

برقی و مقناطیسیات

خالد خان یوسفزئی
 کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
 khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

3

1	سمتیات	1
1	4	
1.1	مقداری اور سمتیہ	1
1	5	
1.2	سمتی الجبرا	2
2	6	
1.3	کارتیسی محدود	3
3	7	
1.4	اکائی سمتیات	5
5	8	
1.5	میدانی سمتیہ	9
9	9	
1.6	سمتی رقبہ	9
9	10	
1.7	غیر سمتی ضرب	10
10	11	
1.8	سمتی ضرب یا صلیبی ضرب	14
14	12	
1.9	گول نلکی محدود	17
17	13	
1.9.1	نلکی اکائی سمتیات کا کارتسی اکائی سمتیات کے ساتھ غیر سمتی ضرب	20
20	14	
1.9.2	نلکی اور کارتسی اکائی سمتیات کا تعلق	20
20	15	
1.9.3	نلکی لامحدود سطحیں	25
25	16	
1.10	کروی محدود	27
27	17	
2	کولومب کا قانون	39
39	18	
2.1	قوت کشش یا دفع	39
39	19	
2.2	برقی میدان کی شدت	43
43	20	
2.3	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر کا برقی میدان	46
46	21	
2.4	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	51
51	22	
2.5	چارج بردار حجم	55
55	23	
2.6	مزید مثال	56
56	24	
2.7	برقی میدان کے سمت بہاؤ خط	64
64	25	

69 ²⁶	گاؤس کا قانون اور پھیلاؤ	3
69 ²⁷	ساکن چارج	3.1
69 ²⁸	فیراڈے کا تجربہ	3.2
70 ²⁹	گاؤس کا قانون	3.3
72 ³⁰	گاؤس کے قانون کا استعمال	3.4
72 ³¹	نقطہ چارج	3.4.1
74 ³²	یکساں چارج بردار کروی سطح	3.4.2
74 ³³	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر	3.4.3
75 ³⁴	ہم محوری تار	3.5
77 ³⁵	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	3.6
77 ³⁶	انتہائی چھوٹی حجم پر گاؤس کے قانون کا اطلاق	3.7
80 ³⁷	پھیلاؤ	3.8
82 ³⁸	نلکی محدود میں پھیلاؤ کی مساوات	3.9
84 ³⁹	پھیلاؤ کی عمومی مساوات	3.10
86 ⁴⁰	مسئلہ پھیلاؤ	3.11
93 ⁴¹	توانائی اور برقی دباؤ	4
93 ⁴²	توانائی اور کام	4.1
94 ⁴³	لکیری تکملہ	4.2
99 ⁴⁴	برقی دباؤ	4.3
100 ⁴⁵	نقطہ چارج کا برقی دباؤ	4.3.1
101 ⁴⁶	لکیری چارج کثافت سے پیدا برقی دباؤ	4.3.2
102 ⁴⁷	ہم محوری تار کا برقی دباؤ	4.3.3
102 ⁴⁸	متعدد نقطہ چارجوں کی برقی دباؤ	4.4
106 ⁴⁹	برقی دباؤ کی ڈھلوان	4.5
110 ⁵⁰	نلکی محدود میں ڈھلوان	4.5.1
111 ⁵¹	کروی محدود میں ڈھلوان	4.5.2
112 ⁵²	جفت قطب	4.6
114 ⁵³	جفت قطب کے سمت بہاؤ خط	4.6.1
117 ⁵⁴	ساکن برقی میدان کی کثافت توانائی	4.7

125 ₅	موصل، ذو برق اور کیپسٹر	5
125 ₆	برقی رو اور کثافت برقی رو	5.1
127 ₇	استمراری مساوات	5.2
129 ₈	موصل	5.3
134 ₉	موصل کے خصوصیات اور سرحدی شرائط	5.4
137 ₁₀	عکس کی ترکیب	5.5
140 ₁₁	نیم موصل	5.6
141 ₁₂	ذو برق	5.7
146 ₁₃	کامل ذو برق کے سرحد پر برقی شرائط	5.8
150 ₁₄	موصل اور ذو برقی کے سرحدی شرائط	5.9
150 ₁₅	کیپسٹر	5.10
152 ₁₆	5.10.1 متوازی چادر کیپسٹر	
153 ₁₇	5.10.2 ہم محوری کیپسٹر	
153 ₁₈	5.10.3 ہم کوہ کیپسٹر	
155 ₁₉	5.11 سلسلہ وار اور متوازی جڑے کیپسٹر	
156 ₂₀	5.12 دو متوازی تاروں کا کیپسٹنس	
169 ₁	پوٹنسن اور لاپلاس مساوات	6
171 ₂	6.1 مسئلہ یکنائی	
173 ₃	6.2 لاپلاس مساوات خطی ہے	
173 ₄	6.3 نلکی اور کروی محدود میں لاپلاس کی مساوات	
174 ₅	6.4 لاپلاس مساوات کے حل	
181 ₆	6.5 پوٹنسن مساوات کے حل کی مثال	
183 ₇	6.6 لاپلاس مساوات کا ضربی حل	
191 ₈	6.7 عددی دہرائے کا طریقہ	

199 ₉	ساکن مقناطیسی میدان	7
199 ₀	بایوٹ-سیوارٹ کا قانون	7.1
204 ₁	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.2
210 ₂	گردش	7.3
217 ₃	نلکی محدود میں گردش	7.3.1
222 ₄	عمومی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.2
224 ₅	کروی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.3
225 ₆	مسئلہ سٹوکس	7.4
228 ₇	مقناطیسی بہاو اور کثافت مقناطیسی بہاو	7.5
235 ₈	غیر سمتی اور سمتی مقناطیسی دباؤ	7.6
240 ₉	ساکن مقناطیسی میدان کے قوانین کا حصول	7.7
240 ₀	سمتی مقناطیسی دباؤ	7.7.1
242 ₁	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.7.2
249 ₂	مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادے اور امالہ	8
249 ₃	متحرک چارج پر قوت	8.1
250 ₄	تفرقی چارج پر قوت	8.2
253 ₅	برقی رو گزارتے تفرقی تاروں کے مابین قوت	8.3
255 ₆	قوت اور مروڑ	8.4
261 ₇	فولادی مقناطیسی اشیاء اور مقناطیسی خطے	8.5
262 ₈	مقناطیسیت اور مقناطیسی مستقل	8.6
265 ₉	مقناطیسی سرحدی شرائط	8.7
267 ₀₀	مقناطیسی دور	8.8
270 ₀₁	مقناطیسی مخفی توانائی	8.9
271 ₀₂	خود امالہ اور مشترکہ امالہ	8.10
276 ₀₃	مشترکہ امالہ	8.11

279 ₀₄	9	وقت کے ساتھ بدلنے میدان اور میکس ویل کے مساوات
279 ₀₅	9.1	فیراڈے کا قانون
285 ₀₆	9.2	انتقالی برقی رو
289 ₀₇	9.3	میکس ویل مساوات کی نقطہ شکل
290 ₀₈	9.4	میکس ویل مساوات کی تکمل شکل
292 ₀₉	9.5	تاخیری دباؤ
297 ₁₀	10	مستوی امواج
297 ₁₁	10.1	خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی مستوی امواج
298 ₁₂	10.2	برقی و مقناطیسی مستوی امواج
305 ₁₃	10.2.1	خالی خلاء میں امواج
307 ₁₄	10.2.2	خالص یا کامل ذو برق میں امواج
309 ₁₅	10.2.3	ناقص یا غیر کامل ذو برقی میں امواج
312 ₁₆	10.3	پوئنٹنگ سمتیہ
316 ₁₇	10.4	موصل میں امواج
322 ₁₈	10.5	انعکاس مستوی موج
328 ₁₉	10.6	شرح ساکن موج
335 ₂₀	11	ترسیلی تار
335 ₂₁	11.1	ترسیلی تار کے مساوات
339 ₂₂	11.2	ترسیلی تار کے مستقل
340 ₂₃	11.2.1	ہم محوری تار کے مستقل
343 ₂₄	11.2.2	دو متوازی تار کے مستقل
344 ₂₅	11.2.3	سطح مستوی ترسیلی تار
345 ₂₆	11.3	ترسیلی تار کے چند مثال
350 ₂₇	11.4	ترسیمی تجزیہ، سمتیہ نقشہ
357 ₂₈	11.4.1	سمتہ فراوانی نقشہ
358 ₂₉	11.5	تجرباتی نتائج پر مبنی چند مثال

363 ₃₀	12	تقطیب موج
363 ₃₁	12.1	خطی، بیضوی اور دائری تقطیب
366 ₃₂	12.2	بیضوی یا دائری قطبی امواج کا پرنٹنگ سمتیہ
369 ₃₃	13	ترچھی آمد، انعکاس، انحراف اور انکسار
369 ₃₄	13.1	ترچھی آمد
380 ₃₅	13.2	ترسیم بائی گن
383 ₃₆	14	مویج اور گھمکیا
383 ₃₇	14.1	برقی دور، ترسیلی تار اور مویج کا موازنہ
384 ₃₈	14.2	دو لامحدود وسعت کے مستوی چادروں کے مویج میں عرضی برقی موج
390 ₃₉	14.3	کھوکھلا مستطیلی مویج
399 ₄₀	14.3.1	مستطیلی مویج کے میدان پر تفصیلی غور
406 ₄₁	14.4	مستطیلی مویج میں عرضی مقناطیسی TM_{mn} موج
410 ₄₂	14.5	کھوکھلی نالی مویج
417 ₄₃	14.6	انقطاعی تعدد سے کم تعدد پر تضعیف
419 ₄₄	14.7	انقطاعی تعدد سے بلند تعدد پر تضعیف
421 ₄₅	14.8	سطحی موج
426 ₄₆	14.9	ذو برق تختی مویج
429 ₄₇	14.10	شیش ریشہ
432 ₄₈	14.11	پردہ بصارت
434 ₄₉	14.12	گھمکی خلاء
437 ₅₀	14.13	میکس ویل مساوات کا عمومی حل

- 445⁵² تعارف 15.1
- 445⁵³ تاخیری دباو 15.2
- 447⁵⁴ تکمل 15.3
- 448⁵⁵ مختصر جفت قطبی ایٹینا 15.4
- 456⁵⁶ مختصر جفت قطب کا اخراجی مزاحمت 15.5
- 460⁵⁷ ٹھوس زاویہ 15.6
- 461⁵⁸ اخراجی رقبہ، سمتیت اور افزائش 15.7
- 468⁵⁹ قطاری ترتیب 15.8
- 468⁶⁰ 15.8.1 غیر سمتی، دو نقطہ منبع
- 469⁶¹ 15.8.2 ضرب نقش
- 470⁶² 15.8.3 ثنائی قطار
- 472⁶³ 15.8.4 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار
- 474⁶⁴ 15.8.5 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: چوڑائی جانب اخراجی قطار
- 474⁶⁵ 15.8.6 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: لمبائی جانب اخراجی قطار
- 478⁶⁶ 15.8.7 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: بدلنے زاویہ اخراجی ایٹینا
- 479⁶⁷ 15.9 تداخل پیمہ
- 480⁶⁸ 15.10 مسلسل خطی ایٹینا
- 481⁶⁹ 15.11 مستطیل سطحی ایٹینا
- 484⁷⁰ 15.12 اخراجی سطح پر میدان اور دور میدان آپس کے فوریر بدل ہیں
- 484⁷¹ 15.13 خطی ایٹینا
- 489⁷² 15.14 چلتے موج ایٹینا
- 490⁷³ 15.15 چھوٹا گھیرا ایٹینا
- 491⁷⁴ 15.16 پیچ دار ایٹینا
- 493⁷⁵ 15.17 دو طرفہ کردار
- 495⁷⁶ 15.18 جھری ایٹینا
- 496⁷⁷ 15.19 پیپا ایٹینا
- 498⁷⁸ 15.20 فرانس ریڈار مساوات
- 501⁷⁹ 15.21 ریڈیائی دورین، ایٹینا کی حرارت اور تحلیلی کارکردگی
- 503⁸⁰ 15.22 حرارت نظام اور حرارت بعید

مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادے اور امالہ

برقی چارج کے گرد برقی میدان پایا جاتا ہے جس میں موجود ساکن یا حرکت کرتے چارج پر قوت دفع یا قوت کشش پایا جاتا ہے۔ مقناطیسی میدان برقی رول یعنی حرکت کرتے چارج سے پیدا ہوتا ہے اور اس میدان میں حرکت کرتے چارج پر قوت پائی جاتی ہے۔ مقناطیسی میدان ساکن چارج پر قوت پیدا نہیں کرتا۔

اس باب میں برقی رول گزارتی تار پر قوت اور مروڑ کا جائزہ لیا جائے گا۔ اس کے بعد مقناطیسی اشیاء اور آخر میں امالہ پر غور کیا جائے گا۔

8.1 متحرک چارج پر قوت

تجربے سے ثابت ہوتا ہے کہ برقی میدان میں چارج بردار ذرے پر

$$F = QE \quad (8.1)$$

قوت اثر انداز ہوتی ہے۔ مثبت چارج کی صورت میں یہ قوت برقی میدان کے شدت E کی سمت میں ہوتی ہے۔ قوت کی قیمت چارج Q اور برقی میدان کی شدت E کے حاصل ضرب کے برابر ہوتی ہے۔ چارج ساکن ہو یا حرکت کر رہا ہو، اس پر قوت کی مقدار اسی مساوات سے حاصل ہوتی ہے۔

اسی طرح تجربے سے ثابت ہوتا ہے کہ مقناطیسی میدان میں ساکن چارج بردار ذرے پر مقناطیسی میدان کوئی قوت پیدا نہیں کرتا البتہ متحرک چارج بردار ذرے پر مقناطیسی میدان

$$F = Qv \times B \quad (8.2)$$

قوت پیدا کرتا ہے۔ یہ قوت چارج کے براہ راست متناسب ہوتی ہے۔ اسی طرح قوت چارج کے رفتار v ، کثافت مقناطیسی میدان B اور ان دو کے مابین زاویہ کے سائن کے بھی براہ راست متناسب ہوتی ہے۔ قوت کی سمت v اور B دونوں کے عمودی یعنی $v \times B$ سمت میں ہوتی ہے۔

مقناطیسی قوت رفتار کے عمودی ہے لہذا یہ رفتار کے قیمت پر اثر انداز نہیں ہوتا البتہ یہ اس کی سمت پر ضرور اثر ڈالتا ہے۔ اس طرح مقناطیسی قوت چارج بردار ذرے کے متحرک توانائی میں تبدیلی لانے سے قاصر ہے۔ اس کے برعکس برقی قوت جسے مساوات 8.1 بیان کرتا ہے چارج بردار ذرے کی رفتار میں تبدیلی پیدا کرتے ہوئے حرکی توانائی میں تبدیلی پیدا کرتا ہے۔ دونوں میدانوں میں یہ بنیادی فرق ہے کہ برقی میدان تبادلہ توانائی میں کردار ادا کرتا ہے جبکہ مقناطیسی میدان تبادلہ توانائی میں کردار ادا نہیں کرتا۔

دونوں میدانوں کے بیک وقت موجودگی میں چارج بردار ذرے پر کل قوت

$$(8.3) \quad \mathbf{F} = Q (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

دونوں میدانوں سے علیحدہ علیحدہ پیدا قوتوں کے مجموعے کے برابر ہے۔ مساوات 8.3 **لورنزمساوات قوت**²¹ کہلاتی ہے۔ برقی اور مقناطیسی میدانوں میں چارج بردار ذرے، مثلاً الیکٹران، کے راہ اسی مساوات کو حل کرتے ہوئے حاصل کئے جاتے ہیں۔

2409

2410

مشق 8.1: ایک عدد نقطہ چارج جس کی قیمت $3C$ اور رفتار $\mathbf{v} = 2a_x - 3a_y + a_z$ ہو پر مندرجہ ذیل میدانوں میں قوت کی حتمی قیمت حاصل کریں۔ (الف) $\mathbf{E} = 3a_x - 2a_y - 5a_z$ ، (ب) $\mathbf{B} = -2a_x - 3a_y + 6a_z$ ، (پ) دونوں میدانوں کے بیک وقت موجودگی میں۔

2412

2413

جوابات: 78.7 N ، 71.3 N ، 18.49 N

2414

8.2 تفرقی چارج پر قوت

2415

مقناطیسی میدان میں متحرک تفرقی چارج dQ پر تفرقی قوت $d\mathbf{F}$ عمل کرے گی۔

$$(8.4) \quad d\mathbf{F} = dQ \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

آپ جانتے ہیں کہ منفی چارج کی باریک ترین مقدار الیکٹران کا چارج ہے۔ مثبت چارج کی باریک ترین قیمت بھی اتنی ہی لیکن مثبت قطب کی ہے۔ منفی چارج کو مثال بناتے ہوئے، یوں مندرجہ بالا مساوات میں تفرقی چارج سے مراد کم از کم اتنا چارج ہے جس میں الیکٹرانوں کی تعداد اتنی ہو کہ کسی ایک الیکٹران کے چارج کا اثر قابل نظر انداز ہو۔ اسی طرح اس تفرقی چارج کا حجم اگرچہ چھوٹا ہے لیکن اس حجم کی جسامت الیکٹرانوں کے مابین اوسط فاصلے سے بہت زیادہ ہے۔ مساوات 8.4 تفرقی چارج پر کل قوت دیتا ہے۔ یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ یہ قوت کسی ایک الیکٹران پر اثر انداز نہیں ہوتا بلکہ یہ تمام الیکٹرانوں پر علیحدہ علیحدہ قوتوں کا مجموعہ ہے۔

2420

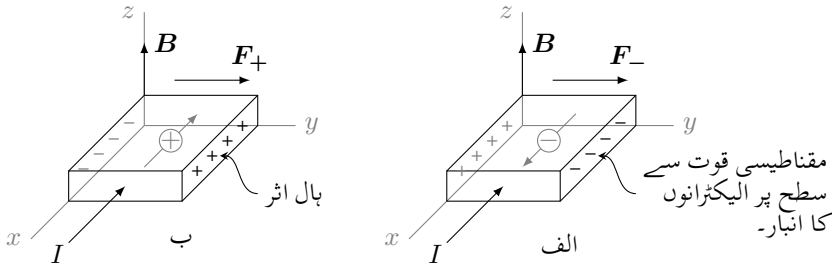
موصل تار میں برقی رو، الیکٹران کے حرکت کی بدولت ہے۔ برقی رو گزارتے تار کو مقناطیسی میدان میں رکھنے سے تار میں ہر الیکٹران پر مقناطیسی قوت کا اثر پایا جائے گا۔ اگرچہ کسی ایک الیکٹران پر انتہائی کم قیمت کا قوت پایا جاتا ہے لیکن موصل تار میں الیکٹرانوں کی تعداد انتہائی زیادہ ہوتی ہے۔ یوں انتہائی زیادہ تعداد میں انتہائی کم قوتوں کا مجموعہ معقول قیمت کی قوت پیدا کرتا ہے۔ آئیں دیکھتے ہیں کہ یہ مجموعی قوت تار تک کس طرح منتقل ہوتی ہے۔

2423

موصل میں مثبت ایٹم یا آئن ساکن ہوتے ہیں جبکہ الیکٹران آزادی سے حرکت کر سکتے ہیں۔ مقناطیسی میدان میں برقی رو گزارتے موصل تار میں حرکت پذیر منفی الیکٹران پر مقناطیسی قوت عمل کرتی ہے جس سے مثبت آئن اور منفی الیکٹران کے مابین فاصلوں میں تبدیلی رونما ہوتی ہے۔ اب مثبت اور منفی چارج کے مابین کولومب قوتیں ایسی تبدیلی کو روکتے ہیں لہذا حرکت پذیر الیکٹران پر مقناطیسی قوت یوں ساکن آئن تک پہنچ پاتی ہیں جو بطور تار پر مقناطیسی قوت کی صورت میں رد و نما ہوتی ہے۔

2427

¹ یہ مساوات ہینڈرک لورنٹز کے نام ہے۔
Lorentz force equation²



شکل 8.1: ہال اثر سے متحرک چارج کا قطب دریافت کیا جا سکتا ہے۔

مثبت آئن اور منفی الیکٹران کے مابین کولمب قوتیں انتہائی طاقتور ہوتی ہیں لہذا مقناطیسی میدان سے پیدا فاصلوں میں تبدیلی قابل ناپ نہیں ہوتی۔ مثبت اور منفی چارجوں کے مابین فاصلے کی بنا پر انہیں دو چادر کپیسٹر تصور کیا جاسکتا ہے۔ ہم جانتے ہیں کہ ایسے کپیسٹر کے چادروں کے مابین برقی دباؤ پایا جاتا ہے۔ یوں الیکٹران کے حرکت اور مقناطیسی میدان دونوں کی سمتوں کے عمودی دوالٹ اطراف کے مابین تار پر معمولی برقی دباؤ پایا جاتا ہے جسے **ہال اثر**³ کے نام⁴ سے جانا جاتا ہے۔

ہال اثر کو شکل 8.1 کی مدد سے باآسانی سمجھا جاسکتا ہے۔ شکل-الف میں موصل n قسم کے نیم موصل برقی رو گزارتا ہار دکھایا گیا ہے۔ تار میں برقی رو I کی بہت a_x ہے لہذا تار میں آزاد منفی چارج اس کے الٹ یعنی a_x سمت میں حرکت کر رہے ہیں۔ تار میں آزاد الیکٹران کو ہلکی سیابہی میں تیر کے نشان پر دائرے میں بند علامت سے ظاہر کیا گیا ہے جہاں تیر اس کے حرکت کی سمت ظاہر کرتا ہے۔ یہ تار a_z سمت کے مقناطیسی میدان میں پڑی ہے۔ تار میں آزاد چارج منفی قطب کے ہیں لہذا ان پر مساوات 8.2 کے تحت a_y سمت میں قوت F_- عمل کرے گا۔ قوت کی علامت پر زیر نوشت میں منفی کی علامت یہ ظاہر کرتی ہے کہ یہ قوت متحرک منفی چارج پر اثر انداز ہوتا ہے۔ یوں تار کے دائیں طرف پر منفی الیکٹرانوں کا انبار جمع ہوتا ہے جبکہ تار کے بائیں طرف پر الیکٹران کی تعداد کم ہو جاتی ہے جس سے اس جانب ساکن مثبت آئن **پے پر وہ**⁵ ہو جاتے ہیں۔ شکل 8.1-الف میں تار کے دائیں طرف $-$ اور بائیں طرف $+$ کے علامات انہیں کو ظاہر کرتے ہیں۔ آپ جانتے ہیں کہ مثبت اور منفی چارج کے مابین برقی میدان کی شدت E اور یوں برقی دباؤ پایا جاتا ہے لہذا تار کے دائیں اور بائیں اطراف کے مابین **ہال برقی دباؤ**⁶ پایا جائے گا۔ تار کا بائیں طرف ہال برقی دباؤ کا مثبت سرا ہو گا۔

2438

آئیں ایسی صورت دیکھیں جہاں متحرک مثبت چارج کی بدولت برقی رو پائی جائے۔ شکل 8.1-ب میں بقایا صورت حال بالکل شکل-الف کی طرح ہے البتہ یہاں تار p قسم کے نیم موصل کا بنا ہوا ہے جس میں برقی رو مثبت **آزاد خول**⁷ کے حرکت سے پیدا ہوتی ہے۔ یوں اگر برقی رو a_x سمت میں ہو تب آزاد خول بھی اسی سمت میں حرکت کریں گے۔ جیسے شکل میں دکھایا گیا ہے یہاں بھی مقناطیسی قوت آزاد چارج کو دائیں جانب دھکیل رہے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس بار ہال برقی دباؤ کا مثبت سرا تار کا دائیں طرف پایا جاتا ہے جو شکل-الف کے عین الٹ ہے۔ اس حقیقت کو استعمال کرتے ہوئے یہ معلوم کیا جاسکتا ہے کہ آیا نیم موصل p یا n قسم کا ہے۔

2443

ہال اثر استعمال کرتے ہوئے مختلف پیمائشی آلات بنائے جاتے ہیں مثلاً ایک **سمتی رو پیماء**، **مقناطیسی بہاؤ پیماء**⁸ وغیرہ۔

2444

سمتی رفتار v سے حرکت کرتا ہوا حجمی کثافت چارج ρ_h کثافت برقی رو J

(8.5)

$$J = \rho_h v$$

کو جنم دیتا ہے۔ اس مساوات کو صفحہ 127 پر حاصل کیا گیا۔ چھوٹے حجم dh میں تھوڑے سے چارج کو

(8.6)

$$dQ = \rho_h dh$$

³ Hall effect

⁴ ایڈون حال نے اس اثر کو 1879 میں دریافت کیا۔

⁵ uncovered

⁶ Hall voltage

⁷ free holes

⁸ magnetic flux meter

لکھا جاسکتا ہے لہذا مساوات 8.4 کو

$$d\mathbf{F} = \rho_h dh \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

یا

$$(8.7) \quad d\mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} dh$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ہم مساوات 7.6 میں دیکھ چکے ہیں کہ $\mathbf{J} dh$ کو برقی رو گزارتے تار کا تفرقی حصہ تصور کیا جاسکتا ہے جسے

$$\mathbf{J} dh = \mathbf{K} dS = I d\mathbf{L}$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔ اس طرح مساوات 8.7 کو

$$(8.8) \quad d\mathbf{F} = \mathbf{K} \times \mathbf{B} dS$$

یا

$$(8.9) \quad d\mathbf{F} = I d\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

2445

بھی لکھا جاسکتا ہے۔

مساوات 8.7، مساوات 8.8 اور مساوات 8.9 کے مکمل سے انہیں یوں

$$(8.10) \quad \mathbf{F} = \int_h \mathbf{J} \times \mathbf{B} dh$$

$$(8.11) \quad \mathbf{F} = \int_S \mathbf{K} \times \mathbf{B} dS$$

$$(8.12) \quad \mathbf{F} = \oint I d\mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

2446

لکھا جاسکتا ہے۔

مساوات 8.12 میں اگر سیدھی تار لی جائے جس کی لمبائی L ہو تو مکمل سے

$$(8.13) \quad \mathbf{F} = IL \times \mathbf{B}$$

حاصل ہوتا ہے جس میں قوت کی قیمت

$$(8.14) \quad F = ILB \sin \alpha$$

ہے جہاں تار اور مقناطیسی میدان کے درمیان زاویہ α ہے۔ مساوات 8.13 اور مساوات 8.14 پورے دور کے کچھ حصے پر قوت دیتے ہیں۔ دور کے بقایا حصوں پر بھی اسی طرح قوت حاصل کئے جاسکتے ہیں۔

2448

2449

مثال 8.1: محدود لمبائی کی تار میں 1.5 A کی برقی رو α_z جانب گزر رہی ہے۔ اس کے قریب نقطہ $N_1(3, 2, 5)$ تا $N_2(4, 6, 1)$ کے درمیان سیدھی موصل تار میں 2.3 A کی برقی رو N_1 سے N_2 کی جانب گزر رہی ہے۔ اس تار پر مقناطیسی قوت حاصل کریں۔

2451

حل: پہلی تار مقناطیسی میدان

$$\begin{aligned} B &= \frac{1.5\mu_0}{2\pi\rho} a_\phi \\ &= \frac{1.5\mu_0}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}} \left(-\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} a_x + \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} a_y \right) \\ &= \frac{1.5\mu_0}{2\pi(x^2+y^2)} (-y a_x + x a_y) \end{aligned}$$

پیدا کرتا ہے جو دوسری تار کے چھوٹے حصے $dL = dx a_x + dy a_y + dz a_z$ پر قوت

(8.15)

$$dF = 2.3 dL \times B$$

پیدا کرے گی۔ تار کی مساوات $L = x a_x + y a_y + z a_z$ میں x ، y اور z متغیرات کو ایک ہی متغیر t کی صورت میں یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$x = 3 + (4 - 3)t = 3 + t$$

$$y = 2 + (6 - 2)t = 2 + 4t$$

$$z = 5 + (1 - 5)t = 5 - 4t$$

جہاں $t = 0$ پر کرنے سے ابتدائی نقطہ $N_1(3, 2, 5)$ اور $t = 1$ پر کرنے سے اختتامی نقطہ $N_2(4, 6, 1)$ حاصل ہوتا ہے۔ یوں

$$L = (3 + t)a_x + (2 + 4t)a_y + (5 - 4t)a_z$$

لکھ کر $dL = dt a_x + 4 dt a_y - 4 dt a_z$ لکھا جاسکتا ہے۔ اس طرح پوری تار پر قوت مساوات 8.15 کے مکمل سے یوں

$$\begin{aligned} F &= \int_0^1 2.3(a_x + 4a_y - 4a_z) dt \times \frac{1.5\mu_0}{2\pi[(3+t)^2 + (2+4t)^2]} [-(2+4t)a_x + (3+t)a_y] \\ &= \int_0^1 \frac{3.45\mu_0}{2\pi(17t^2 + 22t + 13)} [4(t+3)a_x + 8(2t+1)a_y + (17t+11)a_z] dt \end{aligned}$$

لکھی جاسکتی ہے جس سے

$$F = 369a_x + 386a_y + 478a_z \text{ nN}$$

2452

حاصل ہوتا ہے۔

2453

8.3 برقی رو گزارتے تفرقی تاروں کے مابین قوت

2454

شکل میں نقطہ N_1 پر تار کا ایک چھوٹا ٹکڑا dL_1 دکھایا گیا ہے جس میں I_1 برقی رو گزر رہی ہے جبکہ نقطہ N_2 پر تار کا دوسرا چھوٹا ٹکڑا dL_2 دکھایا گیا ہے جس میں I_2 برقی رو گزر رہی ہے۔ نقطہ N_2 پر تار کے پہلے ٹکڑے سے پیدا مقناطیسی میدان مساوات 7.2 دیتا ہے۔

2456

$$dH_2 = \frac{I_1 dL_1 \times a_{R21}}{4\pi R_{21}^2}$$

مساوات 8.9 مقناطیسی میدان H_2 میں تار کے تفرقی حصے پر تفرقی قوت دیتا ہے۔ یہاں تفرقی مقناطیسی میدان dH_2 سے dL_2 پر پیدا قوت درکار ہے۔ اس قوت کو تفرقی قوت کا تفرقی حصہ $d(dF_2)$ لکھتے ہوئے مساوات 8.9 کو

$$d(dF_2) = I_2 dL_2 \times dB_2$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں $dB_2 = \mu_0 dH_2$ کے برابر ہے۔ مندرجہ بالا دو مساوات سے

$$(8.16) \quad d(dF_2) = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{4\pi R_{21}^2} dL_2 \times (dL_1 \times a_{R21})$$

حاصل ہوتا ہے۔ یاد رہے کہ کسی بھی نقطے پر برقی رو سے پیدا مقناطیسی میدان حاصل کرتے وقت ضروری ہے کہ پورے تار پر مکمل حاصل کیا جائے۔ مندرجہ بالا مساوات میں نقطہ N_2 پر مکمل مکمل لیتے ہوئے میدان H_2 استعمال نہیں کیا گیا بلکہ تفرقی میدان dH_2 استعمال کیا گیا ہے۔ یوں اگر اس مساوات سے قوتیں حاصل کی جائیں تو یہ درست نہیں ہوں گی۔ یہ دیکھنے کے لئے تصور کریں کہ نقطہ $(1, 2, 3)$ پر $I_1 dL_1 = 2a_y A \text{ m}$ جبکہ نقطہ $(-1, 3, 2)$ پر $I_2 dL_2 = -4a_z A \text{ m}$ پایا جاتا ہے۔ دوسرے نقطے پر قوت حاصل کرتے ہیں۔ یہاں $R_{21} = -2a_x + a_y - a_z$ ہے لہذا دوسرے تار پر قوت

$$\begin{aligned} d(dF_2) &= \frac{4\pi 10^{-7}}{4\pi (2^2 + 1^2 + 1^2)^{\frac{3}{2}}} (-4a_z) \times \left[(2a_y) \times (-2a_x + a_y + 2a_z) \right] \\ &= -108.86 a_y \text{ nN} \end{aligned}$$

ہوگا۔ اب بالکل اسی طرح حل کرتے ہوئے پہلے نقطے پر

$$\begin{aligned} d(dF_1) &= \frac{4\pi 10^{-7}}{4\pi (2^2 + 1^2 + 1^2)^{\frac{3}{2}}} (2a_y) \times \left[(-4a_z) \times (2a_x - a_y - 2a_z) \right] \\ &= 54.4 a_z \text{ nN} \end{aligned}$$

قوت حاصل ہوتی ہے جہاں $R_{12} = -R_{21}$ استعمال کیا گیا۔ آپ کو یاد ہو گا کہ چھوٹے سے چھوٹے مقدار کے دو چارجوں کے مابین ہر صورت قیمت میں برابر اور سمت میں الٹ قوتیں پائی جاتی ہیں۔ مقناطیسی میدان میں ایسا نہیں ہے اور برقی رو گزارتے دو چھوٹے حصوں پر نا تو قوت کی قیمتیں برابر ہیں اور نہ ہی ان کی سمتوں کا آپس میں کوئی تعلق ہے۔ یہاں یہ سمجھ لینا ضروری ہے کہ مقناطیسی میدان میں مکمل بند دور حل کرتے ہوئے ہی صحیح جوابات حاصل ہوتے ہیں لہذا ایسا ہی کرتے ہیں۔

2460

مساوات 8.16 کا دو درجی مکمل لیتے ہوئے

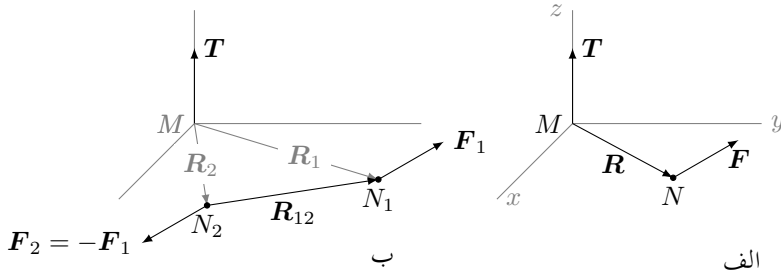
$$\begin{aligned} (8.17) \quad F_2 &= \mu_0 \frac{I_1 I_2}{4\pi} \oint \left[dL_2 \times \oint \frac{dL_1 \times a_{R21}}{R_{21}^2} \right] \\ &= \mu_0 \frac{I_1 I_2}{4\pi} \oint \left[\oint \frac{a_{R21} \times dL_1}{R_{21}^2} \right] \times dL_2 \end{aligned}$$

2461

حاصل ہوتا ہے۔

مندرجہ بالا مساوات میں اندرونی مکمل نقطہ N_2 پر مقناطیسی میدان حاصل کرنے کے لئے درکار ہے جبکہ بیرونی مکمل اسی نقطے پر تار پر کل قوت حاصل کرنے کے لئے درکار ہے۔

2463



شکل 8.2: قوت کا معیار اثر۔

8.4 قوت اور مروڑ

مساوات 8.12 مقناطیسی میدان میں برقی رو گزارتے تار پر قوت دیتا ہے جسے یکساں میدان میں B کو تکمیل کے باہر لے جاتے ہوئے

$$\mathbf{F} = -B \times \oint d\mathbf{L}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اب کوئی بھی برقی دور مکمل بند دائرہ بناتا ہے۔ کسی بھی شکل کے بند دائرے کا لکیری تکمیل $\oint d\mathbf{L} = 0$ ہوتا ہے لہذا یکساں میدان میں برقی دور کے پورے تار پر کل صفر قوت پایا جائے گا۔ البتہ اگر میدان یکساں نہ ہو تب ضروری نہیں کہ پورے دور پر قوت صفر ہو۔

مساوات 8.10 اور مساوات 8.11 کے برقی رو کو بھی متعدد متوازی جڑے باریک تار نما ٹکڑوں میں تقسیم کیا جاسکتا ہے۔ ایسے ہر باریک تار پر بھی یکساں میدان میں صفر قوت ہوگا لہذا ان اشکال کے برقی رو کے ادوار پر بھی کل صفر قوت ہی پایا جائے گا۔

یکساں میدان میں پورے دور پر صفر قوت پایا جاتا ہے البتہ دور پر **مروڑ** یعنی **قوت کا معیار اثر**¹⁰ عموماً صفر نہیں ہوتا۔ قوت کا معیار اثر حاصل کرنے کی خاطر قوت اور مروڑ کے **محور یعنی پُچول**¹¹ کا جاننا ضروری ہے۔ شکل 8.2-الف میں نقطہ N پر قوت \mathbf{F} عمل کر رہا ہے۔ ہم نقطہ M کو محور چنتے ہیں۔ نقطہ M سے N تک سمتی فاصلہ \mathbf{R} قوت کا **ہاز**¹² کہلاتا ہے۔ قوت کا معیار اثر

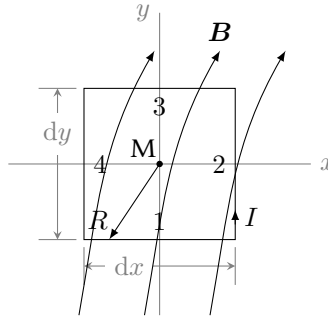
$$(8.18) \quad \mathbf{T} = \mathbf{R} \times \mathbf{F}$$

کے برابر ہے۔ مروڑ کی قیمت، قوت کے ہاز کی لمبائی ضرب قوت کی قیمت ضرب ان دو کے مابین زاویے کے سائن کے برابر ہے جبکہ اس کی سمت دونوں کے **عروج** کے جسے **صلیبی ضرب** سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

شکل 8.2-ب میں پختہ شکل کے جسم پر دو مختلف نقطوں پر برابر مگر الٹ سمت کے قوت لاگو کئے گئے ہیں۔ چونکہ اس جسم پر کل قوت صفر کے برابر ہے لہذا یہ کسی بھی سمت میں سیدھی حرکت نہیں کرے گی۔ محور M پر ان قوتوں کے مروڑ کا مجموعہ

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \mathbf{R}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{R}_2 \times \mathbf{F}_2 \\ &= (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2) \times \mathbf{F}_1 \\ &= \mathbf{R}_{12} \times \mathbf{F}_1 \end{aligned}$$

ہوگا جہاں دوسرے قدم پر $\mathbf{F}_2 = -\mathbf{F}_1$ پر کیا گیا ہے۔ اس مساوات میں قوتوں کے محور کا \mathbf{R}_{12} پر کوئی اثر نہیں ہے لہذا کل قوت صفر ہونے کی صورت میں مروڑ کی قیمت محور پر منحصر نہیں ہے۔ اسی عمل کو زیادہ قوتوں پر بھی لاگو کیا جاسکتا ہے۔



شکل 8.3: مقناطیسی میدان میں برقی دو گزارنے تفرقی بند دائرے پر مروڑ۔

چونکہ مروڑ کی قیمت محور پر منحصر نہیں ہے لہذا ہم محور اس مقام پر چن سکتے ہیں جس پر مروڑ کا حصول زیادہ آسان ہو۔ ہم سطحی قوتوں کی صورت میں ایسا محور عموماً قوتوں کے ہم سطحی، جسم کے دھرے پر پایا جاتا ہے۔

2474

آئیں شکل 8.3 میں دئے برقی دو گزارنے تار پر غیر یکساں مقناطیسی میدان $B = B_x \mathbf{a}_x + B_y \mathbf{a}_y + B_z \mathbf{a}_z$ میں مروڑ حاصل کریں۔ تصور کریں کہ تار چول M پر صرف گھوم سکتا ہے۔ اس تار کے اطراف dx اور dy ہیں جبکہ اس میں برقی رو I کی سمت تیر کے نشان سے ظاہر کی گئی ہے۔ اس چھوٹے رقبے کے وسط M پر مقناطیسی میدان

(8.19)

$$B_0 = B_{x0} \mathbf{a}_x + B_{y0} \mathbf{a}_y + B_{z0} \mathbf{a}_z$$

کے برابر ہے۔ یوں وسط سے $-\frac{dy}{2}$ جانب نقطہ 1 پر مقناطیسی میدان ٹیلر تسلسل سے

$$B_1 = B_0 - \frac{\partial B}{\partial y} \frac{dy}{2} + \dots$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں تمام تفرق نقطہ M پر حاصل کئے جاتے ہیں۔ صرف ایک درجی تفرق رکھتے ہوئے یوں

$$B_1 = \left(B_{x0} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) \mathbf{a}_x + \left(B_{y0} - \frac{\partial B_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) \mathbf{a}_y + \left(B_{z0} - \frac{\partial B_z}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) \mathbf{a}_z$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں راہ کے اس طرف کی تفرقی لمبائی پر تفرقی قوت

$$d\mathbf{F}_1 = I dx \mathbf{a}_x \times B_1$$

یا

$$\begin{aligned} d\mathbf{F}_1 &= I dx \mathbf{a}_x \times \left[\left(B_{x0} - \frac{\partial B_x}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) \mathbf{a}_x + \left(B_{y0} - \frac{\partial B_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) \mathbf{a}_y + \left(B_{z0} - \frac{\partial B_z}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) \mathbf{a}_z \right] \\ &= I dx \left[\left(B_{y0} - \frac{\partial B_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) \mathbf{a}_z - \left(B_{z0} - \frac{\partial B_z}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) \mathbf{a}_y \right] \end{aligned}$$

torque⁹
moment of force¹⁰
pivot¹¹
moment arm¹²

ہوگی۔ اس قوت کا بازو مرکز سے اس طرف کے درمیانے نقطے تک ہوگا یعنی $R_1 = -\frac{dy}{2} a_y$ لہذا اس قوت کا معیار اثر

$$\begin{aligned} dT_1 &= R_1 \times dF_1 \\ &= -\frac{dy}{2} a_y \times I dx \left[\left(B_{y0} - \frac{\partial B_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_z - \left(B_{z0} - \frac{\partial B_z}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_y \right] \\ &= -\frac{I}{2} \left(B_{y0} - \frac{\partial B_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dy a_x \end{aligned}$$

ہوگا۔

اسی طرح وسط سے $\frac{dy}{2}$ + جانب نقطہ 3 پر مقناطیسی میدان مگنٹاٹن تسلسل سے

$$B_3 = B_0 + \frac{\partial B}{\partial y} \frac{dy}{2} + \dots$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں تمام تفرق نقطہ M پر حاصل کئے جاتے ہیں۔ صرف ایک درجی تفرق رکھتے ہوئے یوں

$$B_3 = \left(B_{x0} + \frac{\partial B_x}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_x + \left(B_{y0} + \frac{\partial B_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_y + \left(B_{z0} + \frac{\partial B_z}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_z$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں راہ کے اس طرف کی تفرقی لمبائی پر تفرقی قوت

$$dF_3 = -I dx a_x \times B_3$$

یا

$$\begin{aligned} dF_3 &= -I dx a_x \times \left[\left(B_{x0} + \frac{\partial B_x}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_x + \left(B_{y0} + \frac{\partial B_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_y + \left(B_{z0} + \frac{\partial B_z}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_z \right] \\ &= I dx \left[- \left(B_{y0} + \frac{\partial B_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_z + \left(B_{z0} + \frac{\partial B_z}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_y \right] \end{aligned}$$

ہوگی۔ اس قوت کا بازو مرکز سے اس طرف کے درمیان تک یعنی $R_3 = \frac{dy}{2} a_y$ ہے لہذا اس قوت کا معیار اثر

$$\begin{aligned} dT_3 &= R_3 \times dF_3 \\ &= \frac{dy}{2} a_y \times I dx \left[- \left(B_{y0} + \frac{\partial B_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_z + \left(B_{z0} + \frac{\partial B_z}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) a_y \right] \\ &= -\frac{I}{2} \left(B_{y0} + \frac{\partial B_y}{\partial y} \frac{dy}{2} \right) dx dy a_x \end{aligned}$$

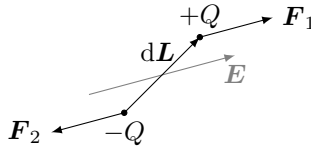
ہوگا۔

ان دو قوتوں کے معیار اثر کا مجموعہ

$$dT_1 + dT_3 = -IB_{y0} dx dy a_x$$

کے برابر ہے۔ بالکل اسی طرح تیسرے اور چھوٹے اطراف کے قوتوں کے معیار اثر کا مجموعہ

$$dT_2 + dT_4 = IB_{x0} dx dy a_y$$



شکل 8.4: برقی جفت قطب پر برقی میدان میں مروڑ۔

حاصل ہوتا ہے۔ یوں تمام اطراف کے قوتوں کے معیار اثر کا مجموعہ

$$dT = I dx dy (B_{x0} a_y - B_{y0} a_x)$$

حاصل ہوتا ہے۔ قوسین میں بندھے کو صلیبی ضرب کی صورت میں لکھا جاسکتا ہے۔ یوں

$$dT = I dx dy (a_z \times B_0)$$

یا

$$(8.20) \quad dT = I dS \times B$$

حاصل ہوتا ہے جہاں بندراہ سمتی رقبے dS کو گھیرتی ہے۔ مندرجہ بالا مساوات میں کثافت مقناطیسی بہا B لکھتے ہوئے زیر نوشت نہیں لکھا گیا۔

بند دائرے میں برقی رو ضرب چھوٹے سمتی رقبے کا حاصل ضرب **تفرقی مقناطیسی جفت قطب کے معیار اثر** dm^{13} کی تعریف ہے جس کی اکائی $A m^2$ ہے۔ یوں

$$(8.21) \quad dm = I dS$$

اور

$$(8.22) \quad dT = dm \times B$$

لکھے جاسکتے ہیں۔

مساوات 8.20، مساوات 8.21 اور مساوات 8.22 عمومی مساوات ہیں جن میں چھوٹا رقبہ dS مربع کے علاوہ کسی بھی شکل کا ہو سکتا ہے اور اس کی سمت کچھ بھی ہو سکتی ہے۔

غیر یکساں مقناطیسی میدان کی صورت میں تار پر کل قوت صفر نہیں ہوگی۔

شکل 8.4 میں برقی میدان میں برقی جفت قطب دکھایا گیا ہے۔ مثبت چارج پر قوت $F_1 = QE$ اور منفی چارج پر قوت $F_2 = -QE$ ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس جفت قطب پر تفرقی مروڑ

$$\begin{aligned} dT &= dL \times QE \\ &= dp \times E \end{aligned}$$

کے برابر ہے جہاں $dp = Q dL$ برقی جفت قطب ہے۔ مروڑ کی سمت صفحہ کے اندر جانب کو ہے۔ آپ نے دیکھا کہ مقناطیسی اور برقی جفت قطب پر مروڑ کے مساوات یکساں ہیں۔ بالکل مقناطیسی جفت قطب کی طرح یہاں بھی مروڑ کا تخمینہ لگاتے وقت جفت قطب کے احاطے میں میدان E کے تبدیلی کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔

مثال 8.2: شکل 8.3 میں چھوٹے رقبے کو اتنا چھوٹا تصور کریں کہ اس پر مقناطیسی میدان یکساں تصور کرنا ممکن ہو۔ ایسی صورت میں تفرقی مروڑ حاصل کہیں۔

حل: یکساں میدان کی صورت میں

$$\begin{aligned} d\mathbf{F}_1 &= I dx \mathbf{a}_x \times (B_{x0} \mathbf{a}_x + B_{y0} \mathbf{a}_y + B_{z0} \mathbf{a}_z) \\ &= I dx (B_{y0} \mathbf{a}_z - B_{z0} \mathbf{a}_y) \end{aligned}$$

اور

$$\begin{aligned} d\mathbf{T}_1 &= -\frac{dy}{2} \mathbf{a}_y \times I dx (B_{y0} \mathbf{a}_z - B_{z0} \mathbf{a}_y) \\ &= -\frac{I}{2} dx dy B_{y0} \mathbf{a}_x \end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ اسی طرح

$$\begin{aligned} d\mathbf{F}_3 &= -I dx \mathbf{a}_x \times (B_{x0} \mathbf{a}_x + B_{y0} \mathbf{a}_y + B_{z0} \mathbf{a}_z) \\ &= I dx (-B_{y0} \mathbf{a}_z + B_{z0} \mathbf{a}_y) \end{aligned}$$

اور

$$\begin{aligned} d\mathbf{T}_3 &= \frac{dy}{2} \mathbf{a}_y \times I dx (-B_{y0} \mathbf{a}_z + B_{z0} \mathbf{a}_y) \\ &= -\frac{I}{2} dx dy B_{y0} \mathbf{a}_x \end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ یوں

$$d\mathbf{T}_1 + d\mathbf{T}_3 = -I dx dy B_{y0} \mathbf{a}_x$$

حاصل ہوتے ہیں۔ اسی طرح

$$d\mathbf{T}_2 + d\mathbf{T}_4 = I dx dy B_{x0} \mathbf{a}_y$$

حاصل ہوتا ہے۔ ان نتائج سے کل مروڑ

$$d\mathbf{T} = I dx dy (B_{x0} \mathbf{a}_y - B_{y0} \mathbf{a}_x)$$

ہی حاصل ہوتا ہے۔

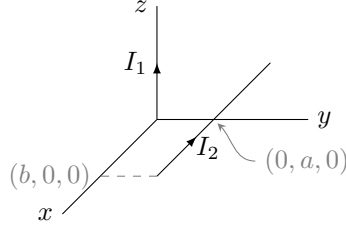
2487

2488

مندرجہ بالا مثال سے ثابت ہوتا ہے کہ غیر یکساں مقناطیسی میدان کی صورت میں مروڑ حاصل کرتے وقت چھوٹے رقبے پر میدان کی تبدیلی کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اس مثال سے یہ بھی ظاہر ہے کہ یکساں مقناطیسی میدان میں تار پر کل قوت صفر کے برابر ہوتی ہے۔ اگر مقناطیسی میدان حقیقت میں یکساں ہی ہو تب کسی بھی بڑے رقبے پر بھی مروڑ بالکل اسی مساوات



شکل 8.5: مروڑ دونوں مقناطیسی میدان کو متوازی بنانے کی کوشش کرتا ہے۔



شکل 8.6: چھوٹی تار پر مروڑ کا حصول۔

سے حاصل ہوگا البتہ غیر یکساں میدان کی صورت میں مروڑ کی تعریف استعمال کرتے ہوئے ہی صحیح جواب حاصل ہوگا۔ سوال 8.9 میں آپ سے غیر یکساں میدان میں مروڑ حاصل کرنے کو کہا گیا ہے جبکہ سوال 8.10 میں مندرجہ بالا مساوات استعمال کرنے کو کہا گیا ہے۔

2490

غور کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ برقی رو گزارتے بند دائرے پر مروڑ اس سمت میں دائرے کو گھمانے کی کوشش کرتا ہے جس میں دائرے سے پیدا مقناطیسی میدان اور بیرونی لاگو مقناطیسی میدان کی سمتیں ایک ہی ہوں۔ اس حقیقت کو شکل 8.5 کی مدد سے یاد رکھا جاسکتا ہے جہاں برقی رو گزارتے تار کی جگہ چھوٹا مقناطیس بیرونی میدان میں دکھایا گیا ہے۔ چھوٹا مقناطیس اس سمت میں گھومتا ہے جہاں دونوں میدان متوازی ہوں۔

2493

2494

مثال 8.3: محدود z پر لا محدود لمبائی کے تار میں I_1 برقی رو a_z سمت میں گزر رہی ہے۔ اس کے قریب سطح $z = 0$ پر تار $y = a$ ، $-b < x < b$ میں $-a_x$ سمت میں I_2 برقی رو گزر رہی ہے۔ نقطہ $(0, a, 0)$ پر محور تصور کرتے ہوئے لمبی تار کے میدان میں چھوٹی تار پر مروڑ حاصل کریں۔ صورت حال شکل 8.6 میں دکھائی گئی ہے۔

2497

حل: محدود z پر برقی رو میدان

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \rho} a_\phi$$

پیدا کرتی ہے جسے کارتیسی نظام میں

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(x^2 + y^2)}(-y a_x + x a_y)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس میدان کی قیمت اور سمت غیر یکساں ہیں۔ کارتیسی میدان میں انتہائی چھوٹی لمبائی کو

$$dL = dx a_x + dy a_y + dz a_z$$

لکھا جاتا ہے۔ چھوٹی تار پر $dy = 0$ اور $dz = 0$ ہیں لہذا $dL = dx a_x$ لکھتے ہوئے تار کے انتہائی چھوٹے حصے پر قوت

$$dF = I dL \times B$$

$$= I_2 dx a_x \times \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(x^2 + y^2)}(-y a_x + x a_y)$$

$$= \frac{I_1 I_2 \mu_0 x dx a_z}{2\pi(x^2 + y^2)}$$

¹⁴ طلباء یہاں عموماً غلطی کرتے ہوئے $dL = -dx a_x$ لکھتے ہیں۔ یاد رہے کہ تکمیل میں ابتدائی اور اختتامی نقطے دراصل سمت تعین کرتے ہیں۔

لکھا جاسکتا ہے۔ نقطہ $(0, a, 0)$ کو محور تصور کرتے ہوئے $R = x\mathbf{a}_x$ لکھا جائے گا۔ یوں تار کی انتہائی چھوٹے حصے پر مروڑ

$$\begin{aligned} d\mathbf{T} &= \mathbf{R} \times d\mathbf{F} \\ &= x\mathbf{a}_x \times \frac{I_1 I_2 \mu_0 x \, dx \mathbf{a}_z}{2\pi(x^2 + y^2)} \\ &= -\frac{I_1 I_2 \mu_0 x^2 \mathbf{a}_y}{2\pi(x^2 + y^2)} dx \end{aligned}$$

ہوگا۔ یوں پورے تار پر کل مروڑ

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= \int_b^{-b} -\frac{I_1 I_2 \mu_0 x^2 \mathbf{a}_y}{2\pi(x^2 + y^2)} dx \\ &= \frac{I_1 I_2 \mu_0}{\pi} \left(b - a \tan^{-1} \frac{b}{a} \right) \mathbf{a}_y \quad \text{Nm} \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں $y = a$ پر کیا گیا ہے۔

2498

2499

8.5 فولادی مقناطیسی اشیاء اور مقناطیسی خطے

2500

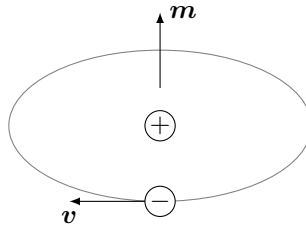
شکل 8.7 میں ایٹمی مرکز کے گرد مدار میں گھومتا الیکٹران دکھایا گیا ہے۔ حرکت کرتا چارج برقی رو پیدا کرتا ہے۔ ایسی برقی رو جو مقید الیکٹران کی بنا ہو **مقید برقی رو**¹⁵ کہلائی جاتی ہے۔ اس الیکٹران کو بند گول دائرے پر مقید برقی رو تصور کیا جاسکتا ہے جو مقناطیسی جفت قطب m کو جنم دیتی ہے۔ الیکٹران منفی ہونے کی وجہ سے مقید برقی رو v کے الٹ سمت میں ہوگی۔ ایٹمی مسائل صرف **کو انٹرمیکانیٹ**¹⁶ سے ہی سمجھے جاسکتے ہیں۔ یہاں صرف اتنا بتانا ضروری ہے کہ لوہا، نکل¹⁷ اور کوہالٹ¹⁸ ایسے عناصر ہیں جن کا m قدر زیادہ قیمت رکھتا ہے۔ یہ اشیاء **فولادی مقناطیسی اشیاء**¹⁹ کہلاتے ہیں۔ ہم انہیں اشیاء پر غور کرتے ہیں۔

2504

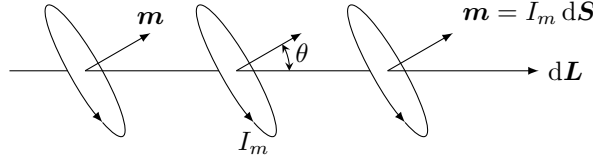
فولادی مقناطیسی اشیاء میں ایٹموں کے باہمی قوتوں کی وجہ سے قریبی جفت قطب ایک ہی سمت میں رخ کر لیتے ہیں۔ ایسے **ہم صف**²⁰ خطوں میں متعدد ایٹم شامل ہوتے ہیں۔ ان خطوں کو **مقناطیسی خطے**²¹ کہتے ہیں۔ مقناطیسی خطے مختلف شکل کے ہو سکتے ہیں اور ان کی جسامت ایک مائیکرو میٹر تا کئی سنٹی میٹر ممکن ہے۔ کبھی کبھار قدرتی مقناطیسی شہ میں انفرادی مقناطیسی خطے کے مقناطیسی جفت قطب کا معیار اثر انتہائی بڑی مقدار کا ہوتا ہے البتہ مختلف مقناطیسی خطوں کے جفت قطب کے رخ مختلف سمتوں میں ہوتے ہیں۔ اسی وجہ سے پورا حجم از خود کوئی مقناطیسی معیار اثر نہیں رکھتا۔ ہاں بیرونی مقناطیسی میدان B_0 لاگو کرنے سے وہ مقناطیسی خطے جو B_0 کے ہی سمت میں رخ کئے ہوں گا حجم بڑھ جاتا ہے جبکہ بقایا مقناطیسی خطوں کا حجم کم ہو جاتا ہے۔ یوں اندرونی مقناطیسی میدان بیرونی میدان سے کئی گنا بڑھ جاتا ہے۔ بیرونی میدان ہٹا دینے سے تمام مقناطیسی خطے اپنی پرانی صورت اختیار نہیں کر پاتے۔ یوں تمام مقناطیسی خطوں کا مجموعی بقایا مقناطیسی معیار اثر رہ جاتا ہے۔ یہ حقیقت کہ مقناطیسی اشیاء کے خصوصیات گزشتہ حالات پر منحصر ہے، **مقناطیسی چال**²² کہلاتا ہے۔

2511

bound current¹⁵
quantum mechanics¹⁶
nickel¹⁷
cobalt¹⁸
ferromagnetic¹⁹
aligned²⁰
magnetic domain²¹
hysteresis²²



شکل 8.7: مدار میں گھومتے الیکٹران کے مقناطیسی جفت قطب کے معیار اثر کو بیرونی میدان کے متوازی دکھایا گیا ہے۔



شکل 8.8: بیرونی مقناطیسی میدان جفت قطب کو صف بستہ کئے ہوئے ہے جس سے بند راہ سے گھیرے گئے سطح میں مقید برقی رو سے اضافہ پایا جاتا ہے۔

8.6 مقناطیسیت اور مقناطیسی مستقل

تصور کریں کہ کسی مادے کے اکائی حجم میں n مقناطیسی جفت قطب پائے جاتے ہوں۔ اس مادے کے Δh حجم میں $n\Delta h$ جفت قطب ہوں گے جن کا اجتماعی مقناطیسی معیار اثر ان کا سمتی مجموعہ

$$m_{\text{کل}} = \sum_{i=1}^{n\Delta h} m_i \quad (8.24)$$

ہوگا۔ انفرادی m مختلف قیمت اور سمت کے ہو سکتے ہیں۔ اجتماعی مقناطیسی معیار اثر ان کا اکائی حجم

$$M = \lim_{\Delta h \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta h} \sum_{i=1}^{n\Delta h} m_i \quad (8.25)$$

کو **مقناطیسیت**²³ پکارا اور M سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ مقناطیسیت کی اکائی بالکل H کے اکائی کی طرح ایمپیئر فی میٹر $\frac{A}{m}$ ہے۔ مندرجہ بالا مساوات کا صفحہ 142 پر دئے مساوات 5.25 کے ساتھ موازنہ کریں جو تقطیب کی تعریف بیان کرتی ہے۔ مندرجہ ذیل پڑھتے ہوئے بھی تقطیب پر تبصرے کو ساتھ ساتھ دیکھتے رہیں۔²⁵¹⁴

شکل 8.8 میں بند راہ کا کچھ حصہ dL دکھایا گیا ہے جس پر مقناطیسی جفت قطب دکھائے گئے ہیں۔ چھوٹے رقبے dS کے گرد گھومتی مقید برقی رو I_m مقناطیسی معیار اثر $m = I_m dS$ کو جنم دیتی ہے۔ بیرونی مقناطیسی میدان لاگو کرنے سے جفت قطب ہم صف ہو کر dL کے ساتھ θ کا زاویہ بناتے ہیں۔ یوں چھوٹے حجم $dS \cdot dL$ یعنی $dS \cos \theta$ میں جفت قطب کی کل تعداد $n dS \cdot dL$ ہوگی۔ انہیں دیکھتے ہیں کہ بند راہ سے گھیری سطح سے گزرتی برقی رو میں بیرونی میدان لاگو کرنے سے کیا تبدیلی رونما ہوتی ہے۔ اگر بند راہ پر a_L جانب چلا جائے تو گھیری گئی سطح بائیں ہاتھ کو ہے۔ بیرونی میدان کے غیر موجودگی میں تمام جفت قطب بالترتیب پائے جاتے۔ بیرونی میدان B لاگو کرنے کی صورت میں تمام کے تمام $n dS \cdot dL$ جفت قطب ہم صف ہو جاتے ہیں جس کی وجہ سے گھیرے سطح سے کل مقید گزرتی برقی رو بڑھ جاتی ہے۔ ہر انفرادی جفت قطب گھیری گئی سطح سے گزرتی برقی رو میں I_m کا اضافہ کرتا ہے لہذا تمام ہم صف جفت قطب مل کر

$$dI_m = n I_m dS \cdot dL = M \cdot dL \quad (8.26)$$

اضافہ پیدا کرتے ہیں۔ پورے بند راہ کے گرد چلتے ہوئے یوں کل اضافہ

$$I_m = \oint M \cdot dL \quad (8.27)$$

ہوگا۔

مندرجہ بالا مساوات ایمپیر کے دوری قانون کی مساوات کے ساتھ قریبی مشابہت رکھتا ہے۔ یوں B اور H کے تعلق پر نظر ثانی کرتے ہوئے یوں بیان کیا جاسکتا ہے کہ یہ خالی خلاء کے علاوہ دیگر اشیاء میں بھی کارآمد ہو۔ ہمارا موجودہ تبصرہ بیرونی میدان B میں جفت قطب پر قوت اور مروڑ پر رہا ہے۔ آئیں B کو ہی بنیادی متغیر تصور کرتے ہوئے H کی بہتر تعریف حاصل کریں۔ ایسا کرنے کی خاطر ایمپیر کے دوری قانون کو آزاد برقی رو I اور مقید برقی رو I_m کے مجموعے $I_{\text{کل}}$ کی صورت

$$(8.28) \quad \oint \frac{B}{\mu_0} \cdot dL = I_{\text{کل}}$$

میں لکھتے ہیں جہاں

$$(8.29) \quad I_{\text{کل}} = I + I_m$$

کے برابر ہے۔ مندرجہ بالا تین مساوات سے

$$(8.30) \quad I = I_{\text{کل}} - I_m = \oint \left(\frac{B}{\mu_0} - M \right) \cdot dL$$

حاصل ہوتا ہے۔ توسین میں بندھے H کی بہتر تعریف لیتے ہیں یعنی

$$(8.31) \quad H = \frac{B}{\mu_0} - M$$

جسے یوں

$$(8.32) \quad B = \mu_0 (H + M)$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔ چونکہ خالی خلاء میں M صفر کے برابر ہوتا ہے لہذا مندرجہ بالا مساوات سے خالی خلاء میں $B = \mu_0 H$ ہی حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 8.30 میں H کی نئی تعریف پر کرنے سے ایمپیر کے دوری قانون کو آزاد برقی رو کی صورت

$$(8.33) \quad I = \oint H \cdot dL$$

میں بیان کیا جاسکتا ہے۔

مختلف اقسام کے برقی رو کے لئے

$$I_m = \oint_S \mathbf{J}_m \cdot d\mathbf{S}$$

$$I_{\text{کل}} = \oint_S \mathbf{J}_{\text{کل}} \cdot d\mathbf{S}$$

$$I = \oint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$$

لکھے جاسکتے ہیں جن سے بذریعہ مسئلہ سٹوکس مساوات 8.27، مساوات 8.33 اور مساوات 8.28 کے گردش

$$\nabla \times \mathbf{M} = \mathbf{J}_m$$

$$\nabla \times \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = \mathbf{J}_{\text{کل}}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}$$

(8.34)

لکھے جاسکتے ہیں۔ ہمیں یہاں سے آگے مساوات 8.33 اور مساوات 8.34 سے غرض رہے گا۔ یہ دونوں مساوات آزاد برقی رو کے تعلق پیش کرتے ہیں۔

مساوات 8.32 کثافت مقناطیسی بہا B ، مقناطیسی میدان کی شدت H اور مقناطیسیت M کے تعلق کو بیان کرتی ہے۔ خطی²⁴ اور غیر سمتی خاصیت²⁵ کے اشیاء میں مقناطیسیت اور میدان کے شدت کا خطی تعلق

$$M = \chi_m H \quad (8.35)$$

پایا جاتا ہے جہاں χ_m کو مقناطیسی اثر پذیری²⁶ کہا جاتا ہے۔ یوں

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 (H + \chi_m H) \\ &= \mu_0 (1 + \chi_m) H \end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ قوسین میں بند حصے کو جزوی مقناطیسی مستقل²⁷ پکارا اور μ_R سے ظاہر کیا جاتا ہے یعنی

$$\mu_R = 1 + \chi_m \quad (8.36)$$

یوں

$$B = \mu_0 \mu_R H$$

یا

$$B = \mu H \quad (8.37)$$

حاصل ہوتا ہے جہاں μ

$$\mu = \mu_0 \mu_R \quad (8.38)$$

مقناطیسی مستقل²⁸ پکارا جاتا ہے۔ جزوی مقناطیسی مستقل μ_R کے استعمال سے بائوٹ سیوارٹ کا قانون اور ایمپیئر کے دوری قانون کو خالی خلاء کے علاوہ ان تمام اشیاء میں بھی استعمال کیا جاسکتا ہے جو خطی اور غیر سمتی خاصیت رکھتے ہوں۔ ایسے اشیاء مساوات 8.35 پر پورا اترتے ہیں۔

2519

نولادی مقناطیسی اشیاء کے μ_R کی قیمت 10 تا 100 000 پائی جاتی ہے۔

2520

سمتی خاصیت²⁹ کے اشیاء میں H کا ہر کار تیمی جزوی B کے ہر کار تیمی جزو پر اثر انداز ہوتا ہے لہذا ان کا تعلق تناوی شکل

$$\begin{aligned} B_x &= \mu_{xx} H_x + \mu_{xy} H_y + \mu_{xz} H_z \\ B_y &= \mu_{yx} H_x + \mu_{yy} H_y + \mu_{yz} H_z \\ B_z &= \mu_{zx} H_x + \mu_{zy} H_y + \mu_{zz} H_z \end{aligned} \quad (8.39)$$

میں لکھا جاسکتا ہے۔ یہ مساوات صفحہ 145 پر دئے مساوات 5.40 کی طرح ہے۔ یوں سمتی خاصیت کے اشیاء میں $B = \mu H$ کے تعلق میں μ تناوی مستقل ہے۔ مساوات

2522

$$B = \mu_0 (H + M) \quad (8.39)$$

مقناطیسی اثر پذیری کی بات کرتے ہوئے خطی تعلق تصور کیا گیا ہے۔ حقیقت میں ایسا خطی تعلق صرف غیر مقناطیسی اشیاء میں ہی پایا جاتا ہے۔

2523

linear²⁴

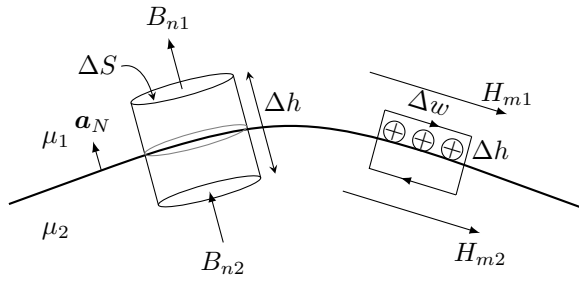
isotropic²⁵

magnetic susceptibility²⁶

relative magnetic constant, relative permeability²⁷

magnetic constant, permeability²⁸

anisotropic²⁹



شکل 8.9: مقناطیسی سرحدی شرائط۔

8.7 مقناطیسی سرحدی شرائط

ہم موصل اور ذو برق کے سرحدی شرائط دیکھ چکے ہیں۔ انہیں دیکھتے ہوئے آگے پڑھیں۔ بالکل انہیں کی طرح شکل 8.9 کی مدد سے مقناطیسی سرحدی شرائط حاصل کرتے ہیں جہاں دو مقناطیسی اشیاء کا سرحد دکھایا گیا ہے جن کے مقناطیسی مستقل μ_1 اور μ_2 ہیں۔ سرحد پر چھوٹے ٹکڑے کی لمبائی کم سے کم کرتے ہوئے گاؤس کے قانون

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

کے اطلاق سے

$$B_{n1}\Delta S - B_{n2}\Delta S = 0$$

یعنی

$$(8.40) \quad B_{n2} = B_{n1}$$

یا

$$(8.41) \quad H_{n2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} H_{n1}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ یوں عمودی B سرحد پر بلا جوڑ ہے جبکہ عمودی H سرحد پر $\frac{\mu_1}{\mu_2}$ کی شرح سے جوڑ دار ہے۔ مندرجہ بالا دو مساوات کو یوں

$$(8.42) \quad \mathbf{a}_N \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0$$

$$(8.43) \quad \mathbf{a}_N \cdot \left(\mathbf{H}_2 - \frac{\mu_1}{\mu_2} \mathbf{H}_1 \right) = 0$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔

سرحد پر عمودی M کا تعلق سرحد پر عمودی H کے تعلق سے حاصل ہوتا ہے۔ خطی خاصیت کے مقناطیسی اشیاء کے لئے یوں

$$(8.44) \quad M_{n2} = \frac{\chi_{m2}}{\chi_{m1}} \frac{\mu_1}{\mu_2} M_{n1}$$

لکھا جاسکتا ہے۔

سرحد پر انتہائی کم موٹائی کے خطے میں کثافت برقی K تصور کرتے ہوئے کثافت کے عمودی ΔL چوڑائی پر برقی $K\Delta L = I_{\Delta L}$ لکھی جاسکتی ہے۔ یوں سرحد پر متوازی اجزاء کا شرط شکل میں مستطیل راہ پر ایمپیر کے دوری قانون

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = I$$

کے اطلاق سے

$$H_{m1}\Delta w - H_{m2}\Delta w = K_{\perp}\Delta w$$

یعنی

$$(8.45) \quad H_{m1} - H_{m2} = K_{\perp}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں K_{\perp} سے مراد K کا وہ حصہ ہے جو H_{m1} اور H_{m2} کے عمودی ہے۔ سمتی ضرب کے استعمال سے مندرجہ بالا مساوات کو

$$(8.46) \quad \mathbf{a}_N \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{K}_{\perp}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں \mathbf{a}_N سرحد پر عمودی اکائی سمتیہ ہے۔ سرحد کے متوازی \mathbf{B} کے لئے یوں

$$(8.47) \quad \frac{B_{m1}}{\mu_1} - \frac{B_{m2}}{\mu_2} = K_{\perp}$$

یا

$$(8.48) \quad \mathbf{a}_N \times \left(\frac{B_{m1}}{\mu_1} - \frac{B_{m2}}{\mu_2} \right) = \mathbf{K}_{\perp}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اسی طرح خطی خاصیت کے اشیاء کے لئے سرحد کے متوازی \mathbf{M} کے لئے

$$(8.49) \quad M_{m2} = \frac{\chi_{m2}}{\chi_{m1}} M_{m1} - \chi_{m2} K_{\perp}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ سرحد پر صفر کثافت برقی رو کی صورت میں مندرجہ بالا تین مساوات سادہ صورت اختیار کر لیتے ہیں۔ دونوں اشیاء غیر موصل ہونے کی صورت میں سرحد پر کثافت برقی رو صفر ہی ہوتی ہے۔

2528

مثال 8.4: مساوات $3x - 2y + 5z < 1$ خطہ-1 جبکہ مساوات $3x - 2y + 5z > 1$ خطہ-2 کو ظاہر کرتی ہے۔ ان خطوں کے جزوی مقناطیسی مستقل $\mu_{R1} = 2.5$ اور $\mu_{R2} = 5$ ہیں۔ خطہ-1 میں $\mathbf{H}_1 = 30\mathbf{a}_x + 20\mathbf{a}_y - 40\mathbf{a}_z$ ہے۔ سرحد کے عمودی، خطہ-1 سے خطہ-2 کی جانب اکائی سمتیہ \mathbf{a}_N حاصل کریں۔ پہلے خطے میں سرحد کے عمودی اور متوازی میدان کے اجزاء حاصل کریں۔ اسی طرح دوسرے خطے میں سرحد کے عمودی اور متوازی میدان حاصل کریں۔ سرحد کے عمود کے ساتھ دونوں خطوں میں میدان کیلکولایو یہ بتاتا ہے۔

2532

حل: سرحدی مساوات کی ڈھلوان سے اکائی سمتیہ حاصل ہوگی۔ چونکہ ڈھلوان کی سمت بڑھتے جانب ہوتی ہے لہذا اس کی سمت خطہ-1 سے خطہ-2 کی جانب ہوگی۔

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_N &= \frac{\nabla(3x - 2y + 5z)}{|\nabla(3x - 2y + 5z)|} \\ &= \frac{3\mathbf{a}_x - 2\mathbf{a}_y + 5\mathbf{a}_z}{\sqrt{38}} \\ &= 0.487\mathbf{a}_x - 0.324\mathbf{a}_y + 0.811\mathbf{a}_z \end{aligned}$$

میدان کا عمودی جزو

$$\begin{aligned} H_{n1} &= (\mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{a}_N) \mathbf{a}_N \\ &= -24.33(0.487\mathbf{a}_x - 0.324\mathbf{a}_y + 0.811\mathbf{a}_z) \\ &= -11.84\mathbf{a}_x + 7.89\mathbf{a}_y - 19.74\mathbf{a}_z \end{aligned}$$

ہے جسے میدان سے منفی کرنے سے متوازی جزو حاصل ہوگا۔

$$\begin{aligned} H_{m1} &= H_1 - H_{n1} \\ &= (30a_x + 20a_y - 40a_z) - (-11.84a_x + 7.89a_y - 19.74a_z) \\ &= 41.84a_x + 12.11a_y - 20.26a_z \end{aligned}$$

چونکہ سرحد پر مقناطیسی میدان بے جوڑ ہوتا ہے لہذا سرحد کے دونوں اطراف پر متوازی میدان برابر ہوں گے۔

$$H_{m2} = H_{m1} = 41.84a_x + 12.11a_y - 20.26a_z$$

سرحدی شرائط سے

$$\begin{aligned} H_{n2} &= \frac{\mu_{R1}}{\mu_{R2}} H_{n1} = \frac{2}{5} (-11.84a_x + 7.89a_y - 19.74a_z) \\ &= -5.92a_x + 3.95a_y - 9.87a_z \end{aligned}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یوں دوسرے خطے میں میدان

$$H_2 = H_{m2} + H_{n2} = 35.92a_x + 16.05a_y - 30.13a_z$$

ہے۔ پہلے خطے میں

$$\cos \theta_1 = \frac{|H_{n1}|}{|H_1|} = 0.452$$

سے

$$\theta_1 = 63.1^\circ$$

حاصل ہوتا ہے جبکہ دوسرے خطے میں اسی طرح

$$\theta_2 = \cos^{-1} \frac{|H_{n2}|}{|H_2|} = 75.8^\circ$$

حاصل ہوتا ہے۔

2533

2534

2535

8.8 مقناطیسی دور

ایک سستی برقی ادوار حل کرنے سے آپ بخوبی آگاہ ہوں گے۔ کئی مقناطیسی مسائل بالکل انہیں کی طرح حل ہوتے ہیں۔ برقی مشین مثلاً موٹر اور ٹرانسفارمر کے کارکندگی پر غور کرتے وقت انہیں مقناطیسی ادوار سمجھا جاتا ہے۔ میری کتاب "برقی آلات" میں اس ترکیب پر پورا باب ہے اور پوری کتاب میں اسی ترکیب کو استعمال کرتے ہوئے مختلف برقی مشین پر غور کیا گیا ہے۔ آئیں اس ترکیب کو دیکھیں۔

2538

سب سے پہلے ان برقی اور مقناطیسی مساوات کو پاس پاس لکھتے ہیں جن کی مدد سے مقناطیسی ادوار کا تصور پیدا ہوتا ہے۔ برقی دباؤ اور برقی میدان کی شدت کا تعلق

(8.50)

$$E = -\nabla V$$

ہے۔ غیر سمتی مقناطیسی دباؤ اور مقناطیسی میدان کی شدت کے تعلق

$$(8.51) \quad H = -\nabla V_m$$

سے بھی آپ بخوبی واقف ہیں۔ منبع برقی دباؤ کو محرک برقی دباؤ پکارا جاتا ہے۔ اسی مشابہت کی بنا پر غیر مقناطیسی دباؤ کو محرک مقناطیسی دباؤ پکارا جائے گا۔ متحرک مقناطیسی دباؤ کی اکائی ایمپیر ہے۔ حقیقت میں عموماً متعدد چکر کے لچھے کو بطور متحرک مقناطیسی دباؤ استعمال کیا جاتا ہے اور یوں اس کی اکائی ایمپیر چکر³⁰ لی جاتی ہے۔ یاد رہے کہ غیر سمتی مقناطیسی دباؤ صرف اس خطے میں معنی رکھتا ہے جہاں برقی روموجود نہ ہو۔

2541

دو نقطوں کے درمیان برقی دباؤ کے فرق کو

$$(8.52) \quad V_{AB} = - \int_B^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{L}$$

لکھا جاتا ہے۔ بالکل اسی طرح دو نقطوں کے درمیان مقناطیسی دباؤ کے فرق کو

$$(8.53) \quad V_{mAB} = - \int_B^A \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L}$$

لکھا جاتا ہے۔ صفحہ 237 پر مساوات 7.83 میں بتلایا گیا کہ غیر سمتی مقناطیسی دباؤ کے حصول کے دوران مندرجہ بالا تکمل میں $\pi = \phi$ پر سے نہیں گزرا جائے گا۔ اس حقیقت کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

2543

برقی ادوار میں اوہم کے قانون کی نقطہ شکل

$$(8.54) \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

سے کون خبردار نہیں ہے۔ یہ مساوات کثافت برقی روادور برقی میدان کے شدت کا تعلق بیان کرتی ہے۔ مقناطیسی ادوار میں اس کا مقابل

$$(8.55) \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$$

2544

ہے جو کثافت مقناطیسی بہاؤ اور مقناطیسی میدان کے شدت کا تعلق پیش کرتی ہے۔

کل برقی روبذریعہ سطحی تکمل

$$(8.56) \quad I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S}$$

حاصل ہوتی ہے۔ کل مقناطیسی بہاؤ بھی ایسے ہی تکمل سے حاصل ہوگا لہذا

$$(8.57) \quad \Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$$

2545

لکھا جائے گا۔ یوں برقی ادوار میں I اور مقناطیسی ادوار میں Φ اہمیت کے حامل ہیں۔

برقی ادوار میں برقی دباؤ اور برقی رو کی شرح کو برقی مزاحمت پکارا اور R سے ظاہر کیا جاتا ہے یعنی

$$(8.58) \quad V = IR$$

ہم بالکل اسی طرح متحرک مقناطیسی دباؤ اور مقناطیسی بہاؤ کی شرح کو ہچکچاہٹ کا نام دیتے ہیں جسے \mathfrak{R} سے ظاہر کیا جائے گا لہذا مقناطیس ادوار کے لئے

$$(8.59) \quad V_m = \Phi \mathfrak{R}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ہچکچاہٹ کی اکائی ایمپیر۔ چکرنی ویبر (A · t / Wb) ہے۔

2546

خطی اور غیر سمتی خاصیت کے یکساں مادہ جس کی موصلیت σ ہو سے بنایا گیا برقی مزاحمت

$$(8.60) \quad R = \frac{d}{\sigma S}$$

کے برابر ہے جہاں مزاحمت کی لمبائی d اور اس کا رقبہ عمودی تراش پورے لمبائی پر یکساں S کے برابر ہے۔ اگر خطی اور غیر سمتی خاصیت کے یکساں مادہ سے ہچکچاہٹ بنایا جائے تو اس کی قیمت

$$(8.61) \quad \mathfrak{R} = \frac{d}{\mu S}$$

ہوگی جہاں ہچکچاہٹ کی لمبائی d اور اس کا رقبہ عمودی تراش پورے لمبائی پر یکساں S کے برابر ہے۔ حقیقت میں ہوا کے علاوہ ایسا کوئی مادہ نہیں پایا جاتا جس سے μ قیمت کی ہچکچاہٹ بنائی جاسکے۔

2548

2549

مثال 8.5: ایک سلاخ جس کی لمبائی 15 cm اور رداس 1 mm ہے کی موصلیت $\frac{S}{m}$ 1200 ہے پر 220 V برقی دباؤ لگوئی جاتی ہے۔ سلاخ کی مزاحمت اور اس میں برقی رو حاصل کریں۔ سلاخ میں کثافت برقی رو بھی حاصل کریں۔

2551

حل: مزاحمت

$$R = \frac{d}{\sigma A} = \frac{0.15}{7 \times 10^4 \times \pi \times 0.001^2} = 39.8 \Omega$$

اور برقی رو

$$I = \frac{V}{R} = \frac{220}{39.8} = 5.5 \text{ A}$$

اور یوں کثافت برقی رو ہوگا

$$J = \frac{I}{A} = \frac{5.5}{\pi \times 0.001^2} = 1.75 \frac{\text{MA}}{\text{m}^2}$$

2552

2553

مثال 8.6: ایک سلاخ جس کی لمبائی 15 cm اور رداس 2 cm ہے کا جزو مقناطیسی مستقل 1000 ہے۔ اس پر 100 چکر کا لچھا جس میں 0.5 A برقی رو ہو مقناطیسی دباؤ لگو کرتا ہے۔ سلاخ کی ہچکچاہٹ اور اس میں مقناطیسی بہاؤ حاصل کریں۔ سلاخ میں کثافت مقناطیسی بہاؤ بھی حاصل کریں۔

2555

حل: ہچکاہٹ

$$\mathcal{R} = \frac{d}{\mu_R \mu_0 A} = \frac{0.15}{1000 \times 4 \times \pi \times 10^{-7} \times \pi \times 0.02^2} = 94988 \text{ A} \cdot \text{t/Wb}$$

اور مقناطیسی بہاؤ

$$\Phi = \frac{V_m}{\mathcal{R}} = \frac{100 \times 0.5}{94988} = 0.53 \text{ mWb}$$

اور یوں کثافت مقناطیسی بہاؤ ہوگی

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{0.00053}{\pi \times 0.02^2} = 0.42 \text{ T}$$

2556

2557

8.9 مقناطیسی مخفی توانائی

ساکن برقی میدان پر غور کے دوران ہم نے نقطہ چارج پر قوت کے تجرباتی نتائج سے کولومب کا قانون اخذ کیا۔ اس قانون کو استعمال کرتے ہوئے مختلف نقطہ چارج کولامحدود فاصلے سے مختلف اختتامی مقامات پر رکھنے کی خاطر کل درکار توانائی حاصل کی گئی۔ یہی ساکن برقی میدان کی مخفی توانائی تھی۔ اس مخفی توانائی کی عمومی مساوات

$$(8.62) \quad W_{\text{برقی}} = \frac{1}{2} \int_h \mathbf{D} \cdot \mathbf{E} \, dh$$

2558

ہے جہاں \mathbf{D} اور \mathbf{E} کا تعلق راست تناسب تصور کیا گیا ہے۔

یہاں خیال آتا ہے کہ مقناطیسی میدان کی مخفی توانائی بھی اسی طرز پر حاصل کی جاسکتی ہے جیسے برقی میدان کی مخفی توانائی حاصل کی گئی تھی، یعنی، ایک برقی رو گزارتے تار کے قریب دوسرے برقی رو گزارتے تار کو قریب لاتے ہوئے درکار توانائی معلوم کر کے۔ حقیقت میں معاملہ اتنا سادہ نہیں ہے۔ جیسے کہ اگلے باب میں بتلایا جائے گا، مقناطیسی میدان میں حرکت کرتے حصے میں برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے جس میں معاملہ خاصہ تبدیل ہو جاتا ہے۔

2561

مقناطیسی میدان کی مخفی توانائی اگلے باب میں **پوینٹنگ سمتیہ**³¹ سے حاصل کی جائے گی۔ یہاں مقناطیسی مخفی توانائی کی مساوات صفر پیش کرتے ہیں

$$(8.63) \quad W_{\text{مقناطیسی}} = \frac{1}{2} \int_h \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} \, dh$$

جو شکل سے برقی مخفی توانائی کے مساوات کے قریبی مشابہت رکھتا ہے۔ اس میں $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ پر کرنے سے

$$(8.64) \quad W_{\text{مقناطیسی}} = \frac{1}{2} \int_h \mu H^2 \, dh$$

اور

$$(8.65) \quad W_{\text{مقناطیسی}} = \frac{1}{2} \int_h \frac{B^2}{\mu} \, dh$$

2562

بھی حاصل ہوتے ہیں۔

برقی مخفی توانائی کی طرح یہاں بھی یہ بتلانا کہ مخفی توانائی درحقیقت کہاں پر ہے ناممکن ثابت ہوتا ہے البتہ حساب و کتاب آسان بنانے کی خاطر ہم فرض کر سکتے ہیں کہ یہ توانائی پورے حجم میں بطور کثافت توانائی $\frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}$ پائی جاتی ہے جسے جاول فی مربع میٹر J/m^3 میں ناپا جائے گا۔

2564

8.10 خود امالہ اور مشترکہ امالہ

برقی ادوار میں مزاحمت، کپیسٹر اور امالہ کردار ادا کرتے ہیں۔ مزاحمت اور کپیسٹر پر ہم بات کر چکے ہیں۔ برقی دہا اور برقی رو کی شرح کو مزاحمت کہا گیا۔ ہم نے دیکھا کہ مزاحمت کے قیمت کا دار و مدار مزاحمت کے لمبائی، رقبہ عمودی تراش اور موصلیت پر ہے۔ اسی طرح دو چادروں میں سے کسی ایک پر چارج کی حتمی قیمت اہلوان چادروں کے درمیان برقی دہا کی شرح کو کپیسٹنس کہا گیا۔ ہم نے دیکھا کہ کپیسٹر کے قیمت کا دار و مدار کپیسٹر کے چادروں کے رقبہ، ان چادروں کے درمیان فاصلے اور چادروں کے درمیان مادے کی برقی مستقل پر ہے۔ یوں مزاحمت اور کپیسٹر کے قیمت ان کے شکل، جسامت اور مادے کے مستقل پر ہے۔ اس حصے میں ہم امالہ L پر غور کریں گے جس کی اکائی ہینری H^{32} ہے۔ نیچے کئی مساوات میں امالہ اور فاصلہ دونوں کے لئے ایک ہی علامت یعنی L استعمال کیا گیا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ متن سے ان کا فرق کرنا ممکن ہو گا۔ ہم دیکھیں گے کہ اس کے قیمت کا دار و مدار امالہ کی شکل، جسامت اور مقناطیسی مستقل پر ہے۔

امالہ سمجھنے کی خاطر **ارتباط بہاؤ**³³ کا ذکر ضروری ہے۔ تصور کریں کہ N چکر لالچھا جس میں I برقی رو گزر رہا ہے کل Φ مقناطیسی بہاؤ پیدا کرتا ہے۔ تصور کریں کہ Φ ان تمام N چکر سے گزرتی ہے۔ یوں تمام کا تمام مقناطیسی بہاؤ ہر چکر سے گزرتی ہے۔ یوں پہلے چکر سے Φ بہاؤ گزرتی ہے اور اسی طرح بقایا ہر چکر سے بھی اتنی ہی بہاؤ گزرتی ہے۔ ارتباط بہاؤ سے مراد $N\Phi$ ہے یعنی تمام چکر سے گزرتی بہاؤ کا مجموعہ۔

ارتباط بہاؤ اور برقی رو کی شرح کو امالہ کہا جاتا ہے۔ اگر ارتباط بہاؤ اسی برقی رو سے پیدا ہوتا ہے ان کی شرح کو **خود امالہ**³⁴ کہتے ہیں جسے عموماً چھوٹا کر کے صرف **امالہ** پکارا جاتا ہے۔ اس کے برعکس اگر برقی رو ایک تار میں ہو اور ارتباط بہاؤ دوسری تار کی ہو تب ان کی شرح کو **مشترکہ امالہ**³⁵ کہتے ہیں۔ اس حصے میں خود امالہ پر ہی غور کیا جائے گا۔ اگلے حصے میں مشترکہ امالہ پر غور کیا جائے گا۔

$$L = \frac{N\Phi}{I} \quad (8.66)$$

اس مساوات میں تصور کیا گیا ہے کہ پورا مقناطیسی بہاؤ تمام چکر سے گزرتی ہے۔ امالہ کی یہ تعریف صفر خطی مقناطیسی اشیاء کے لئے معنی رکھتی ہے۔ خطی مقناطیسی اشیاء سے مراد ایسے مقناطیسی اشیاء ہیں جن میں مقناطیسی بہاؤ اور برقی رو راست تناسب کا تعلق رکھتے ہیں۔ فولادی مقناطیسی اشیاء میں مقناطیسی چال کی بنا پر امالہ کی کوئی ایک تعریف تمام موقعوں کے لئے کارآمد ثابت نہیں ہوتا۔ ہم خطی مقناطیسی اشیاء تک ہی بحث کو محدود رکھیں گے۔

آئیں ہم محوری تار کے اکائی لمبائی کی امالہ حاصل کریں۔ صفحہ 205 پر مساوات 7.13

$$H_\phi = \frac{I}{2\pi\rho} \quad (\rho_1 < \rho < \rho_2)$$

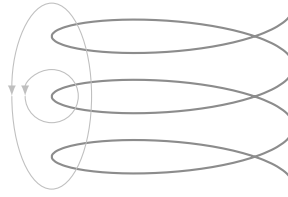
ہم محوری تار میں تاروں کے درمیانی خطے میں مقناطیسی شدت دیتا ہے جسے استعمال کرتے ہوئے اس خطے میں z_0 لمبائی پر کل مقناطیسی بہاؤ

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_S B_\phi dS \\ &= \int_0^{z_0} \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{\mu I d\rho dz}{2\pi\rho} \\ &= \frac{\mu I z_0}{2\pi} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} \end{aligned}$$

حاصل کیا جاسکتا ہے۔ یہ مقناطیسی بہاؤ دونوں تاروں کے درمیان خطے میں اندرونی تار کے گرد گھومتی ہے لہذا مکمل میں کسی بھی زاویہ پر z_0 لمبی ρ_1 تا ρ_2 رداسی سطح لی جاسکتی ہے۔ یوں اکائی لمبائی پر ہم محوری تار کی امالہ

$$L = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (8.67)$$

ہوگی۔ یہاں $N = 1$ یعنی ایک ہی چکر ہے اور تمام کا تمام مقناطیسی بہاؤ پورے برقی رو کے گرد چکر کاٹتی ہے۔



شکل 8.10: متعدد چکر کے لچھے میں ہر چکر سے گزرنی مقناطیسی بہاؤ مختلف ہو سکتی ہے۔

اب تصور کریں کہ پیچدار لچھے کی امالہ درکار ہو جسے شکل 8.10 میں دکھایا گیا ہے۔ ایسے لچھے کے پہلے چکر کا پورا بہاؤ پہلے چکر سے گزرتی ہے البتہ اس کا کچھ ہی حصہ دوسرے یا تیسرے چکر سے گزرتی ہے۔ یہی کچھ بقایا چکر کے بارے میں بھی کہا جاسکتا ہے۔ ایسی صورت میں لچھے کی ارتباط بہاؤ حاصل کرنے کی خاطر ہر چکر سے گزرتی انفرادی بہاؤ لیتے ہوئے تمام کا مجموعہ حاصل کیا جائے گا یعنی

$$\text{ارتباط بہاؤ} = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_N = \sum_{i=1}^N \Phi_i$$

آئیں اب امالہ کی عمومی مساوات حاصل کریں۔

کسی بھی بند راہ پر یک سمتی برقی رو I گزرنے سے کثافت مقناطیسی بہاؤ B

$$B = \nabla \times A$$

پیدا ہوتی ہے جہاں A سمتی مقناطیسی دباؤ ہے جسے

$$A = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{dL}{R}$$

سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ ایسی بند راہ سطح S کو گھیرتی ہے جس میں سے گزرتی کل مقناطیسی بہاؤ Φ کو مکمل

$$\Phi = \int_S B \cdot dS$$

سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ اس مکمل میں B پر کرنے سے

$$\Phi = \int_S (\nabla \times A) \cdot dS$$

حاصل ہوتا ہے۔ مسئلہ بائیوٹ سیوارٹ کی مدد سے اسے

$$\Phi = \oint A \cdot dL$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں بند مکمل سطح کے سرحد یعنی برقی رو گزارتے بند راہ پر حاصل کیا جائے گا۔ اس مساوات میں A پر کرنے سے

$$\Phi = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \left(\oint \frac{dL}{R} \right) \cdot dL$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں امالہ کی عمومی مساوات

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \left(\oint \frac{dL}{R} \right) \cdot dL$$

حاصل ہوتی ہے۔ یہاں تکمیل کے اندر L فاصلے کو ظاہر کرتی ہے جبکہ مساوات کے بائیں ہاتھ بھی علامت امالہ کو ظاہر کرتی ہے۔

2580

امالہ کی مساوات سے ظاہر ہے کہ امالہ کی قیمت کا دار و مدار صرف اور صرف تار یا لچھے کی شکل و جسامت اور مقناطیسی مستقل پر منحصر ہے۔

2581

امالہ کی مساوات حاصل کرنے کی خاطر سطحی تکمیل لیا گیا۔ ایک چکر کے بند راہ جس سطح کو گھیرتی ہے، اس کی شکل ذہن میں آسانی سے بن جاتی ہے البتہ پیچدار لچھا جس سطح کو گھیرتا ہے اس کی شکل ذہن میں ذرہ مشکل³⁶ سے بنتی ہے۔ سطحی تکمیل لیتے وقت ایسی تمام ممکنہ سطح استعمال کی جاسکتی ہیں جن کا سرحد پیچدار لچھے کی تار ہو۔

2584

برقی رو گزارتے تار کی رداس صفر کرنے سے بایوٹ سیوارٹ کے قانون کے تحت لامحدود کثافت مقناطیسی بہاؤ حاصل ہوگی جس سے لامحدود توانائی اور لامحدود امالہ حاصل ہوتا ہے۔ حقیقت میں قابل استعمال جوابات حاصل کرنے کی خاطر تار کے رداس چھوٹا ضرور لیکن صفر کبھی تصور نہیں کیا جاتا۔

2586

کسی بھی برقی رو گزارتے تار کے اندر بھی زاویائی مقناطیسی بہاؤ پایا جاتا ہے۔ تار کے محور کے قریب گھومتی اندرونی بہاؤ کم برقی رو کو گھیرتی ہے جبکہ محور سے دور زاویائی اندرونی بہاؤ زیادہ برقی رو گھیرتی ہے۔ جیسا آپ اگلے بابوں میں پڑھیں گے، زیادہ تعدد پر تار کے بیرونی سطح کے قریب زیادہ برقی رو گزرتی ہے لہذا زیادہ تعدد پر تار کی اندرونی امالہ کا کردار قابل نظر انداز ہوتا ہے البتہ کم تعدد پر اس کا حساب رکھنا ضروری ہوتا ہے۔

2589

2590

مثال 8.7: محوری تار میں اندرونی تار کا رداس ρ_1 جبکہ بیرونی تار کا رداس ρ_2 ہے۔ ان تاروں کے درمیان خطہ $0 < \phi < 90^\circ$ میں $\mu_{R\phi} = 2$ مقناطیسی مستقل کا ذوب برق بھرا گیا ہے جبکہ بقایا خطہ خالی خلاء پر مشتمل ہے۔ تاروں کے درمیان خطے میں مقناطیسی بہاؤ حاصل کرتے ہوئے فی میٹر تار کی امالہ حاصل کریں۔

2593

حل: ایمپیر کا قانون استعمال کرتے ہوئے تاروں کے درمیان میدان حاصل کرتے ہیں۔ اندرونی تار میں برقی رو I تصور کرتے ہوئے تاروں کے درمیان میدان α_ϕ سمت میں پیدا ہوگا۔ ذوب برق اور خالی خلاء کے سطح پر میدان عمودی ہے۔ مساوات 8.40

$$B_{n1} = B_{n2}$$

کے تحت دو ذوب برق کے ملاپ پر مقناطیسی میدان کا عمودی جزو بے جوڑ ہوتا ہے۔ یوں ہم محوری تار میں ذوب برق کی سرحد پر B_ϕ بے جوڑ ہوگا۔ یوں رداس ρ پر خالی خلاء اور ذوب برق میں یکساں B_ϕ پایا جائے گا۔ اس طرح خالی خلاء میں $H_\phi = \frac{B_\phi}{\mu_0}$ ہوگا جبکہ ذوب برق میں $H_\phi = \frac{B_\phi}{\mu_R \mu_0}$ ہوگا۔ اس حقیقت کو استعمال کرتے ہوئے ایمپیر کے قانون کو یوں لکھا جاسکتا ہے

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{L} = \frac{B_\phi}{\mu_R \mu_0} \frac{\pi}{2} \rho + \frac{B_\phi}{\mu_0} \frac{3\pi}{2} \rho = I$$

جس سے

$$B = \frac{2\mu_0 I}{\pi \rho \left(\frac{1}{\mu_R} + 3 \right)} \alpha_\phi$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں فی میٹر لمبائی لیتے ہوئے دونوں تاروں کے درمیان مقناطیسی بہاؤ

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_0^1 \int_{\rho_1}^{\rho_2} \frac{2\mu_0 I}{\pi \rho \left(\frac{1}{\mu_R} + 3 \right)} d\rho dz \\ &= \frac{2\mu_0 I}{\pi \left(\frac{1}{\mu_R} + 3 \right)} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} \end{aligned}$$

³⁶ آپ لچھے کے محور پر سلاخ تصور کرتے ہوئے اس کے گرد گول گھومتی اور اوپر جاتی سطح تصور کر سکتے ہیں۔

ہوگا جس سے امالہ

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{2\mu_0}{\pi \left(\frac{1}{\mu_R} + 3 \right)} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

حاصل ہوتی ہے۔

2594

2595

2596

مثال 8.8: لا محدود لمبائی کے تار کی اندرونی امالہ حاصل کریں۔

حل: رداس ρ_1 کے تار کو z محدد پر تصور کرتے ہیں۔ تار میں کثافت برقی رو یکساں تصور کرتے ہوئے $J = \frac{I}{\pi \rho_1^2}$ حاصل ہوتا ہے۔ رداس ρ پر گول دائرہ $\frac{I\rho^2}{\rho_1^2}$ برقی رو گھیرتا ہے لہذا ایمپیر کے دوری قانون کے تحت اس دائرے پر زاویائی شدت $H_\phi = \frac{I\rho}{2\pi\rho_1^2}$ ہوگی۔ رداس ρ پر $d\rho$ چوڑائی اور z_0 لمبائی کی مستطیل سطح سے

$$d\Phi = B_\phi z_0 d\rho = \mu H_\phi z_0 d\rho$$

بہاو گزرے گی۔ اگر تار کو متعدد باریک متوازی تاروں کا مجموعہ تصور کیا جائے تو مندرجہ بالا تفرقی بہاو صفر ρ کے اندر تاروں کو گھیرتی ہے جو ایک چکر کا صرف $\frac{\rho^2}{\rho_1^2}$ حصہ ہیں لہذا یہ تفرقی بہاو صرف

$$\text{تفرقی ارتباط بہاو} = \frac{\rho^2}{\rho_1^2} d\Phi = \frac{\rho^2}{\rho_1^2} \mu H_\phi z_0 d\rho = \frac{\mu I z_0}{2\pi \rho_1^4} \rho^3 d\rho$$

دیتی ہے۔ اگر تفرقی بہاو تمام فرضی باریک تاروں کو گھیرتی تب یہ ایک چکر شمار ہوتا۔ یوں مکمل سے اندرونی ارتباط بہاو

$$\text{ارتباط بہاو} = \int_0^{\rho_1} \frac{\mu I z_0}{2\pi \rho_1^4} \rho^3 d\rho = \frac{\mu I z_0}{8\pi}$$

حاصل ہوتی ہے جس سے اندرونی امالہ

$$L_{\text{اندرونی}} = \frac{\mu z_0}{8\pi}$$

یانی میٹر امالہ

$$(8.69) \quad L_{\text{اندرونی فی میٹر}} = \frac{\mu}{8\pi}$$

حاصل ہوتی ہے۔

2598

2599

2600

مشق 8.2: صفحہ 205 میں ہم محوری تار دکھائی گئی ہے۔ بیرونی تار کی اندرونی امالہ حاصل کریں۔

2601

جوابات: تار کی لمبائی z_0 لیتے ہوئے

$$I_{\text{محصہ}} = \left(\frac{\rho_3^2 - \rho^2}{\rho_3^2 - \rho_2^2} \right) I$$

$$H_\phi = \frac{I}{2\pi\rho} \left(\frac{\rho_3^2 - \rho^2}{\rho_3^2 - \rho_2^2} \right)$$

$$d\Phi = \mu H_\phi z_0 d\rho$$

حاصل ہوتا ہے۔ یہ تفرقی بہاؤ ایک پیکر کے $\frac{\rho_3^2 - \rho^2}{\rho_3^2 - \rho_2^2}$ حصے کے گرد گھومتی ہے لہذا تفرقی ارتباط بہاؤ

$$\text{تفرقی ارتباط بہاؤ} = \frac{\mu I z_0}{2\pi\rho} \left(\frac{\rho_3^2 - \rho^2}{\rho_3^2 - \rho_2^2} \right)^2 d\rho$$

اور یوں $z_0 = 1$ پر کرتے ہوئے فی میٹر امالہ

$$(8.70) \quad L_{\text{بیرونی تار}} = \frac{\mu}{2\pi (\rho_3^2 - \rho_2^2)^2} \left(\rho_3^4 \ln \frac{\rho_3}{\rho_2} - \frac{\rho_2^4}{4} - \frac{3\rho_3^4}{4} + \rho_2^2 \rho_3^2 \right)$$

2602

حاصل ہوتی ہے۔

2603

مساوات 8.69 ہی ہم محوری تار کے اندرونی تار کی امالہ دیتا ہے۔ یوں کم تعدد پر مساوات 8.67، مساوات 8.69 اور مساوات 8.70 کا مجموعہ

$$(8.71) \quad L = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{\mu}{8\pi} + \frac{\mu}{2\pi (\rho_3^2 - \rho_2^2)^2} \left(\rho_3^4 \ln \frac{\rho_3}{\rho_2} - \frac{\rho_2^4}{4} - \frac{3\rho_3^4}{4} + \rho_2^2 \rho_3^2 \right)$$

فی میٹر ہم محوری تار کا کل امالہ ہو گا۔ جیسے اگلے بابوں میں بتلایا جائے گا، بلند تعدد پر تار میں کثافت برقی روکیں نہیں رہتی جس کی وجہ سے تار کی اندرونی امالہ تقابلی نظر انداز ہو جاتی ہے۔ یوں بلند تعدد پر مساوات 8.67 ہی فی میٹر تار کی امالہ دے گا۔

2605

آپ امالہ کے مخفی توانائی

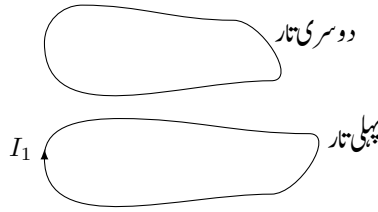
$$(8.72) \quad W = \frac{LI^2}{2}$$

سے بخوبی واقف ہیں جہاں مخفی توانائی مساوات 8.63، مساوات 8.64 یا مساوات 8.65 سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ انہیں استعمال کرتے ہوئے امالہ یوں بھی حاصل کی جاسکتی ہے۔

$$(8.73) \quad \begin{aligned} L &= \frac{2W}{I^2} = \frac{1}{I^2} \int_h \mathbf{B} \cdot \mathbf{H} dh \\ &= \frac{1}{I^2} \int_h \mu H^2 dh \\ &= \frac{1}{I^2} \int_h \frac{B^2}{\mu} dh \end{aligned}$$

آپ سے مندرجہ بالا مساوات استعمال کرتے ہوئے، سوال 8.26 میں لا محدود لمبائی کے سیدھی تار کی امالہ اور سوال 8.27 میں ہم محوری تار کے بیرونی تار کی امالہ دہنی امالہ حاصل کرنے کو کہا گیا ہے۔

2607



شکل 8.11: مشترکہ امالہ۔

8.11 مشترکہ امالہ

شکل 8.11 میں دو تار دکھائے گئے ہیں۔ انہیں پہلی تار میں برقی رو I سے پیدا مقناطیسی بہاؤ کا وہ حصہ حاصل کریں جو دوسرے تار سے گزرتا ہے۔ ان معلومات سے دونوں تاروں کے مابین **مشترکہ امالہ** حاصل کیا جائے گا۔ خود امالہ حاصل کرنے کے طرز پر دوسرے تار سے گزرتی بہاؤ کو

$$\Phi_2 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint \left(\oint \frac{dL_1}{R} \right) \cdot dL_2$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں اندرونی مکمل پہلی تار پر ہے اور یہ کسی بھی نقطے پر مقناطیسی میدان دیتا ہے جبکہ دوسری مکمل دوسرے تار پر ہے جس میں سے گزرتی بہاؤ کا حصول درکار ہے۔ مشترکہ امالہ M_{21} کی تعریف

$$M_{21} = \frac{\Phi_2}{I_1} \quad (8.74)$$

ہے جس سے

$$M_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \left(\oint \frac{dL_1}{R} \right) \cdot dL_2 \quad (8.75)$$

حاصل ہوتا ہے۔

اگر دوسری تار میں برقی رو لی جاتی اور پہلی سے گزرتی بہاؤ حاصل کی جاتی تب

$$M_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \left(\oint \frac{dL_2}{R} \right) \cdot dL_1 \quad (8.76)$$

حاصل ہوتا ہے۔ مندرجہ بالا دو درجی مکمل میں اندرونی مکمل دوسری راہ پر ہے جبکہ بیرونی مکمل پہلی راہ پر ہے۔ مکمل لینے کی ترتیب بدلتے ہوئے اگر پہلا مکمل پہلی راہ پر لیا جائے اور بعد میں دوسری راہ پر مکمل لیا جائے تو مکمل کی قیمت میں کوئی تبدیلی رونما نہیں ہوگی لیکن ایسا کرنے سے ہمیں ہو بہو مساوات 8.75 ملتا ہے لہذا

$$M_{21} = M_{12} \quad (8.77)$$

حاصل ہوتا ہے۔ یہ انتہائی اہم نتیجہ ہے جس کے تحت کسی بھی دو لچھوں کے درمیان مشترکہ امالہ دونوں جانب سے برابر حاصل ہوتی ہے۔

سوالات

سوال 8.1: میدان $E = 1.5a_z \frac{V}{m}$ میں الیکٹران حرکت کرتا ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر الیکٹران نقطہ $(0, 0, 0)$ پر پایا جاتا ہے جبکہ اس کی سمتی رفتار $v = 3 \times 10^5 a_x \frac{m}{s}$ ہے۔ الیکٹران کا چارج $-1.6 \times 10^{-19} C$ اور اس کی کمیت $3.1 \times 10^{-31} kg$ ہے۔ نیوٹن کے قوانین حرکت سے تفرقی مساوات لکھ کر اسے حل کرتے ہوئے لمحہ $t = 150 ns$ پر الیکٹران کی سمتی رفتار، مقام اور حرکی توانائی دریافت کریں۔

جوابات: $1.63 \times 10^{-20} J$ ، $(0.045, 0, -3.48)$ ، $v = 300\,000a_x - 116\,129a_z \frac{m}{s}$

سوال 8.2: مقناطیسی میدان $B = 0.3a_x - 0.2a_y - 0.4a_z T$ میں لمحہ $t = 0$ پر الیکٹران کی سمتی رفتار $v = 10^6 a_z \frac{m}{s}$ ہے۔ الیکٹران پر قوت دریافت کریں۔ ایسا برقی میدان حاصل کریں جس کی موجودگی میں مقناطیسی اور برقی میدان مل کر اس الیکٹران پر صفر قوت پیدا کرتے ہیں۔

جواب: $E = -200a_x - 300a_y \frac{V}{m}$ ، $F = -32a_x - 48a_y fN$

سوال 8.3: میدان $B = 2a_x - 1a_y + 3a_z T$ اور $E = 3a_x + 2a_y - 1a_z \frac{V}{m}$ میں چارج $1.2 \mu C$ حرکت کر رہا ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر اس کی رفتار $v = 10a_x - 30a_y + 20a_z \frac{km}{s}$ ہے۔ یہ چارج $5 \mu g$ کمیت پر پایا جاتا ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر چارج کی اسراع حاصل کریں۔

جواب: $a = -16.8a_x + 2.4a_y + 12a_z \frac{Mm}{s^2}$

سوال 8.4: محدود z پر پڑی لامحدود لمبائی کے تار میں $5a_z A$ برقی رو گزر رہی ہے۔ اس کے قریب سطح $x = 0$ پر موصل تار $N_1(0, 1, 0)$ ، $N_2(0, 4, 0)$ ، $N_3(0, 4, 2)$ اور $N_4(0, 1, 2)$ نقطوں کو جوڑ کر مستطیل بناتی ہے جس میں N_1 سے N_2 جانب $2 A$ برقی رو چکر لگا رہی ہے۔ چکروں کے چاروں اطراف پر قوت دریافت کرتے ہوئے پورے چکروں پر قوت حاصل کریں۔

جوابات: تار $N_1(0, 1, 0)$ تا $N_2(0, 4, 0)$ پر قوت $2.77a_z \mu N$ ہے۔ گھڑی کے الٹ سمت چلتے ہوئے بقایا قوت $-1a_y \mu N$ ، $-2.77a_z \mu N$ اور $4a_y \mu N$ ہیں۔ یوں مستطیل پر کل قوت $3a_y \mu N$ ہے۔

سوال 8.5: محدود z پر پڑی لامحدود لمبائی کے تار میں $10a_z A$ برقی رو گزر رہی ہے۔ اس کے قریب نقطہ $N_1(2, 1, 3)$ سے $N_2(5, 4, 7)$ تک سیدھی موصل تار میں N_1 سے N_2 جانب $4 A$ برقی رو گزر رہی ہے۔ چھوٹی تار پر قوت حاصل کریں۔

جواب: $F = -6.74a_x - 4.49a_y + 8.42a_z \mu N$

سوال 8.6: سطح $x = 0$ پر مقناطیسی میدان کا z جزو $B_z = \frac{200}{z^2+1} \mu T$ پایا جاتا ہے۔ اس مقناطیسی جزو سے خطہ $1 < y < 3$ ، $-\infty < z < \infty$ میں کثافت $K = 0.2a_y \frac{A}{m}$ پر قوت حاصل کریں۔

جواب: $251a_x \mu N$

سوال 8.7: محدود z پر پڑی لامحدود لمبائی کے تار میں $2.2 A$ برقی رو پائی جاتی ہے۔ سطح $y = 0$ پر خطہ $1 mm < x < 5 mm$ پر a_z سمت میں کل $8 A$ برقی رو گزر رہی ہے۔ اس خطے کی فی میٹر لمبائی پر مقناطیسی قوت حاصل کریں۔ محدود z پر پڑی تار پر بھی فی میٹر قوت حاصل کریں۔

جواب: $1.4a_x mN$ ، $-1.4a_x mN$

سوال 8.8: محدود z پر پڑی لامحدود لمبائی کی تار میں I_1 برقی رو a_z جانب گزر رہی ہے۔ اس کے قریب سطح $z = 0$ پر تار $y = a$ ، $b < x < b$ میں I_2 برقی رو a_x سمت میں گزر رہی ہے۔ نقطہ $(0, 0, 0)$ کو محور لیتے ہوئے چھوٹی تار پر مروڑ حاصل کریں۔ صفحہ 260 پر شکل 8.6 میں صورت حال کو کھایا گیا ہے۔

$$\text{جواب: } a_y N m \left(b - a \tan^{-1} \frac{b}{a} \right) - \frac{I_1 I_2 \mu_0}{\pi}$$

سوال 8.9: موصل تار نقطہ $N_1(2, 0, 0)$ ، $N_2(5, 0, 0)$ ، $N_3(5, 0, 4)$ اور $N_4(2, 0, 4)$ کو جوڑ کر مستطیل بناتی ہے۔ مثبت y محدود کی جانب سے دیکھتے ہوئے، اس مستطیل میں $6 A$ برقی رو سمت گھڑی گردش کر رہی ہے۔ الف) یکساں میدان $B = 5a_x T$ کی صورت میں z محدود کو محور لیتے ہوئے مستطیل کے چاروں اطراف پر علیحدہ علیحدہ مروڑ حاصل کرتے ہوئے کل مروڑ حاصل کریں۔ ب) سطح $y = 0$ پر پکیر $x = 3$ کو محور لیتے ہوئے اسی یکساں میدان میں دوبارہ مروڑ حاصل کریں۔

جوابات: (الف) اور (ب): مستطیل کے چار حصوں پر مروڑ 0 ، $600a_z N m$ ، 0 اور $-240a_z N m$ ہے جس سے کل مروڑ $360a_z N m$ حاصل ہوتا ہے۔

سوال 8.10: سوال 8.9 میں میدان یکساں ہے لہذا اس میں محور کا مروڑ پر کوئی اثر نہیں ہوتا۔ ایسی صورت میں مروڑ صفحہ 259 پر دئے مساوات 8.23 کی مدد سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ ایسا ہی کریں۔

$$\text{جواب: } 360a_z N m$$

سوال 8.11: سوال 8.9 میں یکساں میدان کی جگہ اگر z محدود پر لامحدود لمبائی کے تار میں a_z جانب $25 A$ برقی رو میدان پیدا کرے تب محدود کے مرکز $(0, 0, 0)$ کو محور لیتے ہوئے مروڑ حاصل کریں۔ یاد رہے کہ یہ میدان غیر یکساں ہے لہذا مساوات 8.23 قابل استعمال نہیں ہے۔

جواب: مستطیل کے چار حصوں پر مروڑ $-90a_y \mu N m$ ، $-48a_y \mu N m$ ، $90a_y \mu N m$ اور $120a_y \mu N m$ ہے جس سے کل مروڑ $72a_y \mu N m$ حاصل ہوتا ہے۔

سوال 8.12: دو سنٹی میٹر راس اور پانچ سو چکر کے بیچ دار لچھے میں $3 A$ کی برقی رو گزر رہی ہے۔ یہ لچھا $1.5 T$ کے میدان میں پایا جاتا ہے۔ میدان اور لچھے کے محور آپس میں عمودی ہیں۔ لچھے پر مروڑ حاصل کریں۔

$$\text{جواب: } 2.83 N m$$

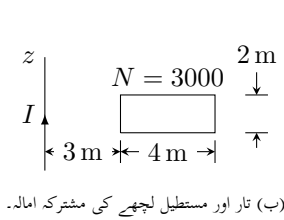
سوال 8.13: ایک مادہ میدان $B = 0.15za_y T$ میں پایا جاتا ہے۔ اس مادے کی $\chi = 2.5$ ہے۔ آپ سے گزارش ہے کہ μ_R ، H ، M ، J_m اور J_T حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } \mu_R = 3.5، H = 34.1za_y \frac{kA}{m}، M = 85.3za_y \frac{kA}{m}، J = -34.1a_x \frac{kA}{m^2}، J_m = -85.3a_x \frac{kA}{m^2}، J_T = -119a_x \frac{kA}{m^2}$$

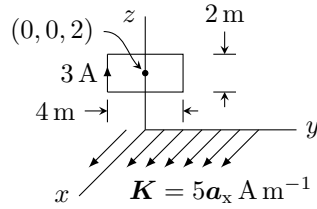
سوال 8.14: مندرجہ ذیل مادوں میں H حاصل کریں۔ الف) جزوی مقناطیسی مستقل $\mu_R = 2.2$ ، ایٹم کی تعددی کثافت 1.5×10^{29} ایٹم فی مکعب میٹر جبکہ ہر ایٹم کا مقناطیسی جفت قطب $1.9 \times 10^{-30} a_x \frac{A}{m^2}$ ہے۔ ب) مادہ میں $M = 160a_z \frac{A}{m}$ اور اس کا مقناطیسی مستقل $2.25 \frac{\mu H}{m}$ ہے۔ پ) مادے کا $\chi_m = 0.65$ ہے جبکہ $B = 1.7a_y T$ ہے۔ ت) مساوات $M \cdot dL = I_m$ کا استعمال کرتے ہوئے ایسے خطے میں M حاصل کریں جس میں نکلی سطح $\rho = 0.5 m$ پر $5a_z \frac{A}{m}$ اور نکلی سطح $\rho = 2.5 m$ پر $-1a_z \frac{A}{m}$ کثافت برقی رو پائی جاتی ہو۔

$$\text{جوابات: } 0.24a_x \frac{A}{m}، 202a_z \frac{A}{m}، 820a_y \frac{kA}{m}، \rho < 0.5 m \text{ اور } \rho > 1 m \text{ خطوں میں } M = 0 \text{ ہے جبکہ } 0.5 < \rho < 2.5 \text{ میں } M = \frac{2.5}{\rho} a_\phi \frac{A}{m} \text{ ہوگا۔}$$

سوال 8.15: مندرجہ ذیل صورتوں میں مقناطیسیات M کی قیمت حاصل کریں۔ الف) میدان $B = 0.015 T$ اور $\chi_m = 0.002$ ہیں۔ ب) مقناطیسی شدت $H = 1600 \frac{A}{m}$ جبکہ مقناطیسی جزوی مستقل $\mu_R = 1.004$ ہے۔ پ) ایٹم کی تعدادی کثافت 6.5×10^{28} ایٹم فی مکعب میٹر ہے جبکہ ایک ایٹم کی مقناطیسی جفت قطب 3×10^{-30} ہے۔ تمام جفت قطب ایک ہی سمت میں ہیں۔



(ب) تار اور مستطیل لچھے کی مشترکہ امالہ۔



(ل) سطحی کثافت برقی رو کے میدان میں بند دائرے پر مروڑ۔

شکل 8.12: سوال 8.19 اور سوال 8.23 کے اشکال۔

جوابات: $0.195 \frac{A}{m}$ ، $6.4 \frac{A}{m}$ ، $M = 23.8 \frac{A}{m}$

سوال 8.16: خطہ-1 کو مساوات $2x^2 + 3y - 4xz < 3$ ظاہر کرتی ہے جبکہ اس کی دوسری جانب خطہ-2 پایا جاتا ہے۔ ان کے جزوی مقناطیسی مستقل $\mu_{R1} = 1$ اور $\mu_{R2} = 2.2$ ہیں۔ نقطہ $N(2, 1, 1)$ پر پہلے خطے سے دوسرے خطے کی جانب اکائی سمتیہ حاصل کریں۔ اس نقطے پر پہلے خطے میں میدان $H = 15a_x - 5a_y - 10a_z$ ہے۔ دونوں خطوں میں اس نقطے پر میدان کے عمودی اور متوازی اجزاء حاصل کریں۔ سرحد کے عمود کے ساتھ دونوں خطوں میں میدان کا زاویہ حاصل کریں۔

جوابات: $H_{n1} = 5.6a_x + 4.2a_y - 11.2a_z$ ، $a_N = 0.42a_x + 0.32a_y - 0.85a_z$ ،
 $H_{m2} = 9.4a_x - 9.2a_y + 1.2a_z$ ، $H_{m1} = 9.4a_x - 9.2a_y + 1.2a_z$ ،
 $H_2 = 11.9a_x - 7.3a_y - 3.9a_z$ ، $H_{n2} = 2.6a_x + 1.9a_y - 5.1a_z$
 $\theta_2 = 65.5^\circ$ ، $\theta_1 = 44.9^\circ$

سوال 8.17: $z < 0$ کو خطہ-الف، $0 < z < 2$ کو خطہ-ب، $2 < z < 3$ کو خطہ-پ جبکہ $z < 3$ کو خطہ-ت تصور کریں۔ خطہ-الف اور خطہ-ت خالی خلاء ہیں۔ خطہ-ب کا $\mu_R = 2.5$ جبکہ خطہ-پ کا $\mu_R = 1.5$ ہے۔ خطہ-الف میں میدان $H_1 = 3a_x - 2a_y + 5a_z$ پایا جاتا ہے۔ خطہ-الف، ب، پ اور ت میں میدان اور z محدد کے مابین زاویے حاصل کریں۔

جوابات: 35.8° ، 47.2° ، 61° ، 35.8°

سوال 8.18: ایک لمبے پیچ دار لچھے کا رداس 5 cm اور فی میٹر چکر 4000 ہیں۔ لچھے میں 100 mA برقی رو گزر رہی ہے۔ خطہ $\rho < a$ کا $\mu_{R02} = 2.5$ ہے جبکہ بقایا خطے کا $\mu_R = 4.5$ ہے۔ الف) لچھے میں کل مقناطیسی بہاؤ $10 \mu Wb$ ہونے کی صورت میں a کی قیمت حاصل کریں۔ ب) دونوں خطوں میں برابر مقناطیسی بہاؤ کی صورت میں a کی قیمت اور کل بہاؤ حاصل کریں۔

جوابات: $12.7 \mu Wb$ ، 4 cm ، 4.96 cm

سوال 8.19: شکل 8.12-الف میں $z = 0$ سطح پر سطحی کثافت برقی رو $5a_y \frac{A}{m}$ پائی جاتی ہے۔ سطح $x = 0$ پر مستطیل دائرے میں 3 A کی برقی رو گزر رہی ہے۔ محور کو $(0, 0, 2)$ اور $(0, 0, 0)$ لیتے ہوئے تار پر مروڑ حاصل کریں۔

جوابات: $T = 75.4a_z \mu N m$ ، $T = 75.4a_z \mu N m$

سوال 8.20: رداس 5 cm کے لمبے پیچدار لچھے میں فی میٹر 8000 چکر پائے جاتے ہیں۔ لچھے میں 1.2 mA برقی رو گزر رہی ہے۔ فی میٹر لچھے میں توانائی W حاصل کریں۔ مساوات $W = \frac{LI^2}{2}$ استعمال کرتے ہوئے فی میٹر لچھے کی امالہ حاصل کریں۔

جوابات: $0.631 \frac{H}{m}$ ، $0.45 \frac{J}{m}$

سوال 8.21: دولا محدود لمبائی کے چادر متوازی پڑے ہیں۔ ان چادروں پر کثافت برقی رو $150a_y \frac{A}{m}$ اور $-150a_y \frac{A}{m}$ ہے۔ چادروں کے درمیان لمبائی چادر لچھا پایا جاتا ہے۔ اس لچھے پر 5000 چکر فی میٹر پائے جاتے ہیں جبکہ اس میں 6 mA برقی رو گزر رہی ہے۔ لچھے کا رداس 8 cm ہے اور اس کا محور a_y سمت

میں ہے۔ مندرجہ ذیل صورتوں میں لچھے کے فی میٹر لمبائی میں کل توانائی حاصل کریں۔ الف) صرف چادروں میں کثافت برقی روپائی جاتی ہے۔ ب) صرف لچھے میں برقی روپائی جاتی ہے۔ پ) چادروں میں کثافت برقی رو اور لچھے میں برقی روپائی جاتی ہے۔

2695

جوابات: $284 \mu\text{J}$ ، $11.4 \mu\text{J}$ ، $296 \mu\text{J}$

2696

سوال 8.22: سطح $x = 0$ اور $x = d$ پر بالترتیب $Ka_z \frac{\Delta}{m}$ اور $-Ka_z \frac{\Delta}{m}$ کثافت برقی روپائی جاتی ہے۔ سطحوں کے درمیان مقناطیسی میدان H_{26} حاصل کریں۔ چادروں کے درمیان خطہ $0 < y < w$ ، $0 < z < z_0$ میں توانائی W حاصل کریں۔ مساوات $W = \frac{LI^2}{2}$ استعمال کرتے ہوئے $0 < y < w$ چوڑائی کی فی میٹر امالہ حاصل کریں جہاں I کسی ایک چادر کے $0 < y < w$ چوڑائی میں کل برقی رو ہے۔ سطح $y = 0$ پر چادروں کے درمیان خطہ $0 < z < z_0$ سے گزرتی کل مقناطیسی بہاؤ ϕ حاصل کریں۔ مساوات $\phi = LI$ استعمال کرتے ہوئے فی میٹر امالہ حاصل کریں۔

2700

جوابات: $Ka_y \frac{\Delta}{m}$ ، $W = \frac{\mu_0}{2} dK^2 w z_0 J$ ، $L = \frac{\mu_0 d}{w} \frac{H}{m}$ ، $\phi = \mu_0 K d z_0$ ، $L = \frac{\mu_0 d}{w} \frac{H}{m}$

2701

سوال 8.23: شکل 8.12-ب میں z محدود لمبائی کا تار پڑی لا محدود لمبائی کے تار میں برقی رو I گزر رہی ہے۔ تار کے میدان میں 3000 چکر کا مستطیل لچھا پایا جاتا ہے۔ ان کا مشترکہ امالہ حاصل کریں۔ اگر مستطیل کو تین میٹر کے بجائے 3 mm فاصلے پر رکھا جائے تب مشترکہ امالہ کیا حاصل ہوگا۔

2703

جواب: 1.02 mH ، 8.6 mH

2704

سوال 8.24: محدود z پر لا محدود لمبائی کا تار پایا جاتا ہے۔ سطح $x = 0$ پر ایک چکر کا مربع لچھا پایا جاتا ہے جس کا ایک طرف z محدود کے متوازی اور اس سے 1 m فاصلے پر ہے۔ مربع کے اطراف 2 m لمبے ہیں۔ تار اور لچھے کے مابین مشترکہ امالہ M حاصل کریں۔ اگر لچھے کو $x = 0$ سطح میں رکھتے ہوئے، 45° گھمایا جائے تب مشترکہ امالہ کیا ہوگا۔

2707

جوابات: $0.439 \mu\text{H}$ ، $0.443 \mu\text{H}$

2708

سوال 8.25: صفحہ 205 میں ہم محوری تار دکھائی گئی ہے۔ تصور کریں کہ اس ہم محوری تار کے اندرونی تار میں برقی رو صفر کے برابر ہے جبکہ بیرونی تار میں برقی رو I_0 کے برابر ہے۔ بیرونی تار کی فی میٹر اندرونی امالہ مثال 8.2 کی طرز پر حاصل کریں۔

2710

جواب: $\left[\rho_2^4 \ln \frac{\rho_3}{\rho_2} + \frac{\rho_3^4 - \rho_2^4}{4} - \rho_2^2 (\rho_3^2 - \rho_2^2) \right] \frac{\mu}{2\pi(\rho_3^2 - \rho_2^2)}$

2711

سوال 8.26: لا محدود لمبائی کے سیدھی تار کی امالہ مساوات 8.73 کی مدد سے حاصل کریں۔

2712

سوال 8.27: صفحہ 274 پر مثال 8.2 میں ہم محوری تار کے بیرونی تار کی اندرونی امالہ حاصل کی گئی۔ اسی کو دوبارہ مساوات 8.73 کی مدد سے حاصل کریں۔

2713

جواب: بیرونی تار میں $H = \frac{I}{2\pi\rho} \left(\frac{\rho_3^2 - \rho^2}{\rho_3^2 - \rho_2^2} \right)$ استعمال کرتے ہوئے آگے بڑھیں۔

2714

2715

باب 16

سوالات

4286

4287

جدول 16.1: σ

$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز	$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز
7×10^4	گرفتار	6.17×10^7	چاندی
1200	سلیکان	5.80×10^7	تانبا
100	فیرائٹ (عمومی قیمت)	4.10×10^7	سونا
5	سمندری پانی	3.82×10^7	المونیم
10^{-2}	چھونا پتھر	1.82×10^7	ٹنگسٹن
5×10^{-3}	چکنی مٹی	1.67×10^7	جست
10^{-3}	تازہ پانی	1.50×10^7	پیتل
10^{-4}	تقطیر شدہ پانی	1.45×10^7	نکل
10^{-5}	ریتیلی مٹی	1.03×10^7	لوہا
10^{-8}	سنگ مرمر	0.70×10^7	قلعی
10^{-9}	بیک لائٹ	0.60×10^7	کاربن سٹیل
10^{-10}	چینی مٹی	0.227×10^7	مینگنیز
2×10^{-13}	بیرا	0.22×10^7	جرمنیم
10^{-16}	پولیسٹرین پلاسٹک	0.11×10^7	سٹینلس سٹیل
10^{-17}	کوارٹس	0.10×10^7	نائیکروم

جدول 16.2 : $\sigma/\omega\epsilon$ and ϵ_R

$\sigma/\omega\epsilon$	ϵ_R	چیز
	1	خالی خلاء
	1.0006	ہوا
0.0006	8.8	المونیم آکسائیڈ
0.002	2.7	عنبر
0.022	4.74	بیک لائٹ
	1.001	کاربن ڈائی آکسائیڈ
	16	جرمنیم
0.001	4 تا 7	شیشہ
0.1	4.2	برف
0.0006	5.4	ابر
0.02	3.5	نائلون
0.008	3	کاغذ
0.04	3.45	پلیکسی گلاس
0.0002	2.26	پلاسٹک (تھیلا بنانے والا)
0.000 05	2.55	پولیسٹرین
0.014	6	چینی مٹی
0.0006	4	پائریکس شیشہ (برتن بنانے والا)
0.000 75	3.8	کوارٹس
0.002	2.5 تا 3	ریڑ
0.000 75	3.8	سلیکا SiO_2
	11.8	سلیکان
0.5	3.3	قدرتی برف
0.0001	5.9	کھانے کا نمک
0.07	2.8	خشک مٹی
0.0001	1.03	سٹائروفوم
0.0003	2.1	ٹیفلان
0.0015	100	ٹائٹینیم ڈائی آکسائیڈ
0.04	80	مقطر پانی
4		سمندری پانی
0.01	1.5 تا 4	خشک لکڑی

جدول 16.3: μ_R

μ_R	چیز
0.999 998 6	بسمت
0.999 999 42	پیرافین
0.999 999 5	لکڑی
0.999 999 81	چاندی
1.000 000 65	المونیم
1.000 000 79	بیریلم
50	نکل
60	ڈھلوان لوہا
300	مشین سٹیل
1000	فیرائٹ (عمومی قیمت)
2500	پریم بھرت (permalloy)
3000	ٹرانسفارمر پتری
3500	سیلکان لوہا
4000	خالص لوہا
20 000	میو میٹل (mumetal)
30 000	سنڈسٹ (sendust)
100 000	سوپریم بھرت (supermalloy)

جدول 16.4: اہم مستقل

قیمت	علامت	چیز
$(1.602\,189\,2 \pm 0.000\,004\,6) \times 10^{-19} \text{ C}$	c	الیکٹران چارج
$(9.109\,534 \pm 0.000\,047) \times 10^{-31} \text{ kg}$	m	الیکٹران کمیت
$(8.854\,187\,818 \pm 0.000\,000\,071) \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$	ϵ_0	برقی مستقل (خالی خلاء)
$4\pi 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$	μ_0	مقناطیسی مستقل (خالی خلاء)
$(2.997\,924\,574 \pm 0.000\,000\,011) \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	c	روشنی کی رفتار (خالی خلاء)

