

برقی و مقناطیسیات

خالد خان یوسفزئی
 کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
 khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

3

xi 4

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

1 5

1 سمتیات

1 6

1.1

مقداری اور سمتیہ

1 7

1.2

سمتی الجبرا

3 8

1.3

کارتیسی محدد

5 9

1.4

اکائی سمتیات

8 10

1.5

میدانی سمتیہ

8 11

1.6

سمتی رقبہ

9 12

1.7

غیر سمتی ضرب

13 13

1.8

سمتی ضرب یا صلیبی ضرب

15 14

1.9

گول نلکی محدد

17 15

1.9.1

نلکی اکائی سمتیات کا کارتیسی اکائی سمتیات کے ساتھ غیر سمتی ضرب

19 16

1.9.2

نلکی اور کارتیسی اکائی سمتیات کا تعلق

23 17

1.9.3

نلکی لامحدود سطحیں

25 18

1.10

کروی محدد

37	19	2	کولمب کا قانون
37	20	2.1	قوت کشش یا دفع
40	21	2.2	برقی میدان کی شدت
43	22	2.3	یکساں بار بردار سیدھی لامحدود لکیر کا برقی میدان
48	23	2.4	یکساں بار بردار ہموار لامحدود سطح
51	24	2.5	بار بردار حجم
51	25	2.6	مزید مثال
59	26	2.7	برقی میدان کے سمت بہاؤ خط
65	27	3	گاؤس کا قانون اور پھیلاؤ
65	28	3.1	ساکن برقی بار
65	29	3.2	فیراڈے کا تجربہ
66	30	3.3	گاؤس کا قانون
67	31	3.4	گاؤس کے قانون کا استعمال
68	32	3.4.1	نقطہ بار
69	33	3.4.2	یکساں بار بردار کروی سطح
69	34	3.4.3	یکساں بار بردار سیدھی لامحدود لکیر
70	35	3.5	ہم محوری تار
72	36	3.6	یکساں بار بردار ہموار لامحدود سطح
72	37	3.7	انتہائی چھوٹی حجم پر گاؤس کے قانون کا اطلاق
75	38	3.8	پھیلاؤ
76	39	3.9	نلکی محدّد میں پھیلاؤ کی مساوات
78	40	3.10	پھیلاؤ کی عمومی مساوات
80	41	3.11	مسئلہ پھیلاؤ

4	توانائی اور برقی دباؤ	85 ⁴²
4.1	توانائی اور کام	85 ⁴³
4.2	لکیری تکملہ	86 ⁴⁴
4.3	برقی دباؤ	91 ⁴⁵
4.3.1	نقطہ بار کا برقی دباؤ	91 ⁴⁶
4.3.2	لکیری کثافتِ بار سے پیدا برقی دباؤ	92 ⁴⁷
4.3.3	ہم محوری تار کا برقی دباؤ	93 ⁴⁸
4.4	متعدد نقطہ باروں کی برقی دباؤ	93 ⁴⁹
4.5	برقی دباؤ کی ڈھلوان	96 ⁵⁰
4.5.1	نلکی محدود میں ڈھلوان	99 ⁵¹
4.5.2	کروی محدود میں ڈھلوان	100 ⁵²
4.6	جفت قطب	102 ⁵³
4.6.1	جفت قطب کے سمت بہاؤ خط	103 ⁵⁴
4.7	ساکن برقی میدان کی کثافت توانائی	106 ⁵⁵
5	موصل، ذو برق اور کپیسٹر	113 ⁵⁶
5.1	برقی رو اور کثافت برقی رو	113 ⁵⁷
5.2	استمراری مساوات	115 ⁵⁸
5.3	موصل	116 ⁵⁹
5.4	موصل کے خصوصیات اور سرحدی شرائط	120 ⁶⁰
5.5	عکس کی ترکیب	123 ⁶¹
5.6	نیم موصل	126 ⁶²
5.7	ذو برق	127 ⁶³
5.8	کامل ذو برق کے سرحد پر برقی شرائط	131 ⁶⁴
5.9	موصل اور ذو برقی کے سرحدی شرائط	134 ⁶⁵
5.10	کپیسٹر	134 ⁶⁶
5.10.1	متوازی چادر کپیسٹر	135 ⁶⁷
5.10.2	ہم محوری کپیسٹر	136 ⁶⁸
5.10.3	ہم محوری کرہ کپیسٹر	137 ⁶⁹
5.11	سلسلہ وار اور متوازی جڑے کپیسٹر	138 ⁷⁰
5.12	دو متوازی تاروں کا کپیسٹنس	139 ⁷¹

151 ₂	6	یوٹسن اور لاپلاس مساوات
153 ₃	6.1	مسئلہ یکتائی
154 ₄	6.2	لاپلاس مساوات خطی ہے
154 ₈	6.3	نلکی اور کروی محدود میں لاپلاس کی مساوات
155 ₆	6.4	لاپلاس مساوات کے حل
161 ₇	6.5	یوٹسن مساوات کے حل کی مثال
163 ₈	6.6	لاپلاس مساوات کا ضربی حل
170 ₉	6.7	عددی دہرائے کا طریقہ
177 ₈₀	7	ساکن مقناطیسی میدان
177 ₈₁	7.1	بایوٹ-سوارٹ کا قانون
181 ₈₂	7.2	ایمپیئر کا دوری قانون
186 ₈₃	7.3	گردش
192 ₈₄	7.3.1	نلکی محدود میں گردش
198 ₈₅	7.3.2	عمومی محدود میں گردش کی مساوات
199 ₈₆	7.3.3	کروی محدود میں گردش کی مساوات
200 ₈₇	7.4	مسئلہ سٹوکس
203 ₈₈	7.5	مقناطیسی بہاؤ اور کثافت مقناطیسی بہاؤ
209 ₈₉	7.6	غیر سمتی اور سمتی مقناطیسی دباؤ
213 ₉₀	7.7	ساکن مقناطیسی میدان کے قوانین کا حصول
213 ₉₁	7.7.1	سمتی مقناطیسی دباؤ
215 ₉₂	7.7.2	ایمپیئر کا دوری قانون

223 ₃	مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادے اور امالہ	8
223 ₄	متحرک بار پر قوت	8.1
224 ₅	تفرقی بار پر قوت	8.2
227 ₆	برقی رو گزرتے تفرقی تاروں کے مابین قوت	8.3
228 ₇	قوت اور مروڑ	8.4
233 ₈	فولادی مقناطیسی اشیاء اور مقناطیسی خطے	8.5
234 ₉	مقناطیسیت اور مقناطیسی مستقل	8.6
236 ₀₀	مقناطیسی سرحدی شرائط	8.7
239 ₀₁	مقناطیسی دور	8.8
241 ₀₂	مقناطیسی مخفی توانائی	8.9
242 ₀₃	خود امالہ اور مشترکہ امالہ	8.10
246 ₀₄	مشترکہ امالہ	8.11
253 ₀₅	وقت کے ساتھ بدلنے میدان اور میکس ویل کے مساوات	9
253 ₀₆	فیراڈے کا قانون	9.1
259 ₀₇	انتقالی برقی رو	9.2
264 ₀₈	میکس ویل مساوات کی نقطہ شکل	9.3
265 ₀₉	میکس ویل مساوات کی تکمل شکل	9.4
270 ₁₀	تاخیری دباؤ	9.5
279 ₁₁	مستوی امواج	10
279 ₁₂	خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی مستوی امواج	10.1
280 ₁₃	برقی و مقناطیسی مستوی امواج	10.2
286 ₁₄	10.2.1 خالی خلاء میں امواج	
290 ₁₅	10.2.2 خالص یا کامل ذو برق میں امواج	
291 ₁₆	10.2.3 ناقص یا غیر کامل ذو برقی میں امواج	
295 ₁₇	10.3 پوٹنٹنگ سمتیہ	
299 ₁₈	10.4 پوٹنٹنگ سمتیہ اور برقی دور	
301 ₁₉	10.5 موصل میں امواج	
306 ₂₀	10.6 انعکاس مستوی موج	
312 ₂₁	10.7 شرح ساکن موج	
316 ₂₂	10.8 دو سرحدی انعکاس	
320 ₂₃	10.8.1 فیری-پیروٹ طیف پیما	
322 ₂₄	10.8.2 $\eta_1 \neq \eta_3$ کی صورت میں ہم رکاوٹ صورت کا حصول	
322 ₂₅	10.8.3 متعدد سرحدی مسئلہ	
323 ₂₆	10.9 خطی، بیضوی اور دائری تقطیب	
330 ₂₇	10.10 بیضوی یا دائری قطبی امواج کا پوٹنٹنگ سمتیہ	

339 ²⁸	11 ترسیلی تار
339 ²⁹	11.1 ترسیلی تار کے مساوات
343 ³⁰	11.2 ترسیلی تار کے مستقل
343 ³¹	11.2.1 ہم محوری تار کے مستقل
346 ³²	11.2.2 دو متوازی تار کے مستقل
347 ³³	11.2.3 سطح مستوی ترسیلی تار
348 ³⁴	11.3 ترسیلی تار کے چند مثال
354 ³⁵	11.4 ترسیمی تجزیہ، سمتہ نقشہ
360 ³⁶	11.4.1 سمتہ فراوانی نقشہ
362 ³⁷	11.5 تجرباتی نتائج پر مبنی چند مثال
365 ³⁸	11.6 پیمائش ساکن موج
366 ³⁹	11.7 تجزیہ عارضی حال
381 ⁴⁰	12 ترچھی آمد، انعکاس، انحراف اور انکسار
381 ⁴¹	12.1 ترچھی آمد
393 ⁴²	12.2 قطبی موج کی ترچھی آمد
396 ⁴³	12.3 ترسیم بائی گن
397 ⁴⁴	12.4 انتشار
405 ⁴⁵	13 موج اور گھمکیا
405 ⁴⁶	13.1 برقی دور، ترسیلی تار اور موج کا موازنہ
406 ⁴⁷	13.2 دو لامحدود وسعت کے مستوی چادروں کے موج میں عرضی برقی موج
411 ⁴⁸	13.3 کھوکھلا مستطیل موج
418 ⁴⁹	13.3.1 مستطیلی موج کے میدان پر تفصیلی غور
425 ⁵⁰	13.4 مستطیلی موج میں عرضی مقناطیسی TM_{mn} موج
429 ⁵¹	13.5 کھوکھلی نالی موج
435 ⁵²	13.6 انقطاعی تعدد سے کم تعدد پر تضعیف
436 ⁵³	13.7 انقطاعی تعدد سے بلند تعدد پر تضعیف
440 ⁵⁴	13.8 سطحی موج
444 ⁵⁵	13.9 دو برق تختی موج
447 ⁵⁶	13.10 شیش ریشہ
449 ⁵⁷	13.11 پردہ بصارت
450 ⁵⁸	13.12 گھمکی خلاء
454 ⁵⁹	13.13 میکس ویل مساوات کا عمومی حل

- 465₆₁ 14.1 تعارف
- 465₆₂ 14.2 تاخیری دباؤ
- 467₆₃ 14.3 تکمل
- 468₆₄ 14.4 مختصر جفت قطبی ایٹینا
- 477₆₅ 14.5 مختصر جفت قطب کا اخراجی مزاحمت
- 480₆₆ 14.6 ٹھوس زاویہ
- 481₆₇ 14.7 اخراجی رقبہ، سمتیت اور افرائش
- 487₆₈ 14.8 قطاری ترتیب
- 487₆₉ 14.8.1 غیر سمتی، دو نقطہ منبع
- 488₇₀ 14.8.2 ضرب نقش
- 488₇₁ 14.8.3 ثنائی قطار
- 490₇₂ 14.8.4 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار
- 492₇₃ 14.8.5 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: چوڑائی جانب اخراجی قطار
- 493₇₄ 14.8.6 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: لمبائی جانب اخراجی قطار
- 496₇₅ 14.8.7 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: بدلنے زاویہ اخراجی ایٹینا
- 496₇₆ 14.9 تداخل پیمہ
- 498₇₇ 14.10 مستطیل سطحی ایٹینا
- 500₇₈ 14.11 درز کا دور میدان بذریعہ فوریر بدل
- 506₇₉ 14.12 خطی ایٹینا
- 510₈₀ 14.13 چلتی موج ایٹینا
- 511₈₁ 14.14 چھوٹا گھیرا ایٹینا
- 512₈₂ 14.15 پیچ دار ایٹینا
- 514₈₃ 14.16 دو طرفہ کردار
- 516₈₄ 14.17 جھری ایٹینا
- 517₈₅ 14.18 پیپا ایٹینا
- 518₈₆ 14.19 فرانس ریڈار مساوات
- 521₈₇ 14.20 ریڈیائی دوربین، ایٹینا کی حرارت اور تحلیلی کارکردگی
- 523₈₈ 14.21 حرارت نظام اور حرارت بعید

میں نے تقریباً چودہ برس قبل اس کتاب کو لکھنے کی پہلی مرتبہ ناکام کوشش کی۔ کئی برس گزرنے کے بعد آج میں ایسا کرنے میں کامیاب ہوا ہوں۔ یہ کتاب اس امید کے ساتھ لکھی گئی ہے کہ یہ ایک دن برقی انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر پڑھائی جائے گی۔ امید کی جاتی ہے کہ اب بھی طلبہ و طالبات اس سے استفادہ حاصل کر سکیں گے۔ برقی و مقناطیسیات کا شعبہ انتہائی دلچسپ ہے۔ میں نے پوری کوشش کی ہے کہ یہ کتاب بھی پرکشش ہو۔

اس کتاب میں تقریباً 121 حل شدہ مثال اور 239 اشکال پائے جاتے ہیں۔ اس کے علاوہ 370 سوالات دئے گئے ہیں۔ تمام کے تمام سوالات کے جوابات بھی دئے گئے ہیں۔

برقی و مقناطیسیات کو خطی الجبر اور سمتیت کی مدد سے سمجھنا زیادہ آسان ثابت ہوتا ہے۔ اس کتاب کے پہلے باب میں درکار خطی الجبر اور سمتیت پر غور کیا گیا ہے۔ کارتیسی محدود کے علاوہ نکلی محدود اور کروی محدود متعارف کرائے گئے ہیں۔ عمومی محدود پر بھی تبصرہ کیا گیا ہے۔ اس باب کو مکمل طور پر سمجھنا نہایت ضروری ہے۔ دوسرے باب میں کولمب کے قانون پر غور کے بعد تیسرے باب میں پھیلاؤ متعارف کرایا گیا ہے۔ چوتھے باب میں برقی دباؤ اور ڈھلوان پر غور کیا گیا ہے۔ پانچویں باب میں کپیسٹر جبکہ آٹھویں باب میں امالہ پر غور کیا گیا ہے۔ ساتویں باب میں گردش، مسئلہ سنوکس اور ایمپیسر کے دوری قانون پر بحث کی گئی ہے۔

میکس ویل مساوات کے بعد حرکت کرتے میدان پر تبصرہ کیا گیا ہے۔ حرکت کرتا میدان انتہائی دلچسپ موضوع ہے جسے پڑھ کر ایسے حقائق کہ آئینے میں عکس کیوں بنتا ہے یا پھر شیشے میں آر پار کیوں نظر آتا ہے کی سمجھ پیدا ہوتی ہے۔ اس کے علاوہ خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی امواج کی رفتار، خالصاً میکس ویل مساوات سے حاصل کی جاتی ہے۔ خالی خلاء کی قدرتی رکاوٹ بھی انہیں مساوات سے حاصل کی جاتی ہے۔

میکس ویل مساوات کے بعد پوینٹنگ سمتیت متعارف کرایا جاتا ہے جو منتق کے بالکل برعکس بتلاتا ہے کہ بجلی کی طاقت، منبع سے برقی بوجھ تک، ہر گز موصل تار کے ذریعہ نہیں پہنچتی بلکہ ایسا تار کے گرد خلاء میں برقی و مقناطیسی میدان کے ذریعہ ہوتا ہے۔ موصل تار صرف اور صرف ان امواج کو منبع سے مزاحمت تک کھارہ دکھاتی ہے۔ تریسی تار کے ذریعہ ساکن موج پر بھرپور تبصرہ کیا گیا ہے جسے آپ ضرور پسند کریں گے۔

برقی ادوار پڑھنے سے ایسا معلوم ہوتا ہے جیسے برقی طاقت کے منتقلی کے لئے دو عدد موصل تاروں کا ہونا ضروری ہے۔ موج کا باب اس حقیقت کے بالکل برعکس ہے جہاں صرف ایک عدد تار ہی برقی و مقناطیسی امواج کو منبع سے بوجھ تک راہ دکھاتی ہے۔

کتاب کے آخر میں اینٹینا پر تبصرہ کیا گیا ہے جہاں منبع سے بوجھ تک طاقت بغیر کسی راہ دکھاتے موصل تار کے پہنچتی ہے۔

مجھے طلباء و طالبات کی طرف سے بھرپور حوصلہ ملا ہے جو آئے دن مجھ تک کتاب کی غلطیاں پہنچاتے ہیں۔ اس سے بھی زیادہ پر امید میں اس وقت ہوا جب مجھے معلوم ہوا کہ کئی طلباء اور طالبات میری کتاب سے پڑھ رہے ہیں۔ میں امید کرتا ہوں کہ برقی و مقناطیسیات کو بھی درست کرنے میں آپ مدد کریں گے۔

میں یہاں بالخصوص رانالیاقت، حراخان، انیلا تبسم اور ماجد بلال خان کا شکریہ ادا کرتا ہوں جنہوں نے کتاب کے دیگر حصے پڑھ کر درست کئے۔ عابد نے گزشتہ کتاب کی طرح برقی و مقناطیسیات کو بھی کتاب کی شکل دی۔

یہ کتاب XeLatex میں لکھی گئی جبکہ سوالات کے جوابات کے حصول میں wxMaxima کا سہارا لیا گیا۔

یہ کتاب لکھتے ہوئے مندرجہ ذیل کتابوں سے مدد لی گئی۔

- Engineering Electromagnetics by William H. Hayt, Jr
- Electromagnetics by John D. Kraus
- Antennas And Radiowave Propagation by R.E. Collin

آپ سے گزارش ہے کہ اس کتاب کو زیادہ سے زیادہ طلباء تک پہنچائیں۔ جہاں کہیں آپ کو غلطی نظر آئے، مہربانی کر کے میری ای میل پر مجھے خبردار کریں تاہم تمام کتابوں کی مکمل xelatex معلومات <https://www.github.com/khalidyousafzai> سے حاصل کی جا سکتی ہیں جنہیں آپ مکمل آزادی سے اپنی مرضی کے مطابق استعمال کر سکتے ہیں۔

میری پہلی کتاب کا دیباچہ

222

گزشتہ چند برسوں سے حکومتِ پاکستان اعلیٰ تعلیم کی طرف توجہ دے رہی ہے جس سے ملک کی تاریخ میں پہلی مرتبہ اعلیٰ تعلیمی اداروں میں تحقیق کا رجحان پیدا ہوا ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ یہ سلسلہ جاری رہے گا۔

224

پاکستان میں اعلیٰ تعلیم کا نظام انگریزی زبان میں رائج ہے۔ دنیا میں تحقیقی کام کا بیشتر حصہ انگریزی زبان میں ہی چھپتا ہے۔ انگریزی زبان میں ہر موضوع پر لاتعداد کتابیں پائی جاتی ہیں جن سے طلبہ و طالبات استفادہ حاصل کر سکتے ہیں۔

226

ہمارے ملک میں طلبہ و طالبات کی ایک بہت بڑی تعداد بنیادی تعلیم اردو زبان میں حاصل کرتی ہے۔ ان کے لئے انگریزی زبان میں موجود مواد سے استفادہ حاصل کرنا تو ایک طرف، انگریزی زبان از خود ایک رکاوٹ کے طور پر ان کے سامنے آتی ہے۔ یہ طلبہ و طالبات ذہین ہونے کے باوجود آگے بڑھنے اور قوم و ملک کی بھرپور خدمت کرنے کے قابل نہیں رہتے۔ ایسے طلبہ و طالبات کو اردو زبان میں نصاب کی اچھی کتابیں درکار ہیں۔ ہم نے قومی سطح پر ایسا کرنے کی کوئی خاطر خواہ کوشش نہیں کی۔²²⁹

میں برسوں تک اس صورت حال کی وجہ سے پریشانی کا شکار رہا۔ کچھ کرنے کی نیت رکھنے کے باوجود کچھ نہ کر سکتا تھا۔ میرے لئے اردو میں ایک صفحہ²³⁰ بھی لکھنا ناممکن تھا۔ آخر کار ایک دن میں نے اپنی اس کمزوری کو کتاب نہ لکھنے کا جواز بنانے سے انکار کر دیا اور یوں یہ کتاب وجود میں آئی۔

231

یہ کتاب اردو زبان میں تعلیم حاصل کرنے والے طلبہ و طالبات کے لئے نہایت آسان اردو میں لکھی گئی ہے۔ کوشش کی گئی ہے کہ اسکول کی سطح پر نصاب²³² میں استعمال تکنیکی الفاظ ہی استعمال کئے جائیں۔ جہاں ایسے الفاظ موجود نہ تھے وہاں روز مرہ میں استعمال ہونے والے الفاظ چنے گئے۔ تکنیکی الفاظ کی چنائی کے وقت اس بات کا دہان رکھا گیا کہ ان کا استعمال دیگر مضامین میں بھی ممکن ہو۔

234

کتاب میں بین الاقوامی نظام اکائی استعمال کی گئی ہے۔ اہم متغیرات کی علامتیں وہی رکھی گئی ہیں جو موجودہ نظام تعلیم کی نصابی کتابوں میں رائج ہیں۔ یونٹ²³⁵ اردو میں لکھی اس کتاب اور انگریزی میں اسی مضمون پر لکھی کتاب پڑھنے والے طلبہ و طالبات کو ساتھ کام کرنے میں دشواری نہیں ہو گی۔

236

امید کی جاتی ہے کہ یہ کتاب ایک دن خالصتاً اردو زبان میں انجینئرنگ کی نصابی کتاب کے طور پر استعمال کی جائے گی۔ اردو زبان میں الیکٹریکل انجینئرنگ کی مکمل نصاب کی طرف یہ پہلا قدم ہے۔

238

اس کتاب کے پڑھنے والوں سے گزارش کی جاتی ہے کہ اسے زیادہ سے زیادہ طلبہ و طالبات تک پہنچانے میں مدد دیں اور انہیں جہاں اس کتاب میں غلطی نظر آئے وہ اس کی نشاندہی میری ای-میل پر کریں۔ میں ان کا نہایت شکر گزار ہوں گا۔

240

اس کتاب میں تمام غلطیاں مجھ سے ہی ڈلی ہیں البتہ اسے درست بنانے میں بہت لوگوں کا ہاتھ ہے۔ میں ان سب کا شکریہ ادا کرتا ہوں۔ یہ سلسلہ ابھی جاری ہے اور مکمل ہونے پر ان حضرات کے تاثرات یہاں شامل کئے جائیں گے۔

242

میں یہاں کامیٹ یونیورسٹی اور بائو ایجوکیشن کمیشن کا شکریہ ادا کرنا چاہتا ہوں جن کی وجہ سے ایسی سرگرمیاں ممکن ہوئیں۔

243

244

خالد خان یوسفزئی

245

28 اکتوبر 2011

باب 11

ترسیلی تار

ترسیلی تار ایک نقطے سے دوسرے نقطے تک توانائی اور اشارات منتقل کرتے ہیں۔ بالکل سادہ صورت میں ترسیلی تار منبع طاقت کو برقی بوجھ کے ساتھ منسلک کرتا ہے۔ یہ **مرسل** (ٹرانسمیٹر)¹ اور اینٹینا² یا پھر ڈیم میں نسب جنریٹر اور اس سے دور کسی شہر کا برقی بوجھ ہو سکتے ہیں۔

مستوی برقی و مقناطیسی امواج عرضی امواج ہیں۔ ترسیلی تار پر بھی عرضی امواج ہی پائی جاتی ہیں۔ ہم دیکھیں گے کہ اس مشابہت کی بنا پر برقی و مقناطیسی امواج کے لئے حاصل کردہ مساوات ترسیلی تار کے لئے بھی قابل استعمال ہوں گے البتہ ترسیلی نظام میں برقی اور مقناطیسی میدان کے بجائے عموماً برقی دباؤ اور برقی استعمال کئے جاتے ہیں۔ اسی طرح کثافت طاقت کی جگہ طاقت کی بات کی جاتی ہے۔

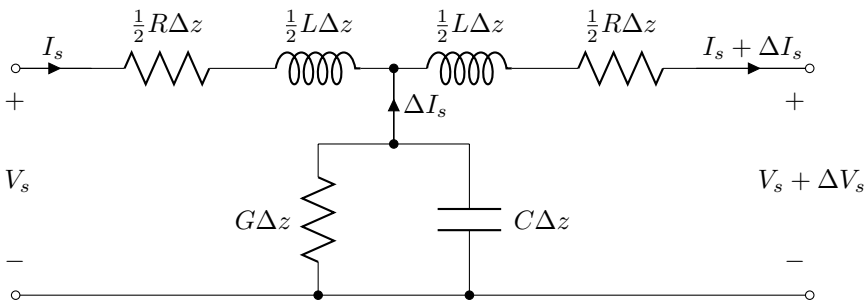
اس باب میں ترسیمی تجزیے پر خاص زور دیا جائے گا جو عرضی برقی و مقناطیسی مستوی امواج کے لئے بھی قابل استعمال ہو گا۔

11.1 ترسیلی تار کے مساوات

ہم ترسیلی تار کی عمومی مساوات حاصل کرنے کی خاطر ہم محوری تار کو ذہن میں رکھ کر آگے چلتے ہیں۔ یہ تار z محدد پر پڑی ہے۔ ہم محوری تار کے اندرونی اور بیرونی موصل تار بہتر موصلیت σ_c رکھتے ہیں۔ ان تاروں کے درمیان مادے کے مستقل ϵ ، μ (عموماً μ_0) اور σ ہیں۔ ہم محوری تار کی جسامت اور اشارات کی تعدد جاننے کے لئے ہم اکائی لمبائی تار کے مستقل R ، L ، C اور G حاصل کر سکتے ہیں۔

یہاں بھی ہم موج کی حرکت a_z جانب تصور کرتے ہیں۔ یوں تار کے چھوٹی لمبائی Δz کی مزاحمت $R\Delta z$ ، امالہ $L\Delta z$ ، کیپیسٹنس $C\Delta z$ اور ایصالیت $G\Delta z$ ہوں گے۔ شکل 11.1 میں ترسیلی تار کے اس چھوٹے لمبائی کو دکھایا گیا ہے۔ چونکہ تار کا یہ چھوٹا ٹکڑا دونوں اطراف سے بالکل ایک جیسے معلوم ہوتا ہے لہذا اس کے

transmitter¹
antenna²



شکل 11.1: یکساں ترسیلی تار کا چھوٹا حصہ۔ متغیرات R ، L ، C اور G تار کی شکل اور مادوں پر منحصر ہیں۔

سلسلہ وار اجزاء کو آدھے آدھے ٹکڑوں میں کرتے ہوئے متوازی اجزاء کے دونوں طرف دکھایا گیا ہے۔ ہم متوازی اجزاء کو دو برابر ٹکڑوں میں کرتے ہوئے سلسلہ وار اجزاء کے دونوں جانب بھی جوڑ سکتے تھے۔

3677

ہم فرض کرتے ہیں کہ شکل 11.1 میں بائیں طرف برقی دباؤ

$$V = V_0 \cos(\omega t - \beta z + \psi)$$

بائی جاتی ہے۔ یہ حرکت کرتے ہوئے موج کی عمومی مساوات ہے۔ یولر مماثل استعمال کرتے ہوئے اس مساوات کو

$$V = \left[V_0 e^{j(\omega t - \beta z + \psi)} \right]_{\text{حقیقی}}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اس مساوات میں $e^{j\omega t}$ اور زیر نوشت میں حقیقی کو پوشیدہ رکھتے ہوئے دوری سمتیہ کی صورت میں یوں لکھا جا سکتا ہے

$$V_s = V_0 e^{j\psi} e^{-\beta z}$$

3678

جہاں مساوات کے بائیں ہاتھ V_s لکھتے ہوئے زیر نوشت میں S یاد دلاتی ہے کہ یہ مساوات دوری سمتیہ کی شکل میں ہے۔

شکل 11.1 کے گرد گھومتے ہوئے کرچاف کے برقی دباؤ کے قانون سے

$$V_s = \left(\frac{R\Delta z}{2} + j\frac{\omega L\Delta z}{2} \right) I_s + \left(\frac{R\Delta z}{2} + j\frac{\omega L\Delta z}{2} \right) (I_s + \Delta I_s) + V_s + \Delta V_s$$

یا

$$\frac{\Delta V_s}{\Delta z} = - (R + j\omega L) I_s - \frac{1}{2} (R + j\omega L) \Delta I_s$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اگر Δz کو صفر کے قریب تر کیا جائے تب ΔI_s بھی صفر کے قریب تر ہو گا۔ یوں $\Delta z \rightarrow 0$ کی صورت میں اس مساوات کے آخری جزو کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے۔ یوں اسے

$$(11.1) \quad \frac{dV_s}{dz} = - (R + j\omega L) I_s$$

3679

لکھا جا سکتا ہے۔

متوازی اجزاء پر برقی دباؤ

$$V_s - \left(\frac{R\Delta z}{2} + j\frac{\omega L\Delta z}{2} \right) I_s$$

ہے جسے استعمال کرتے ہوئے شکل کو دیکھ کر متوازی اجزاء میں تفرقی رو کے لئے

$$-\Delta I_s = \left[V_s - \left(\frac{R\Delta z}{2} + j\frac{\omega L\Delta z}{2} \right) I_s \right] (G\Delta z + j\omega C\Delta z)$$

یا

$$\frac{\Delta I_s}{\Delta z} = - (G + j\omega C) V_s + \frac{1}{2} (R + j\omega L) (G + j\omega C) I_s \Delta z$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اگر $\Delta z \rightarrow 0$ کیا جائے تب اس مساوات کے آخری جزو کو نظر انداز کیا جا سکتا ہے اور یوں

$$(11.2) \quad \frac{dI_s}{dz} = - (G + j\omega C) V_s$$

3680

حاصل ہوتا ہے۔

یہاں رک کر ذرہ برقی و مقناطیسی امواج کے مساوات کو دوبارہ پیش کرتے ہیں۔ میکس ویل کی مساوات

$$\nabla \times \mathbf{E}_s = -j\omega\mu\mathbf{H}_s$$

میں $E_s = E_{xs} \mathbf{a}_x$ اور $H_{ys} = H_{ys} \mathbf{a}_y$ پر کرنے سے

$$(11.3) \quad \frac{dE_{xs}}{dz} = -j\omega\mu H_{ys}$$

ملتا ہے اور اسی طرح

$$\nabla \times \mathbf{H}_s = (\sigma + j\omega\epsilon) \mathbf{E}_s$$

سے

$$(11.4) \quad \frac{dH_{ys}}{dz} = -(\sigma + j\omega\epsilon) E_{xs}$$

3681

ملتا ہے۔

مساوات 11.2 کا مساوات 11.4 کے ساتھ موازنہ کریں۔ غور کرنے سے معلوم ہوتا ہے کہ پہلے مساوات میں I_s کی جگہ H_{ys} لکھنے اور اسی طرح G کی جگہ σ ، C کی جگہ ϵ اور V_s کی جگہ E_{xs} لکھتے ہوئے دوسری مساوات حاصل کی جا سکتی ہے۔ دونوں مساوات بہت قریبی مشابہت رکھتے ہیں۔

3683

اسی طرح مساوات 11.1 اور مساوات 11.3 کو دیکھتے ہوئے یہی جوڑے یہاں بھی پائے جاتے ہیں، البتہ یہاں L اور μ کی جوڑی بھی پائی جاتی ہے۔ ہاں ظاہر طور پر R کی جوڑی موجود نہیں ہے۔ یوں ہم $j\omega\mu$ کی جوڑی $R + j\omega L$ لے سکتے ہیں۔

3685

لامحدود یکساں مستوی امواج اور لامحدود لمبائی کی یکساں ترسیلی تار کے سرحدی شرائط ایک جیسے ہیں۔ دونوں میں سرحد پایا ہی نہیں جاتا لہذا ہم گزشتہ باب میں حاصل حل

$$E_{xs} = E_{x0} e^{-\gamma z}$$

کی طرز پر اب

$$(11.5) \quad V_s = V_0 e^{-\gamma z}$$

بطور ترسیلی تار کے مساوات کا حل لکھ سکتے ہیں۔ یہ برقی دباؤ کے موج کی مساوات ہے۔ یہ موج مثبت z جانب حرکت کر رہی ہے اور $z = 0$ پر اس کا محیط V_0 ہے۔ حرکی مستقل

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)}$$

اب

$$(11.6) \quad \gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)}$$

ہو جائے گا۔ طول موج اب بھی

$$(11.7) \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

ہو گا۔ موج کی رفتار اب بھی

$$(11.8) \quad v = \frac{\omega}{\beta}$$

3686

ہے۔

کامل ترسیلی تار طاقت ضائع نہیں کرتا۔ ایسی تار کے مستقل $R = G = 0$ ہوتے ہیں لہذا

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{LC}$$

اور

$$(11.9) \quad v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ہوں گے۔

اسی طرح مقناطیسی موج

$$H_{ys} = \frac{E_{x0}}{\eta} e^{-\gamma z}$$

سے

$$I_s = \frac{V_0}{Z_0} e^{-\gamma z} \quad (11.10)$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ Z_0 کو

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}}$$

سے

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (11.11)$$

3688

لکھا جا سکتا ہے۔

خطہ-1 میں آمدی موج جب خطہ-2 کے سرحد سے ٹکراتی ہے تو اس کا کچھ حصہ بطور انعکاسی موج خطہ-1 میں واپس ہو جاتی ہے۔ اس انعکاسی موج اور آمدی موج کی شرح کو شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{E_{x0}^-}{E_{x0}^+} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

کہتے ہیں۔ اسی طرح اگر Z_{01} قدرتی رکاوٹ کی ترسیلی تار پر آمد موج Z_{02} قدرتی رکاوٹ کی ترسیلی تار میں داخل ہونا چاہے تو ان کے سرحد سے انعکاسی موج واپس ہو گی۔ ایسی انعکاسی موج اور آمدی موج کی شرح

$$\Gamma = \frac{V_0^-}{V_0^+} = \frac{Z_{02} - Z_{01}}{Z_{02} + Z_{01}} \quad (11.12)$$

ہو گی۔ انعکاسی شرح جانتے ہوئے شرح ساکن موج

$$s = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (11.13)$$

لکھی جا سکتی ہے۔ آخر میں اگر $z > 0$ پر $\eta = \eta_2$ ہو تب $z = -l$ پر E_{xs} اور H_{ys} کی شرح

$$\eta_{\text{داخلی}} = \eta_1 \frac{\eta_2 + j\eta_1 \tan \beta_1 l}{\eta_1 + j\eta_2 \tan \beta_1 l}$$

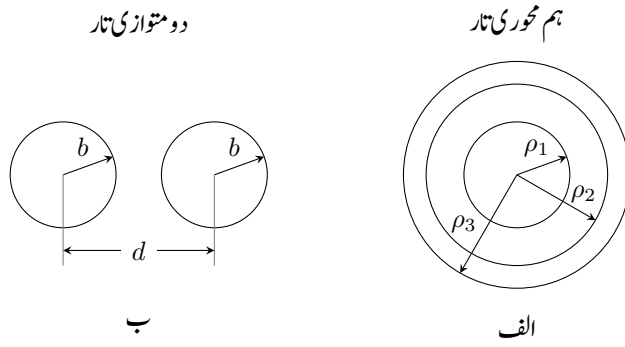
کو داخلی قدرتی رکاوٹ کہتے ہیں۔ اس سے $z > 0$ پر Z_{02} کی صورت میں ترسیلی تار کے لئے $z = -l$ پر V_s اور I_s کی شرح، یعنی اس کی داخلی قدرتی رکاوٹ کو

$$Z_{\text{داخلی}} = Z_{01} \frac{Z_{02} + jZ_{01} \tan \beta_1 l}{Z_{01} + jZ_{02} \tan \beta_1 l} \quad (11.14)$$

3689

لکھا جا سکتا ہے۔

محدود لمبائی کے ترسیلی تار میں لمحہ $t = 0$ پر داخلی سرے سے اختتامی سرے کی جانب امواج روانہ ہوتی ہیں۔ ان امواج کا کچھ حصہ اختتامی سرے پر مقسب برقی بوجھ سے انعکاس پذیر ہو کر واپس لوٹیں گی۔ اب تار میں آمدی موج کے ساتھ ساتھ انعکاسی امواج بھی پائی جائیں گی۔ انعکاسی موج ترسیلی تار کے داخلی سرے پر پہنچ کر یہاں سے منعکس ہوں گی۔ یوں تار میں اب اصل آمدی موج کے ساتھ ساتھ دو مرتبہ انعکاس پذیر امواج بھی اختتامی جانب رواں ہوں گی۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ جلد ہی ترسیلی تار کے دونوں سروں سے بار بار منعکس، لامحدود تعداد کے امواج تار میں پائے جائیں گے۔ بجائے یہ کہ ہم تار میں ہر موج پر نظر رکھیں، ہم داخلی جانچنے سے



شکل 11.2: ہم محوری ترسیلی تار اور دو متوازی ترسیلی تار۔

اختتامی جانب روان تمام امواج کے مجموعے کو آمدی موج تصور کرتے ہیں۔ اسی طرح اختتامی جانب سے داخلی جانب تمام امواج کے مجموعے کو انعکاسی موج تصور کیا جاتا ہے۔ ایسی ہی تصور کرتے ہوئے مساوات 11.14 حاصل کیا گیا ہے۔

3695

مشق 11.1: ایک ترسیلی تار کے مستقل $R = 0.15 \frac{\Omega}{\text{m}}$ ، $L = 0.25 \frac{\mu\text{H}}{\text{m}}$ ، $G = 8 \frac{\mu\text{S}}{\text{m}}$ اور $C = 80 \frac{\text{pF}}{\text{m}}$ ہیں۔ تعدد $\omega = 5 \times 10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ، α ، λ ، v اور Z_0 حاصل کریں۔

3697

جوابات: $1.57 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$ ، $2.236 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ ، 2.81 m ، $2.23 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ اور $55.9 / -0.029^\circ \Omega$

3699

11.2 ترسیلی تار کے مستقل

اس حصے میں مختلف اشکال کے ترسیلی تار کے مستقل یکجا کرتے ہیں۔ ان میں سے عموماً مستقل کو ہم پہلے حاصل کر چکے ہیں، بس انہیں ایک جگہ لکھنا باقی ہو گا۔ سب سے پہلے ہم محوری تار کے مستقل اکھٹے کرتے ہیں۔

3702

11.2.1 ہم محوری تار کے مستقل

شکل 11.2-الف میں ہم محوری تار دکھائی گئی ہے جس میں اندرونی تار کا رداس ρ_1 ہے۔ بیرونی تار کا اندرونی رداس ρ_2 اور اس کا بیرونی رداس ρ_3 ہیں۔ تاروں کے درمیان دو برق کے مستقل ϵ ، μ اور σ ہیں۔ صفحہ 136 پر مساوات میں تار کی لمبائی $L = 1 \text{ m}$ پر کرنے سے اس کی فی میٹر کیپیسٹنس

$$(11.15) \quad C = \frac{Q}{V} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

حاصل ہوتی ہے جبکہ فی میٹر امالہ صفحہ 242 پر مساوات 8.67 دینا ہے۔

$$(11.16) \quad L_{\text{بیرونی}} = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

یہ تار کی بیرونی امالہ ہے۔ بلند تعدد پر تار میں برقی رو صرف گہرائی جلد تک محدود رہتی ہے لہذا ایسی صورت میں تار کے اندر نہایت کم مقناطیسی بہاؤ پایا جاتا ہے اور یوں اس کی اندرونی امالہ قابل نظر انداز ہوتی ہے۔ کسی بھی ترسیلی تار کے لئے

$$(11.17) \quad L_{\text{بیرونی}} C = \mu\epsilon$$

درست ثابت ہوتا ہے۔ یوں دونوں ہم محوری تاروں کے درمیان میں بھری ڈو برق کا ϵ اور فی میٹر تار کی کپیسٹنس جانتے ہوئے اندرونی امالہ اس مساوات سے حاصل کئے جا سکتی ہے۔

کم تعدد پر تار کی اندرونی امالہ کو نظرانداز نہیں کیا جا سکتا۔ ایسی صورت میں مساوات 8.71

$$(11.18) \quad L = \frac{\mu I}{2\pi} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{\mu}{8\pi} + \frac{\mu}{2\pi (\rho_3^2 - \rho_2^2)^2} \left(\rho_3^4 \ln \frac{\rho_3}{\rho_2} - \frac{\rho_2^4}{4} - \frac{3\rho_3^4}{4} + \rho_2^2 \rho_3^2 \right)$$

میں دی گئی فی میٹر تار کی امالہ استعمال کی جائے گی۔ یاد رہے کہ یہ امالہ حاصل کرتے ہوئے فرض کیا گیا تھا کہ برقی رو یکساں موصل تار میں گزرتی ہے۔ اب ہم سمجھتے ہیں کہ بلند تعدد پر رو صرف گہرائی جلد تک محدود رہتی ہے لہذا کم تعدد پر ہی اس امالہ کو استعمال کیا جا سکتا ہے۔

آئیں ایسی تعدد پر بھی صورت حال دیکھیں جب اندرونی امالہ کی قیمت قابل نظرانداز نہ ہو لیکن گہرائی جلد کے اثر کو بھی نظرانداز نہیں کیا جا سکتا۔ گہرائی جلد کے اثر کی وجہ سے مساوات 11.18 قابل قبول نہیں ہو گی۔ اب فرض کرتے ہیں کہ گہرائی جلد δ اندرونی تار کے رداس ρ_1 سے بہت کم ہے۔ یوں اندرونی تار کے بیرونی باریک تہ میں برقی رو پائی جائے گی۔ برقی رو a_r سمت میں ہے اور چونکہ $\mathbf{J}_s = \sigma_c \mathbf{E}_s$ کا مماثل جزو بھی a_x سمت میں ہو گا۔ موصل تار کی موصلیت کو یہاں σ_c لکھا گیا ہے۔ مقناطیسی میدان کی شدت تار کی سطح پر

$$(11.19) \quad H_{\phi s} = \frac{I_s}{2\pi\rho_1}$$

ہو گی۔ اب تار کی سطح پر E_{zs} اور H_{ys} کی شرح، مستوی برقی و مقناطیسی موج کی قدرتی رکاوٹ ہو گی۔ اگرچہ ہم نلکی اشکال کی بات کر رہے ہیں لیکن $\delta \ll \rho_1$ کی بنا پر برقی رو گزرتے باریک تہ کو δ موٹائی اور $2\pi\rho_1$ چوڑائی کا موصل تصور کیا جا سکتا ہے۔ یوں صفحہ 303 پر مساوات 10.69 سے

$$\left. \frac{E_{zs}}{H_{ys}} \right|_{\rho_1} = \frac{1+j}{\sigma_c \delta}$$

لکھا جا سکتا ہے جس میں مساوات 11.19 پر کرنے سے

$$\left. \frac{E_{zs}}{I_s} \right|_{\rho_1} = \frac{1+j}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ چونکہ E_{zs} دراصل فی میٹر برقی دباؤ ہے لہذا مندرجہ بالا شرح فی میٹر قدرتی رکاوٹ

$$(11.20) \quad Z = \left. \frac{E_{zs}}{I_s} \right|_{\rho_1} = R + j\omega L = \frac{1}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c} + j \frac{1}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c}$$

کے برابر ہے۔ یہ امالہ تار کی اندرونی امالہ ہے جو تار کے موصلیت σ_c پر منحصر ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کامل موصل کی صورت میں قدرتی رکاوٹ صفر ہو گی۔ یوں اندرونی تار کی اندرونی امالہ

$$L_{\rho_1, \text{اندرونی}} = \frac{1}{2\pi\rho_1\delta\sigma_c\omega}$$

ہو گی۔ صفحہ 302 پر مساوات 10.66 کو $\sigma_c = \frac{1}{\pi f \mu \delta^2}$ لکھتے ہوئے اس میں پر کرنے سے

$$(11.21) \quad L_{\rho_1, \text{اندرونی}} = \frac{\mu\delta}{4\pi\rho_1} \quad (\delta \ll \rho_1)$$

حاصل ہوتا ہے۔ اسی طریقہ کار سے بیرونی تار کے لئے

$$(11.22) \quad L_{\rho_2, \text{اندرونی}} = \frac{\mu\delta}{4\pi\rho_2} \quad (\delta \ll \rho_3 - \rho_2)$$

لکھا جا سکتا ہے۔ یوں بلند تعدد پر ہم محوری تار کی کل امالہ

$$(11.23) \quad L_{\text{بلند تعدد}} = \frac{\mu}{2\pi} \left[\ln \frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{\sigma_c}{2} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \right] \quad (\delta \ll \rho_1, \delta \ll \rho_3 - \rho_2)$$

ہو گا۔ مساوات 11.20 بلند تعدد پر قدرتی رکاوٹ کا مزاحمتی حصہ یعنی فی میٹر مزاحمت بھی دیتا ہے جس سے اندرونی اور بیرونی تاروں کا سلسلہ وار مجموعہ

$$(11.24) \quad R = \frac{1}{2\pi\delta\sigma_c} \left(\frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right) \quad (\delta \ll \rho_1, \delta \ll \rho_3 - \rho_2)$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اس مزاحمت کے ساتھ شعاعی اخراج سے پیدا مزاحمتی جزو بھی شامل کیا جا سکتا ہے۔ **یہ پردہ**³ تار یا ہم محوری تار کے کھلے سر سے شعاعی **»»»** اخراج

ہوتا ہے۔

3709

ایسی تعداد جس پر گہرائی جلد کی قیمت رداس سے بہت کم نہ ہو حل کرتے ہوئے⁴ استعمال ہوتے ہیں۔ یہاں انہیں حل نہیں کیا جائے گا۔

3710

قدرتی رکاوٹ کو عموماً بیرونی امالہ اور کپیسٹنس کی صورت میں

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_{\text{بیرونی}}}{C}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad (11.25)$$

3711

لکھا جاتا ہے۔

اندرونی اور بیرونی تار کے مابین دو برق میں سے گزرتی ایک سمتی برقی رو $I = GV$ سے حاصل ہوتی ہے۔ اندرونی تار پر ρ_L اور بیرونی تار پر $-\rho_L$ کثافت لکیری بار تصور کرتے ہوئے تاروں کے مابین برقی دباؤ صفحہ 93 پر مساوات 4.18

$$V = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon} \ln \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

دیتی ہے۔ تاروں کے درمیان دو برق میں میدان مساوات 4.17

$$E_\rho = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon\rho}$$

دیتی ہے۔ دو برق کی موصلیت σ لکھتے ہوئے، صفحہ 117 پر اوہم کے قانون کی نقطہ شکل یعنی مساوات 5.11 کی مدد سے یوں رداس ρ پر کثافت برقی رو

$$J_\rho = \sigma E_\rho = \frac{\sigma\rho_L}{2\pi\epsilon\rho}$$

لکھی جائے گی۔ اندرونی تار کے گرد رداس ρ پر L لمبائی کی نلکی سطح کا رقبہ $2\pi\rho L$ ہو گا۔ ایسی اکائی لمبائی کی سطح کے رقبہ $2\pi\rho$ سے کل

$$I = J_\rho 2\pi\rho = \frac{\sigma\rho_L}{\epsilon}$$

برقی رو گزرے گی۔ یوں

$$G = \frac{I}{V} = \frac{2\pi\sigma}{\ln \frac{\rho_2}{\rho_1}} \quad (11.26)$$

3712

حاصل ہوتا ہے۔

یہاں G کی قیمت C کے قیمت سے حاصل کرنا دیکھتے ہیں۔ ایک تار سے دوسرے تار تک E کی لکیری تکمل سے برقی دباؤ V حاصل ہوتا ہے۔ صفحہ 121 پر مساوات 5.18 کے تحت کسی بھی موصل پر سطحی کثافت بار، سطح کے عمودی برقی بہاؤ کے برابر ہوتی ہے، یعنی عمودی $D = \rho_S$ یوں تار پر کل بار

$$Q = \int_S \rho_S dS = \epsilon \int_S E_{\text{عمودی}} dS$$

لکھی جا سکتی ہے جہاں S تار کا سطحی رقبہ ہے اور $D = \epsilon E$ لکھا گیا گا۔ یوں

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon \int_S E_{\text{عمودی}} dS}{V} \quad (11.27)$$

ہو گا۔ اب موصل کے سطح پر عمودی E جانتے ہوئے یہاں کثافت برقی رو عمودی $J = \sigma E$ لکھی جا سکتی ہے لہذا تار کے سطح سے خارج کل برقی رو

$$I = \sigma \int_S E_{\text{عمودی}} dS$$

ہو گی۔ یوں دو تاروں کے مابین ایصالیت

$$G = \frac{I}{V} = \frac{\sigma \int_S E_{\text{عمودی}} dS}{V} \quad (11.28)$$

ہو گی۔ مساوات 11.27 اور مساوات 11.28 کو دیکھ کر

$$G = \frac{\sigma}{\epsilon} C \quad (11.29)$$

3713

لکھا جا سکتا ہے جو کسی بھی ترسیلی تار کے لئے درست ہے

مشق 11.2: ایک ہم محوری تار جس کے $\rho_1 = 1 \text{ mm}$ ، $\rho_2 = 3.49 \text{ mm}$ اور $\sigma_c = 3.82 \times 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ ہیں کے ذو برق کے مستقل $\mu_{R4} = 1$ ، $\epsilon_R = 2.25$ اور $\epsilon_S = 10 \frac{\mu\text{S}}{\text{m}}$ ہیں۔ اس کا فی میٹر کپیسٹنس، بیرونی اور اندرونی امالہ حاصل کریں۔ ترسیلی تار کے α ، β اور Z_0 بھی حاصل کریں۔

3715

$$\text{جوابات: } 50/0.055^\circ \Omega \text{ اور } 15.1 \frac{\text{rad}}{\text{m}}, 0.014 \frac{\text{Np}}{\text{m}}, 1.29 \frac{\text{nH}}{\text{m}}, 0.25 \frac{\mu\text{H}}{\text{m}}, 0.1 \frac{\text{nF}}{\text{m}}$$

3716

3717

11.2.2 دو متوازی تار کے مستقل

شکل 11.2-ب میں دو متوازی ترسیلی تار دکھائی گئی ہے۔ تار کا رداس b ، تاروں کے مابین فاصلہ d جبکہ تار کی موصلیت σ_c ہے۔ تاروں کے گرد ذو برق کے مستقل μ ، ϵ اور σ ہیں۔ اس تار کی کپیسٹنس صفحہ 141 پر مساوات 5.75 کی نصف ہو گی۔ اس کی وجہ وہیں پر مساوات کے نیچے سمجھائی گئی ہے۔ یوں فی میٹر تار کی کپیسٹنس

$$C = \frac{\pi\epsilon}{\cosh^{-1} \frac{d}{2b}} \quad (11.30)$$

ہو گی۔ اگر $d \ll b$ ہو تب مساوات 5.76 سے

$$C = \frac{\pi\epsilon}{\ln \frac{d}{b}} \quad (b \ll d)$$

لکھا جا سکتا ہے۔ مساوات 11.17 سے تار کی فی میٹر بیرونی

$$L_{\text{بیرونی}} = \frac{\mu}{\pi} \cosh^{-1} \frac{d}{2b}$$

یا

$$L_{\text{بیرونی}} = \frac{\mu}{\pi} \ln \frac{d}{b} \quad (b \ll d)$$

لکھی جا سکتی ہے جبکہ بلند تعدد پر فی میٹر کل امالہ

$$L_{\text{بلند تعدد}} = \frac{\mu}{\pi} \left(\frac{\delta}{2b} + \cosh^{-1} \frac{d}{2b} \right) \quad (\delta \ll b) \quad (11.31)$$

ہے۔ تار کی بیرونی δ تہہ برقی رو گزرتی ہے۔ اس تہہ کا رقبہ عمودی تراش $S = 2\pi b\delta$ ہے لہذا فی میٹر مزاحمت

$$R = \frac{l}{\sigma_c S} = \frac{1}{\pi b \delta \sigma_c} \quad (11.32)$$

ہو گی جہاں دونوں تاروں کی مزاحمت سلسلہ وار جڑے ہیں۔ مساوات 11.29 سے فی میٹر تار کی ایصالیت

$$G = \frac{\pi\sigma}{\cosh^{-1} \frac{d}{2b}} \quad (11.33)$$

3719

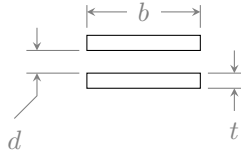
حاصل ہوتی ہے۔

بیرونی امالہ اور کپیسٹنس استعمال کرتے ہوئے قدرتی مزاحمت

$$Z_0 = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cosh^{-1} \frac{d}{2b} \quad (11.34)$$

3720

حاصل ہوتا ہے۔



شکل 11.3: سطح مستوی ترسیلی تار۔

11.2.3 سطح مستوی ترسیلی تار

شکل 11.3 میں **سطح مستوی ترسیلی تار**⁵ دکھایا گیا ہے جس میں b چوڑائی اور t موٹائی کے دو متوازی موصل چادر دکھائے گئے ہیں جن کے مابین فاصلہ d ہے۔ چادر کی موصلیت σ_c جبکہ اردگرد کے ذو برق کے مستقل ϵ ، μ اور σ ہیں۔

اگر $d \gg b$ ہو تب ان چادروں کی فی میٹر کیپٹنس

$$(11.35) \quad C = \frac{\epsilon \text{ رقبہ}}{\text{فاصلہ}} = \frac{\epsilon b}{d}$$

ہو گی۔ یوں مساوات 11.17 سے فی میٹر بیرونی امالہ

$$(11.36) \quad L_{\text{بیرونی}} = \frac{\mu \epsilon}{C} = \frac{\mu d}{b}$$

ہو گی۔ امید کی جاتی ہے کہ آپ گہرائی جلد استعمال کرتے ہوئے اندرونی امالہ حاصل کر سکتے ہیں۔ یوں کل امالہ

$$(11.37) \quad L = \frac{\mu d}{b} + \frac{2}{\sigma_c \delta b w} = \frac{\mu}{b} (d + \delta) \quad (\delta \ll t)$$

ہو گی جہاں گہرائی جلد کو چادر کی موٹائی سے بہت کم تصور کیا گیا ہے۔

بلند تعدد پر برقی رو چادروں کے آمنے سامنے سطحوں پر گہرائی جلد تک محدود ہو گی۔ یوں برقی رو رقبہ $b\delta$ سے گزرے گی جس سے ایک تار کے اکائی لمبائی کی مزاحمت $\frac{1}{\sigma_c b \delta}$ حاصل ہوتی ہے۔ یوں اکائی لمبی تار کے دونوں حصوں کی سلسلہ وار جزی کل مزاحمت

$$(11.38) \quad R = \frac{2}{\sigma_c b \delta} \quad (\delta \ll t)$$

ہو گی۔

مساوات 11.29 سے

$$(11.39) \quad G = \frac{\sigma b}{d}$$

لکھی جا سکتی ہے۔

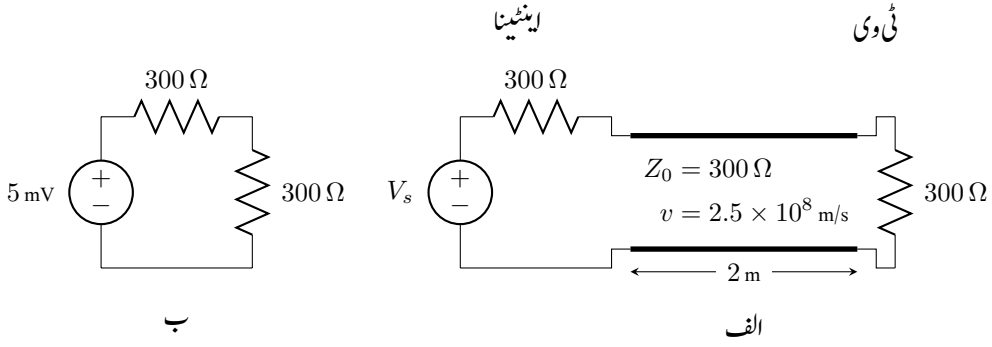
ان معلومات سے سطح مستوی ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ

$$(11.40) \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L_{\text{بیرونی}}}{C}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon} \frac{d}{b}}$$

لکھی جا سکتی ہے۔

مشق 11.3: مندرجہ بالا تینوں اقسام کے ترسیلی تار 400 MHz پر کام کر رہے ہیں۔ ان میں طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کرتے ہوئے تمام کے لئے $\Gamma_{\text{دور}}$ حاصل کریں۔ ہم محوری تار کا $\rho_1 = 0.5 \text{ mm}$ ، $\rho_2 = 2.8 \text{ mm}$ اور $\mu_R = 1$ اور $\epsilon_R = 3.1$ ہیں۔ متوازی تار کے $d = 9 \text{ mm}$ ، $b = 0.5 \text{ mm}$ اور $\mu_R = 1$ اور $\epsilon_R = 5$ ہیں۔ مستوی سطح کے $d = 0.2 \text{ mm}$ ، $b = 5 \text{ mm}$ اور $\mu_R = 1$ اور $\epsilon_R = 2.2$ ہیں۔

جوابات: 0.816، 50.6 cm، -0.215، 33.5 cm، 0.26، 42.6 cm



شکل 11.4: ترسیلی تار اینٹینا کو ٹی وی سے جوڑی ہے۔

11.3 ترسیلی تار کے چند مثال

3733

اس حصے میں گزشتہ حصوں کے نتائج استعمال کرتے ہوئے چند مثال کرتے ہیں۔ یہاں تمام ترسیلی تاروں کو بے ضیاع تار تصور کیا جائے گا۔

3734

شروع دو متوازی ترسیلی تار سے کرتے ہیں جس کی قدرتی رکاوٹ 300Ω ہے۔ ایسی تار ٹی وی⁶ کے اینٹینا اور ٹی وی کے مابین لگائی جاتی ہے۔ شکل 11.4 (a) میں اس طرح جڑے ترسیلی نظام کو دکھایا گیا ہے۔ اینٹینا کا تھون⁷ مساوی دور استعمال کیا گیا ہے جو ایک عدد منبع برقی دباؤ V_s اور اس کے ساتھ سلسلہ وار 300Ω کی مزاحمت پر مشتمل ہے۔ ترسیلی تار ٹی وی کے برقیاتی دور کے بالکل شروع میں نسب ابتدائی ایمپلی فائر سے جڑتی ہے جس کا داخلی مزاحمت 300Ω ہے۔ ٹی وی کو اسی مزاحمت سے ظاہر کیا گیا ہے۔ اس مثال میں ٹی وی بطور برقی بوجھ کردار ادا کرتا ہے۔ ٹی وی اسٹیشن سے خارج 100 MHz کے برقی و مقناطیسی امواج اس اینٹینا میں 5 mV کا اشارہ پیدا کرتی ہیں۔ ترسیلی تار کے مستقل ایسے ہیں کہ اس میں اشارات کی رفتار $2.5 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ہے۔

3739

چونکہ برقی بوجھ کی مزاحمت اور ترسیلی تار کی قدرتی مزاحمت برابر ہیں لہذا ترسیلی تار اور برقی بوجھ ہمہ رکاوٹ ہیں۔ یوں برقی بوجھ پر انعکاس نہیں پایا جائے گا لہذا شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{300 - 300}{300 + 300} = 0$$

صفر اور شرح ساکن موج

$$s = \frac{1 - |\Gamma|}{1 + |\Gamma|} = \frac{1 - 0}{1 + 0} = 1$$

ایک کے برابر ہوں گے۔ اشارے کے تعدد پر ترسیلی تار میں طول موج

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2.5 \times 10^8}{100 \times 10^6} = 2.5 \text{ m}$$

اور زاویائی مستقل

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2.5} = 0.8\pi \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

ہیں۔ ترسیلی تار کی برقی لمبائی

$$\beta l = 0.8\pi \times 2 = 1.6\pi \text{ rad}$$

یا 288° ہے جسے 0.8 طول موج بھی کہا جاتا ہے۔

3740

شکل 11.4 (b) میں داخلی جانب کا صورت حال دکھایا گیا ہے۔ داخلی جانب چونکہ اینٹینا کی مزاحمت 300Ω ہے اور ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ بھی 300Ω ہے لہذا اینٹینا اور ترسیلی تار ہمہ رکاوٹ ہیں۔ اینٹینا میں پیدا 5 mV کا اشارہ ترسیلی تار کے قدرتی رکاوٹ پر

$$\frac{5 \times 10^{-3} \times 300}{300 + 300} = 2.5 \text{ mV}$$

پیدا کرے گا۔ اینٹینا اور ترسیلی تار ہمہ رکاوٹ ہیں لہذا منبع طاقت V_S ترسیلی تار میں زیادہ سے زیادہ طاقت بھیجے گا۔ ترسیلی تار کے داخلی جانب پیدا 2.5 mV کا اشارہ تار میں سے گزرتے ہوئے برقی بوجھ تک پہنچے گا البتہ یہ داخلی اشارے سے 1.6π ریڈین پیچھے ہو گا۔ یوں اگر ترسیلی تار کا داخلی اشارہ

$$V_{\text{داخلی}} = 2.5 \cos 2\pi 10^8 t \text{ mV}$$

ہو تب برقی بوجھ پر اشارہ

$$V_{\text{بار}} = 2.5 \cos(2\pi 10^8 t - 1.6\pi) \text{ mV}$$

ہو گا۔ داخلی برقی رو

$$I_{\text{داخلی}} = \frac{V_{\text{داخلی}}}{300} = 8.33 \cos 2\pi 10^8 t \text{ } \mu\text{A}$$

اور برقی بوجھ پر برقی رو

$$I_{\text{بار}} = \frac{V_{\text{داخلی}}}{300} = 8.33 \cos(2\pi 10^8 t - 1.6\pi) \text{ } \mu\text{A}$$

ہوں گے۔ چونکہ ترسیلی تار ہے ضیاع تار ہے لہذا جو طاقت اسے داخلی جانب فراہم کی جاتی ہے وہی طاقت خارجی جانب برقی بوجھ کو مہیا کر دی جاتی ہے۔

$$P_{\text{داخلی}} = P_{\text{بار}} = V_{\text{موثر}} I_{\text{موثر}} = \frac{2.5 \times 10^{-3}}{\sqrt{2}} \times \frac{8.33 \times 10^{-6}}{\sqrt{2}} = 10.41 \text{ nW}$$

مزامحتی بوجھ کی طاقت کا حساب لگاتے وقت یاد رہے کہ $P = VI$ میں برقی دباؤ اور برقی رو کے موثر⁸ قیمتیں استعمال کی جاتی ہیں۔ سائن نما موج کی موثر قیمت موج کی چوٹی تقسیم $\sqrt{2}$ کے برابر ہوتی ہے۔

3742

اب پہلے ٹی وی کے متوازی دوسرا ٹی وی نسب کرنے کے اثرات پر غور کرتے ہیں۔ دوسرے ٹی وی کا داخلی مزاحمت بھی 300Ω ہے۔ یوں اب ترسیلی تار کے خارجی جانب کل 150Ω کا بوجھ پایا جاتا ہے۔ اس طرح شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{150 - 300}{150 + 300} = -\frac{1}{3}$$

یا

$$\Gamma = \frac{1}{3} \angle \pi \quad (11.41)$$

حاصل ہوتی ہے اور شرح ساکن موج

$$s = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 2$$

ہوں گے۔ ترسیلی تار کی داخلی مزاحمت اب 300Ω کے بجائے

$$\begin{aligned} Z_{\text{داخلی}} &= Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} = 300 \frac{150 + j300 \tan 288^\circ}{300 + j150 \tan 288^\circ} \\ &= 509.7 \angle -23.79^\circ = 466.39 - j205.6 \text{ } \Omega \end{aligned}$$

ہو گی جو کپیسٹر کی خاصیت رکھتی ہے۔ کپیسٹر کی خاصیت کا مطلب یہ ہے کہ ترسیلی تار کے برقی میدان میں مقناطیسی میدان سے زیادہ توانائی ذخیرہ ہے۔ داخلی رو

$$I_{S, \text{داخلی}} = \frac{0.005}{300 + 466.39 - j205.6} = 6.3013 \angle 15.017^\circ \text{ } \mu\text{A}$$

ہے اور یوں ترسیلی تار کو داخلی جانب

$$P_{\text{داخلی}} = \frac{1}{2} (6.3013 \times 10^{-6})^2 \times 466.39 = 9.2593 \text{ nW}$$

طاقت فراہم کی جا رہی ہے۔ بے ضیاع تار تمام کی تمام طاقت خارجی جانب منتقل کرے گا لہذا 150Ω کے برقی بوجھ کو 9.2593 nW حاصل ہو گا جو گزشتہ جواب یعنی 10.41 nW سے قدر کم ہے۔ یہ کمی انعکاس کی وجہ سے پیدا ہوئی۔ کہانی یہاں ختم نہیں ہوتی۔ یہ طاقت دونوں ٹی وی میں برابر تقسیم ہو گا لہذا ہر ٹی وی کو صرف 4.6297 nW طاقت مہیا ہو گا۔ چونکہ ایک ٹی وی 300Ω مزاحمت رکھتا ہے لہذا ٹی وی پر پیدا برقی دباؤ

$$4.6297 \times 10^{-9} = \frac{|V_{s_{\text{بار}}}|^2}{2 \times 300}$$

یعنی

$$|V_{s_{\text{بار}}}| = 1.66667 \text{ mV}$$

ہو گا۔ یہ قیمت 2.5 mV سے بہت کم ہے جو اکیلے ٹی وی پر پیدا ہوتی ہے۔

3743

آئیں ترسیلی تار پر برقی دباؤ کی چوٹی، نشیب اور ان کے مقامات کے علاوہ دیگر معلومات بھی حاصل کریں۔ اگر ہم برقی دباؤ کے معلومات حاصل کر سکیں تو ظاہر ہے کہ برقی رو کے معلومات بھی حاصل کر پائیں گے۔ گزشتہ باب میں مستوی امواج کے لئے یہی معلومات حاصل کی گئیں تھیں۔ وہاں استعمال کئے گئے ترکیب یہاں بھی کارآمد ثابت ہوں گے۔ برقی دباؤ موج کے چوٹی کے مقامات مساوات 10.91

$$-\beta_1 z_{\text{بلدتر}} = \frac{\phi}{2} + n\pi \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

دیتا ہے۔ اس میں $\beta = 0.8\pi$ اور $\phi = \pi$ پر کرنے سے

$$\begin{aligned} z_{\text{بلدتر}} &= \frac{1}{-0.8\pi} \left(\frac{\pi}{2} + n\pi \right) \\ &= -1.25 \left(\frac{1}{2} + n \right) \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے جس میں $n = 0$ اور $n = 1$ پر کرنے سے

$$z_{\text{بلدتر}} = -0.625 \text{ m} \quad \text{اور} \quad -1.875 \text{ m}$$

حاصل ہوتے ہیں جو درست جوابات ہیں۔ اگر $n = 2$ پر کیا جائے تو $z_{\text{بلدتر}} = -3.125 \text{ m}$ حاصل ہوتا ہے جبکہ تار کی کل لمبائی صرف دو میٹر ہے لہذا اس جواب کو رد کیا جاتا ہے۔ اسی طرح $n = -1$ پر کرنے سے $z_{\text{بلدتر}} = 0.625 \text{ m}$ حاصل ہوتا ہے جبکہ تار منفی z محدود پر پائی جاتی ہے لہذا اس جواب کو بھی رد کیا جاتا ہے۔

3746

موج کے چوٹی سے $\frac{\lambda}{4}$ فاصلے پر نشیب پائے جاتے ہیں، لہذا ان کے مقامات

$$z_{\text{کمتر}} = 0 \text{ m} \quad \text{اور} \quad -1.25 \text{ m}$$

ہوں گے۔ آپ نے دیکھا کہ سرحد پر برقی دباؤ کا نشیب پایا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہو گا کہ حقیقی Z_0 اور Z_L کی صورت میں اگر $Z_0 < Z_L$ ہو تب سرحد پر موج کا نشیب ہی پایا جاتا ہے۔

3748

چونکہ سرحد پر موج کا نشیب ہے اور ہم جانتے ہیں کہ ٹی وی پر 1.66 mV ہے لہذا دباؤ کی کمتر قیمت یہی ہے اور $s = 2$ سے دباؤ کی چوٹی اس کے دگنا یعنی 3.32 mV حاصل ہوتی ہے۔ ترسیلی تار کے داخلی سرے پر برقی دباؤ

$$V_{s_{\text{داخلی}}} = I_{s_{\text{داخلی}}} Z_{\text{داخلی}} = \left(6.3013 \times 10^{-6} / 15.017^\circ \right) (509.7 / -23.79^\circ) = 0.00321175 / -8.77^\circ$$

ہو گی جو تقریباً موج کے چوٹی کے برابر ہے۔ ایسا اس لئے ہے کہ سرحد سے $\frac{\lambda}{4}$ فاصلے پر چوٹی پائی جاتی ہے جس سے ہر 0.5λ فاصلے پر چوٹی ہو گی لہذا سرحد سے $\frac{3\lambda}{4}$ فاصلے پر بھی چوٹی متوقع ہے جو تار کے داخلی سرے کے بہت قریب نقطہ ہے۔ آپ ترسیلی تار کی داخلی برقی دباؤ یوں

$$V_{s_{\text{داخلی}}} = \frac{Z_{\text{داخلی}} V_s}{Z_{\text{داخلی}} + 300} = \frac{(466.39 - j205.6) \times 0.005}{466.39 - j205.6 + 300} = 0.00321175 / -8.77^\circ$$

بھی حاصل کر سکتے ہیں۔

3749

آخر میں داخلی برقی دباو اور برقی بوجھ پر برقی دباو کا زاویائی تعلق دیکھتے ہیں۔ اگرچہ ہم دونوں برقی دباو کے قیمتیں حاصل کر چکے ہیں، ان کے زاویائی معلومات ابھی تک نہیں حاصل کی گئیں۔ مساوات 10.90 کی مدد سے تار پر کسی بھی نقطے پر برقی دباو

$$V_s = \left(e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z} \right) V_0^+$$

لکھا جا سکتا ہے۔ چونکہ ہمیں تار کے داخلی سرے پر دباو معلوم ہے لہذا اس میں $z = -l$ پر کرنے سے

$$V_{s, \text{داخلی}} = \left(e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l} \right) V_0^+$$

حاصل ہوتا ہے جسے V_0^+ کے لئے حل کرتے ہیں

$$V_0^+ = \frac{V_{s, \text{داخلی}}}{e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}} = \frac{0.00321175 \angle -8.77^\circ}{e^{j1.6\pi} - \frac{1}{3} e^{-j1.6\pi}} = 0.0025 \angle -72^\circ$$

اور یوں برقی بوجھ یعنی $Z = 0$ پر برقی دباو اب حاصل کی جا سکتی ہے

$$V_{s, \text{بار}} = (1 + \Gamma) V_0^+ = 0.001666 \angle -72^\circ = 0.001666 \angle -288^\circ$$

یہاں حاصل جواب کی حتمی قیمت اور کچھ دیر پہلے حاصل کی گئی برقی بوجھ پر برقی دباو کی حتمی قیمت برابر ہیں۔ تار کے داخلی سرے پر دباو کا زاویہ -8.77° جبکہ تار کے خارجی سرے پر دباو کا زاویہ 72° ہے۔ یوں ان کے مابین فرق 80.77° یعنی -279.23° ہے۔ انعکاسی موج کی عدم موجودگی میں یہ فرق -288° یعنی تار کی زاویائی لمبائی جتنا ہوتا ہے۔

3752

آخری مثال کے طور پر ہم اس ترسیلی تار کے خارجی سرے پر صرف کیپسٹر $Z_L = -j300 \Omega$ نسب کر کے دیکھتے ہیں۔ کیپسٹر میں توانائی ضائع نہیں ہوتی۔ یہ حقیقت شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{-j300 - 300}{-j300 + 300} = -j = 1 \angle -90^\circ$$

سے صاف ظاہر ہے جو انعکاسی موج کا محیط آمدی موج کے برابر دیتا ہے۔ شرح ساکن موج یوں

$$s = \frac{1 + |-j|}{1 - |-j|} = \infty$$

ہو گا جس سے موج کا نشیب عین صفر کے برابر حاصل ہوتا ہے۔ ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ

$$Z_{\text{داخلی}} = 300 \frac{-j300 + j300 \tan 288^\circ}{300 + j(-j300) \tan 288^\circ} = j589$$

3753

ہو گی جو خیالی عدد ہے لہذا اسے اوسط طاقت فراہم نہیں کی جا سکتی۔

ترسیلی تار کے مسائل ترسیمی طریقے سے نہایت خوش اسلوبی سے حل ہوتے ہیں۔ ان میں **سمتہ نقشہ**⁹ زیادہ اہم ہے۔ اگلے حصے میں اسی پر غور کیا جائے گا۔

3755

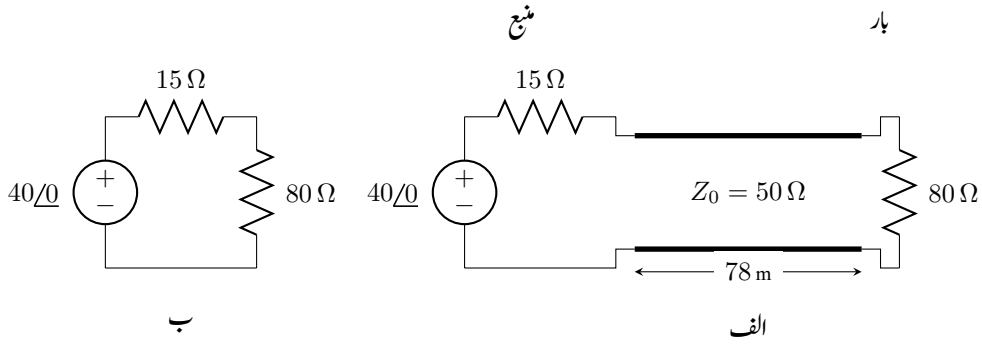
مثال 11.1: شکل 11.5-الف میں 78 m لمبی بے ضیاع ترسیلی تار دکھائی گئی ہے جو $Z_L = 80 \Omega$ برقی بوجھ کو طاقت فراہم کر رہی ہے۔ ترسیلی تار کو منبع $40 \angle 0^\circ$ برقی دباو فراہم کر رہی ہے۔ منبع کی خارجی مزاحمت 15Ω ہے جبکہ ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 50 \Omega$ اور اس میں موج کی رفتار $2 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ہے۔ مندرجہ ذیل صورتوں میں برقی بوجھ پر برقی دباو V_L حاصل کریں۔ (الف) منبع کی تعدد 500 kHz ہے۔ (ب) منبع کی تعدد 50 Hz ہے۔

3759

حل: (الف) ترسیلی تار میں 500 kHz تعدد پر طول موج اور β مندرجہ ذیل ہیں۔

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2 \times 10^8}{500000} = 400 \text{ m}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{400} = \frac{\pi}{200} \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$



شکل 11.5: ترسیلی تار اور برقی بوجھ۔

اس تعدد پر ترسیلی تار کی لمبائی، طول موج کے 19.5% ہے۔ ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ

$$Z_{\text{داخلی}} = 50 \frac{80 + j50 \tan\left(\frac{\pi}{200} \times 78\right)}{50 + j80 \tan\left(\frac{\pi}{200} \times 78\right)}$$

$$= 33.599 - j10.441$$

ہے۔ ترسیلی تار کے داخلی سرے پر 80Ω کا برقی بوجھ $Z_{\text{داخلی}}$ نظر آتا ہے۔ یوں ترسیلی تار کے داخلی سرے پر برقی دباؤ

$$V_{\text{داخلی}} = \frac{40 \times (33.599 - j10.441)}{15 + 33.599 - j10.441} = 28.2 - j2.54$$

ہو گا۔ برقی بوجھ کو $Z = 0$ پر تصور کرنے سے ترسیلی تار کا داخلی سرا $Z = -78 \text{ m}$ پر ہو گا۔ ترسیلی تار کے داخلی برقی دباؤ کو ترسیلی تار میں موجود آمدی موج $V^+ = V_0^+ e^{-j\beta z}$ اور انعکاسی موج $V^- = V_0^- e^{j\beta z}$ کا نقطہ $Z = -78 \text{ m}$ پر مجموعہ

$$V_{\text{داخلی}} = V_0^+ e^{-j\frac{\pi}{200}(-78)} + V_0^- e^{j\frac{\pi}{200}(78)} = V_0^+ e^{j1.22522} + V_0^- e^{-j1.22522}$$

تصور کیا جا سکتا ہے جس میں

$$V_0^- = \Gamma V_0^+ = \left(\frac{80 - 50}{80 + 50}\right) V_0^+ = \frac{3}{13} V_0^+$$

پر کرنے سے

$$28.2 - j2.54 = V_0^+ e^{j1.22522} + \frac{3}{13} V_0^+ e^{-j1.22522}$$

یا

$$V_0^+ = \frac{28.2 - j2.54}{e^{j1.22522} + \frac{3}{13} e^{-j1.22522}} = 33.9 e^{-j1.138}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں برقی بوجھ پر برقی دباؤ

$$V_L = V_0^+ (1 + \Gamma) = 33.9 e^{-j1.138} \left(1 + \frac{3}{13}\right) = 41.7 e^{-j1.138} = 41.7 \angle -65.2^\circ$$

ہو گا۔

آئیں برقی بوجھ کو منتقل طاقت بھی حاصل کریں۔ برقی بوجھ پر برقی دباؤ کے استعمال سے اوسط طاقت

$$P_L = \frac{1}{2} \frac{|V_L|^2}{R_L} = \frac{1}{2} \frac{41.7^2}{80} = 10.88 \text{ W}$$

حاصل ہوتی ہے۔

ترسیلی تار کے داخلی سرے پر برقی رو

$$I_{\text{داخلی}} = \frac{V_{\text{داخلی}}}{Z_{\text{داخلی}}} = \frac{28.2 - j2.54}{33.599 - j10.441} = 0.787 + j0.169$$

ہو گی۔ یوں ترسیلی تار کو داخلی سرے پر

$$P_{\text{داخلی}} = \frac{1}{2} V_{\text{داخلی}} I_{\text{داخلی}}^* \Big|_{\text{حقیقی}} = \frac{1}{2} (28.2 - j2.54)(0.787 - j0.169) = 10.88 \text{ W}$$

طاقت منتقل ہو رہی ہے۔ ترسیلی تار بے ضیاع ہے لہذا یہی طاقت برقی بوجھ کو منتقل ہو گی۔

(ب) ترسیلی تار میں 50 Hz تعدد پر طول موج اور β مندرجہ ذیل ہیں۔

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2 \times 10^8}{50} = 4 \times 10^6 \text{ m}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{4 \times 10^6} = 5\pi \times 10^{-7} \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

اس تعدد پر ترسیلی تار کی لمبائی، طول موج سے نہایت کم $\lambda \gg 78 \text{ m}$ ہے۔ ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ

$$\begin{aligned} Z_{\text{داخلی}} &= Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l} = 50 \frac{80 + j50 \tan(5\pi \times 10^{-7} \times 78)}{50 + j80 \tan(5\pi \times 10^{-7} \times 78)} \\ &= 50 \frac{80 + j0.0061}{50 + j0.0098} = 79.999998697 \angle -0.00684^\circ \\ &\approx 80 \Omega \end{aligned}$$

ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ $\beta l \ll 1$ کی صورت میں $\tan \beta l \rightarrow 0$ ہوتا ہے جس سے ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ تقریباً برقی بوجھ کے برابر ہی حاصل ہوتی ہے۔ آپ نے دیکھا کہ $l \ll \lambda$ کی صورت میں ترسیلی تار کے داخلی سرے پر برقی بوجھ جوں کا توں نظر آتا ہے لہذا ترسیلی تار کا ہونا یا نہ ہونا یک برابر ہے۔ ایسی صورت میں ترسیلی تار کی موجودگی رد کرتے ہوئے دور کو کرچاف کے قوانین سے حل کیا جاتا ہے۔ ایسا کرنے سے ہمیں شکل 11.5-ب حاصل ہوتی ہے جسے کرچاف کے قوانین کی مدد سے حل کرتے ہوئے برقی بوجھ پر

$$V_L = \frac{40 \times 80}{15 + 80} = 33.7 \text{ V}$$

برقی دباؤ حاصل ہوتی ہے۔

مندرجہ بالا مثال میں آپ نے دیکھا کہ کسی بھی برقی دور میں تار کی لمبائی l طول موج λ سے بہت کم $l \ll \lambda$ ہونے کی صورت میں، ترسیلی تار کو رد کرتے ہوئے، دور کو کرچاف کے قوانین سے حل کیا جاتا ہے۔ البتہ جب بھی تار کی لمبائی، طول موج کے ساتھ مطابقت رکھے، ایسی صورت میں کرچاف کے قوانین غیر کارآمد ہوتے ہیں اور میکس ویل کے مساوات سے ہی درست جوابات حاصل ہوتے ہیں۔

پاکستان میں 50 Hz اور 220 V کی برقی طاقت مہیا کی جاتی ہے۔ تار پر موج کی رفتار $3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ لیتے ہوئے $\lambda = 6000 \text{ km}$ حاصل ہوتی ہے۔ گھر کے اندر فاصلے λ سے بہت کم ہوتے ہیں¹⁰ لہذا گھر میں 484Ω بلب کی برقی رو دریافت کرتے ہوئے تار کی لمبائی رد کرتے ہوئے $\frac{220}{484} = 0.45 \text{ A}$ حاصل ہوتی ہے۔ اس کے برعکس تریپلا ڈیم سے کراچی شہر کا فاصلہ تقریباً 1500 km ہے جو λ سے مناسبت رکھتا ہے، لہذا تریپلا ڈیم سے کراچی شہر کو¹⁰ برقی طاقت کے منتقلی کے مسائل حل کرتے ہوئے میکس ویل کے مساوات استعمال کرنا لازم ہو گا۔

مثال 11.2: قدرتی رکاوٹ 50Ω کے ترسیلی تار کے اختتام پر $Z_1 = 50 - j100 \Omega$ جڑا ہے جبکہ اختتام سے 0.2λ فاصلے پر $Z_{272} = 100 \Omega$ جڑا ہے۔ ترسیلی تار کے دونوں حصوں میں شرح ساکن موج S حاصل کریں۔

¹⁰مجھے اپنا گھر بہت چھوٹا لگنے لگا ہے۔

حل: محدود لمبائی کے ترسیلی تار میں متعدد انعکاسی امواج پائے جاتے ہیں۔ تمام آگے جانب حرکت امواج کو ایک عدد آمدی پڑھتی موج تصور کرتے ہوئے اور واپسی طرح تمام واپسی جانب حرکت کرتے ہوئے تمام امواج کو ایک عدد انعکاسی موج تصور کرتے ہوئے حل کرتے ہیں۔

3775

ترسیلی تار کے اختتامی حصے پر

$$\Gamma = \frac{50 - j100 - 50}{50 - j100 + 50} = 0.5 - j0.5$$

ہو گا جس سے $|\Gamma| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ حاصل ہوتا ہے۔ اس قیمت کو استعمال کرتے ہوئے

$$s = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}} = 5.83$$

3776

حاصل ہوتا ہے۔

جس نقطے پر 100Ω مزاحمت جڑی ہے اس مقام پر $50 - j100$ سے اختتام پذیر 0.2λ لمبی تار کی داخلی رکاوٹ

$$\begin{aligned} Z_{\text{داخلی}} &= 50 \frac{(50 - j100) + j50 \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} \times 0.2\lambda\right)}{50 + j(50 - j100) \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} \times 0.2\lambda\right)} \\ &= 8.63 + j3.82 \end{aligned}$$

ہے۔ اب داخلی Z اور 100Ω متوازی جڑے ہیں جن کا مجموعہ

$$\frac{100 \times (8.63 + j3.82)}{100 + 8.63 + j3.82} = 8.06 + j3.23$$

ہو گا۔ داخلی جانب سے دیکھتے ہوئے ترسیلی تار کو 100Ω کی بجائے $8.06 + j3.23$ برقی بوجھ نظر آئے گا۔ یوں ترسیلی تار کے داخلی حصے پر

$$\Gamma = \frac{8.06 + j3.23 - 50}{8.06 + j3.23 + 50} = -0.717 + j0.096 = 0.723 \angle 171.9^\circ$$

اور

$$s = \frac{1 + 0.723}{1 - 0.723} = 6.22$$

3777

ہوں گے۔

3778

3779

11.4 ترسیمی تجزیہ، سمتھ نقشہ

سمتھ نقشہ ¹¹ بنیادی طور پر شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

کی مساوات پر منحصر ہے۔ اس نقشے میں برقی بوجھ بمطابق Z_0 یعنی $\frac{Z_L}{Z_0}$ استعمال کی جاتی ہے جسے

$$z = r + jx = \frac{Z_L}{Z_0} = \frac{R_L + jX_L}{Z_0}$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں Z کارتیسیی محدود کا متغیرہ نہیں بلکہ Z_0 کے مطابقت سے برقی بوجھ کو ظاہر کرتا ہے۔ یوں

$$\Gamma = \frac{z-1}{z+1}$$

اور

$$z = \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \quad (11.42)$$

لکھے جا سکتے ہیں۔ شرح انعکاس کو حقیقی اور خیالی اجزاء

$$\Gamma = \Gamma_r + j\Gamma_i$$

کی صورت میں لکھتے ہوئے

$$r + jx = \frac{1 + \Gamma_r + j\Gamma_i}{1 - \Gamma_r - j\Gamma_i}$$

کے حقیقی اور خیالی اجزاء علیحدہ کرتے ہوئے

$$r = \frac{1 - \Gamma_r^2 - \Gamma_i^2}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (11.43)$$

$$x = \frac{2\Gamma_i}{(1 - \Gamma_r)^2 + \Gamma_i^2} \quad (11.44)$$

لکھے جا سکتے ہیں جنہیں کچھ الجبرا کے بعد

$$\left(\Gamma_r - \frac{r}{1+r}\right)^2 + \Gamma_i^2 = \left(\frac{1}{1+r}\right)^2 \quad (11.45)$$

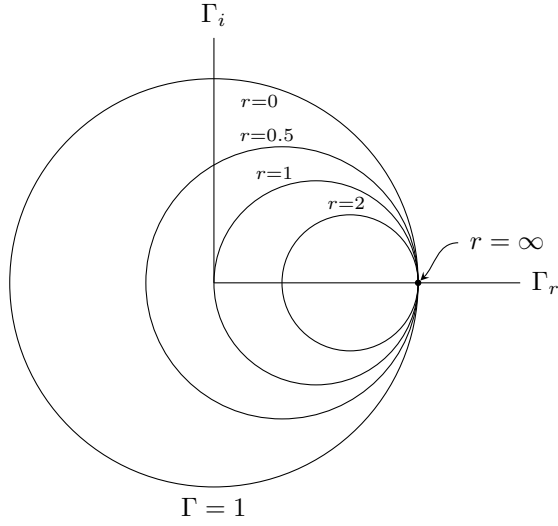
$$(\Gamma_r - 1)^2 + \left(\Gamma_i - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2 \quad (11.46)$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اگر کارتیسیی محدود کے متغیرات Γ_r اور Γ_i رکھے جائیں تو مندرجہ بالا دونوں مساوات گول دائروں کے مساوات ہوں گے۔

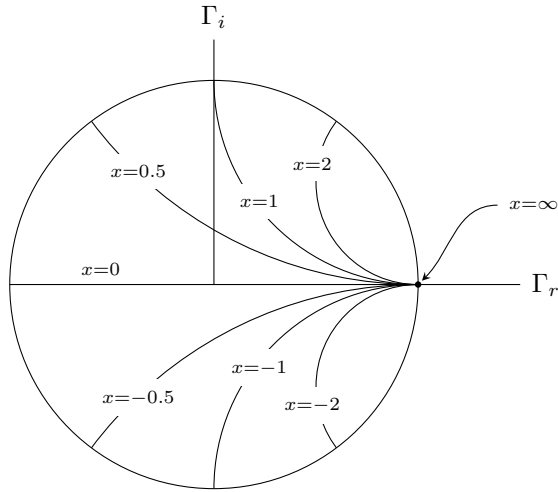
مساوات 11.45 کے دائروں پر پہلے غور کرتے ہیں۔ اگر $r = 0$ ہو تب یہ مساوات اکائی رداس کا دائرہ دیتی ہے جس کا مرکز محدود کے $(0,0)$ پر ہے۔ خیالی برقی بوجھ کی صورت میں شرح انعکاس کی حتمی قیمت ایک ہی ہوتی ہے۔ اسی طرح $r = \infty$ کی صورت میں دائرے کا رداس صفر جبکہ اس کا مرکز محدود پر $(1,0)$ ہے۔ یوں یہ دائرہ صرف اسی نقطے یعنی $\Gamma = 1$ تک محدود ہے۔ اب $r = \infty$ سے مراد $Z_L = \infty$ ہے جس سے شرح انعکاس $\Gamma = 1$ ہی حاصل ہوتی ہے۔ ایک آخری مثال $r = 1$ کی لیتے ہیں جس سے 0.5 رداس کا دائرہ حاصل ہوتا ہے جس کا مرکز $(0.5,0)$ ہے۔ شکل 11.6 میں ان دائروں کے علاوہ $r = 0.5$ اور $r = 2$ سے حاصل دائرے بھی دکھایا گیا ہے۔

مساوات 11.46 بھی دائرے دیتی ہے البتہ ان دائروں کا رداس $\frac{1}{x}$ اور مراکز $(1, \frac{1}{x})$ ہیں۔ لامحدود x کی صورت میں دوبارہ $Z = \infty$ اور $\Gamma = 1 + j0$ ہوں گے۔ مساوات 11.46 کے مطابق اس دائرے کا رداس صفر جبکہ اس کا مرکز $(1,0)$ ہے لہذا یہ $\Gamma = 1$ کو ہی ظاہر کرتا ہے۔ اگر $x = 1$ ہو تب دائرے کا رداس $\frac{1}{2}$ کی جبکہ اس کا مرکز $(1,1)$ ہوں گے۔ جیسا شکل 11.7 میں دکھایا گیا ہے، اس دائرے کا چوتھائی حصہ $|\Gamma| = 1$ دائرے کے اندر پایا جاتا ہے۔ اسی طرح $x = -1$ کی صورت میں دائرے کا چوتھائی حصہ Γ_r محدود کے نیچے پایا جاتا ہے۔ شکل میں $x = 0.5$ ، $x = -0.5$ ، $x = 2$ اور $x = -2$ کے دائرے بھی دکھائے گئے ہیں۔ شکل میں $x = 0$ سے پیدا سیدھی لکیر، یعنی Γ_r محدود بھی دکھایا گیا ہے۔

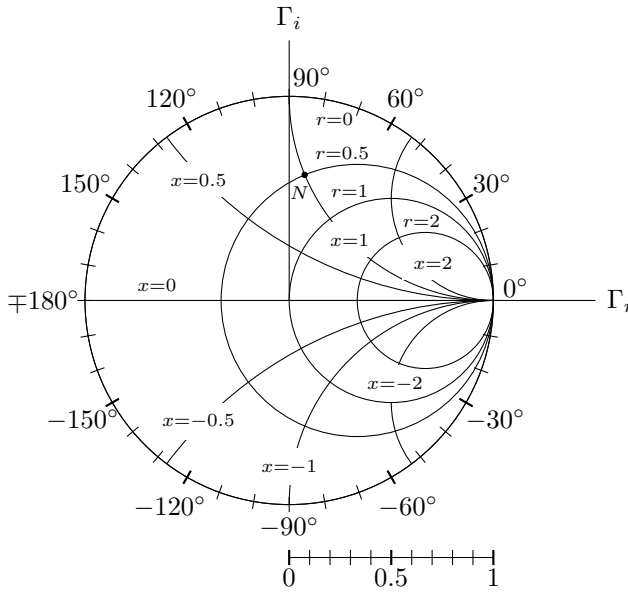
ان دونوں دائروں کو ایک ہی جگہ شکل 11.8 کے سمتھ نقشے میں دکھایا گیا ہے۔ یوں کسی بھی Z_L کی صورت میں $\frac{Z_L}{Z_0}$ کی شرح لیتے ہوئے Z یعنی r اور x حاصل کر کے سمتھ نقشے میں ان کے دائروں کی نشاندہی کریں۔ اگر نقشے پر درکار r اور x کے دائرے نہ پائے جائیں تب ان کے قریبی قیمتوں کے دائروں سے مطلوبہ دائرے کا مقام اخذ کریں۔ جہاں یہ دائرے ایک دونوں کو کاٹتے ہیں وہاں سے Γ پڑھیں۔ نقشے کے مرکز $(0,0)$ سے اس نقطے تک فاصلہ $|\Gamma|$ کے برابر ہو گا جبکہ افقی محدود یعنی Γ_r سے گھڑی کے الٹ سمت زاویہ Γ کا زاویہ ہو گا۔ اس زاویے کو اکائی رداس کے دائرے کے باہر دکھایا گیا ہے۔ یوں محدود کے مرکز سے درکار نقطے تک سیدھی لکیر کو اکائی رداس کے دائرے تک پڑھا کر زاویہ ناپا جاتا ہے۔ سمتھ نقشے میں $|\Gamma|$ ناپنے کی غرض سے محدود کے مرکز $(0,0)$ پر مختلف رداس کے دائرے کھینچے جا سکتے تھے، لیکن ایسا نہیں کیا جاتا۔ آپ کو یہ فاصلہ نقشے میں دئے فیتے کی مدد سے ناپنا ہو گا۔ اب مثال کے طور پر $Z_0 = 50 \Omega$ کی ترسیلی ہٹار پر $Z_L = 25 + j50 \Omega$ کا برقی بوجھ $Z = 0.5 + j1$ سے ظاہر کیا جائے گا۔ اس نقطے کو شکل میں بطور نقطہ N دکھایا گیا ہے جو $r = 0.5$ اور $x = 1$ کے دائروں کے نقطہ ملاپ سے حاصل ہوتا ہے۔ شرح انعکاس تقریباً $0.62/83^\circ$ حاصل ہوتا ہے۔



شکل 11.6: کارتیسی محدود کے متغیرات Γ_r اور Γ_i ہیں جبکہ دائرے کا رداس $\frac{1}{r+1}$ ہے۔



شکل 11.7: کارتیسی محدود پر $\frac{1}{x}$ رداس کے دائروں کے وہ حصے دکھائے گئے ہیں جو اکائی دائرے کے اندر پائے جاتے ہیں۔



شکل 11.8: سمتہ نقشے پر اکائی دائرے میں r اور x سے حاصل دائرے دکھائے جاتے ہیں۔

سمتہ نقشہ مکمل کرنے کی خاطر اکائی دائرے کے محیط کے باہر دوسرا فیتہ شامل کیا جاتا ہے جس سے ترسیلی تار پر فاصلہ ناپا جاتا ہے۔ اس فیتے پر فاصلہ طول موج λ کی صورت میں ناپا جا سکتا ہے۔ آئیں دیکھیں کہ اس فیتے سے کس طرح فاصلہ حاصل کیا جاتا ہے۔ ترسیلی تار پر کسی بھی نقطے پر برقی دباؤ

$$V_s = V_0^+ (e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z})$$

کو برقی رو

$$I_s = \frac{V_0^+}{Z_0} (e^{-j\beta z} - \Gamma e^{j\beta z})$$

سے تقسیم کرتے ہوئے Z_0 کے مطابقت سے داخلی قدرتی رکاوٹ

$$Z_{\text{داخلی}} = \frac{Z_{\text{داخلی}}}{Z_0} = \frac{V_s}{Z_0 I_s} = \frac{e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z}}{e^{-j\beta z} - \Gamma e^{j\beta z}}$$

حاصل کی جا سکتی ہے جس میں $Z = -l$ پر کرتے ہوئے

$$(11.47) \quad Z_{\text{داخلی}} = \frac{1 + \Gamma e^{-j2\beta l}}{1 - \Gamma e^{j2\beta l}}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اس مساوات میں $l = 0$ پر کرنے سے

$$(11.48) \quad Z_{\text{داخلی}} \Big|_{l=0} = \frac{1 - \Gamma}{1 + \Gamma} = Z$$

حاصل ہوتا ہے جو عین برقی بوجھ پر شرح انعکاس ہے جسے مساوات 11.42 میں پیش کیا گیا ہے۔

یہاں رک کر اس حقیقت پر غور کریں کہ Γ کو $e^{-j2\beta l}$ سے ضرب دینے سے

$$\Gamma e^{-j2\beta l} = |\Gamma| e^{j\phi} e^{-j2\beta l} = |\Gamma| e^{j(\phi - 2\beta l)}$$

حاصل ہوتا ہے جس کی حتمی قیمت اب بھی $|\Gamma|$ ہی ہے لیکن نیا زاویہ $(\phi - 2\beta l)$ ہے۔ یوں سمتہ نقشے میں نقطہ Z یعنی

$$(11.49) \quad z = r + jx = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$$

کی نشاندہی کرتے ہوئے ϕ / $|\Gamma|$ ناپیں۔ اب $|\Gamma|$ تبدیل کئے بغیر زاویہ تبدیل کرتے ہوئے $(\phi - 2\beta l)$ تک پہنچیں اور یہاں سے داخلی ناپیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مساوات 11.49 میں Γ کی جگہ $\Gamma e^{-j2\beta l}$ پر کرنے سے مساوات 11.47 ہی حاصل ہوتا ہے جو برقی بوجھ سے l فاصلے پر بمطابق Z_0 داخلی قدرتی رکاوٹ ہے ^{380L}

یوں برقی بوجھ Z سے دور داخلی Z کی طرف چلتے ہوئے، ہم منبع طاقت یعنی جنریٹر کی طرف چلتے ہیں جبکہ سمتہ نقشے پر ایسا کرنے سے زاویہ ϕ سے کم ہو کر $\phi - 2\beta l$ ہوتا ہے لہذا نقشے پر ہم گھڑی کے سمت چلتے ہیں۔ یوں $\beta l = \pi$ فاصلہ، یعنی آدھی طول موج، طے کرنے سے نقشے کے گرد ایک چکر مکمل ہو گا۔ اس طرح $\frac{\lambda}{2}$ لمبی ہے ضیاع ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ عین برقی بوجھ کے رکاوٹ برابر ہو گی۔ ^{380d}

یوں سمتہ نقشے کے حیطے پر ایک مکمل چکر کو 0.5λ دکھایا جاتا ہے۔ جیسے شکل 11.9 میں دکھایا گیا ہے، استعمال میں آسانی کی غرض سے ایک کے بجائے دو ایسے فیتے بنائے جاتے ہیں۔ ایک فیتہ گھڑی کی سمت میں بڑھتا فاصلہ دکھاتا ہے جسے نقشے میں "منجانب جنریٹر" سے ظاہر کیا جاتا ہے جبکہ دوسرا فیتہ گھڑی کے ^{380d} الٹ سمت بڑھتا فاصلہ دکھاتا ہے جسے "منجانب بار" لکھ کر ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان فیتوں کے ابتدائی نقطے کوئی اہمیت نہیں رکھتے البتہ انہیں نقشے کے بائیں ہاتھ پر رکھا جاتا ہے۔ آپ کو یاد ہو گا کہ حقیقی Z_L اور Z_0 کی صورت میں اگر $Z_L < Z_0$ ہو تب برقی دباؤ کا نشیب اسی نقطے پر ہو گا۔ ^{380f}

سمتہ نقشے کا استعمال مثال کی مدد سے بہتر سمجھا جا سکتا ہے۔ یوں 50Ω کے ترسیلی تار پر $Z_L = 25 + j50 \Omega$ کے برقی بوجھ پر دوبارہ غور کرتے ہیں۔ شکل 11.10 میں $Z = 0.5 + j1$ کو نقطہ A ظاہر کرتا ہے جہاں سے $\Gamma = 0.62e^{j1.45} = 0.62/\angle 83^\circ$ حاصل ہوتا ہے۔ مرکز سے A تک لکیر کو ^{380g} انکائی دائرے کے حیطے تک پڑھا کر 0.135λ پڑھا جاتا ہے۔ اگر تار کی لمبائی 60 cm ہو اور اشارے کی تعدد اتنی ہو کہ ترسیلی تار پر طول موج 2 m ہو، تب $0.3 \frac{l}{\lambda}$ ہو گا لہذا تار 0.3λ لمبی ہو گی۔ یوں بیرونی دائرے پر $0.435\lambda = 0.135\lambda + 0.3\lambda$ سے مرکز تک لکیر اور $|\Gamma|$ رداس کے دائرے کے ملاپ، یعنی نقطہ B سے ^{380h} داخلی $Z = 0.28 - j0.4$ حاصل ہوتا ہے۔ اس طرح $Z_L = 14 - j20$ ہو گا۔ تحلیلی طور پر زیادہ درست جواب $13.7 - j20.2$ داخلی Z حاصل ہوتا ہے۔

سمتہ نقشے سے موج کے چوٹی یا نشیب کے مقام باآسانی حاصل کئے جاتے ہیں۔ کسی بھی $\phi = |\Gamma|/\angle$ کے لئے $\Gamma = -l$ سے Z پر آمدی اور انعکاسی امواج کے مجموعے

$$\begin{aligned} V_s &= V_0^+ (e^{j\beta l} + \Gamma e^{-j\beta l}) \\ &= V_0^+ e^{j\beta l} \left[1 + |\Gamma| e^{j(\phi - 2\beta l)} \right] \end{aligned}$$

کی حتمی قیمت

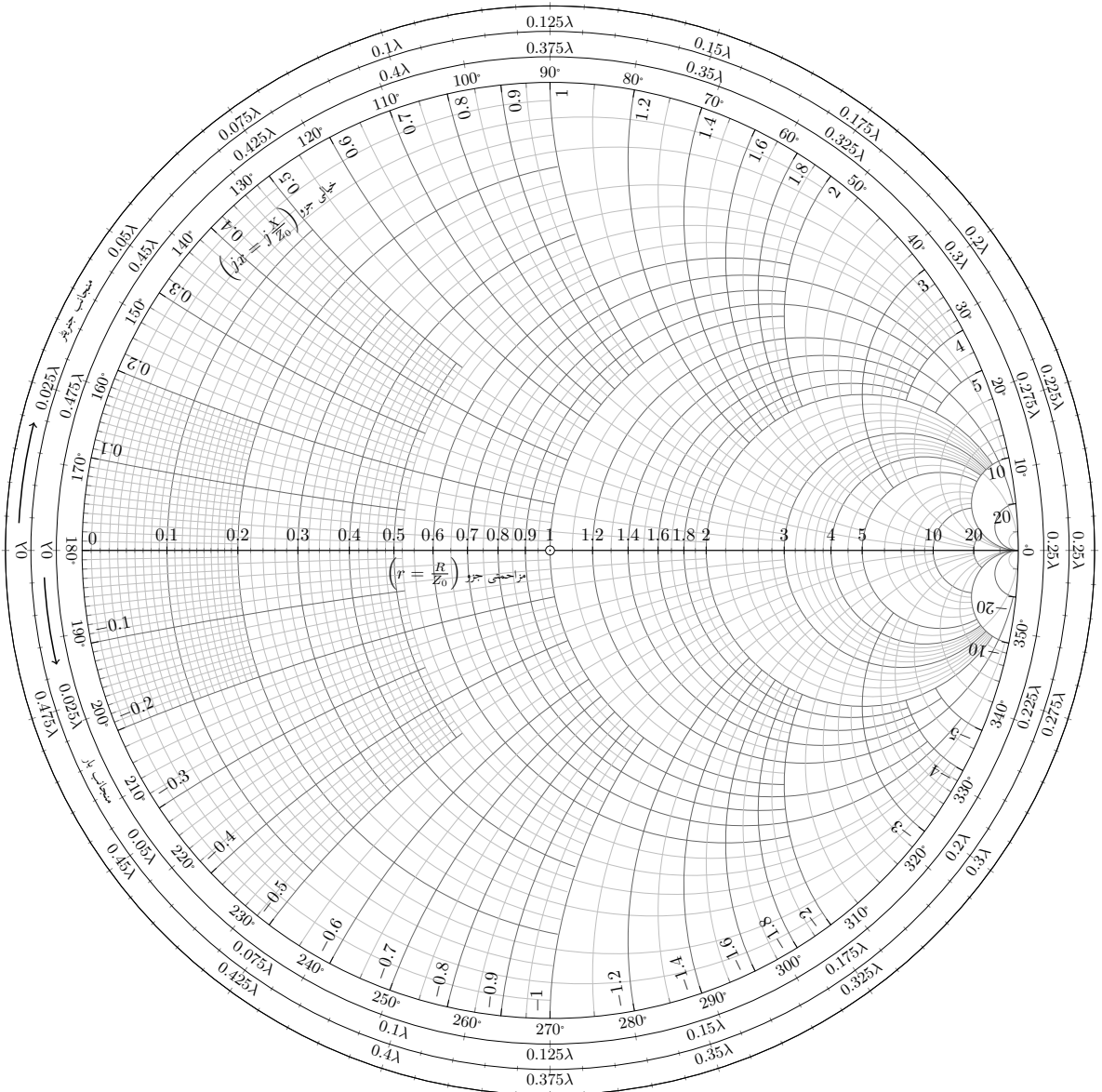
$$\begin{aligned} |V_s| &= V_0^+ |e^{j\beta l}| \left| 1 + |\Gamma| e^{j(\phi - 2\beta l)} \right| \\ &= V_0^+ \left| 1 + |\Gamma| e^{j(\phi - 2\beta l)} \right| \end{aligned}$$

ہے جہاں $|e^{j\beta l}| = 1$ کے برابر ¹² ہے۔ اس کی کم سے کم قیمت $V_0^+ (1 - |\Gamma|)$ ہے جو $\phi - \beta l = (2n + 1)\pi$ کی صورت میں حاصل ہوتی ہے ^{381a} جہاں $n = 0, 1, 2, \dots$ ہے۔ عین برقی بوجھ پر $l = 0$ ہے اور ایسی صورت میں اس شرط کو $\phi = \pi$ لکھا جا سکتا ہے۔ اسی طرح $|V_s|$ کی زیادہ سے زیادہ قیمت $V_0^+ (1 + |\Gamma|)$ ہے جو $\phi - \beta l = 2n\pi$ کی صورت میں حاصل ہوتی ہے جہاں $n = 0, 1, 2, \dots$ ہے۔ عین برقی بوجھ پر $l = 0$ ہے اور ایسی صورت میں ^{381b} اس شرط کو $\phi = 0$ لکھا جا سکتا ہے۔ یوں $\phi = \pi$ کی صورت میں برقی بوجھ پر V_s کی کم سے کم قیمت ہو گی جبکہ $\phi = 0$ کی صورت میں برقی بوجھ پر V_s کی زیادہ سے زیادہ قیمت ہو گی۔ آئیں دیکھیں کہ ان شرائط کا مطلب کیا ہے۔ ^{381b}

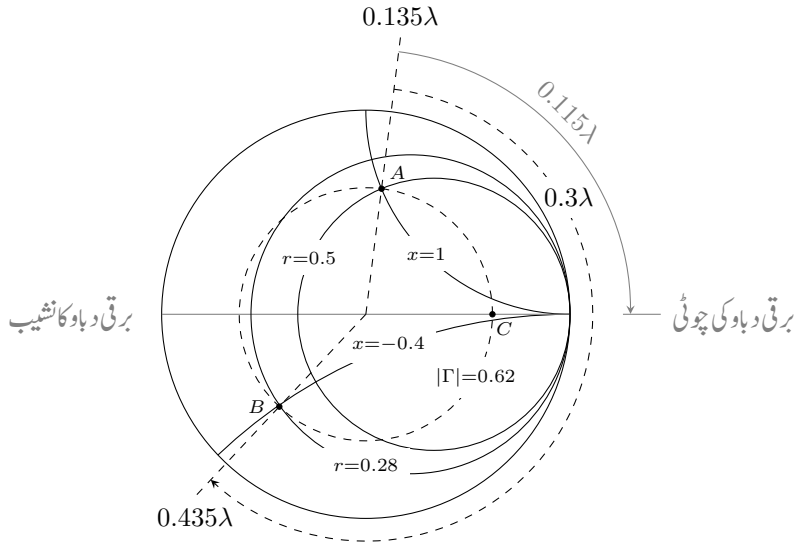
مزاحمتی برقی بوجھ R_L اور حقیقی Z_0 کی صورت میں اگر $R_L < Z_0$ ہو تب Γ منفی حقیقی عدد ہو گا جسے $\Gamma = |\Gamma|/\angle \pi$ لکھا جا سکتا ہے ^{381c} جبکہ $R_L > Z_0$ کی صورت میں Γ مثبت حقیقی عدد ہو گا جسے $\Gamma = |\Gamma|/\angle 0^\circ$ لکھا جا سکتا ہے۔ یوں $R_L < Z_0$ یعنی $\Gamma = |\Gamma|/\angle 0^\circ$ کی صورت میں برقی بوجھ ^{381d} پر کمتر V_s ہو گا جبکہ $R_L > Z_0$ یعنی $\Gamma = |\Gamma|/\angle \pi$ کی صورت میں برقی بوجھ پر بلند تر V_s ہو گا۔ سمتہ نقشے پر افقی محدد حقیقی Γ دیتا ہے۔ منفی افقی محدد ^{381e} پر $\Gamma = |\Gamma|/\angle \pi$ ہوتا ہے لہذا برقی بوجھ پر کمتر V_s بر صورت سمتہ نقشے میں منفی افقی محدد پر پایا جائے گا۔ اسی طرح مثبت افقی محدد پر $\Gamma = |\Gamma|/\angle 0^\circ$ ہوتا ہے لہذا برقی بوجھ پر بلند تر V_s بر صورت سمتہ نقشے میں مثبت افقی محدد پر پایا جائے گا۔ ^{382d}

ان نتائج کو آگے بڑھاتے ہیں۔ کسی بھی مخلوط برقی بوجھ $Z_L = R_L + jX_L$ کی صورت میں سمتہ نقشے میں $Z = r + jx$ سے شروع کر کے فاصلہ l بڑھانے سے زاویہ $\phi - 2\beta l$ گھٹتا ہے جو سمتہ نقشے پر گھڑی کی سمت گھومنے کے مترادف ہے۔ جس فاصلے پر $\phi - 2\beta l = 2n\pi$ ہو وہاں برقی موج کی ^{382e} چوٹی پائی جائے گی اور جس فاصلے پر $\phi - 2\beta l = (2n + 1)\pi$ ہو وہاں موج کا نشیب پایا جائے گا۔ اب $2n\pi$ سے مراد سمتہ نقشے کے افقی محدد کا مثبت حصہ جبکہ $(2n + 1)\pi$ سے مراد افقی محدد کا منفی حصہ ہے۔ یوں شکل 11.10 میں نقطہ A سے گھڑی کی سمت 0.115λ گھومتے ہوئے ترسیلی تار پر پہلی چوٹی پائی

$$|e^{j\beta l}| = |\cos \beta l + j \sin \beta l| = \sqrt{\cos^2 \beta l + \sin^2 \beta l} = 1^{12}$$



شکل 11.9: مکمل سمتی نقشه.



شکل 11.10: سمتھ نقشے سے متغیرات کا حصول۔

جائے گی۔ یوں برقی بوجھ سے پہلی چوٹی 0.115λ یعنی $0.115 \times 200 = 23 \text{ cm}$ فاصلے پر ہے۔ اگر ترسیلی تار زیادہ لمبی ہوتی تب برقی بوجھ سے 0.365λ دور پہلا نشیب پایا جاتا۔ چونکہ تار کی لمبائی اس سے کم ہے لہذا تار پر کہیں پر بھی نشیب نہیں پایا جاتا۔

3829

برقی رو کی چوٹی اس نقطے پر پائی جاتی ہے جہاں $\phi - 2\beta l = 2n\pi$ کا شرط پورا ہو۔ برقی رو

$$I_s = \frac{V_0^+}{Z_0} (e^{j\beta l} - \Gamma e^{j\beta l})$$

کی کمتر قیمت اس نقطے پر پائی جاتی ہے۔ اسی طرح جس نقطے پر برقی دباؤ کی کمتر قیمت پائی جائے، اس نقطے پر برقی رو کی چوٹی پائی جاتی ہے۔ یوں سمتھ نقشے کے افقی محدد کے مثبت حصے پر برقی رو کا نشیب جبکہ اس کے منفی حصے پر برقی رو کی چوٹی پائی جائے گی۔

3831

مزاحمتی برقی بوجھ R_L اور بے ضیاع ترسیلی تار کی صورت میں $\Gamma = \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0}$ ہو گا۔ اگر $R_L > R_0$ ہو تب $|\Gamma| = \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0}$ ہو گا جبکہ $R_L < R_0$ کی صورت میں $|\Gamma| = \frac{R_0 - R_L}{R_0 + R_L}$ ہو گا۔ یوں $R_L > R_0$ کی صورت میں

$$s = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1 + \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0}}{1 - \frac{R_L - R_0}{R_L + R_0}} = \frac{R_L}{R_0} = r \quad (R_L > R_0)$$

جبکہ $R_L < R_0$ کی صورت میں

$$s = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = \frac{1 + \frac{R_0 - R_L}{R_0 + R_L}}{1 - \frac{R_0 - R_L}{R_0 + R_L}} = \frac{R_0}{R_L} \quad (R_L < R_0)$$

ہو گا۔ یاد رہے کہ $s > 1$ ہوتا ہے لہذا $\frac{R_L}{R_0}$ اور $\frac{R_0}{R_L}$ میں جو بھی اکائی سے زیادہ قیمت رکھتا ہو یہی s ہو گا۔ یوں $|\Gamma|$ رداس کے دائرے اور مثبت افقی محدد سے s_{32} پڑھ کر s کی قیمت بھی یہی تصور کریں۔ شکل 11.10 میں نقطہ C سے $r = 4.2$ پڑھا جائے گا لہذا $s = 4.2$ ہے۔ مثبت افقی محدد پر $r > 1$ ہوتا ہے لہذا محدد s_{38} کے اسی حصے سے s کی قیمت پڑھی جاتی ہے۔ آپ تسلی کر لیں کہ $\frac{R_0}{R_L} > 1$ کی صورت میں بھی اسی طریقہ کار سے درست s حاصل ہوتا ہے۔

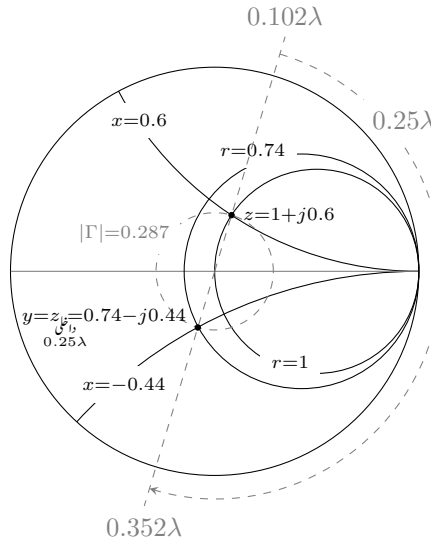
3834

11.4.1 سمتھ فراوانی نقشہ

اس حصے کو $\frac{\lambda}{4}$ لمبی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ کے حصول سے شروع کرتے ہیں۔ اتنی لمبائی کے تار کا $\beta l = 90^\circ$ ہو گا۔ داخلی قدرتی رکاوٹ کی مساوات

$$Z_{\text{داخلی}} = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + jZ_L \tan \beta l}$$

3835



شکل 11.11: چوتھائی طول تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ اسی تار کی برقی فراوانی کے برابر ہے۔

میں داخلی Z کو Z_0 سے تقسیم کرتے اور $\beta l = 90^\circ$ پر کرتے ہوئے

$$\frac{Z_{\text{داخلی}}}{Z_0} = \frac{Z_L + jZ_0 \tan 90^\circ}{Z_0 + jZ_L \tan 90^\circ} = \frac{Z_0}{Z_L}$$

یعنی

$$(11.50) \quad \frac{Z_{\text{داخلی}}}{0.25\lambda} = \frac{1}{z}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں

$$\frac{Z_{\text{داخلی}}}{Z_0} = \frac{z_{\text{داخلی}}}{0.25\lambda}$$

$$\frac{Z_L}{Z_0} = z$$

لکھے گئے ہیں۔ مساوات 11.50 کے تحت برقی بوجھ سے 0.25λ فاصلے پر داخلی قدرتی رکاوٹ $\frac{1}{z}$ کے برابر ہے لیکن $\frac{1}{z} = y$ ہوتا ہے لہذا اسی مساوات کو یوں بھی لکھا جا سکتا ہے

$$(11.51) \quad y = \frac{1}{z} = \frac{\text{منجانب جنریٹر}}{0.25\lambda}$$

جہاں 0.25λ تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ کی جگہ منجانب جنریٹر 0.25λ گھومنے کا ذکر کیا گیا ہے۔ مساوات 11.51 کہتی ہے کہ سمتھ نقشے میں Z سے منجانب جنریٹر 0.25λ گھوم کر $|\Gamma|$ رداس کے دائرے سے y حاصل ہو گا۔

شکل 11.11 میں $z = 1 + j0.6$ دکھایا گیا ہے جو منجانب جنریٹر 0.102λ زاویے پر پایا جاتا ہے۔ یہ رکاوٹ $\Gamma = 0.287/73.7^\circ$ دیتا ہے۔ چوتھائی طول لمبی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ حاصل کرنے کی خاطر منجانب جنریٹر 0.25λ چلتے ہوئے 0.352λ سے مرکز تک لکیر اور 0.287 رداس کے دائرے کے ملاپ سے $0.74 - j0.44 = Z_{\text{داخلی}}$ حاصل ہوتا ہے جو $\frac{1}{z}$ یعنی y کے عین برابر ہے۔

آپس کسر دور اور کھلے دور تار کے ٹکڑوں کا داخلی قدرتی رکاوٹ حاصل کریں۔ کسر دور تار کی صورت میں $Z_L = 0$ ہو گا لہذا داخلی قدرتی رکاوٹ

$$(11.52) \quad Z_{\text{داخلی}} = Z_0 \frac{0 + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + j0 \tan \beta l}$$

$$= jZ_0 \tan \beta l$$

حاصل ہوتا ہے جو خیالی عدد ہے۔ چوتھائی طول لمبی کسر دور تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ یوں

$$(11.53) \quad Z_{0.25\lambda}^{\text{داخلی}} = jZ_0 \tan 90^\circ = \infty \quad (\text{کسرے دور})$$

حاصل ہوتی ہے۔ یہ تعجب بھرا نتیجہ ہے جس کے مطابق چوتھائی طول لمبی کسرے دور تار بطور کھلے دور کردار ادا کرتی ہے۔

کھلے دور تار کی صورت میں $Z_L = \infty$ ہو گا لہذا داخلی قدرتی رکاوٹ

$$(11.54) \quad Z_{\text{داخلی}} = Z_0 \frac{\infty + jZ_0 \tan \beta l}{Z_0 + j\infty \tan \beta l} \\ = -j \frac{Z_0}{\tan \beta l}$$

حاصل ہوتا ہے جو خیالی عدد ہے۔ چوتھائی طول لمبی کھلے دور تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ یوں

$$(11.55) \quad Z_{0.25\lambda}^{\text{داخلی}} = -j \frac{Z_0}{\tan 90^\circ} = 0 \quad (\text{کھلے دور})$$

حاصل ہوتی ہے۔ یہ بھی تعجب بھرا نتیجہ ہے جس کے مطابق چوتھائی طول لمبی کھلے دور تار بطور کسر دور کردار ادا کرتی ہے۔

سمتہ مزاحمتی نقشے¹³ کا متبادل سمتہ فراوانی¹⁴ نقشہ بھی استعمال کیا جاتا ہے۔ ان میں $y = \frac{Y}{Y_0} = g + jb$ لیا جاتا ہے جہاں $Y_L = \frac{1}{Z_L}$ اور $Y_0 = \frac{1}{Z_0}$ کے برابر ہیں۔ اس طرح y برقی فراوانی بمطابق Y_0 کہلاتے گی۔ یوں r سے حاصل دائرے اب g کے دائرے کہلاتے ہیں جبکہ x کے دائرے b کے دائرے کہلاتے ہیں۔ اس نقشے میں $g > 1$ اور $b = 0$ کی صورت میں برقی دباؤ کی کمتر قیمت حاصل ہو گی۔ ایضاً سمتہ نقشے سے حاصل Γ کا زاویہ 180° پڑھنا ہو گا۔

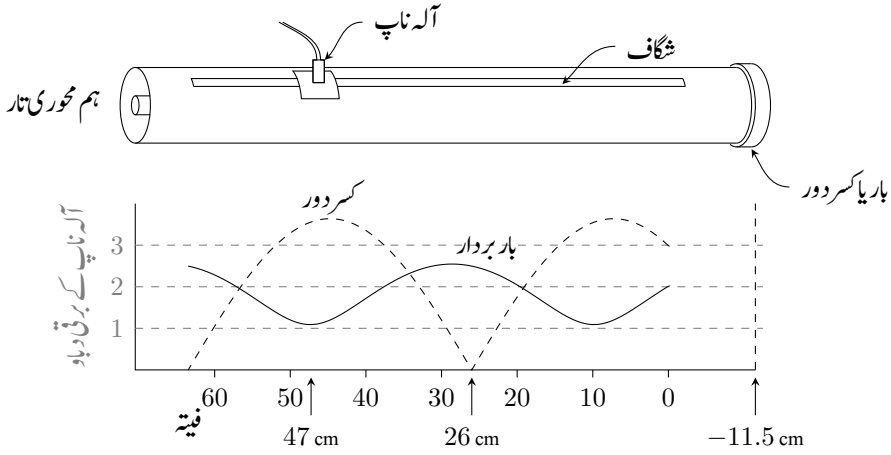
11.5 تجرباتی نتائج پر مبنی چند مثال

اس حصے میں دو مثالوں پر غور کیا جائے گا۔ پہلی مثال میں تجرباتی نتائج سے برقی بوجھ کی رکاوٹ حاصل کی جائے گی جبکہ دوسری مثال میں برقی بوجھ کو تلاش کرنے ہم رکاوٹ بنانے کی ترکیب دکھائی جائے گی۔

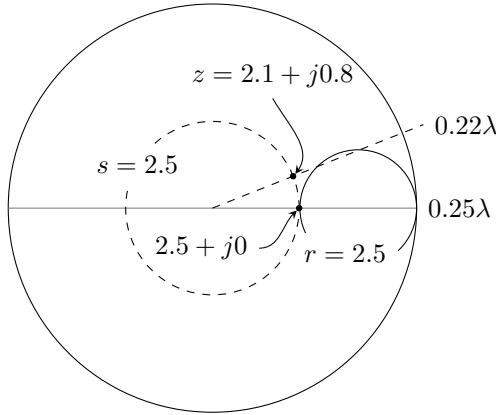
ہم محوری ترسیلی تار کے بیرونی تار میں لمبائی کی سمت میں شگاف ڈال کر اس میں مختلف مقامات پر برقی دباؤ کے نمونے لے کر $s = 2.5$ حاصل کیے گئے ہیں۔ شکل 11.12 میں ایسی شگاف دار تار¹⁵ دکھائی گئی ہے۔ شگاف کے ساتھ فیتہ رکھ کر بلند تر اور کم تر نمونوں کے مقامات بھی درج کئے گئے۔ ایسے نتائج حاصل کرتے وقت فیتے کا صفر کہیں پر بھی رکھا جا سکتا ہے لہذا اسے برقی بوجھ کا مقام تصور نہیں کریں۔ کمتر برقی دباؤ فیتے پر 47 cm کے نشان کے ساتھ پایا جاتا ہے۔ سائیکل نما اشارے کی صورت میں سمت کار کے خارجی اشارہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اشارے کے کمتر قیمت کا مقام ٹھیک ٹھیک تعین کرنا زیادہ آسان ہے۔ اشارے کی چوٹی نوک دار نہیں ہوتی لہذا اس کا مقام ٹھیک ٹھیک تعین کرنا قدر مشکل ہوتا ہے۔ اسی وجہ سے عموماً موج کی کمتر قیمت کے مقامات حاصل کرتے ہوئے مطلوبہ معلومات دریافت کی جاتی ہیں۔ ہم محوری تار کی قدرتی رکاوٹ 50Ω ہے اور تار میں ہوا بطور ذو برق استعمال کی گئی ہے۔ اشارے کی تعدد 400 MHz ہے لہذا طول موج 75 cm ہے۔ برقی بوجھ کا مقام تعین کرنے کی خاطر برقی بوجھ کو ہٹا کر تار کے ان سروں کو کسر دور کیا جاتا ہے۔ کسر دور تار پر کمتر دباؤ فیتے پر 26 cm کے نشان کے سامنے پایا جاتا ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ کسر دور نقطے سے کمتر دباؤ کا فاصلہ $\frac{n\lambda}{2}$ ہو گا۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ کمتر دباؤ کسر دور نقطے سے آدھے طول موج کے فاصلے پر ہے۔ ایسی صورت میں کسر دور کا مقام فیتے پر $11.5 \text{ cm} - 37.5 = -26 \text{ cm}$ نشان کے ساتھ ہو گا۔ چونکہ برقی بوجھ کے مقام پر ہی کسر دور پیدا کیا گیا تھا لہذا برقی بوجھ بھی فیتے پر $11.5 \text{ cm} -$ کے نشان کے ساتھ ہو گا۔ یوں حاصل نتائج کے تحت برقی بوجھ سے کم تر دباؤ کا نقطہ $58.5 \text{ cm} = (-11.5) - 47$ فاصلے پر ہے۔ جیسے جیسے آدھی طول موج منفی کرتے ہوئے برقی بوجھ سے کمتر دباؤ کا فاصلہ 21 cm حاصل ہوتا ہے۔ بلند تر دباؤ کا برقی بوجھ سے فاصلہ یوں $2.25 \text{ cm} = \frac{37.5}{2} - 21$ ہو گا جو $0.03 = \frac{2.25}{75}$ طول موج کے برابر ہے۔

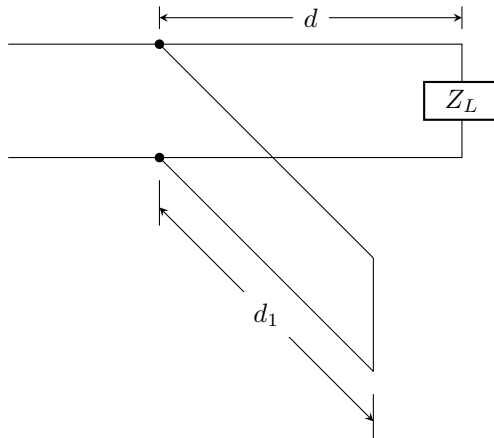
ان معلومات کے ساتھ اب شکل 11.13 کے سمتہ نقشے کا سہارا لیتے ہیں۔ بلند تر برقی دباؤ کے نقطے پر داخلی قدرتی رکاوٹ حقیقی عدد ہوتا ہے جس کی قیمت sR_0 کے برابر ہوتی ہے، لہذا ایسے نقطے پر $2.5 = Z_{\text{داخلی}}$ ہو گا۔ ہم یوں سمتہ نقشے پر $2.5 = Z_{\text{داخلی}}$ نقطے پر داخل ہوتے ہیں جہاں سے منجانب جنریشن¹⁶ فاصلہ 0.25λ پڑھا جاتا ہے۔ اس سے 0.03λ منفی کرتے ہوئے برقی بوجھ تک پہنچتے ہیں، لہذا 0.22λ سے مرکز تک لکیر اور $s = 2.5$ یعنی $|\Gamma| = 0.429$ سے دائرے کے ملاپ سے $Z = 2.1 + j0.8$ پڑھا جاتا ہے۔ یوں $Z_L = 105 + j40 \Omega$ حاصل ہوتا ہے۔ یاد رہے کہ ہم نے برقی بوجھ کو فیتے پر 11.5 cm یا $\frac{n\lambda}{2}$ فاصلے پر تصور کیا ہے۔ چونکہ برقی بوجھ کا مقام اب بھی مکمل طور پر معلوم نہیں ہے لہذا بہتر یہ ہوتا ہے کہ تجرباتی نتائج سے حاصل Z_L کی بات کرتے ہوئے برقی بوجھ کا فرض کردہ مقام بھی ساتھ بتلایا جائے۔



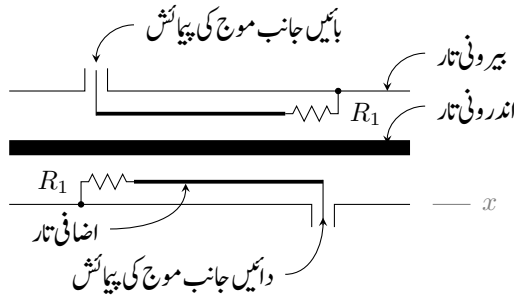
شکل 11.12: ہم محوری تار میں شگاف ڈال کر اس میں آلہ ناپ کی مدد سے مختلف مقامات پر برقی دباؤ کے نمونے لئے جا سکتے ہیں۔



شکل 11.13: اگر 0.03λ لمبی تار پر $2.5 + j0$ داخلی z ہو تب $z = 2.1 + j0.8$ ہو گا۔



شکل 11.14: برقی بوجھ سے d فاصلے پر d_1 لمبائی کے کسرے دور تار کا ٹکڑا جوڑنے سے برقی بوجھ اور تار ہمہ رکاوٹ بنائے جاتے ہیں۔



شکل 11.16: پیمہ شرح ساکن موج

3891

مشق 11.5: بے ضیاع 50Ω کے ساتھ $Z_L = 100 + j100 \Omega$ کا برقی بوجھ نسب ہے۔ برقی بوجھ سے d فاصلے پر d_1 لمبائی کا کسر دور ٹکڑا چھوڑتے ہوئے نظام کو ہم رکاوٹ بنایا جاتا ہے۔ اگر تار پر $v = \frac{2}{3}c$ ہو جبکہ اشارے کی تعدد 10 MHz ہو تب مندرجہ ذیل حاصل کریں۔ λ ، چھوٹے سے چھوٹا d_1 اور ایسی صورت میں d

3894

جوابات: 20 m , 1.8 m اور 4.4 m

3895

3896

3897

11.6 پیمہ شرح ساکن موج

شرح ساکن موج ناپنے کے لئے شگاف دار تار استعمال کرنا شکل 11.12 میں دکھایا گیا۔ شرح ساکن موج ناپنے کے لئے مخصوص آلہ شکل 11.16 میں دکھایا گیا ہے جسے ہم **پیمہ شرح ساکن موج**¹⁶ کہیں گے۔ اس شکل میں x محدود پر پڑی، ہم محوری تار کے اندر دو عدد اضافی موصل تار رکھے گئے ہیں۔ بالائی اضافی تار کے دائیں سرے کو مزاحمت R_1 کے ذریعہ بیرونی تار کے ساتھ جوڑا گیا ہے جبکہ اس کا بائیں سرا بیرونی تار میں سوراخ سے باہر نکالا گیا ہے۔ اس اضافی تار کی لمبائی l جبکہ اس کی قدرتی رکاوٹ R_1 ہے۔ نچلی اضافی تار کے بائیں سرے کو مزاحمت R_1 کے ذریعہ بیرونی تار کے ساتھ جوڑا گیا ہے جبکہ اس کا دایاں سرا بیرونی تار میں سوراخ سے باہر نکالا گیا ہے۔ اس اضافی تار کی لمبائی بھی l اور اس کی قدرتی رکاوٹ R_1 ہے۔

3902

پیمہ کو منبع طاقت اور برقی بوجھ کے درمیان ترسیلی تاروں کے ذریعہ نسب کیا جاتا ہے۔ تصور کریں کہ منبع طاقت بائیں جانب جزا ہے جبکہ برقی بوجھ دائیں جانب جڑی ہے۔ یوں ہم محوری تار میں منبع سے برقی بوجھ کی جانب آمدی موج حرکت کرے گی جبکہ برقی بوجھ سے منبع کی جانب انعکاسی موج حرکت کرے گی۔ آمدی موج دونوں اضافی تاروں میں بھی برقی بوجھ کی جانب حرکت کرتی موج پیدا کرے گی۔ بالائی تار میں یہ موج مزاحمت R_1 پر اختتام پذیر ہو گی۔ چونکہ اضافی تار کی قدرتی رکاوٹ بھی R_1 ہے لہذا تار کے دائیں سرے پر انعکاس نہیں ہو پائے گا۔ نچلی اضافی تار میں دائیں جانب حرکت کرتا میدان برقی دباؤ $v_i = E_{xi}l$ پیدا کرے گا جو تار کے باہر نکالے گئے سرے پر پایا جائے گا۔ یوں آمدی موج صرف نچلی تار میں برقی دباؤ پیدا کرتی ہے۔ اسی طرح انعکاسی موج بھی دونوں اضافی تاروں میں حرکت کرتی موج پیدا کرتی ہے۔ نچلی اضافی تار میں ایسی موج R_1 پر اختتام پذیر ہوتی ہے جبکہ بالائی اضافی تار میں یہ $v_r = E_{xr}l$ برقی دباؤ پیدا کرتی ہے جسے تار کے باہر نکالے گئے سرے پر ناپا جا سکتا ہے۔ اگر اضافی تاروں کی لمبائی اور موٹائی بالکل برابر ہو اور انہیں ہم محوری تار کے اندر بالکل یکساں جگہوں پر رکھا جائے تب دونوں اضافی تاروں میں پیدا ہوا آمدی اور انعکاسی امواج کے مماثل ہو گی۔ یوں شرح انعکاس کو

$$(11.56) \quad |\Gamma| = \frac{v_r}{v_i}$$

اور شرح ساکن موج کو

$$(11.57) \quad s = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

3903

سے ناپا جا سکتا ہے۔

پیمہ کے استعمال سے تبدیلی مزاحمت کے شرح ساکن موج پر اثرات کو دیکھا جاتا ہے۔ اسی طرح ایسی منبع طاقت جو تعددی پٹی پر طاقت پیدا کر سکتا ہے¹⁶ استعمال سے تعدد بالمقابل S دیکھا جاتا ہے۔

3905

11.7 تجزیہ عارضی حال

اب تک ہم ترسیلی تار میں کسی ایک تعدد پر، **برقرار یکساں حال** ¹⁷ سائن نما امواج کی بات کرتے رہے ہیں۔ اس حصے میں غیر سائن نما امواج کی بات کرتے ہیں۔ آپ ⁷⁰ جانتے ہیں کہ کسی بھی غیر سائن نما موج کو فوریر تسلسل کی مدد سے متعدد اجزاء کا مجموعہ لکھا جا سکتا ہے جہاں ہر جزو کی تعدد مختلف ہوتی ہے۔ کسی بھی ترسیلی تار کے مستقل R ، L ، G اور C از خود تعدد پر منحصر ہوتے ہیں۔ اس کی مثال، ہم محوری تار کی مزاحمت ہے جو موٹائی جلد پر منحصر ہے جہاں موٹائی ⁷⁰ جلد کا دارومدار از خود تعدد پر ہے۔ ترسیلی تار میں موج کی رفتار ان مستقل پر منحصر ہے لہذا مختلف تعدد کے امواج تار میں مختلف رفتار سے حرکت کریں گے۔ یوں غیر سائن نما موج کے فوریر اجزاء مختلف رفتار سے حرکت کریں گے جس سے موج کی صورت برقرار نہیں رہ پائے گی۔ حرکت کے دوران موج کی صورت بگڑنے کو **انتشار** ³⁹¹¹ کہا جاتا ہے۔ فوریر تسلسل کے انفرادی رفتار v_p کو **دوری رفتار** ¹⁹ کہا جاتا ہے جبکہ منتشر ہوتے موج کی رفتار v_g کو **مجموعی رفتار** ²⁰ کہا جاتا ہے۔ اس کتاب میں اثر انتشار سے پاک امواج پر غور کیا جائے گا۔ یوں دوری رفتار اور مجموعی رفتار برابر ہوں گے۔ اس رفتار کو v لکھتے ہوئے ہم دیکھتے ہیں کہ وقت t میں ایسی ¹³ موج vt فاصلہ طے کرے گی۔

غیر سائن نما امواج میں مستطیل موج نہایت اہمیت کی حامل ہے۔ **عددی** ²¹ اشارات یعنی صفر اور ایک کو عددی ادوار میں $0V$ اور $5V$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ عددی صفر سے عددی ایک یا عددی صفر کو سیڑھی نما تفاعل ظاہر کرتی ہے جبکہ صفر سے ایک اور واپس صفر کو مستطیل تفاعل ظاہر کرتی ہے۔ یہ مستطیل یا سیڑھی نما اشارات، ترسیلی تاروں کے ذریعہ ایک جگہ سے دوسری جگہ منتقل ہوتے ہیں۔ یہ اشارات عموماً بلا ترتیب ہوتے ہیں۔ آئیں ایسی ہی ایک عدد سیڑھی نما اشارے کی ترسیل پر غور کریں۔ اس طرز کے تجزیہ کو **عارضی رد عمل** ²² کہا جاتا ہے۔

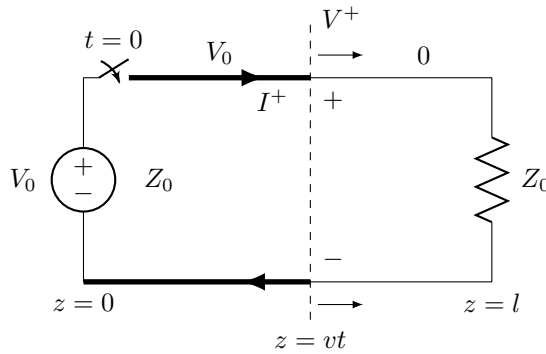
شکل 11.17 میں Z_0 قدرتی رکاوٹ کا ترسیلی تار Z_0 برقی بوجھ کو طاقت فراہم کرنے کے لئے استعمال کیا جا رہا ہے۔ منبع طاقت کی اندرونی رکاوٹ ⁹⁰ صفر کے برابر ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر سوئچ کو چالو حالت میں کرتے ہوئے منبع کو ترسیلی تار کے ساتھ جوڑا جاتا ہے جس سے ترسیلی تار کا داخلی سرا V_0 برقی ²⁵ دباؤ پر پہنچ جاتا ہے۔ ترسیلی تار کا بقایا حصہ اور برقی بوجھ فی الحال $0V$ پر ہی رہتے ہیں۔ سوئچ کو چالو حالت میں ہی رکھا جاتا ہے۔ تار کے داخلی سرے پر لاگو برقی ²⁵ دباؤ رفتار v سے اختتامی جانب حرکت کرے گی۔ یوں لمحہ t پر یہ موج vt فاصلہ طے کر چکی ہو گی لہذا منبع سے فاصلہ vt تک ترسیلی تار پر اب برقی ²⁵ دباؤ V_0 ہو گا جبکہ بقایا تار اب بھی صفر برقی دباؤ پر ہو گا۔ شکل 11.17 میں لمحہ t پر منبع کے ساتھ ترسیلی تار کی vt لمبائی حصے کو موٹی لکیر سے دکھایا گیا ہے جبکہ بقایا تار کو پتلی لکیر سے ظاہر کیا گیا ہے۔ نقطہ دار لکیر اس مقام کو ظاہر کر رہی ہے جہاں برقی دباؤ کی موج V^+ پہنچ پائی ہے۔ موج کے حیطے ³⁹² کی قیمت $V^+ = V_0$ ہو گی۔ تار پر برقی دباؤ کی صورت **سیڑھی نما تفاعل** ²³ ہے۔ ترسیلی تار کی لمبائی l ہونے کی صورت میں برقی دباؤ کی موج، برقی بوجھ ⁹⁰ تک $\frac{1}{v}$ دورانیے میں پہنچے گی جہاں v موج کی مجموعی رفتار ہے۔ اس دورانیے میں **عارضی صورت حال** ²⁴ پائی جاتی ہے۔ چونکہ برقی بوجھ کی قیمت عین ترسیلی ⁹⁰ قدرتی رکاوٹ کے برابر ہے لہذا $\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 0$ ہو گا۔ یوں تار کے اختتامی سرے پر انعکاسی موج پیدا نہیں ہو گی۔ اس طرح سوئچ چالو حالت میں کرتے ³⁹² ٹھیک $\frac{1}{v}$ دیر بعد برقی بوجھ پر منبع کی برقی دباؤ V_0 پائی جائے گی۔ برقی بوجھ پر اس کے بعد برقی دباؤ برقرار V_0 قیمت پر رہتا ہے۔

برقی دباؤ کی موج کے ساتھ ساتھ برقی رو کی موج بھی پائی جاتی ہے۔ یوں لمحہ $t = 0$ پر سوئچ چالو حالت میں کرتے ہی ترسیلی تار کے داخلی سرے پر ³⁹²⁹ I^+ برقی رو کی موج پیدا ہو گی جہاں $I^+ = \frac{V^+}{Z_0}$ کے برابر ہے۔ اگرچہ موصل تار میں برقی رو، منفی بار کے حرکت سے پیدا ہوتی ہے، **روایتی برقی رو** ²⁵ کو مثبت ⁹⁰ تار کے حرکت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ شکل 11.17 میں روایتی برقی رو ہی دکھائی گئی ہے۔ یوں مثبت تار میں برقی رو کی سمت منبع سے برقی بوجھ کی جانب ہے جبکہ منفی ⁹⁰ تار میں اس کی سمت برقی بوجھ سے منبع کی جانب ہے۔ دھیان رہے کہ برقی رو صرف اور صرف نقطہ دار لکیر کے اس طرف پائی جاتی ہے جس طرف منبع نسب ہے۔ ⁹⁰ اس شکل میں مثبت تار میں منبع سے لے کر نقطہ دار لکیر تک مثبت برقی رو پائی جائے گی جبکہ نقطہ دار لکیر کے دوسری جانب برقی رو صفر کے برابر ہو گی۔ تار ³⁹² حصے کو موٹی لکیر سے دکھایا گیا ہے جس میں برقی رو پائی جاتی ہے۔ سوئچ چالو کرنے کے ٹھیک $\frac{1}{v}$ دیر بعد برقی بوجھ میں برقرار $\frac{V_0}{Z_0}$ برقی رو پائی جائے گی۔

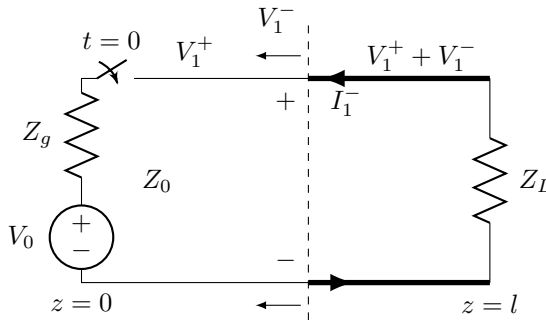
شکل 11.17 میں نقطہ دار لکیر کے دائیں جانب برقی دباؤ صفر کے برابر ہے۔ اس جانب ترسیلی تار کو کیپیسٹر تصور کرتے ہوئے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تار کا ⁹⁰ حصہ ⁹⁰ بار ہے۔ اس کے برعکس نقطہ دار لکیر کے بائیں جانب برقی دباؤ V_0 ہے۔ یوں تار کا یہ حصہ بار بردار ہے۔ مثبت تار پر برقی رو، مثبت بار کو نقطہ دار لکیر کے ⁹⁰ دائیں جانب منتقل کر رہی ہے۔ اسی طرح منفی تار پر برقی رو، نقطہ دار لکیر کے دائیں جانب حصے سے مثبت بار نکال رہی ہے۔ اس طرح نقطہ دار لکیر کے قریب دائیں جانب ⁹⁰ تار بار بردار ہو رہا ہے جس کی وجہ سے اس حصے کی برقی دباؤ بڑھتی ہے۔ یہی برقی موج ہے۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ سوئچ چالو کرنے سے $\frac{1}{v}$ تک کے عارضی دورانیے کے دوران **کرچاف** ²⁶ کے قوانین کار آمد نہیں ہیں۔ عارضی دورانیہ گزرنے کے بعد ⁹⁰ یکساں صورت حال پائی جاتی ہے لہذا کرچاف کے قوانین اب قابل استعمال ہوں گے۔ کرچاف کے قانون کے تحت دور میں یک سمتی برقی رو $\frac{V_0}{Z_0}$ پائی جائے گی ³⁹⁴

steady state¹⁷dispersion¹⁸phase velocity¹⁹group velocity²⁰digital²¹transient response²²step function²³transient state²⁴conventional current²⁵Kirchoff's laws²⁶



شکل 11.17: ترسیلی تار میں ابتدائی موج۔



شکل 11.18: عمومی برقی بوجھ سے لدے ترسیلی تار میں ابتدائی موج۔

آپس اب برقی بوجھ کی قیمت اور ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ برابر نہ رکھتے ہوئے مسئلے پر دوبارہ غور کریں۔ شکل 11.18 میں ایسا ہی دور دکھایا گیا ہے جس میں منبع کی داخلی رکاوٹ بھی شامل کی گئی ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر سوئچ کو چالو حالت کر دیا جاتا ہے جس سے ترسیلی تار کے داخلی سرے پر $V_1 = \frac{Z_0 V_0}{Z_0 + R_g}$ برقی دباؤ نمودار ہو گا۔ یہ برقی دباؤ بطور موج V_1^+

$$V_1^+ = \frac{Z_0 V_0}{Z_0 + Z_g} \quad (11.58)$$

برقی بوجھ کی جانب حرکت کرے گی۔

تار کے اختتام پر $Z_0 \neq Z_L$ کی وجہ سے انعکاسی موج V_1^- پیدا ہو گی جہاں

$$\frac{V_1^-}{V_1^+} = \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

کے برابر ہے۔ انعکاسی موج برقی بوجھ سے منبع کی جانب حرکت کرتی ہے۔ اس موج سے منبع کی جانب V_1^+ برقی دباؤ پایا جاتا ہے جبکہ دوسری جانب $V_1^+ + V_1^-$ برقی دباؤ ہو گا۔ انعکاسی موج V_1^- منبع پر پہنچ کر دو درجی منعکس موج V_2^+ پیدا کرے گی جہاں

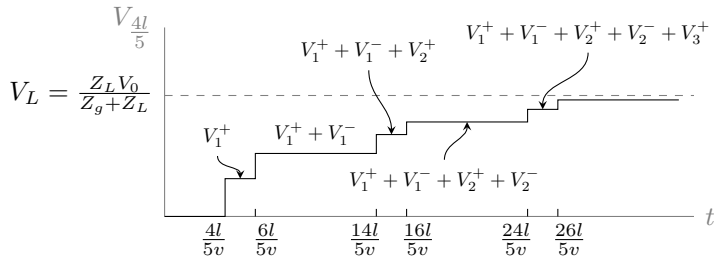
$$\frac{V_2^+}{V_1^-} = \Gamma_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0}$$

کے برابر ہے۔ اس کو

$$V_2^+ = \Gamma_g V_1^- = \Gamma_g \Gamma_L V_1^+$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اب V_2^+ موج جب برقی بوجھ تک پہنچے گی تو یہ

$$V_2^- = \Gamma_L V_2^+$$



شکل 11.19: عارضی دورانیے کی برقی دباؤ بالمقابل برقی دباؤ۔

پیدا کرے گی۔

اسی ترتیب کو بار بار استعمال کرتے ہوئے کسی بھی لمحے پر عارضی صورت حال دریافت کیا جا سکتا ہے۔ متعدد انعکاس کے بعد برقی بوجھ پر برقی دباؤ

$$\begin{aligned} V_L &= V_1^+ + V_1^- + V_2^+ + V_2^- + V_3^+ + V_3^- + \dots \\ &= V_1^+ (1 + \Gamma_L + \Gamma_g \Gamma_L + \Gamma_g^2 \Gamma_L^2 + \Gamma_g^2 \Gamma_L^2 + \Gamma_g^2 \Gamma_L^3 \dots) \end{aligned}$$

ہو گا جسے

$$V_L = V_1^+ (1 + \Gamma_L) (1 + \Gamma_g \Gamma_L + \Gamma_g^2 \Gamma_L^2 + \dots)$$

لکھا جا سکتا ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ $1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r}$ کے برابر ہے۔ یہی کلیہ مندرجہ بالا مساوات کے آخری قوسین پر لاگو کرتے ہوئے لامحدود انعکاس کے بعد

$$V_L|_{t \rightarrow \infty} = V_1^+ \left(\frac{1 + \Gamma_L}{1 - \Gamma_g \Gamma_L} \right)$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں لمبی دورانیہ $t \rightarrow \infty$ کی صورت میں $\Gamma_g^n \Gamma_L^n \rightarrow 0$ اور $n \rightarrow \infty$ ہوں گے۔ اس مساوات میں $\Gamma_g = \frac{Z_g - Z_0}{Z_g + Z_0}$ اور $\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$ پر کرتے ہوئے مساوات 11.58 کے استعمال سے

$$V_L|_{t \rightarrow \infty} = \frac{Z_L V_0}{Z_g + Z_L}$$

حاصل ہوتا ہے جو برقرار یکساں حالت کی صورت میں برقی بوجھ پر برقی دباؤ ہے۔ یہی جواب کرجاف کے قانون سے بھی حاصل ہوتا ہے جس میں ترسیلی تار کی تقدرتی رکاوٹ کا کوئی کردار نہیں پایا جاتا۔

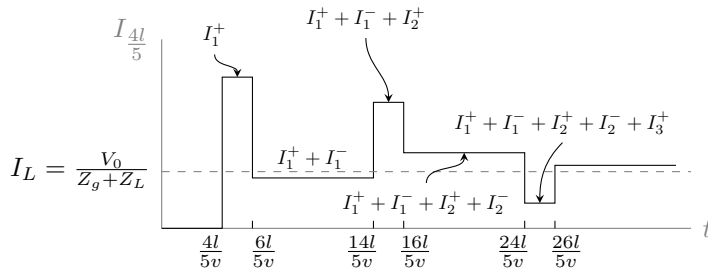
3944

آئیں اب شکل 11.18 میں عارضی دورانیے کے دوران ترسیلی تار پر $Z = \frac{4l}{5}$ کے مقام پر برقی دباؤ بالمقابل وقت کا خط کھینچتے ہیں۔ اس شکل میں Z_g ، Z_0 اور Z_L کو حقیقی اعداد تصور کرتے ہیں۔ اس کے ساتھ ساتھ $Z_g > Z_0$ اور $Z_L > Z_0$ تصور کیا گیا ہے۔ یوں $\Gamma_g > 0$ اور $\Gamma_L > 0$ حاصل ہوتے ہیں۔ شکل 11.19 کو دیکھ کر آگے پڑھیں۔

3947

سوئچ کو لمحہ $t = 0$ پر چالو کیا جاتا ہے جس سے ترسیلی تار میں V_1^+ موج پیدا ہوتی ہے۔ یہ موج نقطہ دار لکیر سے ظاہر کردہ مقام تک $\frac{4l}{5}$ دورانیے میں پہنچتی ہے۔ یوں $t = 0$ تا $t = \frac{4l}{5v}$ اس نقطے پر صفر برقی دباؤ رہتی ہے جبکہ ٹھیک $t = \frac{4l}{5v}$ پر یہاں کی برقی دباؤ V_1^+ ہو جاتی ہے۔ شکل 11.19 میں ایسا ہوتا دکھایا گیا ہے۔ موج V_1^+ نقطہ دار لکیر سے برقی بوجھ تک $\frac{l}{5v}$ دورانیے میں پہنچ کر انعکاس پذیر ہوتی ہے۔ انعکاسی موج کو برقی بوجھ سے نقطہ دار لکیر تک پہنچنے کی خاطر $\frac{l}{5v}$ دورانیہ درکار ہے۔ یوں V_1^- موج نقطہ دار لکیر پر لمحہ $\frac{6l}{5v} = \frac{4l}{5v} + \frac{l}{5v} + \frac{l}{5v}$ پہ پہنچتی ہے۔ یوں سوئچ چالو حال کرنے کے $\frac{6l}{5v}$ دیر بعد نقطہ دار لکیر پر برقی دباؤ $V_1^+ + V_1^-$ ہو جاتی ہے۔ امید کی جاتی ہے کہ آپ شکل 11.19 میں دکھائے گئے تمام صورت حال کو سمجھ پائے ہیں۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ترسیلی تار کے دونوں سروں پر موج بار بار انعکاس پذیر ہوتی ہے۔ ہر انعکاس کے بعد برقی دباؤ برقرار حال قیمت کے قریب تر ہوتی جاتی ہے۔

ترسیلی تار پر کسی بھی مقام پر برقی رو کی قیمت بھی اسی طرح حاصل کی جاتی ہے۔ برقی دباؤ کی صورت میں اس تار کو مثبت برقی دباؤ پر تصور کیا جاتا ہے جس پر مثبت بار پایا جاتا ہو۔ یوں شکل 11.18 میں V_1^- اور V_1^+ امواج میں بالائی تار مثبت برقی دباؤ پر ہیں۔ اسی شکل میں گھڑی کی سمت میں گھومتی برقی رو کو



شکل 11.20: عارضی دورانیے کی برقی رو بالمقابل برقی دباؤ۔

مثبت تصور کیا جاتا ہے جبکہ گھڑی کے الٹ سمت گھومتی برقی رو کو منفی تصور کیا جاتا ہے۔ یوں I_1^+ مثبت جبکہ I_1^- منفی برقی رو ہے۔ یوں ترسیلی تار میں دونوں جانب حرکت کرتی برقی دباؤ کی موج کو مثبت تصور کیا جاتا ہے جبکہ برقی رو کے امواج مثبت یا منفی ممکن ہیں۔ برقی رو اور برقی دباؤ کا عمومی تعلق

$$I_1^+ = \frac{V_1^+}{Z_0}$$

$$I_1^- = -\frac{V_1^-}{Z_0}$$

ہے۔ اس طرح

$$I_1^+ = \frac{V_1^+}{Z_0}, \quad I_1^- = -\frac{V_1^-}{Z_0}$$

$$I_2^+ = \frac{V_2^+}{Z_0}, \quad I_2^- = -\frac{V_2^-}{Z_0}$$

$$I_3^+ = \frac{V_3^+}{Z_0}, \quad I_3^- = -\frac{V_3^-}{Z_0}$$

لکھے جائیں گے۔

شکل 11.19 کو دیکھتے ہوئے شکل 11.20 حاصل کیا گیا ہے۔ اس شکل میں یہ دلچسپ حقیقت سامنے آتی ہے کہ سوئچ چالو کرنے کے لمحے پر برقی رو برقرار حالت یکساں برقی رو سے زیادہ ہے۔ دراصل Z_g ، Z_L اور Z_0 کے قیمت ایسے چنے جا سکتے ہیں کہ ابتدائی برقی دباؤ یا ابتدائی برقی رو کی قیمت برقرار حالت قیمتوں سے زیادہ یا کم ہو۔

3957

3958

مثال 11.3: شکل 11.18 میں $l = 240 \text{ m}$ ، $v = 0.8c$ ، $V_0 = 5 \text{ V}$ ، $Z_L = 100 \Omega$ ، $Z_g = 50 \Omega$ اور $Z_0 = 50 \Omega$ ہیں۔ سوئچ کو $t = 0$ پر چالو حالت میں کر دیا جاتا ہے۔ عارضی دورانیے میں برقی بوجھ اور منبع پر برقی دباؤ بالمقابل وقت اور برقی رو بالمقابل وقت کے خط کھینچیں۔

حل: ان قیمتوں سے شرح انعکاس

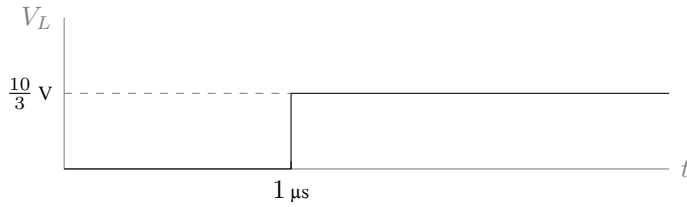
$$\Gamma_g = \frac{50 - 50}{50 + 50} = 0$$

$$\Gamma_L = \frac{100 - 50}{100 + 50} = \frac{1}{3}$$

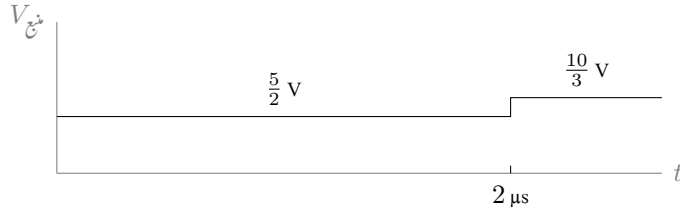
حاصل ہوتے ہیں۔ لمحہ $t = 0$ پر سوئچ چالو کرنے سے منبع کو Z_0 نظر آتا ہے لہذا

$$V_1^+ = \frac{Z_0 V_0}{Z_g + Z_0} = \frac{50 \times 5}{50 + 50} = \frac{5}{2} \text{ V}$$

$$I_1^+ = \frac{V_0}{Z_g + Z_0} = \frac{5}{50 + 50} = \frac{1}{20} \text{ A}$$



شکل 11.21: برقی بوجھ پر برقی دباؤ۔



شکل 11.22: منبع کے خارجی سروں پر برقی دباؤ۔

ہوں گے۔ ترسیلی تار میں رفتار موج $v = 0.8 \times 3 \times 10^8 = 2.4 \times 10^8 \frac{m}{s}$ ہے لہذا یہ امواج

$$t = \frac{l}{v} = \frac{240}{2.4 \times 10^8} = 1 \mu s$$

دورانیے میں برقی بوجھ تک پہنچیں گی۔ برقی بوجھ سے انعکاس پذیر امواج

$$V_1^- = \Gamma_L V_1^+ = \frac{1}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{6} V$$

$$I_1^- = -\frac{V_1^-}{Z_0} = -\frac{1}{60} A$$

ہیں۔ یوں سوئچ چالو کرنے کے $1 \mu s$ دیر بعد برقی بوجھ پر کل برقی دباؤ اور برقی رو

$$V_1^+ + V_1^- = \frac{5}{2} + \frac{5}{6} = \frac{10}{3} V$$

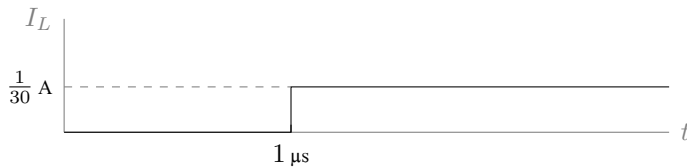
$$I_1^+ + I_1^- = \frac{1}{20} - \frac{1}{60} = \frac{1}{30} A$$

ہوں گے۔ سوئچ چالو کرنے کے $2 \mu s$ دیر بعد انعکاسی امواج منبع تک واپس پہنچیں گی۔ چونکہ $\Gamma_g = 0$ ہے لہذا منبع سے کوئی موج انعکاس پذیر نہیں ہو گی۔ اس طرح سوئچ چالو کرنے کے $2 \mu s$ دیر بعد منبع پر برقی دباؤ اور برقی رو مندرجہ بالا قیمتیں اختیار کر لیں گے۔ اس کے بعد یہی قیمتیں برقرار رہیں گے۔

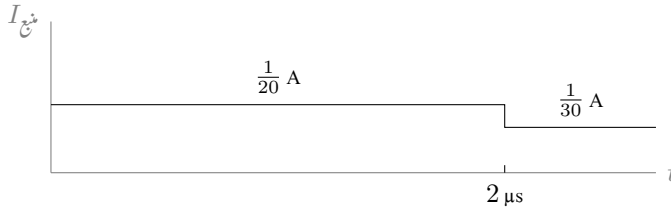
3962

3963

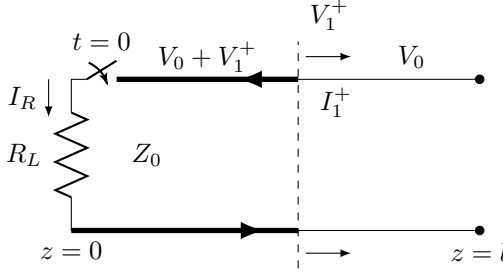
عارضی دورانیے کا ایک اہم مسئلہ شکل 11.25 میں دکھایا گیا ہے جہاں $z = 0$ پر برقی بوجھ R_L جوڑا جا سکتا ہے جبکہ $z = l$ پر تار کا سرا کھلا رکھا جاتا ہے۔ بار بردار تار پر V_0 مثبت برقی دباؤ پایا جاتا ہے جبکہ تار کی قدرتی رکاوٹ Z_0 ہے۔ آئیں اس کی کارکردگی پر غور کریں۔ سوئچ چالو کرتے ہی تار سے



شکل 11.23: برقی بوجھ کی برقی رو۔



شکل 11.24: منبع کی برقی رو۔



شکل 11.25: ترسیلی تار سے مستطیل پتلا اشارہ حاصل کیا جا سکتا ہے۔

بار کا انخلا بہ راستہ R_L شروع ہو جاتا ہے۔ تار میں کثافت بار کی کمی سے تار میں برقی دباؤ کم ہوتا ہے۔ شکل 11.25 میں سوئچ بند کرنے کے کچھ ہی دیر بعد کی صورت حال دکھائی گئی ہے۔ سوئچ چالو کرنے سے پیدا ہونے والی موج کا مقام نقطہ دار لکیر دکھا رہی ہے۔ اس لکیر کے دائیں جانب برقی دباؤ V_0 اور بار ساکن ہے جبکہ لکیر کے بائیں جانب بار حرکت میں ہے اور برقی دباؤ $V_0 + V_1^+$ ہے۔ چونکہ نقطہ دار لکیر کے بائیں جانب تار پر کثافت بار کم ہے لہذا اس طرف برقی دباؤ بھی کم ہو گا، جس سے صاف ظاہر ہے کہ V_1^+ کی قیمت منفی ہو گی۔ نقطہ دار لکیر کے دائیں جانب برقی رو صفر کے برابر ہے جبکہ لکیر کے بائیں جانب برقی رو پائی جاتی ہے۔ یہ برقی رو گھڑی کی الٹ سمت ہے لہذا تار میں ابتدائی برقی رو کے موج I_1^+ کی قیمت منفی ہو گی۔ برقی دباؤ کی موج V_1^+ اور برقی رو کی موج I_1^+ ترسیلی تار میں $z=0$ سے $z=l$ جانب حرکت کرتی ہے۔ ترسیلی تار میں برقی دباؤ اور برقی رو ہر صورت

$$-I_R = I_1^+ = \frac{V_1^+}{Z_0}$$

مساوات پر پورا اترتے ہیں۔ مزاحمت R_L پر برقی دباؤ $V_0 + V_1^+$ ہے جو I_R کی وجہ سے ہے۔ یوں برقی بوجھ پر $V_L = I_R R_L$ ہو گا جسے

$$V_L = V_0 + V_1^+ = -I_1^+ R_L = -\frac{V_1^+}{Z_0} R_L$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اس مساوات سے

$$V_1^+ = -\frac{Z_0 V_0}{Z_0 + R_L} \quad (11.59)$$

حاصل ہوتا ہے۔ برقی دباؤ کی ابتدائی موج جانتے ہوئے ہم کسی بھی لمحے کسی بھی نقطے پر برقی دباؤ یا برقی رو حاصل کر سکتے ہیں۔ ایسا ہم کئی مرتبہ کر چکے ہیں۔

زیادہ دلچسپ صورت حال اس وقت پیدا ہوتی ہے جب $R_L = Z_0$ ہو۔ ایسی صورت میں ترسیلی تار کے سروں پر شرح انعکاس

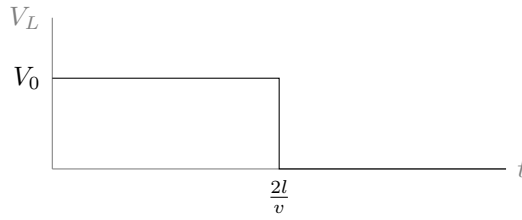
$$\Gamma_{z=0} = 0$$

$$\Gamma_{z=l} = 1$$

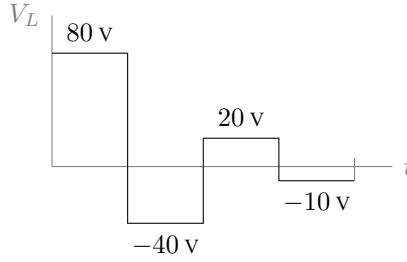
حاصل ہوتے ہیں جہاں $z=l$ پر تار کا سرا کھلے دور ہے۔ مساوات 11.59 سے

$$V_1^+ = -\frac{V_0}{2}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں سوئچ چالو کرتے ہی برقی بوجھ پر دباؤ $V_L = V_0 + V_1^+ = \frac{V_0}{2}$ پیدا ہوتا ہے۔ موج V_1^+ کو تار کے دائیں سرے تک پہنچنے کی رفتار $\frac{1}{v}$ وقت درکار ہے جہاں سے یہ انعکاس پزیر ہو گی۔ اس طرح سوئچ چالو کرنے کے ٹھیک $\frac{2l}{v}$ دیر بعد منعکس برقی موج برقی بوجھ پہنچ کر اس پر کل برقی دباؤ کی



شکل 11.26: ترسیلی تار سے حاصل مستطیل پتلا اشارہ۔



شکل 11.27: بار بار انعکاس پذیر موج سے پیدا برقی دباؤ۔

قیمت $0V$ کر دے گی۔ چونکہ $R_L = Z_0$ ہے لہذا بوجھ سے موج انعکاس پذیر نہیں ہو گی۔ برقی بوجھ پر برقی دباؤ کو شکل 11.26 میں دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ برقی بوجھ پر بالکل مستطیل برقی دباؤ پائی جاتی ہے۔ انتہائی کم دورانیے کے مستطیل اشارات ترسیلی تار کی مدد سے پیدا کئے جا سکتے ہیں۔ $R_L \neq Z_0$ کی صورت میں موج کئی مرتبہ انعکاس پذیر ہو گی جس سے اشارہ مستطیل شکل کھو دے گا۔

3969

3970

مثال 11.4: 300Ω کے برقی بوجھ پر $5000V$ اور $100ns$ دورانیے کا مستطیل اشارہ درکار ہے۔ اس اشارے کو 300Ω کے ہم محوری تار سے حاصل کریں جہاں تار میں موج کی رفتار $0.8c$ ہے۔

3972

حل: اشارے کے دورانیے سے تار کی لمبائی

$$l = \frac{0.8 \times 3 \times 10^8 \times 100 \times 10^{-9}}{2} = 12m$$

3973

حاصل ہوتی ہے۔ ہم محوری تار کو $10kV$ برقی دباؤ پر رکھتے ہوئے درکار اشارہ حاصل ہو گا۔

3974

3975

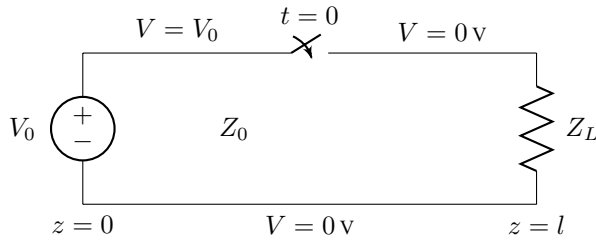
مثال 11.5: شکل 11.25 میں $V_0 = 320V$ ، $Z_0 = 50\Omega$ جبکہ $R_L = \frac{50}{3}\Omega$ ہیں۔ لمحہ $t = 0$ پر سوئچ کو چالو کیا جاتا ہے۔ $0 < t < \frac{8l}{v}$ کے لئے مزاحمت پر برقی دباؤ حاصل کریں۔

3977

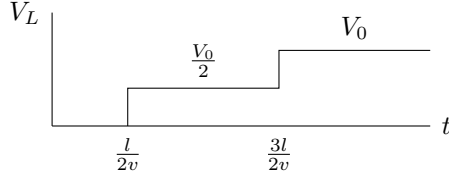
حل: اس دورانیے میں موج ترسیلی تار میں چار چکر کاٹے گی۔ دی گئی معلومات سے

$$\Gamma_{z=0} = \frac{\frac{50}{3} - 50}{\frac{50}{3} + 50} = -\frac{1}{2}$$

$$\Gamma_{z=l} = \frac{\infty - 50}{\infty + 50} = 1$$



(ا) ترسیلی تار کے عین درمیانے نقطے پر سوئچ کو چالو کیا جاتا ہے۔



(ب) برقی بوجھ پر برقی دباؤ۔

شکل 11.28: مثال 11.6 کا دور اور اس میں برقی بوجھ پر برقی دباؤ۔

حاصل ہوتے ہیں۔ یوں

$$V_1^+ = -\frac{50 \times 320}{50 + \frac{50}{3}} = -240 \text{ V}$$

$$V_1^- = \Gamma_{z=l} V_1^+ = -240 \text{ V}$$

یوں گئے۔ اسی طرح

$$V_2^+ = V_2^- = \Gamma_{z=0} V_1^- = 120 \text{ V}$$

$$V_3^+ = V_3^- = \Gamma_{z=0} V_2^- = -60 \text{ V}$$

$$V_4^+ = V_4^- = \Gamma_{z=0} V_3^- = 30 \text{ V}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ ان نتائج کو استعمال کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} V_L &= V_0 + V_1^+ = 320 - 240 = 80 \text{ V} & (0 < t < \frac{2l}{v}) \\ &= V_0 + V_1^+ + V_1^- + V_2^+ = -40 \text{ V} & (\frac{2l}{v} < t < \frac{4l}{v}) \\ &= V_0 + V_1^+ + V_1^- + V_2^+ + V_2^- + V_3^+ = 20 \text{ V} & (\frac{4l}{v} < t < \frac{6l}{v}) \\ &= V_0 + V_1^+ + V_1^- + V_2^+ + V_2^- + V_3^+ + V_3^- + V_4^+ = -10 \text{ V} & (\frac{6l}{v} < t < \frac{8l}{v}) \end{aligned}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ ان نتائج کو شکل 11.27 میں دکھایا گیا ہے۔

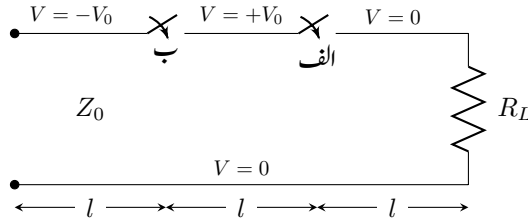
3978

3979

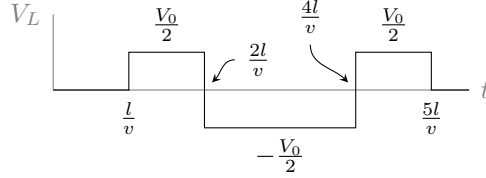
3980

مثال 11.6: شکل 11.28-الف میں ترسیلی تار کے عین درمیان $z = \frac{l}{2}$ پر سوئچ نسب ہے جسے لمحہ $t = 0$ پر چالو کیا جاتا ہے۔ اس دووں میں $R_L = Z_0$ ہے جبکہ منبع کی اندرونی مزاحمت 0Ω کے برابر ہے۔ برقی بوجھ پر برقی دباؤ کا خط کھینچیں۔

3982



(ا) ترسیلی تار میں دو سوئچ بیک وقت چالو کئے جاتے ہیں۔



(ب) برقی بوجھ پر عارضی دورانے میں برقی دباؤ کا خط۔

شکل 11.29: مثال 11.7 کا دور اور برقی بوجھ پر برقی دباؤ۔

حل: سوئچ سے برقی بوجھ کی جانب ترسیلی تار پر $0V$ برقی دباؤ ہے جبکہ سوئچ سے منبع کی جانب ترسیلی تار بار بردار ہے جس سے اس جانب کی برقی دباؤ V_0 ہے۔ سوئچ چالو کرنے سے دو برقی موج، سوئچ کے مقام پر، پیدا ہوتی ہیں۔ سوئچ سے برقی بوجھ کی جانب موج کا حیطہ $\frac{V_0}{2}$ جبکہ سوئچ سے منبع کی جانب موج کا حیطہ $-\frac{V_0}{2}$ ہو گا۔ چونکہ $R_L = Z_0$ ہے لہذا برقی بوجھ پر انعکاسی موج پیدا نہیں ہو گی۔ اس کے برعکس منبع پر $\Gamma_g = -1$ کی بنا پر یہاں سے انعکاس ہو گا۔ ان تمام کو مد نظر رکھتے ہوئے ہم لکھ سکتے ہیں۔

$$\begin{aligned} V_L &= 0 & (0 < t < \frac{l}{2v}) \\ &= \frac{V_0}{2} & (\frac{l}{2v} < t < \frac{3l}{2v}) \\ &= V_0 & (\frac{3l}{2v} < t) \end{aligned}$$

ان نتائج کو شکل 11.28-ب میں دکھایا گیا ہے۔

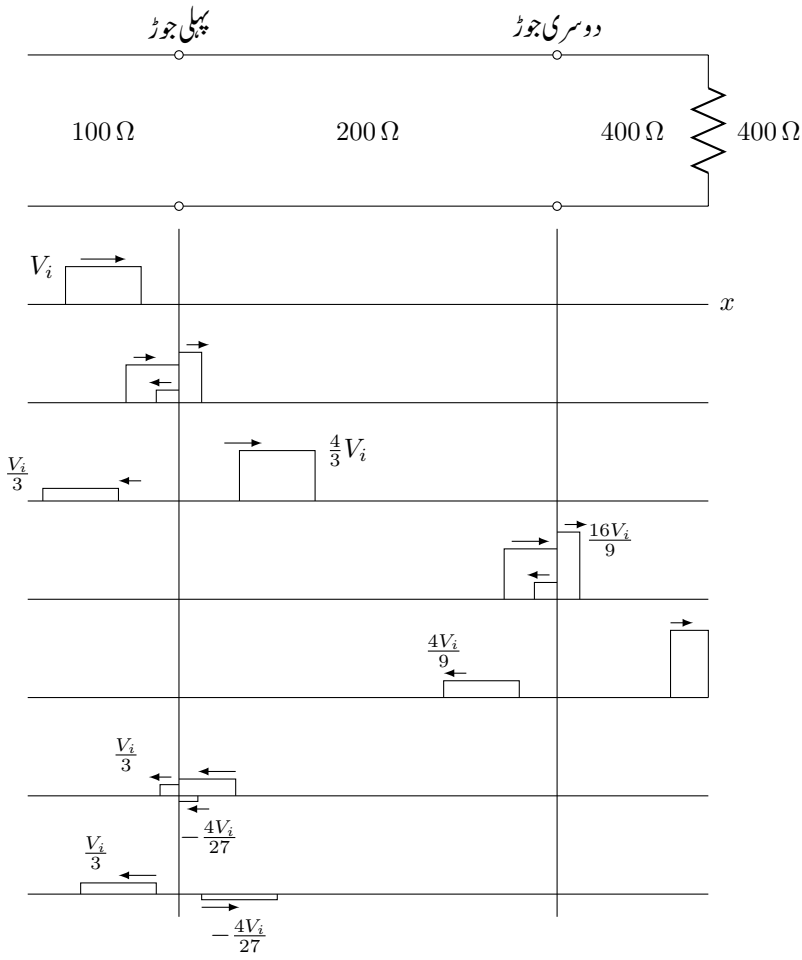
مثال 11.7: شکل 11.29 میں ترسیلی تار میں دو عدد سوئچ نسب ہیں۔ دونوں سوئچ کو لمحہ $t = 0$ پر بیک وقت چالو کیا جاتا ہے۔ $Z_0 = R_L$ کی صورت میں برقی بوجھ پر برقی دباؤ کا خط کھینچیں۔

حل: برقی بوجھ پر $\Gamma_L = 0$ ہے جبکہ ترسیلی تار کے کھلے سر پر $\Gamma = 1$ ہے۔ دو سوئچ چالو کرنے سے کل چار عدد برقی دباؤ کے موج پیدا ہوتے ہیں۔ ان میں سے دو عدد موج برقی بوجھ کی جانب حرکت کرتے ہیں جبکہ بقایا دو عدد موج ترسیلی تار کے کھلے سر کی جانب حرکت کرتے ہیں۔ کھلے سر پر دونوں امواج انعکاس پذیر ہو کر برقی بوجھ کی جانب لوٹتے ہیں۔ برقی بوجھ سے کوئی موج انعکاس پذیر نہیں ہوتی۔

سوئچ-الف سے برقی بوجھ جانب $\frac{V_0}{2}$ وولٹ کی موج جبکہ کھلے سر کی جانب $-\frac{V_0}{2}$ وولٹ کی موج حرکت کرتی ہے۔ پہلی موج $t = \frac{l}{v}$ دیر بعد برقی بوجھ تک پہنچتی ہے۔ دوسری موج کھلے سر سے انعکاس پذیر ہو کر برقی بوجھ تک $t = \frac{5l}{v}$ دورانے میں پہنچتی ہے۔

سوئچ-ب سے برقی بوجھ جانب $-V_0$ حیطے کی موج حرکت کرتے ہوئے برقی بوجھ تک $t = \frac{2l}{v}$ دورانے میں پہنچتی ہے جبکہ دوسری موج کا حیطہ $+V_0$ ہے اور ترسیلی تار کے کھلے سر سے ہوتے ہوئے برقی بوجھ تک $\frac{4l}{v}$ وقت میں پہنچتی ہے۔ ان حقائق سے برقی بوجھ پر برقی دباؤ کا خط حاصل کیا جاتا ہے جسے شکل 11.29 میں دکھایا گیا ہے۔

شکل 11.30 میں تین مختلف قدرتی رکاوٹ کے ترسیلی تاروں کو سلسلہ وار جوڑا گیا ہے جن کے آخر میں 400Ω کی مزاحمت جڑی ہے۔ بائیں جانب سے 997 ایک عدد مستطیلی اشارہ مزاحمت کی طرف بڑھ رہا ہے۔ میں امید کرتا ہوں کہ آپ شکل میں دئے مختلف لمحات پر صورت حال سمجھ پائیں گے۔



شکل 11.30: باریک اشارے کی انعکاس اور ترسیل۔

سوالات

سوال 11.1: ترسیلی تار کے مستقل $R = 20 \frac{\Omega}{m}$ ، $L = 4 \frac{\mu H}{m}$ ، $G = 80 \frac{\mu S}{m}$ اور $C = 60 \frac{pF}{m}$ ہیں۔ اس میں 200 MHz تعدد کی برقی موج حرکت کر رہی ہے۔ الف) γ ، α ، β ، λ اور Z_0 حاصل کریں۔ ب) 12 m فاصلہ طے کرنے کے بعد موج کا حیطہ ابتدائی قیمت کی نسبت سے کتنا ہو گا؟ پ) 1.6 m فاصلہ طے کرنے کے بعد موج کا زاویائی فرق کتنا ہو گا؟

جوابات: $\gamma = 0.049 + j3.1 \text{ m}^{-1}$ ، $\alpha = 0.049 \frac{NP}{m}$ ، $\beta = 3.1 \frac{rad}{m}$ ، $\lambda = 2.03 \text{ m}$ ، $Z_0 = 258 - j2.37 \Omega$ ، 284° ، 55.5%

سوال 11.2: ایک ترسیلی تار جس میں موج کی رفتار $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ ہے کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 50 \Omega$ ہے۔ تار کے داخلی سروں پر 20 MHz کی موج پیدا کی جا رہی ہے جبکہ اس کا دوسرا سرا کسر دور کیا گیا ہے۔ الف) تار کی لمبائی 3.75 m ہونے کی صورت میں داخلی Z حاصل کریں۔ ب) تار کی لمبائی بالترتیب 7.5 m ، 1.2 m اور 9 m ہونے کی صورت میں داخلی Z حاصل کریں۔

جوابات: ∞ ، 0Ω ، $27.5j \Omega$ ، $36.3j \Omega$

سوال 11.3: بے ضیاع ترسیلی تار کی فی میٹر امالہ $0.25 \frac{\mu H}{m}$ جبکہ اس کی قدرتی رکاوٹ 75Ω ہے۔ الف) تار کی فی میٹر کیپیسٹنس دریافت کریں۔ ب) موج کی رفتار حاصل کریں۔ پ) موج کی تعدد 50 MHz ہونے کی صورت میں β حاصل کریں۔ ت) تار کے ساتھ 55Ω کا برقی بوجھ منسلک ہے۔ Γ اور s حاصل کریں۔

جوابات: $s = \frac{15}{11}$ ، $\Gamma = -\frac{2}{13}$ ، $\beta = 1.05 \frac{rad}{m}$ ، $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ ، $44.4 \frac{pF}{m}$

سوال 11.4: ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ 300Ω ہے۔ موج کی تعدد $6 \times 10^8 \frac{rad}{s}$ جبکہ اس کی رفتار $2.8 \times 10^8 \frac{m}{s}$ ہے۔ الف) تار کی فی میٹر امالہ اور کیپیسٹنس حاصل کریں۔ ب) تار پر سلسلہ وار جزی 150Ω اور $0.8 \mu H$ کا برقی بوجھ ڈالا جاتا ہے۔ Γ اور s حاصل کریں۔

جوابات: $s = 7.49$ ، $\Gamma = 0.38 + j0.67$ ، $C = 11.9 \frac{pF}{m}$ ، $L = 1.07 \frac{\mu H}{m}$

سوال 11.5: بے ضیاع ترسیلی تار کی 80 MHz تعدد پر قدرتی رکاوٹ 75Ω اور $\beta = 0.25\pi \frac{rad}{m}$ ہیں۔ الف) تار کی L اور C حاصل کریں۔ ب) تار پر $Z_L = 80 + j100 \Omega$ برقی بوجھ لادا جاتا ہے۔ برقی بوجھ سے کتنے فاصلے پر تار کی داخلی رکاوٹ داخلی Z حقیقی یعنی $Z_{40\%} = R + j0$ ہو گا۔

جوابات: $L = 117 \frac{nH}{m}$ ، $C = 20.8 \frac{pF}{m}$ ، 60.34 cm

سوال 11.6: تعدد $1 \frac{Mrad}{s}$ پر ضیاع کار ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 40 + j0 \Omega$ اور حرکی مستقل $\gamma = 2 + j6 \text{ m}^{-1}$ ہیں۔ الف) G ، C ، R اور L حاصل کریں۔

جوابات: $s = 0.05 \frac{S}{m}$ ، $G = 0.05 \frac{S}{m}$ ، $C = 150 \frac{nF}{m}$ ، $R = 80 \frac{\Omega}{m}$ ، $L = 0.24 \frac{mH}{m}$

سوال 11.7: بے ضیاع ترسیلی تار کی 150 MHz تعدد پر $Z_0 = 80 \Omega$ اور $\beta = 6 \frac{rad}{m}$ ہیں۔ تار پر متوازی جزی 200Ω کی مزاحمت ہے۔ 10 pF کی کیپیسٹر کا برقی بوجھ لادا جاتا ہے۔ الف) L اور C حاصل کریں۔ ب) شرح ساکن موج حاصل کریں۔

جوابات: $L = 0.51 \frac{\mu H}{m}$ ، $C = 79.6 \frac{pF}{m}$ ، $s = 4.07$

سوال 11.8: منبع برقی دباؤ سلسلہ وار جزی رکاوٹ $Z = 300 - j300 \Omega$ اور بے ضیاع ترسیلی تار کے ساتھ منسلک ہے۔ ترسیلی تار کا دوسرا سرا کسر دور ہے۔ ترسیلی تار میں طول موج λ ہے۔ الف) منبع برقی دباؤ پر کل 300Ω رکاوٹ مہیا کرنے کی خاطر ترسیلی تار کی لمبائی کتنی رکھی جائے گی۔ ب) ترسیلی تار کی لمبائی کے تمام ممکنہ جواب حاصل کریں۔

جوابات: $\frac{\lambda}{8}$ ، $\frac{m\lambda}{2} + \frac{\lambda}{8}$ = لمبائی

سوال 11.9: تعدد 50 MHz کے منبع برقی دباؤ کے ساتھ رکاوٹ $Z_g = 50 + j50 \Omega$ اور بے ضیاع ترسیلی تار سلسلہ وار جزی ہیں۔ ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 100 \Omega$ ، لمبائی $\frac{\lambda}{4}$ ہے اور یہ برقی بوجھ Z_L کو طاقت فراہم کر رہی ہے۔ الف) برقی بوجھ کی وہ قیمت دریافت کریں جس پر منبع

برقی دباؤ کو کل 100Ω رکاوٹ نظر آتی ہے۔ (ب) ترسیلی تار کی فی میٹر امالہ $L = 1.5 \frac{\mu H}{m}$ ہونے کی صورت میں ترسیلی تار میں موج کی رفتار اور ترسیلی تار کی لمبائی دریافت کریں۔

$$\text{جوابات: } Z_L = 100 + j100 \Omega, \quad 6.6737 \frac{m}{s}, \quad 0.333 m$$

سوال 11.10: تیس میٹر لمبی ہے ضیاع ترسیلی تار کے دونوں سرے آزاد رکھنے کی صورت میں اس کی کل کیپیسٹنس $C = 1.5 nF$ ناپی جاتی ہے۔ اس کا ایک سرا کسر دور کرتے ہوئے دوسرے سرے پر نہایت کم دورانیے کا مستطیلی برقی دباؤ کا جھٹکا دیا جاتا ہے جو کسر دور سرے سے ٹکرا کر واپس لوٹتا ہے۔ تار میں دورانیہ فاصلہ کل $0.4 \mu s$ میں طے پاتا ہے۔ ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ حاصل کریں۔

$$\text{جواب: } Z_0 = 133.3 \Omega$$

سوال 11.11: ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 60 \Omega$ جبکہ اس پر موج کی رفتار $2.8 \times 10^8 \frac{m}{s}$ ہے۔ تار پر آمدی موج کی مساوات $V_s^+(z, t) = 100 \cos(\omega t - \pi z) V$ ہے۔ (الف) موج کی زاویائی تعدد حاصل کریں۔ (ب) آمدی برقی رو کے موج کی مساوات لکھیں۔ (پ) ترسیلی تار کا $z > 0$ حصہ ہٹا کر $z = 0$ پر $Z_L = 60 + j40 \Omega$ رکاوٹ نسب کرنے کی صورت میں Γ حاصل کریں۔ انعکاسی موج $V_s^-(z, t)$ کی مساوات لکھیں اور $z = -2.25 m$ پر V_s حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } \Gamma = 0.1 + j0.3 = 0.316/\underline{71.6^\circ}, \quad I^+(z, t) = \frac{5}{3} \cos(\omega t - \pi z) A, \quad \omega = 879.6 \frac{Mrad}{s}$$

$$V_s(z = -2.5 m) = 130.4 e^{j0.71} = 130.4/\underline{40.6^\circ}, \quad V_s^-(z, t) = 31.6 e^{j(\pi z + 1.249)} V$$

سوال 11.12: ترسیلی تار کی $Z_0 = 50 \Omega$ لمبائی $330 m$ اور اس میں رفتار موج $v = 0.8c$ ہے۔ یہ $Z_L = 40 + j70 \Omega$ برقی بوجھ پر اختتام پذیر ہے۔ تعدد $1.2 MHz$ پر Γ اور s داخلی Z حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } 0.62/\underline{60.3^\circ}, \quad 4.27, \quad 100/\underline{-56.2^\circ}$$

سوال 11.13: ہے ضیاع ترسیلی تار کی لمبائی $3 m$ ، قدرتی رکاوٹ 300Ω جبکہ اس پر طول موج $4 m$ ہے۔ ترسیلی تار کے ساتھ نسب برقی بوجھ $100 - j150 \Omega$ پر $100/\underline{30^\circ}$ برقی دباؤ پایا جاتا ہے۔ (الف) ترسیلی تار کے داخلی سرے پر برقی دباؤ حاصل کریں۔ (ب) تار پر زیادہ سے زیادہ برقی دباؤ کیا پایا جائے گا؟

$$\text{جوابات: } 166.4/\underline{-63.7^\circ} V, \quad 187.8 V$$

سوال 11.14: ہے ضیاع ترسیلی تار کی لمبائی $38 m$ ہے جبکہ اس کے مستقل $L = 0.3 \frac{\mu H}{m}$ اور $C = 90 \frac{pF}{m}$ ہیں۔ برقی بوجھ $Z_L = 40 + j0 \Omega$ ہے جبکہ داخلی جانب $4 MHz$ تعدد کا منبع $200/\underline{0^\circ} V$ مہیا کر رہا ہے۔ (الف) داخلی برقی رو کا حیطہ حاصل کریں۔ (ب) برقی بوجھ پر برقی رو کا حیطہ حاصل کریں۔ (پ) برقی بوجھ کو منتقل طاقت حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } 10.2 A, \quad 3.52 A, \quad 247.9 W$$

سوال 11.15: 300Ω قدرتی رکاوٹ کی ترسیلی تار پر متوازی جڑے 400Ω اور 600Ω کا برقی بوجھ لادا جاتا ہے۔ تار کی لمبائی $\frac{5\lambda}{8}$ ہے۔ جبکہ اسے داخلی جانب $v(t) = 310 \cos(2 \times 10^9 t) V$ برقی دباؤ مہیا کی جاتی ہے۔ برقی بوجھ سے لدے ترسیلی تار کی داخلی رکاوٹ Z حاصل کرتے ہوئے بالترتیب دونوں مزاحمتوں کو مہیا اوسط طاقت حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } Z_{\text{داخلی}} = 292.7 + j65.9 \Omega, \quad 93.8 W, \quad 62.5 W$$

سوال 11.16: صفحہ 352 پر شکل 11.5-الف میں برقی بوجھ کو ترسیلی تار کے ذریعہ منبع سے طاقت فراہم کرتا دکھایا گیا ہے۔ موجودہ سوال میں $Z_0 = 60 \Omega$ ، برقی بوجھ $Z_L = 40 - j50 \Omega$ ، منبع کی خارجی مزاحمت $Z_g = 40 \Omega$ ، تعدد $10^8 Hz$ ، تار کی لمبائی $1.3 m$ جبکہ منبع کی برقی دباؤ $80/\underline{0^\circ} V$ ہے۔ ترسیلی تار میں موج کی رفتار c کے برابر ہے۔ (الف) شرح ساکن موج s اور ترسیلی تار کی داخلی Z حاصل کریں۔ (ب) Z_g اور Z_L میں اوسط طاقت ضیاع حاصل کریں۔ (پ) ترسیلی تار میں طاقت کا ضیاع حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } s = 2.86, \quad Z_{\text{داخلی}} = 99.1 - j75.2 \Omega, \quad 5.1 W, \quad 12.7 W, \quad 0 W$$

سوال 11.17: ترسیلی تار کی لمبائی $\frac{8\lambda}{7}$ ، قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 75 \Omega$ جبکہ اس پر برقی بوجھ $Z_L = 100 - j50$ ہے۔ تار میں موج کی رفتار c ہے۔ اسے داخلی جانب 100Ω کے خارجی مزاحمت کے منبع سے $600/\underline{0^\circ} V$ برقی دباؤ مہیا کی جاتی ہے۔ (الف) Γ ، s اور داخلی Z حاصل کریں۔ (ب) ترسیلی تار کی داخلی برقی رو اور اسے مہیا طاقت حاصل کریں۔ (پ) برقی بوجھ پر برقی دباؤ اور اس کی برقی رو حاصل کریں۔ (ت) برقی بوجھ کو منتقل طاقت حاصل کریں۔

جوابات: الف) $\Gamma = 0.21 - j0.23$ ، $s = 1.89$ ، $Z_{داخلی} = 41.7 - j14\Omega$ (ب) $4.2/5.6^\circ A$ ، $370 W$ (پ) $370 W$ ، $304/-63^\circ V$ ، $2.7/-37 A$ (ت)

سوال 11.18: قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 300\Omega$ اور لمبائی $0.7 m$ کے ترسیلی تار کا خارجی سرا کسر دور کیا جاتا ہے۔ تار پر طول موج $0.34 m$ ہے۔ داخلی اشارے کا حیطہ $15 V$ ہونے کی صورت میں تار پر زیادہ سے زیادہ حیطہ کیا پایا جائے گا؟ کسر دور سرے میں برقی رو کا حیطہ دریافت کریں۔

جوابات: $41.5 V$ ، $138.4 mA$

سوال 11.19: منبع برقی رو $0.4/0 A$ جس کی خارجی مزاحمت 80Ω ہے، 3.4λ لمبی ترسیلی تار کے ذریعہ 25Ω کے برقی بوجھ کو طاقت فراہم کر رہی ہے۔ ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ 50Ω ہے۔ مزاحمتی برقی بوجھ اور منبع کی مزاحمت میں طاقت کا ضیاع دریافت کریں۔

جوابات: $1.28 W$ ، $0.81 W$

سوال 11.20: برقی بوجھ $Z_L = 90 - j55\Omega$ کو 0.12λ لمبائی اور $Z_0 = 70\Omega$ قدرتی رکاوٹ کی ترسیلی تار طاقت فراہم کرتی ہے۔ سمتہ نقشتہ استعمال کرتے ہوئے برقی بوجھ سے لے کر ترسیلی تار کی داخلی قدرتی رکاوٹ $Z_{داخلی}$ اور شرح ساکن موج s حاصل کریں۔

جوابات: $s = 2.05$ ، $38 - j20\Omega$

سوال 11.21: برقی ضیاع ترسیلی تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 400\Omega$ ہے۔ تار کو $200 MHz$ تعدد پر استعمال کیا جا رہا ہے۔ اس تعدد پر $Z_{داخلی} = 200 - j200\Omega$ ہے۔ تار کی لمبائی $1 m$ ہے۔ سمتہ نقشتہ استعمال کرتے ہوئے الف) شرح ساکن موج حاصل کریں۔ (ب) تار پر نسب برقی بوجھ Z_L حاصل کریں۔ (پ) بلند تر برقی دباؤ کا مقام حاصل کریں۔

جوابات: $s = 2.62$ ، $Z_L = 1040 + j69.8\Omega$ ، $z = -7.2 mm$

سوال 11.22: برقی ضیاع دو متوازی تار پر مبنی ترسیلی تار کی لمبائی $25 m$ ، قدرتی رکاوٹ 300Ω اور فی میٹر کپیسٹنس $12 \frac{pF}{m}$ ہے۔ نقطہ $z = 0$ پر تار کے ساتھ متوازی جڑے مزاحمت 800Ω اور کپیسٹنس $5 pF$ کا برقی بوجھ جڑا ہے۔ تعدد $\omega = 10^{10} \frac{rad}{s}$ پر سمتہ نقشتے کے ذریعہ Γ ، s اور داخلی $Z_{داخلی}$ حاصل کریں۔

جوابات: $\Gamma = 0.44 - j0.16$ ، $s = 2.7$ ، $Z_{داخلی} = 584 + j335\Omega$

سوال 11.23: برقی ضیاع ترسیلی تار پر $\frac{Z_L}{Z_0} = 2 + j1$ جبکہ $\lambda = 20 m$ ہے۔ سمتہ نقشتے کے استعمال کرتے ہوئے حل کریں۔ الف) وہ نقطہ دریافت کریں جس پر $Z_{داخلی} = r + j0$ ہو جہاں $r > 1$ ہے۔ (ب) اس نقطے پر داخلی $Z_{داخلی}$ حاصل کریں۔ (پ) اس نقطے پر ترسیلی تار کو کاٹ کر برقی بوجھ جانب سے کو ہٹایا جاتا ہے جبکہ نئے سرے پر r نسب کیا جاتا ہے۔ ترسیلی تار پر s حاصل کریں۔ (ت) نسب کئے گئے r سے کتنے فاصلے پر $\frac{Z_L}{Z_0} = 2 + j1$ ہوگا؟

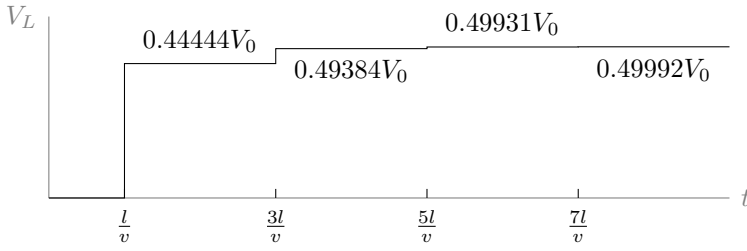
جوابات: $0.74 m$ ، $Z_{داخلی} = 2.61 + j0\Omega$ ، $s = 2.61$ ، $9.26 m$

سوال 11.24: ترسیلی تار پر $Z_L = 25 + j75\Omega$ برقی بوجھ نقطہ $z = 0$ پر جڑی ہے۔ تار کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = 50\Omega$ اور اس پر موج رفتار $v = c$ ہے۔ برقی بوجھ کے قریبی اس نقطے کو دریافت کریں جس پر داخلی رکاوٹ کا حقیقی جزو $\frac{1}{Z_0}$ کے برابر ہو جبکہ اس کا خیالی جزو منفی قیمت رکھتا ہو۔ اس نقطے پر داخلی y حاصل کریں۔ اس نقطے پر کتنا کپیسٹر نسب کرنے سے بقایا تار پر $s = 1$ حاصل ہوگا؟

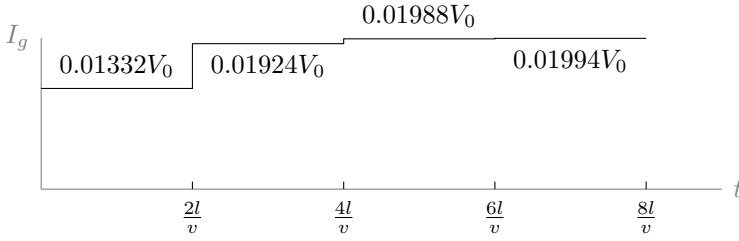
جوابات: $39.6 cm$ ، $1 - j2.23$ ، $C = 24 pF$ ، $y_{داخلی} = 1 - j2.23$

سوال 11.25: صفحہ 367 میں شکل 11.18 دکھایا گیا ہے۔ اس میں $Z_0 = 50\Omega$ ، $R_g = R_L = 25\Omega$ جبکہ منبع کی برقی دباؤ V_0 ہے۔ صفحہ $t = 0$ پر سوئچ چالو کیا جاتا ہے۔ $0 < t < \frac{8l}{v}$ دورانے کے لئے برقی بوجھ کی برقی دباؤ اور منبع کی برقی رو کے خط کھینچیں۔

حل: شکل 11.31 میں دکھائے گئے ہیں۔

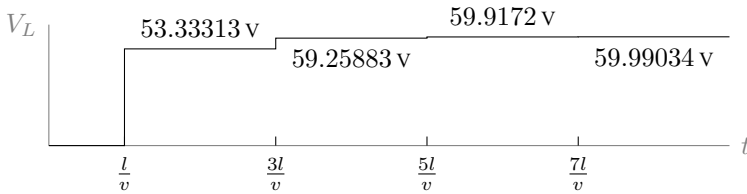


(ا) برقی بوجھ کی برقی دباؤ بالمقابل وقت۔

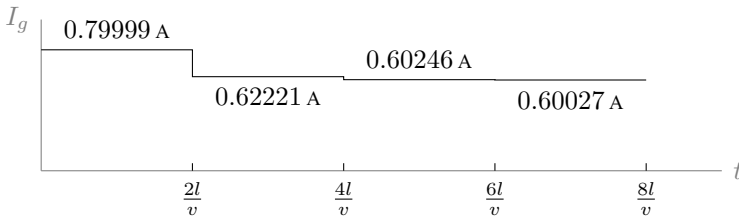


(ب) منبع کی برقی رو بالمقابل وقت۔

شکل 11.31: سوال 11.25 کے خط۔

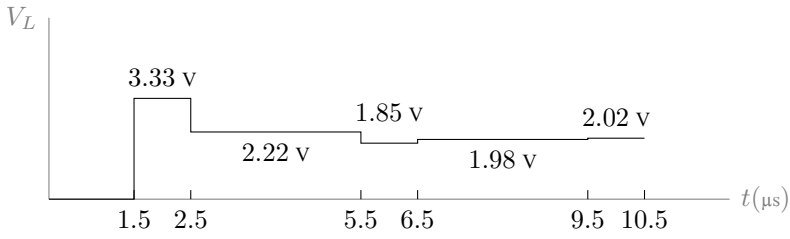


(ا) برقی بوجھ کی برقی دباؤ بالمقابل وقت۔

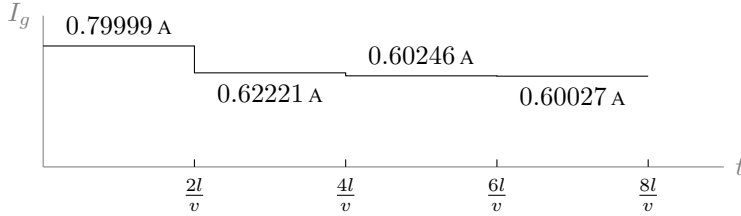


(ب) منبع کی برقی رو بالمقابل وقت۔

شکل 11.32: سوال 11.26 کے خط۔

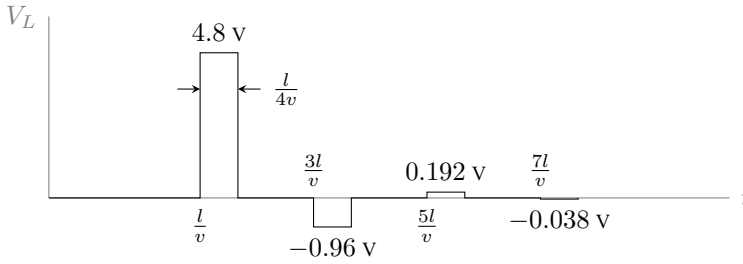


(ا) دئے نقطے کی برقی دباؤ بالمقابل وقت۔



(ب) دئے نقطے کی برقی رو بالمقابل وقت۔

شکل 11.33: سوال 11.27 کے خط۔



شکل 11.34: سوال 11.28 میں برقی بوجھ پر مستطیل برقی دباؤ۔

سوال 11.26: صفحہ 367 میں شکل 11.18 دکھایا گیا ہے۔ اس میں $Z_0 = 50 \Omega$ ، $R_g = R_L = 100 \Omega$ جبکہ منبع کی برقی دباؤ $V_0 = 120 \text{ V}$ ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر سوئچ چالو کیا جاتا ہے۔ $0 < t < \frac{8l}{v}$ دورانیے کے لئے برقی بوجھ کی برقی دباؤ اور منبع کی برقی رو کے خط کھینچیں۔

حل: شکل 11.32 میں دکھائے گئے ہیں۔

سوال 11.27: صفحہ 367 میں شکل 11.18 دکھایا گیا ہے۔ اس میں $Z_0 = 50 \Omega$ ، $R_L = 25 \Omega$ ، $R_g = 100 \Omega$ جبکہ منبع کی برقی دباؤ $V_0 = 10 \text{ V}$ ہے۔ تار کی لمبائی 480 m ہے جبکہ تار میں موج کی رفتار $2.4 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ہے۔ لمحہ $t = 0$ پر سوئچ چالو کیا جاتا ہے۔ $0 < t < \frac{8l}{v}$ دورانیے کے لئے منبع سے فاصلے پر برقی دباؤ اور برقی رو کے خط کھینچیں۔

حل: شکل 11.33 میں دکھائے گئے ہیں۔

سوال 11.28: شکل 11.18 میں $Z_0 = 75 \Omega$ ، $R_g = R_L = 50 \Omega$ اور $V_0 = 10 \text{ V}$ ہیں۔ لمحہ $t = 0$ پر سوئچ چالو کیا جاتا ہے جبکہ لمحہ $t = \frac{l}{4v}$ پر سوئچ کو دوبارہ منقطع کر دیا جاتا ہے۔ برقی بوجھ پر برقی دباؤ کا خط $0 < t < \frac{8l}{v}$ دورانیے کے لئے کھینچیں۔ جواب: سوئچ چالو کرنے سے $V_1^+ = 6 \text{ V}$ اور $I_1^+ = 0.08 \text{ A}$ امواج پیدا ہوتے ہیں۔ سوئچ منقطع کرنے سے برقی رو صفر ہو جاتی ہے۔ جس کا مطلب ہے کہ اب $I_1^+ = -0.08 \text{ A}$ کی موج پیدا ہوئی ہے یعنی برقی دباؤ کی موج $V_1^+ = -6 \text{ V}$ کی موج پیدا ہوئی ہے۔ برقی دباؤ کے دونوں امواج مل کر مستطیل موج کو جنم دیتے ہیں۔ شکل 11.34 میں نتائج دکھائے گئے ہیں۔

