ اب  $|\Gamma|$  تبدیل کئے بغیر زاویہ تبدیل کرتے ہوئے  $(\phi - 2\beta l)$  تک پہنچیں اور یہاں سے  $z$  اپنی  $z$  نہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مساوات 11.49 میں  $\Gamma$  کی جگہ  $\Gamma e^{-j2\beta l}$  پر کرنے سے مساوات 11.47 ہی حاصل ہوتا ہے جو برقی بار سے افاصلے پر بمطابق  $Z_0$  داخلی قدرتی رکاوٹ ہے۔<sup>3641</sup>

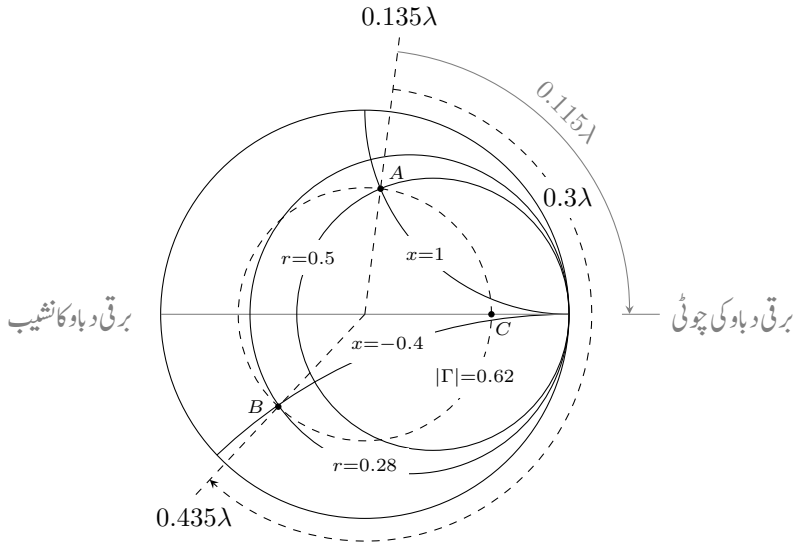
یوں بار  $z$  سے دور  $z$  کی طرف چلتے ہوئے، ہم منبع طاقت یعنی جزیئر کی طرف چلتے ہیں جبکہ سمتھ نقشے پر ایسا کرنے سے زاویہ  $\phi$  سے کم ہو کر  $\phi - 2\beta l$  ہوتا ہے لہذا نقشے پر ہم گھڑی کے سمت چلتے ہیں۔ یوں  $\beta l = \pi$  فاصلہ، یعنی آدھی طول موج، طے کرنے سے نقشے کے گرد ایک چکر مکمل ہوگا۔ اس طرح  $\frac{1}{2}$  لمبی بے ضیاع ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ عین بار کے رکاوٹ برابر ہوگی۔<sup>3644</sup>

یوں سمتھ نقشے کے حیطے پر ایک مکمل چکر کو  $0.5\lambda$  دکھایا جاتا ہے۔ جیسے شکل 11.8 میں دکھایا گیا ہے، استعمال میں آسانی کی غرض سے ایک کے بجائے دو ایسے فیتے بنائے جاتے ہیں۔ ایک فیتہ گھڑی کی سمت میں بڑھتا فاصلہ دکھاتا ہے جسے نقشے میں "منجانب جزیئر" سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ دوسرا فیتہ گھڑی کے الٹ سمت بڑھتا فاصلہ دکھاتا ہے جسے "منجانب بار" لکھ کر ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان فیتوں کے ابتدائی نقطے کوئی اہمیت نہیں رکھتے البتہ انہیں نقشے کے بائیں ہاتھ پر رکھا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہوگا کہ حقیقی  $Z_L$  اور  $Z_0$  کی صورت میں اگر  $Z_L < Z_0$  ہو تب برقی دباؤ کا نشیب اسی نقطے پر ہوگا۔<sup>3648</sup>

سمتھ نقشے کا استعمال مثال کی مدد سے بہتر سمجھا جاسکتا ہے۔ یوں  $50 \Omega$  کے ترسیلی تار پر  $Z_L = 25 + j50 \Omega$  کے بار پر دوبارہ غور کرتے ہیں۔ شکل 11.9 میں  $z = 0.5 + j1$  کو نقطہ  $A$  ظاہر کرتا ہے جہاں سے  $\Gamma = 0.62e^{j1.45} = 0.62/83^\circ$  حاصل ہوتا ہے۔ مرکز سے  $A$  تک لکیر کو اکائی دائرے کے حیطے تک بڑھا کر  $0.135\lambda$  پڑھا جاتا ہے۔ اگر تار کی لمبائی  $60 \text{ cm}$  ہو اور اشارے کی تعداد اتنی ہو کہ ترسیلی تار پر طول موج  $2 \text{ m}$  ہو، تب  $\frac{1}{\lambda} = 0.3$  ہوگا لہذا تار  $0.3\lambda$  لمبی ہوگی۔ یوں بیرونی دائرے پر  $0.435\lambda + 0.135\lambda = 0.57\lambda$  سے مرکز تک لکیر اور  $|\Gamma|$  ارداس کے دائرے کے ملاپ، یعنی نقطہ  $B$  سے،  $z = 13.7 - j20.2$  داخلی  $Z$  حاصل ہوتا ہے۔ اس طرح  $Z = 14 - j20$  ہوگا۔ تخلیلی طور پر زیادہ درست جواب  $Z = 13.7 - j20.2$  داخلی  $Z$  حاصل ہوتا ہے۔<sup>3650</sup>



شکل 11.8: مکمل سمتھ نقشه.



شکل 11.9: سمتھ نقشے سے متغیرات کا حصول۔

سمتھ نقشے سے موج کے چوٹی یا نشیب کے مقام با آسانی حاصل کئے جاتے ہیں۔ کسی بھی  $\phi$  کے لئے  $\Gamma = |\Gamma| e^{j\phi}$  کے لئے  $-l = \text{پہلے آمدی اور انعکاسی امواج کے مجموعے}$

$$\begin{aligned} V_s &= V_0^+ (e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}) \\ &= V_0^+ e^{j\beta l} [1 + |\Gamma| e^{j(\phi - 2\beta l)}] \end{aligned}$$

کی حتمی قیمت

$$\begin{aligned} |V_s| &= V_0^+ |e^{j\beta l}| \left| 1 + |\Gamma| e^{j(\phi - 2\beta l)} \right| \\ &= V_0^+ \left| 1 + |\Gamma| e^{j(\phi - 2\beta l)} \right| \end{aligned}$$

جہاں  $|e^{j\beta l}| = 1$  کے برابر<sup>10</sup> ہے۔ اس کی کم سے کم قیمت  $V_0^+ (1 - |\Gamma|)$  ہے جو  $\phi - \beta l = (2n + 1)\pi$  کی صورت میں حاصل ہوتی ہے جہاں  $n = 0, 1, 2, \dots$  عین بار پر  $l = 0$  ہے اور ایسی صورت میں اس شرط کو  $\phi = \pi$  لکھا جاسکتا ہے۔ اسی طرح  $|V_s|$  کی زیادہ سے زیادہ قیمت  $V_0^+ (1 + |\Gamma|)$  ہے جو  $\phi - \beta l = 2n\pi$  کی صورت میں حاصل ہوتی ہے جہاں  $n = 0, 1, 2, \dots$  عین بار پر  $l = 0$  ہے اور ایسی صورت میں اس شرط کو  $\phi = 0$  لکھا جاسکتا ہے۔ یوں  $\phi = \pi$  کی صورت میں بار پر  $V_s$  کی کم سے کم قیمت ہوگی جبکہ  $\phi = 0$  کی صورت میں بار پر  $V_s$  کی زیادہ سے زیادہ قیمت ہوگی۔ ان میں دیکھیں کہ ان شرائط کا مطلب کیا ہے۔

3658

مزاحمتی بار  $R_L$  اور حقیقی  $Z_0$  کی صورت میں اگر  $R_L < Z_0$  ہو تب  $\Gamma$  منفی حقیقی عدد ہوگا جسے  $\Gamma = |\Gamma| \angle \pi$  لکھا جاسکتا ہے جبکہ  $R_L > Z_0$  کی صورت میں  $\Gamma$  مثبت حقیقی عدد ہوگا جسے  $\Gamma = |\Gamma| \angle 0$  یعنی  $R_L < Z_0$  کی صورت میں بار پر کمتر  $V_s$  ہوگا جبکہ  $R_L > Z_0$  کی صورت میں بار پر بلند تر  $V_s$  ہوگا۔ سمتھ نقشے پر افقی محدود حقیقی  $\Gamma$  دیتا ہے۔ منفی افقی محدود پر  $\Gamma = |\Gamma| \angle \pi$  کی صورت میں بار پر کمتر  $V_s$  ہر صورت میں مثبت افقی محدود پر پایا جائے گا۔ اسی طرح مثبت افقی محدود پر  $\Gamma = |\Gamma| \angle 0$  کی صورت میں بار پر بلند تر  $V_s$  ہر صورت میں مثبت افقی محدود پر پایا جائے گا۔

3663

$$|e^{j\beta l}| = |\cos \beta l + j \sin \beta l| = \sqrt{\cos^2 \beta l + \sin^2 \beta l} = 1^{10}$$

ان نتائج کو آگے بڑھاتے ہیں۔ کسی بھی مخلوط بار  $Z_L = R_L + jX_L$  کی صورت میں سمتھ نقشے میں  $z = r + jx$  سے شروع کر کے فاصلہ  $l$  بڑھانے سے زاویہ  $\phi - 2\beta l$  گھٹتا ہے جو سمتھ نقشے پر گھڑی کی سمت گھومنے کے مترادف ہے۔ جس فاصلے پر  $\phi - 2\beta l = 2n\pi$  ہو وہاں برقی موج کی چوٹی پائی جائے گی اور جس فاصلے پر  $\phi - 2\beta l = (2n + 1)\pi$  ہو وہاں موج کا نشیب پایا جائے گا۔ اب  $2n\pi$  سے مراد سمتھ نقشے کے افقی محور کا مثبت حصہ جبکہ  $(2n + 1)\pi$  سے مراد افقی محور کا منفی حصہ ہے۔ یوں شکل 11.9 میں نقطہ  $A$  سے گھڑی کی سمت  $0.115\lambda$  گھومتے ہوئے ترسیلی تار پر پہلی چوٹی پائی جائے گی۔ یوں بار سے پہلی چوٹی  $0.115\lambda$  یعنی  $23 \text{ cm}$  فاصلے پر ہے۔ اگر ترسیلی تار زیادہ لمبی ہوتی تب بار سے  $0.365\lambda$  دور پہلا نشیب پایا جاتا۔ چونکہ تار کی لمبائی اس سے کم ہے لہذا تار پر کہیں پر بھی نشیب نہیں پایا جاتا۔

3669

برقی رو کی چوٹی اس نقطے پر پائی جاتی ہے جہاں  $\phi - 2\beta l = 2n\pi$  کا شرط پورا ہو۔ برقی رو

$$I_s = \frac{V_0^+}{Z_0} (e^{j\beta l} - \Gamma e^{j\beta l})$$

کی کمترین قیمت اس نقطے پر پائی جاتی ہے۔ اسی طرح جس نقطے پر برقی دباؤ کی کمترین قیمت پائی جائے، اس نقطے پر برقی رو کی چوٹی پائی جاتی ہے۔ یوں سمتھ نقشے کے افقی محور کے مثبت حصے پر برقی رو کا نشیب جبکہ اس کے منفی حصے پر برقی رو کی چوٹی پائی جائے گی۔

3671

مزاحمتی بار  $R_L$  اور بے ضیاع ترسیلی تار کی صورت میں  $\Gamma = \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0}$  ہو گا۔ اگر  $R_L > R_0$  ہو تب  $|\Gamma| = \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0}$  ہو گا جبکہ  $R_L < R_0$  کی صورت میں  $|\Gamma| = \frac{R_0 - R_L}{R_0 + R_L}$  ہو گا۔ یوں  $R_L > R_0$  کی صورت میں

$$s = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1 + \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0}}{1 - \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0}} = \frac{R_L}{R_0} = r \quad (R_L > R_0)$$

جبکہ  $R_L < R_0$  کی صورت میں

$$s = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1 + \frac{R_0 - R_L}{R_0 + R_L}}{1 - \frac{R_0 - R_L}{R_0 + R_L}} = \frac{R_0}{R_L} \quad (R_L < R_0)$$

ہو گا۔ یاد رہے کہ  $s > 1$  ہوتا ہے لہذا  $\frac{R_L}{R_0}$  اور  $\frac{R_0}{R_L}$  میں جو بھی اکائی سے زیادہ قیمت رکھتا ہو یہی  $s$  ہو گا۔ یوں  $|\Gamma|$  اس کے دائرے اور مثبت افقی محور سے  $r$  پڑھ کر  $s$  کی قیمت بھی یہی تصور کریں۔ شکل 11.9 میں نقطہ  $C$  سے  $r = 4.2$  پڑھا جائے گا لہذا  $s = 4.2$  ہے۔ مثبت افقی محور پر  $r > 1$  ہوتا ہے لہذا محور کے اسی حصے سے  $s$  کی قیمت پڑھی جاتی ہے۔ آپ تسلی کر لیں کہ  $\frac{R_0}{R_L} > 1$  کی صورت میں بھی اسی طریقہ کار سے درست  $s$  حاصل ہوتا ہے۔

3674

#### 11.4.1 سمتھ فراوانی نقشہ

3675

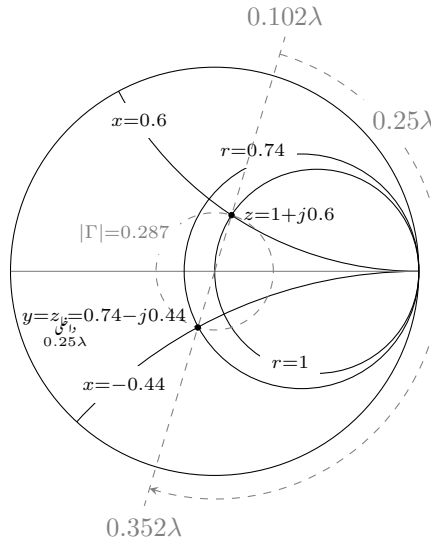
اس حصے کو  $\frac{\lambda}{4}$  لمبی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ کے حصول سے شروع کرتے ہیں۔ اتنی لمبائی کے تار کا  $\beta l = 90^\circ$  ہو گا۔ داخلی قدرتی رکاوٹ کی مساوات

$$Z_{\text{داخلی}} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l}$$

میں  $Z_{\text{داخلی}}$  کو  $Z_0$  سے تقسیم کرتے اور  $\beta l = 90^\circ$  پر کرتے ہوئے

$$\frac{Z_{\text{داخلی}}}{Z_0} = \frac{Z_L + jZ_0 \tan 90^\circ}{Z_0 + jZ_L \tan 90^\circ} = \frac{Z_0}{Z_L}$$





شکل 11.10: چوتھائی طول تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ اسی تار کی برفی فراوانی کے برابر ہے۔

یعنی

$$(11.50) \quad \frac{z_{\text{داخلی}}}{0.25\lambda} = \frac{1}{z}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں

$$\frac{Z_{\text{داخلی}}}{Z_0} = \frac{z_{\text{داخلی}}}{0.25\lambda}$$

$$\frac{Z_L}{Z_0} = z$$

کے برابر ہیں۔ مساوات 11.50 کے تحت بارے سے  $0.25\lambda$  فاصلے پر داخلی قدرتی رکاوٹ  $\frac{1}{z}$  کے برابر ہے لیکن  $y = \frac{1}{z}$  ہوتا ہے لہذا اسی مساوات کو یوں بھی لکھا جا سکتا ہے

$$(11.51) \quad y = \frac{1}{z} = \frac{z_{\text{مخانب جزیر}}}{0.25\lambda}$$

جہاں  $0.25\lambda$  تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ کی جگہ مخانب جزیر  $0.25\lambda$  گھومنے کا ذکر کیا گیا ہے۔ مساوات 11.51 کہتی ہے کہ سمتھ نقشے میں  $z$  سے مخانب جزیر  $0.25\lambda$  گھوم کر  $|\Gamma|$  رداس کے دائرے سے  $y$  حاصل ہو گا۔

شکل 11.10 میں  $z = 1 + j0.6$  دکھایا گیا ہے جو مخانب جزیر  $0.102\lambda$  زاویے پر پایا جاتا ہے۔ یہ رکاوٹ  $\Gamma = 0.287 \angle 73.7^\circ$  دیتا ہے۔ چوتھائی طول لمبی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ حاصل کرنے کی خاطر مخانب جزیر  $0.25\lambda$  چلتے ہوئے  $0.352\lambda$  سے مرکز تک لکیر اور  $0.287$  رداس کے دائرے کے ملاپ سے داخلی  $z$  حاصل ہوتا ہے جو  $\frac{1}{z}$  یعنی  $y$  کے عین برابر ہے۔

آئیں کسر دور اور کھلے دور تار کے ٹکڑوں کا داخلی قدرتی رکاوٹ حاصل کریں۔ کسر دور تار کی صورت میں  $Z_L = 0$  ہو گا لہذا داخلی قدرتی رکاوٹ

$$(11.52) \quad Z_{\text{داخلی}} = Z_0 \frac{0 + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + j0 \tan \beta l}$$

$$= jZ_0 \tan \beta l$$

حاصل ہوتا ہے جو خیالی عدد ہے۔ چوتھائی طول لمبی کسر دور تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ یوں

$$(11.53) \quad Z_{\text{داخلی}} = jZ_0 \tan 90^\circ = \infty \quad (\text{کسرے دور})$$

حاصل ہوتی ہے۔ یہ تعجب بھرا نتیجہ ہے جس کے مطابق چوتھائی طول لمبی کسے دور تار بطور کھلے دور کردار ادا کرتی ہے۔

کھلے دور تار کی صورت میں  $Z_L = \infty$  ہو گا لہذا داخلی قدرتی رکاوٹ

$$(11.54) \quad Z_{\text{داخلی}} = Z_0 \frac{\infty + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + j\infty \tan \beta l} = -j \frac{Z_0}{\tan \beta l}$$

حاصل ہوتا ہے جو خیالی عدد ہے۔ چوتھائی طول لمبی کھلے دور تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ یوں

$$(11.55) \quad Z_{\text{داخلی}} = -j \frac{Z_0}{\tan 90^\circ} = 0 \quad (\text{کھلے دور})$$

حاصل ہوتی ہے۔ یہ بھی تعجب بھرا نتیجہ ہے جس کے مطابق چوتھائی طول لمبی کھلے دور تار بطور کسر دور کردار ادا کرتی ہے۔

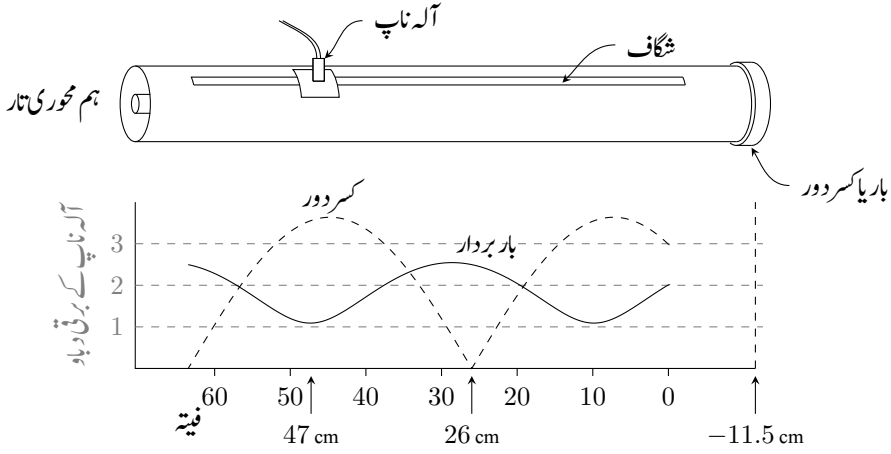
سمتھ مزاحمتی نقشے<sup>11</sup> کا متبادل سمتھ فراوانی<sup>12</sup> نقشہ بھی استعمال کیا جاتا ہے۔ ان میں  $Y/Y_0 = g + jb$  جہاں  $Y_L = 1/Z_L$  اور  $Y_0 = 1/Z_0$  کے برابر ہیں۔ اس طرح  $Y$  برقی فراوانی بمطابق  $Y_0$  کہلائے گی۔ یوں  $r$  سے حاصل دائرے  $g$  کے دائرے کہلاتے ہیں جبکہ  $x$  کے دائرے  $b$  کے دائرے کہلاتے ہیں۔ اس نقشے میں  $g > 0$  اور  $b = 0$  کی صورت میں برقی دباؤ کی کمترین قیمت حاصل ہوگی۔ ایصالی سمتھ نقشے سے حاصل  $T$  کا زاویہ  $180^\circ$  بڑھانا ہوگا۔

## 11.5 تجرباتی نتائج پر مبنی چند مثال

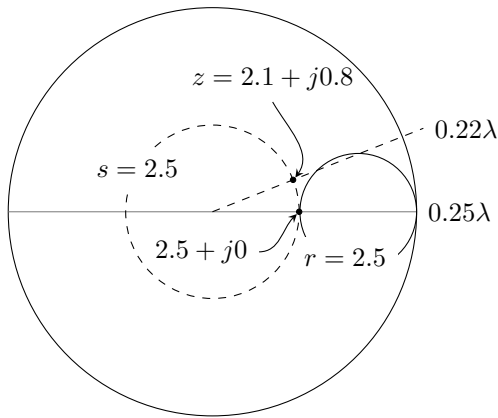
اس حصے میں دو مثالوں پر غور کیا جائے گا۔ پہلی مثال میں تجرباتی نتائج سے بار کی رکاوٹ حاصل کی جائے گی جبکہ دوسری مثال میں بار کو تار کے ہمہ رکاوٹ بنانے کی ترکیب دکھائی جائے گی۔

ہم محوری ترسیلی تار کے بیرونی تار میں لمبائی کی سمت میں شکاف ڈال کر اس میں مختلف مقامات پر برقی دباؤ کے نمونے لے کر  $s = 2.5$  حاصل کیا گیا ہے شکل 11.11 میں صورت حال دکھائی گئی ہے۔ شکاف کے ساتھ فیتہ رکھ کر بلند تر اور کم تر نمونوں کے مقامات بھی درج کئے گئے۔ ایسے نتائج حاصل کرتے وقت فیتے کا صفر کہیں پر بھی رکھا جاسکتا ہے لہذا اسے بار کا مقام تصور نہیں کریں۔ کمتر برقی دباؤ فیتہ پر  $47 \text{ cm}$  کے نشان کے ساتھ پایا جاتا ہے۔ سائن نمائندہ اشارے کی صورت میں سمت کار کے خارجی اشارہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اشارے کے کمترین قیمت کا مقام ٹھیک ٹھیک تعین کرنا زیادہ آسان ہے۔ اشارے کی چوٹی نوکس دار نہیں ہوتی لہذا اس کا مقام ٹھیک ٹھیک تعین کرنا قدر مشکل ہوتا ہے۔ اسی وجہ سے عموماً موج کی کمترین قیمت کے مقامات حاصل کرتے ہوئے مطلوبہ معلومات دریافت کی جاتی ہیں۔ ہم محوری تار کی قدرتی رکاوٹ  $50 \Omega$  ہے اور تار میں ہوا بطور ذر برق استعمال کی گئی ہے۔ اشارے کی تعدد  $400 \text{ MHz}$  ہے لہذا طول موج  $75 \text{ cm}$  ہے۔ بار کا مقام تعین کرنے کی خاطر بار کو ہٹا کر تار کے ان سروں کو کسر دور کیا جاتا ہے۔ کسر دور تار پر کمتر دباؤ فیتہ پر  $26 \text{ cm}$  کے نشان کے سامنے پایا جاتا ہے۔

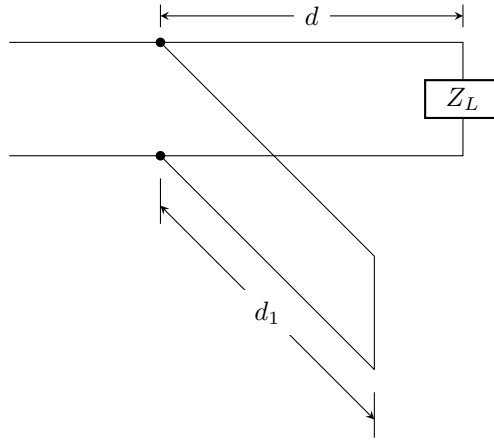
ہم جانتے ہیں کہ کسر دور نقطے سے کمتر دباؤ کا فاصلہ  $\frac{\lambda}{2}$  ہوگا۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ کمتر دباؤ کسر دور نقطے سے آدھے طول موج کے فاصلے پر ہے۔ ایسی صورت میں کسر دور کا مقام فیتہ پر  $11.5 - 37.5 = -26 \text{ cm}$  نشان کے ساتھ ہوگا۔ چونکہ بار کے مقام پر ہی کسر دور پیدا کیا گیا تھا لہذا بار بھی فیتہ پر  $11.5 - 26 = -14.5 \text{ cm}$  کے نشان کے ساتھ ہوگا۔ یوں حاصل نتائج کے تحت بار سے کم تردد دباؤ کا نقطہ  $58.5 \text{ cm} = (-11.5) - (-47)$  فاصلے پر ہے جس سے آدھے طول موج منفی نکلتے



شکل 11.11: ہم محوری تار میں شگاف ڈال کر اس میں آلہ ناپ کی مدد سے مختلف مقامات پر برقی دباؤ کے نمونے لئے جا سکتے ہیں۔



شکل 11.12: اگر  $0.03\lambda$  لمبی تار پر  $z = 2.5 + j0$  داخلی  $z$  ہو تب  $z = 2.1 + j0.8$  ہو گا۔



شکل 11.13: بار سے  $d$  فاصلے پر  $d_1$  لمبائی کے کسرے دور تار کا ٹکڑا جوڑنے سے بار اور ترسیلی تار ہمہ رکاوٹ بنائے جاتے ہیں۔

ہوئے بار سے کمتر دباؤ کا فاصلہ 21 cm حاصل ہوتا ہے۔ بلند تردد باؤ کا بار سے فاصلہ یوں  $2.25 \text{ cm} = \frac{37.5}{2} - 21$  ہو گا جو  $\frac{2.25}{75} = 0.03$  طول موج کے برابر ہے۔

3700

ان معلومات کے ساتھ اب شکل 11.12 کے سمتھ نقشے کا سہارا لیتے ہیں۔ بلند تردد برقی دباؤ کے نقطے پر داخلی قدرتی رکاوٹ حقیقی عدد ہوتا ہے جس کی قیمت  $sR_0$  کے برابر ہوتی ہے، لہذا ایسے نقطے پر  $z = 2.5$ ، داخلی  $z$  ہو گا۔ ہم یوں سمتھ نقشے پر  $z = 2.5$ ، داخلی نقطے پر داخل ہوتے ہیں جہاں سے منجانب جزیئر فاصلہ  $0.25\lambda$  پڑھا جاتا ہے۔ اس سے  $0.03\lambda$  منفی کرتے ہوئے بار تک پہنچتے ہیں، لہذا  $0.22\lambda$  سے مرکز تک لکیر اور  $s = 2.5$  یعنی  $| \Gamma | = 0.429$  داس کے دائرے کے مطابق سے  $z = 2.1 + j0.8$  پڑھا جاتا ہے۔ یوں  $Z_L = 105 + j40 \Omega$  حاصل ہوتا ہے۔ یاد رہے کہ ہم نے بار کو فیتے پر  $11.5 \text{ cm}$  یا اس نقطے سے  $\frac{n\lambda}{2}$  فاصلے پر تصور کیا ہے۔ چونکہ بار کا مقام اب بھی مکمل طور پر معلوم نہیں ہے لہذا بہتر یہ ہوتا ہے کہ تجرباتی نتائج سے حاصل  $Z_L$  کی بات کرتے ہوئے بار کا فرض کردہ مقام بھی ساتھ بتلایا جائے۔

3706

آخر میں آئیں اس بار کو  $50 \Omega$  ترسیلی تار کے ہمہ رکاوٹ بنانے کی ترکیب دیکھیں۔ ایسا  $d_1$  لمبائی کے کسر دور تار کے ٹکڑے کو بار سے  $d$  فاصلے پر نسب کرنے سے ممکن بنایا جاتا ہے۔ ایسا شکل 11.13 میں دکھایا گیا ہے۔ بار سے  $d$  فاصلے پر  $z$  کے متوازی  $d_1$  لمبی کسرے دور ٹکڑا نسب کرنے سے کل رکاوٹ  $z = 1 + j0$  حاصل کرنے مقصد ہے۔ یہاں  $d_1$  اور  $d$  مطلوب ہیں۔ کسر دور ٹکڑے کی قدرتی رکاوٹ ترسیلی تار کے قدرتی رکاوٹ  $50 \Omega$  کے برابر ہے۔

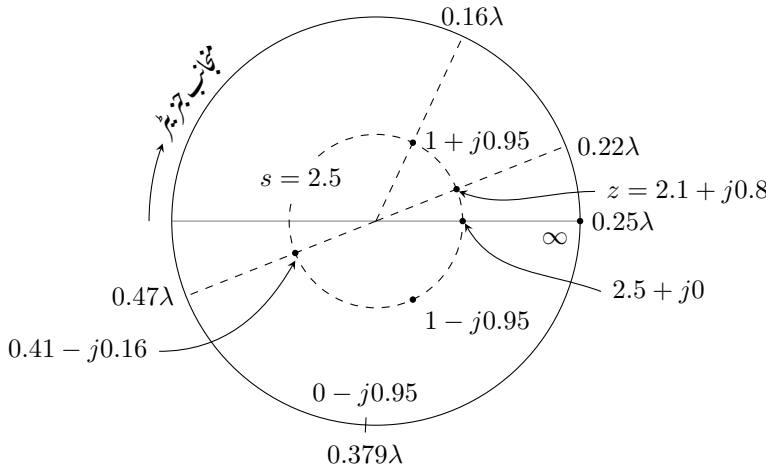
3709

برقی بار اور کسر دور تار کا ٹکڑا متوازی جڑے ہیں۔ متوازی جڑے رکاوٹوں کی بجائے متوازی جڑے برقی فراوانی کے ساتھ کام کرنا زیادہ آسان ہوتا ہے لہذا ہم ایسا ہی کرتے ہیں۔ برقی فراوانی کی زبان میں موجودہ مسئلہ کچھ یوں ہے۔ ہم  $d$  اتنا رکھنا چاہتے ہیں کہ داخلی فراوانی  $y = 1 + jb$  ہو۔ اب اگر داخلی  $y$  کے متوازی  $jb$  برقی تاثیریت جوڑی جائے تو حاصل کل برقی فراوانی  $1 + j0$  ہوگی جو ہمارا مقصد ہے۔ یوں  $d_1$  لمبی کسر دور تار کے ٹکڑے کی برقی تاثیریت  $jb$  درکار ہے۔ ان حقائق کو لے کر سمتھ نقشے کی مدد سے  $d$  اور  $d_1$  کی قیمتیں حاصل کرتے ہیں۔

3713

سمتھ نقشے میں  $z = 2.1 + j0.8$  پر داخلی ہو کر مساوات 11.51 کے تحت منجانب جزیئر  $0.25\lambda$  گھومنے سے  $y = \frac{1}{z}$  حاصل ہوتا ہے۔ شکل 11.14 میں ایسا دکھایا گیا ہے۔ سمتھ نقشے میں  $z = 2.1 + j0.8$  منجانب جزیئر  $0.22\lambda$  زاویے پر پایا جاتا ہے۔ یہاں سے منجانب جزیئر  $0.25\lambda$  گھومتے ہوئے  $0.47\lambda$  تک پہنچا جاتا ہے جہاں  $| \Gamma |$  داس کے دائرے سے  $y = 0.41 - j0.16$  ملتا ہے۔ اب ہم چاہتے ہیں کہ یہاں سے منجانب جزیئر گھومتے ہوئے داخلی قدرتی فراوانی  $1 + jb$  حاصل ہو۔ جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے، ایسا  $0.16\lambda$  اور  $0.34\lambda$  زاویوں پر ممکن ہے جہاں سے بالترتیب  $y_1 = 1 + j0.95$  اور  $y_2 = 1 - j0.95$  حاصل ہوتے ہیں۔ پہلے نقطے تک پہنچنے کے لئے کم لمبی تار درکار ہے لہذا  $0.19\lambda$  کو جواب تسلیم کرتے ہیں۔ بار سے اس نقطے تک  $(0.5\lambda - 0.47\lambda) + 0.16\lambda = 0.19\lambda$  تار درکار ہوگی لہذا  $d = 0.19\lambda$  یعنی  $14.25 \text{ cm}$  بنتا ہے۔

3719



شکل 11.14: بار  $z = 2.1 + j0.8$  سے  $0.19\lambda$  فاصلے پر  $0.129\lambda$  لمبائی کا کسر دور ٹکڑا جوڑنے سے نظام ہمہ رکاوٹ ہو جاتا ہے۔

اب  $1 + j0.95$  کے متوازی  $-j0.95$  کا  $y$  برقی تاثیریت جوڑ کر  $1 + j0$  حاصل ہوگا۔ مساوات 11.54 کے تحت کسرے دور ٹکڑے کی داخلی رکاوٹ یاد داخلی فراوانی خیالی عدد ہوتا ہے لہذا سمتھ نقشے پر ایسے ٹکڑے کا  $g = 0$  ہی رہے گا جو نقشے کی بیرونی دائرے کو ظاہر کرتی ہے۔ عین کسر دور پر  $y = \infty$  حاصل ہوتا ہے جو منجانب جزیرہ  $0.25\lambda$  پر پایا جاتا ہے۔ ہم دیکھتے ہیں کہ  $-j0.95$ ، داخلی لا نقشے پر منجانب جزیرہ  $0.379\lambda$  پر حاصل ہوتا ہے۔ یوں کسرے دور ٹکڑے کی لمبائی  $0.379\lambda - 0.25\lambda = 0.129\lambda$  یعنی  $9.67 \text{ cm}$  حاصل ہوتا ہے۔

3723

3724

مشق 11.4: بے ضیاع  $50 \Omega$  ترسیلی تار کو کسرے دور کرنے سے برقی دباؤ کے دو آپس میں قریبی نشیب  $12 \text{ cm}$  اور  $27 \text{ cm}$  پر پائے جاتے ہیں۔ کسرے دور ختم کرتے ہوئے یہاں بارنسب کرنے سے  $0.4 \text{ V}$  حیطے کے نشیب اور  $0.72 \text{ V}$  حیطے کے چوٹیاں حاصل ہوتی ہیں۔ ایک عدد نشیب  $9 \text{ cm}$  پر حاصل ہوتا ہے۔ ترسیلی تار میں ہوا بطور ذوق استعمال ہوا ہے۔ مندرجہ ذیل حاصل کریں۔  $Z_L$  اور  $\Gamma$ ،  $s$ ،  $f$ ،  $\lambda$ ۔

3727

3728

جوابات:  $36.5 + j21.6 \Omega$  اور  $0.286/108^\circ$ ،  $1.8 \times 1 \text{ GHz}$ ،  $0.3 \text{ m}$ ۔

3729

3730

مشق 11.5: بے ضیاع  $50 \Omega$  کے ساتھ  $Z_L = 100 + j100 \Omega$  کا بارنسب ہے۔ بار سے  $d$  فاصلے پر  $d_1$  لمبائی کا کسرے دور ٹکڑا جوڑتے ہوئے نظام کو ہمہ رکاوٹ بنایا جاتا ہے۔ اگر تار پر  $v = \frac{2}{3}c$  ہو جبکہ اشارے کی تعدد  $10 \text{ MHz}$  ہو تب مندرجہ ذیل حاصل کریں۔  $\lambda$ ، چھوٹے سے چھوٹا  $d_1$  اور ایسی صورت میں  $d$ ۔

3733

جوابات:  $4.4 \text{ m}$  اور  $1.8 \text{ m}$ ،  $20 \text{ m}$ ۔

3734

the answers should be at the end of the book

include the DC switch on case as multiple reflections before settling down

read chapter 9 onwards (proof reading)

put comsat's time table here.

energy travels along the wire and not in the wire.

antenna chapter, 3D figure at start and complete the start section.

use completion certificate.

zaryab's tooth

zaryab fish

$F = dW/dT$  to include in inductance chapter plus a question or two

magnetization curve and an iteration example. fig 8.10, 11 of hayt.

charge is barqi bar.

add questions to machine book too.

take print outs for myself.

4764

4765

when giving fields always remember the following rules:

always ensure that divergence of magnetic field is zero.

moving waves must be of the form  $E = E_0 \cos(\omega t - kz)$  where  $c = (\mu * \epsilon)^{-0.5}$  and  $k = 2 * \pi / \lambda$

include complex permittivity (7th ed Q12.18 says  $\sigma = \omega \epsilon''$ )

include 4th ed fig 11.11 of page 422

rename lossless and lossy dielectrics as



## الباب 16

## سوالات

### ترسیلی تار

سوال 16.1: ترسیلی تار کے مستقل  $R = 20 \frac{\Omega}{m}$  ،  $L = 4 \frac{\mu H}{m}$  ،  $G = 80 \frac{\mu S}{m}$  اور  $C = 60 \frac{pF}{m}$  ہیں۔ اس میں  $200 \text{ MHz}$  تعدد کی ہر قی موج حرکت کر رہی ہے۔ الف)  $\gamma$  ،  $\alpha$  ،  $\beta$  ،  $\lambda$  اور  $Z_0$  حاصل کریں۔ ب)  $12 \text{ m}$  فاصلہ طے کرنے کے بعد موج کا حیطہ ابتدائی قیمت کی تقسیم سے کتنا ہو گا؟ پ)  $1.6 \text{ m}$  فاصلہ طے کرنے کے بعد موج کا زاویائی فرق کتنا ہو گا؟

جوابات:  $\gamma = 0.049 + j3.1 \text{ m}^{-1}$  ،  $\alpha = 0.049 \frac{Np}{m}$  ،  $\beta = 3.1 \frac{rad}{m}$  ،  $\lambda = 2.03 \text{ m}$  ،  $Z_0 = 258 - j2.37 \Omega$  ،  $55.5\%$  ،  $284^\circ$

سوال 16.2: ایک ترسیلی تار جس میں موج کی رفتار  $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$  ہے کی قدرتی رکاوٹ  $Z_0 = 50 \Omega$  ہے۔ تار کے داخلی سروں پر  $20 \text{ MHz}$  کی موج پیدا کی جا رہی ہے جبکہ اس کا دوسرا سرا کسر دور کیا گیا ہے۔ الف) تار کی لمبائی  $3.75 \text{ m}$  ہونے کی صورت میں داخلی  $Z$  حاصل کریں۔ ب) تار کی انعکاسی بالترتیب  $7.5 \text{ m}$  ،  $1.2 \text{ m}$  اور  $9 \text{ m}$  ہونے کی صورت میں داخلی  $Z$  حاصل کریں۔

جوابات:  $\infty$  ،  $0 \Omega$  ،  $27.5j \Omega$  ،  $36.3j \Omega$

سوال 16.3: بے ضیاع ترسیلی تار کی فی میٹر امالہ  $0.25 \frac{\mu H}{m}$  جبکہ اس کی قدرتی رکاوٹ  $75 \Omega$  ہے۔ الف) تار کی فی میٹر کیپیسٹنس دریافت کریں۔ ب) تار میں موج کی رفتار حاصل کریں۔ پ) موج کی تعدد  $50 \text{ MHz}$  ہونے کی صورت میں  $\beta$  حاصل کریں۔ ت) تار کے ساتھ  $55 \Omega$  کا بار منسلک ہے۔  $\Gamma$  اور  $S$  حاصل کریں۔

جوابات:  $s = \frac{15}{11}$  ،  $\Gamma = -\frac{2}{13}$  ،  $\beta = 1.05 \frac{rad}{m}$  ،  $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$  ،  $44.4 \frac{pF}{m}$

سوال 16.4: ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ  $300 \Omega$  ہے۔ موج کی تعدد  $6 \times 10^8 \frac{rad}{s}$  جبکہ اس کی رفتار  $2.8 \times 10^8 \frac{m}{s}$  ہے۔ الف) تار کی فی میٹر امالہ اور کیپیسٹنس حاصل کریں۔ ب) تار پر سلسلہ وار جزی  $150 \Omega$  اور  $0.8 \mu H$  کا بار ڈالا جاتا ہے۔  $\Gamma$  اور  $S$  حاصل کریں۔

جوابات:  $s = 7.49$  ،  $\Gamma = 0.38 + j0.67$  ،  $C = 11.9 \frac{pF}{m}$  ،  $L = 1.07 \frac{\mu H}{m}$

سوال 16.5: بے ضیاع ترسیلی تار کی  $80 \text{ MHz}$  تعدد پر قدرتی رکاوٹ  $75 \Omega$  اور  $\beta = 0.25\pi \frac{rad}{m}$  ہیں۔ الف) تار کی  $L$  اور  $C$  حاصل کریں۔ ب) تار پر  $Z_L = 80 + j100 \Omega$  بار لادا جاتا ہے۔ بار سے کتنے فاصلے پر تار کی داخلی رکاوٹ  $Z$  حقیقی یعنی  $Z = R + j0$  داخلی  $Z$  ہو گا۔

جوابات:  $L = 117 \frac{nH}{m}$  ،  $C = 20.8 \frac{pF}{m}$  ،  $60.34 \text{ cm}$

سوال 16.6: تعدد  $1 \frac{Mrad}{s}$  پر ضیاع کار ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ  $Z_0 = 40 + j0 \Omega$  اور حرکی مستقل  $\gamma = 2 + j6 \text{ m}^{-1}$  ہیں۔ الف)  $G$  ،  $C$  ،  $R$  اور  $L$  حاصل کریں۔



$$L = 0.24 \frac{\text{mH}}{\text{m}}, \quad R = 80 \frac{\Omega}{\text{m}}, \quad C = 150 \frac{\text{nF}}{\text{m}}, \quad G = 0.05 \frac{\text{S}}{\text{m}} \quad \text{جوابات:}$$

سوال 16.7: بے ضیاع ترسیلی تار کی  $150 \text{ MHz}$  تعدد پر  $Z_0 = 80 \Omega$  اور  $\beta = 6 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$  ہیں۔ تار پر متوازی جڑے  $200 \Omega$  کی مزاحمت اور  $10 \text{ pF}$  کی کیپیسٹر کا بار لادا جاتا ہے۔ الف)  $L$  اور  $C$  حاصل کریں۔ ب) شرح ساکن موج حاصل کریں۔

$$s = 4.07, \quad C = 79.6 \frac{\text{pF}}{\text{m}}, \quad L = 0.51 \frac{\mu\text{H}}{\text{m}} \quad \text{جوابات:}$$

سوال 16.8: منبع برقی دباو سلسلہ وار جڑی رکاوٹ  $Z = 300 - j300 \Omega$  اور بے ضیاع ترسیلی تار کے ساتھ منسلک ہے۔ ترسیلی تار کا دوسرا سرا کس قدر دور ہے۔ ترسیلی تار میں طول موج  $\lambda$  ہے۔ الف) منبع برقی دباو پر کل  $300 \Omega$  رکاوٹ مہیا کرنے کی خاطر ترسیلی تار کی لمبائی کتنی رکھی جائے گی۔ ب) ترسیلی تار کی لمبائی کے تمام ممکنہ جواب حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } \frac{\lambda}{8} = \text{لمبائی}, \quad \frac{\lambda}{8} + \frac{m\lambda}{2} = \text{لمبائی}$$

سوال 16.9: تعدد  $50 \text{ MHz}$  کے منبع برقی دباو کے ساتھ رکاوٹ  $Z_G = 50 + j50 \Omega$  اور بے ضیاع ترسیلی تار سلسلہ وار جڑے ہیں۔ ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ  $Z_0 = 100 \Omega$ ، لمبائی  $\frac{\lambda}{4}$  ہے اور یہ بار  $Z_L$  کو طاقت فراہم کر رہی ہے۔ الف) بار کی وہ قیمت دریافت کریں جس پر منبع برقی دباو کو کل  $100 \Omega$  رکاوٹ نظر آتی ہے۔ ب) ترسیلی تار کی فی میٹر امالہ  $L = 1.5 \frac{\mu\text{H}}{\text{m}}$  ہونے کی صورت میں ترسیلی تار میں موج کی رفتار اور ترسیلی تار کی لمبائی دریافت کریں۔

$$\text{جوابات: } Z_L = 100 + j100 \Omega, \quad 6.6737 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad 0.333 \text{ m}$$

سوال 16.10: تیس میٹر لمبی بے ضیاع ترسیلی تار کے دونوں سرے آزاد رکھنے کی صورت میں اس کی کل کیپیسٹنس  $C = 1.5 \text{ nF}$  ناپی جاتی ہے۔ اس کا ایک سرا کسر دور کرتے ہوئے دوسرے سرے پر نہایت کم دورانیے کا مستطیلی برقی دباو کا جھٹکا دیا جاتا ہے جو کسر دور سرے سے ٹکرا کر واپس لوٹتا ہے۔ تار میں دورانیے کا فاصلہ کل  $0.4 \mu\text{s}$  میں طے پاتا ہے۔ ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ حاصل کریں۔

$$\text{جواب: } Z_0 = 133.3 \Omega$$

جدول 16.1:  $\sigma$ 

$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز	$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز
$7 \times 10^4$	گرفتار	$6.17 \times 10^7$	چاندی
1200	سلیکان	$5.80 \times 10^7$	تانبا
100	فیرائٹ (عمومی قیمت)	$4.10 \times 10^7$	سونا
5	سمندری پانی	$3.82 \times 10^7$	المونیم
$10^{-2}$	چھونا پتھر	$1.82 \times 10^7$	ٹنگسٹن
$5 \times 10^{-3}$	چکنی مٹی	$1.67 \times 10^7$	جست
$10^{-3}$	تازہ پانی	$1.50 \times 10^7$	پیتل
$10^{-4}$	مقطر پانی	$1.45 \times 10^7$	نکل
$10^{-5}$	ریتیلی مٹی	$1.03 \times 10^7$	لوبا
$10^{-8}$	سنگ مرمر	$0.70 \times 10^7$	قلعی
$10^{-9}$	بیک لائٹ	$0.60 \times 10^7$	کاربن سٹیل
$10^{-10}$	چینی مٹی	$0.227 \times 10^7$	مینگنیز
$2 \times 10^{-13}$	بیرا	$0.22 \times 10^7$	جرمنیم
$10^{-16}$	پولیسٹرن پلاسٹک	$0.11 \times 10^7$	سٹینلس سٹیل
$10^{-17}$	کوارٹس	$0.10 \times 10^7$	نائیکروم

جدول 16.2 :  $\sigma/\omega\epsilon$  and  $\epsilon_R$ 

$\sigma/\omega\epsilon$	$\epsilon_R$	چیز
	1	خالی خلاء
	1.0006	ہوا
0.0006	8.8	المونیم آکسائیڈ
0.002	2.7	عنبر
0.022	4.74	بیک لائٹ
	1.001	کاربن ڈائی آکسائیڈ
	16	جرمنیم
0.001	4 تا 7	شیشہ
0.1	4.2	برف
0.0006	5.4	ابر
0.02	3.5	نائلون
0.008	3	کاغذ
0.04	3.45	پلیکسی گلاس
0.0002	2.26	پلاسٹک (تھیلا بنانے والا)
0.000 05	2.55	پولیسٹرین
0.014	6	چینی مٹی
0.0006	4	ہائریکس شیشہ (برتن بنانے والا)
0.000 75	3.8	کوارٹس
0.002	2.5 تا 3	ریڑ
0.000 75	3.8	سلیکا $\text{SiO}_2$
	11.8	سلیکان
0.5	3.3	قدرتی برف
0.0001	5.9	کھانے کا نمک
0.07	2.8	خشک مٹی
0.0001	1.03	سٹائروفوم
0.0003	2.1	ٹیفلان
0.0015	100	ٹائٹینیم ڈائی آکسائیڈ
0.04	80	مقطر پانی
4		سمندری پانی
0.01	1.5 تا 4	خشک لکڑی

جدول 16.3:  $\mu_R$ 

$\mu_R$	چیز
0.999 998 6	بسمت
0.999 999 42	پیرافین
0.999 999 5	لکڑی
0.999 999 81	چاندی
1.000 000 65	المونیم
1.000 000 79	بیریلم
50	نکل
60	ڈھلوان لوہا
300	مشین سٹیل
1000	فیرائٹ (عمومی قیمت)
2500	پریم بھرت (permalloy)
3000	ٹرانسفارمر پتری
3500	سیلکان لوہا
4000	خالص لوہا
20 000	میو میٹل (mumetal)
30 000	سنڈسٹ (sendust)
100 000	سوپریم بھرت (supermalloy)

جدول 16.4: اہم مستقل

قیمت	علامت	چیز
$(1.602\,189\,2 \pm 0.000\,004\,6) \times 10^{-19} \text{ C}$	e	الیکٹران چارج
$(9.109\,534 \pm 0.000\,047) \times 10^{-31} \text{ kg}$	m	الیکٹران کمیت
$(8.854\,187\,818 \pm 0.000\,000\,071) \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$	$\epsilon_0$	برقی مستقل (خالی خلاء)
$4\pi 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$	$\mu_0$	مقناطیسی مستقل (خالی خلاء)
$(2.997\,924\,574 \pm 0.000\,000\,011) \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	c	روشنی کی رفتار (خالی خلاء)

