برقی و مقناطیسیات

خالد خان یوسفزئی
کامسیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

باب 12

ترچھی آمد، انعکاس، انحراف اور انکسار

دو خطوں کے سرحد پر عمودی آمدی موج کے انعکاس اور ترسیل پر باب 10 میں غور کیا گیا۔ اس باب میں ترچھی آمدی موج کی بات کرتے ہوئے انعکاس اور ترسیل کے علاوہ انحراف اور انکسار کی بھی بات کی جائے گی۔ عمودی امواج اور ترسیلی تار کے مساوات ہو بہو ایک جیسے تھے۔ ترچھی آمدی موج کی مساوی مثال ترسیلی تار میں نہیں پائی جاتی۔ یہی وجہ ہے کہ ان پر یہاں علیحدہ سے غور کیا جا رہا ہے۔

12.1 ترچھی آمد

عمودی قطبی برقی موج $\boldsymbol{E}_\perp$

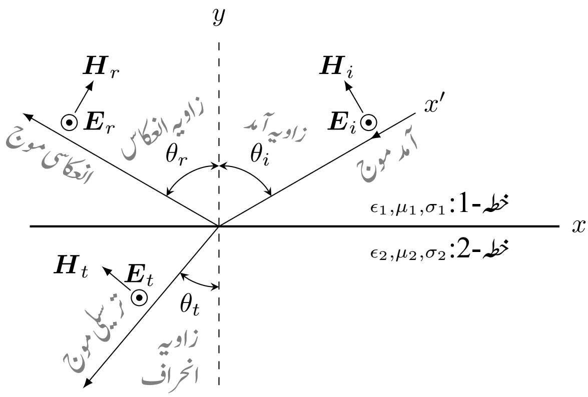
شکل 12.1 میں سرحد پر ترچھی آمد موج دکھائی گئی ہے۔ دو خطوں کا سرحد $y = 0$ سطح پر پایا جاتا ہے لہٰذا y محدد، سرحد کے عمودی ہے۔ پہلے خطے (خطہ-1) میں آمدی برقی موج کے حرکت کی سمت y محدد کے ساتھ θ_i **زاویہ آمد**[1] بناتی ہے جبکہ اسی خطے میں انعکاسی برقی موج کے حرکت کی سمت y محدد کے ساتھ θ_r **زاویہ انعکاس**[2] بناتی ہے۔ ترسیلی موج کے حرکت کی سمت دوسرے خطے (خطہ-2) میں منفی y محدد کے ساتھ θ_t زاویہ بناتی ہے۔ ترسیلی موج کو انحرافی موج بھی کہا جاتا ہے لہٰذا θ_t **زاویہ انحراف**[3] کہلاتی ہے۔ پہلے خطے کے مستقل $\epsilon_1, \mu_1, \sigma_1$ جبکہ دوسرے خطے کے مستقل $\epsilon_2, \mu_2, \sigma_2$ ہیں۔

ہم دو صورتوں پر باری باری غور کریں گے۔ پہلی صورت میں برقی میدان سطح آمد (یعنی xy سطح) کے عمودی ہو گا جبکہ دوسری صورت میں برقی میدان اس سطح کے متوازی ہو گا۔ ان دو صورتوں میں برقی موج بالترتیب **عمودی قطب موج**[4] اور **متوازی قطب موج**[5] کہلائیں گے۔ شکل 12.1 عمودی قطبیت کی صورت حال دکھا رہی ہے۔ کسی بھی عمومی برقی موج کو عمودی اور متوازی قطب کے امواج کا مجموعہ لکھا جا سکتا ہے۔

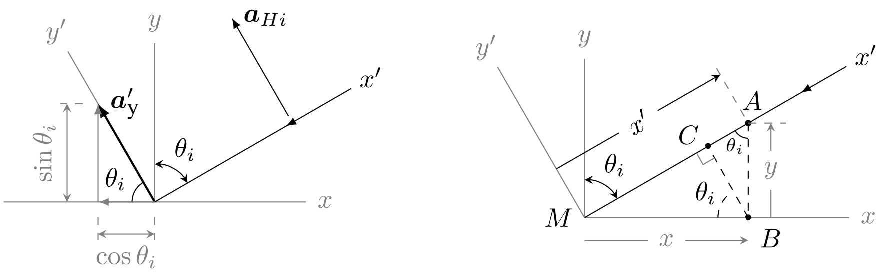
منفی z سمت میں حرکت کرتی $\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}}$ میدان کی برقی موج

$$\boldsymbol{E}_i = E_0 \boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} e^{j(\omega t + \beta_1 z)}$$

[1] incidence angle
[2] reflection angle
[3] refraction angle
[4] perpendicular polarized
[5] parallel polarized



شکل 12.1: ترچھی آمد کی صورت میں انعکاسی اور ترسیلی امواج اور ان کے زاویے۔برقی میدان عمودی قطبیت رکھتی ہے۔



(ا) فاصلے کا کارتیسی محدد میں اظہار۔

(ب) اکائی سمتیہ کا کارتیسی محدد میں اظہار۔

شکل 12.2: کسی بھی سمت میں فاصلے اور اکائی سمتیہ کو کارتیسی محدد میں لکھنے کا طریقہ۔

لکھی جاتی ہے۔اس موج میں برقی میدان ہر نقطے پر تمام اوقات a_X سمت میں ہو گا جبکہ حرکت کی سمت میں فاصلہ z سے ظاہر کیا جاتا ہے۔اب a_X اکائی سمتیہ کی جگہ کسی بھی عمومی اکائی سمتیہ a سمت کا میدان جو z محدد کی بجائے لکیر l پر گھٹتے فاصلے کی جانب حرکت کر رہا ہو، کی موج

$$E_i = E_0 a e^{j(\omega t + \beta_1 l)}$$

لکھی جائے گی۔اب شکل 12.1 میں E_i پر دوبارہ غور کریں۔یہ برقی میدان a_Z سمت میں ہے جبکہ برقی موج لکیر x' پر حرکت کر رہی ہے لہٰذا اس موج کو

$$E_i = E_0 a_Z e^{j(\omega t + \beta_1 x')} \tag{12.1}$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں کارتیسی محدد x, y کے مرکز سے لکیر x' پر فاصلہ ناپا گیا ہے۔آئیں مساوات 12.1 میں لکیر x' پر فاصلے کو کارتیسی محدد x, y کے متغیرات استعمال 4122
4123 کرتے ہوئے ناپیں۔

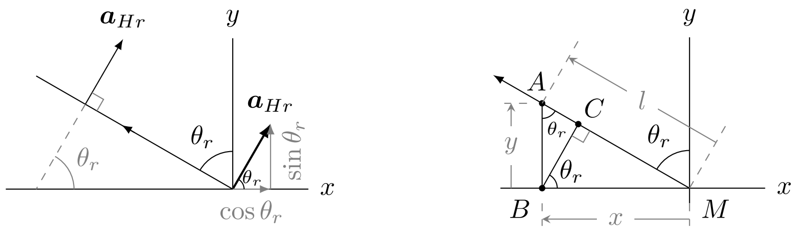
شکل 12.2-الف میں آمد موج اور کارتیسی محدد دوبارہ دکھائے گئے ہیں۔اس شکل میں لکیر x' کو کارتیسی محدد x', y' کا حصہ دکھایا گیا ہے۔لکیر x' پر نقطہ A کا مرکز سے فاصلہ MA کو x' لکھا گیا ہے۔اب $MA = MC + CA$ کے برابر ہے جہاں $MC = x \sin\theta_i$ اور $CA = y\cos\theta_i$ کے برابر ہیں لہٰذا

$$x' = x\sin\theta_i + y\cos\theta_i \tag{12.2}$$

لکھا جا سکتا ہے جس سے ہم مساوات 12.1 کو

$$E_i = E_0 a_Z e^{j[\omega t + \beta_1(x\sin\theta_i + y\cos\theta_i)]} \tag{12.3}$$

4124 لکھ سکتے ہیں۔اس مساوات میں موج گھٹتے x' کی طرف رواں ہے۔



(ا) انعکاسی موج کے فاصلے کی کارتیسی محدد میں اظہار۔ (ب) انعکاسی مقناطیسی موج کی اکائی سمتیہ کا کارتیسی محدد میں اظہار۔

شکل 12.3: انعکاسی موج کے متغیرات کا کارتیسی محدد میں اظہار۔

آمدی برقی اور مقناطیسی میدان x' کے عمودی ہیں۔ برقی میدان کی سمت a_{Z} (a'_{Z} یا) ہے جہاں a_{Z} اور a'_{Z} دونوں ایک ہی سمت کو ظاہر کرتے ہیں۔ مقناطیسی میدان H_i کی اکائی سمتیہ a_{Hi} محدد y' کی سمت میں ہے۔ یوں $a_{Hi} = a'_y$ لکھا جا سکتا ہے۔ آئیں a'_{y} کو کارتیسی محدد x, y کے متغیرات کی صورت میں شکل 12.2-ب کی مدد سے لکھیں۔ اکائی سمتیہ a'_{y} کو دو سمتیوں کے مجموعے کے طور پر دکھایا گیا ہے۔ چونکہ اکائی سمتیہ کی لمبائی ایک کے برابر ہوتی ہے لہٰذا شکل میں تکون کے وتر کی لمبائی اکائی ہے۔ یوں تکون کا قاعدہ $\cos\theta_i$ اور اس کا عمود $\sin\theta_i$ کے برابر ہوں گے جس سے

$$a'_{\mathrm{y}} = -\cos\theta_i a_{\mathrm{X}} + \sin\theta_i a_{\mathrm{Y}} \tag{12.4}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ ان معلومات کو استعمال کرتے ہوئے آمدی مقناطیسی موج

$$H_i = \frac{E_0}{\eta_1} a'_{\mathrm{y}} e^{j(\omega t + \beta_1 x')}$$

کو

$$H_i = \frac{E_0}{\eta_1}(-\cos\theta_i a_{\mathrm{X}} + \sin\theta_i a_{\mathrm{Y}}) e^{j[\omega t + \beta_1(x\sin\theta_i + y\cos\theta_i)]} \tag{12.5}$$

4125 لکھا جا سکتا ہے۔

مساوات 12.3 اور مساوات 12.5 کے مساوی دوری سمتی مساوات مندرجہ ذیل ہیں۔

$$E_{si} = a_{\mathrm{Z}} E_0 e^{j\beta_1(x\sin\theta_i + y\cos\theta_i)} \tag{12.6}$$

$$H_{si} = (-\cos\theta_i a_{\mathrm{X}} + \sin\theta_i a_{\mathrm{Y}}) \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1(x\sin\theta_i + y\cos\theta_i)} \tag{12.7}$$

مساوات 10.80 شرح انعکاس جبکہ مساوات 10.82 شرح ترسیل کی تعریف بیان کرتے ہیں۔ عین سرحد پر عمودی ($\perp$) قطب کے میدان کے لئے ان مساوات کو

$$\begin{aligned} \Gamma_\perp &= \frac{E_r}{E_i} \\ \tau_\perp &= \frac{E_t}{E_i} \end{aligned} \tag{12.8}$$

4126 لکھا جائے گا۔

شکل 12.3-الف میں صرف انعکاسی موج دکھائی گئی ہے۔ مرکز M سے موج کا فاصلہ l لیتے ہوئے برقی موج کی مساوات حاصل کرتے ہیں۔ اب $MA = MC + CA$ کے برابر ہے جہاں $MC = -x\sin\theta_r$ اور $CA = y\cos\theta_r$ کے برابر ہیں لہٰذا

$$l = -x\sin\theta_r + y\cos\theta_r \tag{12.9}$$

لکھا جائے گا۔ چونکہ منفی محدد پر x کی قیمت منفی ہو گی لہٰذا MC حاصل کرتے وقت منفی علامت کی ضرورت ہو گی۔ یوں انعکاسی برقی موج

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}_{sr} &= \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}\Gamma_{\perp}E_0e^{-j\beta_1 l}\\ &= \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}\Gamma_{\perp}E_0e^{-j\beta_1(-x\sin\theta_r+y\cos\theta_r)}\end{aligned} \tag{12.10}$$

لکھی جائے گی جہاں بڑھتے l کی جانب حرکت کی بنا پر e کی طاقت میں منفی کی علامت استعمال کی گئی اور میدان کی سمت $\boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}$ ہے۔ 4127

انعکاسی مقناطیسی موج کی مساوات لکھنے کی خاطر مقناطیسی میدان کی اکائی سمتیہ درکار ہے۔ شکل 12.3-ب میں انعکاسی مقناطیسی میدان کی سمت میں اکائی سمتیہ $\boldsymbol{a}_H$ دکھائی گئی ہے جو x محدد کے ساتھ θ_r زاویہ بناتی ہے۔ اکائی سمتیہ کو محدد کے مرکز پر دو سمتیات کے مجموعے کے طور پر بھی دکھایا گیا ہے جہاں سے

$$\boldsymbol{a}_{Hr} = \cos\theta_r\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} + \sin\theta_r\boldsymbol{a}_{\mathrm{Y}} \tag{12.11}$$

لکھا جا سکتا ہے لہٰذا انعکاسی مقناطیسی موج

$$\boldsymbol{H}_{sr} = (\cos\theta_r\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} + \sin\theta_r\boldsymbol{a}_{\mathrm{Y}})\Gamma_{\perp}\frac{E_0}{\eta_1}e^{-j\beta_1(-x\sin\theta_r+y\cos\theta_r)} \tag{12.12}$$

لکھی جا سکتی ہے۔ 4128

یہی طریقہ کار استعمال کرتے ہوئے ترسیلی امواج کے مساوات یوں لکھے جا سکتے ہیں

$$\boldsymbol{E}_{st} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}\tau_{\perp}E_0e^{j\beta_2(x\sin\theta_t+y\cos\theta_t)} \tag{12.13}$$

$$\boldsymbol{H}_{st} = (-\cos\theta_t\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} + \sin\theta_t\boldsymbol{a}_{\mathrm{Y}})\tau_{\perp}\frac{E_0}{\eta_2}e^{j\beta_2(x\sin\theta_t+y\cos\theta_t)} \tag{12.14}$$

جہاں ترسیلی امواج کارتیسی محدد کے مرکز سے بڑھتے فاصلے کی طرف رواں ہیں۔ یہاں غور کریں کہ دوسرے خطے میں امواج کے مساوات میں مستقل β_2 اور η_2 استعمال کئے گئے ہیں۔ 4130

صفحہ 298 پر مساوات 9.45 برقی میدان کی سرحدی شرط پیش کرتی ہے جس کے مطابق سرحد کے دونوں اطراف متوازی برقی میدان برابر ہوں گے۔ برقی میدان کی شرط مساوات 12.6، مساوات 12.10 اور مساوات 12.13 میں $y = 0$ پر کرتے ہوئے یوں

$$\boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}E_0e^{j\beta_1(x\sin\theta_i+0\cos\theta_i)} + \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}\Gamma_{\perp}E_0e^{-j\beta_1(-x\sin\theta_r+0\cos\theta_r)} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}\tau_{\perp}E_0e^{j\beta_2(x\sin\theta_t+0\cos\theta_t)}$$

یا

$$e^{j\beta_1x\sin\theta_i} + \Gamma_{\perp}e^{j\beta_1x\sin\theta_r} = \tau_{\perp}e^{j\beta_2x\sin\theta_t} \tag{12.15}$$

لکھی جا سکتی ہے۔ یہ مساوات کسی بھی x کے لئے درست ہے لہٰذا یہ $x = 0$ کے لئے بھی درست ہو گی۔ اس میں $x = 0$ پر کرنے سے

$$1 + \Gamma_{\perp} = \tau_{\perp} \tag{12.16}$$

ملتا ہے۔ مساوات 12.15 میں x کی قیمت تبدیل کرنے سے e کے طاقت تبدیل ہوتے ہیں۔ یوں یہ مساوات صرف اور صرف اس صورت x کے ہر قیمت کے لئے درست ہو گی جب مساوات میں تینوں e کے طاقت ہر صورت برابر ہوں یعنی

$$e^{j\beta_1x\sin\theta_i} = e^{j\beta_1x\sin\theta_r} = e^{j\beta_2x\sin\theta_t} \tag{12.17}$$

اب پہلی دو اجزاء کے مساوات سے

$$\theta_i = \theta_r \tag{12.18}$$

اور آخری دو اجزاء کی مساوات سے

$$\beta_2 \sin\theta_t = \beta_1 \sin\theta_r \tag{12.19}$$

ملتا ہے جس میں مساوات 12.18 پر کرنے سے

$$\sin\theta_t = \frac{\beta_1}{\beta_2}\sin\theta_i$$

اور صفحہ 323 پر دیے، بے ضیاع خطے کی مساوات 10.40 پر کرنے سے

$$\sin\theta_t = \frac{\omega\sqrt{\mu_1\epsilon_1}}{\omega\sqrt{\mu_2\epsilon_2}}\sin\theta_i = \frac{\sqrt{\mu_1\epsilon_1}}{\sqrt{\mu_2\epsilon_2}}\sin\theta_i \tag{12.20}$$

یعنی

$$\begin{aligned}\sin\theta_t &= \frac{\sqrt{\mu_{r1}\mu_0\epsilon_{r1}\epsilon_0}}{\sqrt{\mu_{r2}\mu_0\epsilon_{r2}\epsilon_0}}\sin\theta_i\\ &= \frac{\sqrt{\mu_{r1}\epsilon_{r1}}}{\sqrt{\mu_{r2}\epsilon_{r2}}}\sin\theta_i\end{aligned} \tag{12.21}$$

4131 حاصل ہوتا ہے۔

غیر مقناطیسی اور بے ضیاع خطے میں بصری امواج پر تبصرے کے دوران عموماً انحرافی مستقل[6] n استعمال کیا جاتا ہے جہاں

$$\sqrt{\epsilon_R} = n$$

کے برابر ہے۔ بے ضیاع، غیر مقناطیسی خطے میں مساوات 12.21 کو

$$\sin\theta_t = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_i \tag{12.22}$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں

$$\begin{aligned}n_1 &= \sqrt{\epsilon_{r1}}\\ n_2 &= \sqrt{\epsilon_{r2}}\end{aligned} \tag{12.23}$$

غیر مقناطیسی خطوں کے انحرافی مستقل ہیں۔ انحرافی مستقل کو استعمال کرتے ہوئے، بے ضیاع اور غیر مقناطیسی خطے میں

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}\sqrt{\epsilon_R} = \frac{\omega n}{c} \tag{12.24}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_R}}\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \frac{\eta_0}{n} \tag{12.25}$$

لکھے جا سکتے ہیں۔ اسی طرح دوری رفتار اور خطے میں طول موج کو

$$v = \frac{c}{n} \tag{12.26}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \tag{12.27}$$

4132 لکھا جا سکتا ہے جہاں λ_0 خالی خلاء میں طول موج ہے۔

---

[6] index of refraction

مساوات 12.18 کہتا ہے کہ آمدی اور انعکاسی زاویے برابر ہیں۔ مساوات 12.22 جسے ابن سہل[7] کا قانون انحراف کہتے ہیں زاویہ انحراف اور زاویہ آمد کا تعلق بیان کرتا ہے۔ یہ قانون مغربی دنیا میں قانون سنیل[8] سے جانا جاتا ہے۔ بصریات[9] کے میدان میں قانون ابن سہل بنیادی اہمیت رکھتا ہے۔ 4134

4135

مثال 12.1: ہوا سے $\theta_i = 30^\circ$ زاویے پر شیشے میں عمودی تقطیب کی موج داخل ہوتی ہے۔ پانی میں انحرافی موج کا زاویہ θ_t حاصل کریں۔ اگر شیشے سے خلاء میں موج اسی زاویے سے داخل ہو تب θ_t کیا ہو گا۔ شیشے کا جزوی برقی مستقل $\epsilon_r = 2.3$ لیں۔ 4137

حل: خلاء کا جزوی برقی مستقل $\epsilon_r = 1$ لیتے ہوئے، خلاء سے شیشے میں دخول پر

$$\sin\theta_t = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2.3}}\sin 30^\circ = 0.32969$$

سے

$$\theta_t = \sin^{-1} 0.32969 = 19.25^\circ$$

حاصل ہوتا ہے جبکہ شیشے سے خلاء میں دخول پر

$$\sin\theta_t = \frac{\sqrt{2.3}}{\sqrt{1}}\sin 30^\circ = 0.758288$$

سے

$$\theta_t = \sin^{-1} 0.758288 = 49.3^\circ$$

حاصل ہوتا ہے۔ 4138

4139

صفحہ 299 پر مساوات 9.49 مقناطیسی میدان کی سرحدی شرط بیان کرتا ہے جس کے مطابق سرحد کے دونوں اطراف پر متوازی مقناطیسی میدان برابر ہوں گے۔ شکل 12.1 میں آمدی، انعکاسی اور انحرافی مقناطیسی میدان $\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}}$ اور $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$ اجزاء پر مشتمل ہیں۔ ان میں صرف $\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}}$ اجزاء سرحد کے متوازی ہیں لہٰذا مساوات 12.7، مساوات 12.12 اور مساوات 12.14 کے $\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}}$ اجزاء میں $y = 0$ پر کرتے ہوئے مقناطیسی سرحدی شرط سے

$$-\cos\theta_i \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1 x\sin\theta_i} + \cos\theta_r \Gamma_\perp \frac{E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1(-x\sin\theta_r)} = -\cos\theta_t \tau_\perp \frac{E_0}{\eta_2} e^{j\beta_2(x\sin\theta_t)}$$

یا

$$-\cos\theta_i e^{j\beta_1 x\sin\theta_i} + \cos\theta_r \Gamma_\perp e^{j\beta_1 x\sin\theta_r} = -\cos\theta_t \tau_\perp \frac{\eta_1}{\eta_2} e^{j\beta_2 x\sin\theta_t}$$

حاصل ہوتا ہے جسے مساوات 12.18 اور مساوات 12.19 کے استعمال سے

$$-\cos\theta_i + \cos\theta_i \Gamma_\perp = -\cos\theta_t \tau_\perp \frac{\eta_1}{\eta_2}$$

---

[7] بغداد کے أبو سعد العلاء ابن سهل نے اس قانون کو سن 984 میں دریافت کیا۔
[8] Snell's law
[9] optics

لکھا جا سکتا ہے۔اس میں مساوات 12.16 سے $\tau_{\perp}$ کی قیمت پر کرتے ہوئے

$$\Gamma_{\perp} = \frac{\eta_2 \cos\theta_i - \eta_1 \cos\theta_t}{\eta_2 \cos\theta_i + \eta_1 \cos\theta_t} \tag{12.28}$$

4140 حاصل ہوتا ہے۔ صفحہ 342 پر مساوات 10.80 موجودہ مساوات میں $\theta_i = 0°$ پر کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

اگر خطہ-2 کامل موصل ہو تب $\eta_2 = 0$ ہو گا جس سے $\Gamma_{\perp} = -1$ حاصل ہوتا ہے۔اگر دونوں خطے غیر مقناطیسی، بے ضیاع ذو برق ہوں تب مساوات 12.20 کی مدد سے

$$\Gamma_{\perp} = \frac{\cos\theta_i - \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2\theta_i}}{\cos\theta_i + \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2\theta_i}} \tag{12.29}$$

حاصل ہوتا ہے۔ خطہ-2 کا برقی مستقل خطہ-1 کے برقی مستقل سے زیادہ ہونے کی صورت $(\epsilon_2 > \epsilon_1)$ میں $\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} > 1$ ہو گا جبکہ سائن کی زیادہ سے زیادہ ممکن قیمت اکائی ہے لہٰذا $\sin^2\theta_i \leq 1$ ہو گا اور یوں جزر کے اندر مقدار مثبت رہے گی جس سے $\Gamma_{\perp}$ حقیقی عدد حاصل ہوتا ہے۔اس کے برعکس $\epsilon_2 < \epsilon_1$ کی صورت میں اگر $\sin^2\theta_i > \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$ ہو تب جزر کے اندر منفی مقدار ہو گی لہٰذا $\Gamma_{\perp}$ خیالی عدد ہو گا۔ایسی صورت میں $|\Gamma_{\perp}| = 1$ ہوتا ہے اور سرحد پر **مکمل اندرونی انعکاس**[10] سے پوری کی پوری موج زیادہ برقی مستقل کے خطے میں سرحد سے واپس لوٹتی ہے۔ جس زاویہ آمد پر $\Gamma_{\perp} = 1$ ہو اسے **زاویہ فاصل**[11] پکارا جاتا ہے۔یوں زاویہ فاصل

$$\theta_{i,\text{ف}} = \sin^{-1}\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \tag{12.30}$$

کے برابر ہے۔ غیر مقناطیسی خطوں کا مقناطیسی مستقل μ_0 لیتے ہوئے، فاصل زاویے سے بڑے زاویے $(\theta_i > \theta_{i,\text{ف}})$ کی صورت میں مساوات 12.20 سے $\sin\theta_t > 1$ حاصل ہوتا ہے جس سے $\cos\theta_t$ خیالی عدد حاصل ہو گا

$$\cos\theta_t = \sqrt{1 - \sin^2\theta_t} = \sqrt{1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}\sin^2\theta_i} = jA \tag{12.31}$$

جہاں $A = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}\sin^2\theta_i - 1}$ حقیقی عدد ہے۔یوں کم کثافت کے خطے میں مساوات 12.13 کی مدد سے میدان

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_{st} &= \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}\tau_{\perp}E_0 e^{j\beta_2(x\sin\theta_t + yjA)} \\ &= \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}\tau_{\perp}E_0 e^{-\beta_2 Ay} e^{j\beta_2 x\sin\theta_t} \end{aligned}$$

یا

$$\boldsymbol{E}_{st} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}\tau_{\perp}E_0 e^{-\alpha y} e^{j\beta_2 x\sin\theta_t} \tag{12.32}$$

لکھا جا سکتا ہے جہاں

$$\alpha = \beta_2 A = \omega\sqrt{\mu_2\epsilon_2}\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}\sin^2\theta_i - 1} \tag{12.33}$$

4141 کے برابر ہے۔ یہ میدان کم کثافت خطے میں $x-$ جانب بے ضیاع حرکت کرتی ہے۔ سرحد پر $E_{\perp}$ کی مقدار $\tau_{\perp}E_0$ ہے جو سرحد سے دور چلتے ہوئے $e^{-\alpha y}$ کی شرح
4142 سے گھٹتی ہے۔ مساوات 12.32 کے طرز کی موج کو **سطحی موج**[12] کہتے ہیں۔ سطحی موج سرحد کے ساتھ چمٹی رہتی ہے۔

---

[10] total internal reflection
[11] critical angle
[12] surface wave

مثال 12.2: پانی سے ہوا کی جانب سرحد پر آمدی موج $\theta_i = 55^\circ$ زاویہ رکھتی ہے۔ ہوا میں انحرافی موج کی قیمت سرحد پر اور سرحد سے $\frac{\lambda}{4}$ فاصلے پر حاصل کریں۔ سرحد پر آمدی برقی میدان $E_i = 1\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ ہے۔ پانی کے مستقل $\epsilon_r = 80$، $\mu_r = 1$ اور $\sigma = 0$ لیں۔

حل: مساوات 12.30 سے فاصل زاویہ

$$\theta_{i,\text{ف}} = \sin^{-1}\sqrt{\frac{1}{80}} = 6.42^\circ$$

حاصل ہوتا ہے۔ چونکہ آمدی زاویہ اس سے زیادہ ہے لہٰذا مکمل اندرونی انعکاس پائی جائے گی۔ مساوات 12.20 سے

$$\sin\theta_t = \sqrt{\frac{\mu_0 \times 80 \times \epsilon_0}{\mu_0 \times 1 \times \epsilon_0}}\sin 55^\circ = 7.327$$

اور مساوات 12.31 سے

$$\cos\theta_t = jA = \sqrt{1 - 7.327^2} = j7.258$$

حاصل ہوتے ہیں۔ یوں

$$\alpha = \beta_2 A = \frac{2\pi}{\lambda_0}7.258 = \frac{45.6}{\lambda_0}\,\frac{\mathrm{Np}}{\mathrm{m}}$$

ہو گا۔ مساوات 12.29 سے

$$\Gamma_\perp = \frac{\cos 55^\circ - \sqrt{\frac{1}{80} - \sin^2 55^\circ}}{\cos 55^\circ + \sqrt{\frac{1}{80} - \sin^2 55^\circ}} = -0.33369 - j0.94268$$

اور مساوات 12.16 سے

$$\tau_\perp = 1 + \Gamma_\perp = 0.66631 - j0.94268 = 1.1544\underline{/-54.746^\circ}$$

- اس طرح ہوا میں سرحد پر $|E_t| = 1.1544 \times 1 = 1.1544\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ ہو گا۔
- ہوا میں سرحد سے $\frac{\lambda}{4}$ فاصلے پر

$$|E_t| = 1.1544 \times 1 \times e^{-\frac{45.6}{\lambda_0}\frac{\lambda_0}{4}} = 12.9\,\frac{\mu\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

ہو گا۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ہوا میں میدان سرحد کے قریب رہتا ہے۔ سرحد سے کچھ ہی فاصلے پر میدان کی قیمت قابل نظر انداز ہو جاتی ہے۔ یاد رہے کہ $\sin\theta_t$ حقیقی عدد ہے جس کی قیمت اکائی سے زیادہ ہے جبکہ $\cos\theta_t$ خیالی عدد ہے۔ مساوات 12.32 اور مساوات 12.14 سے ہوا میں برقی اور مقناطیسی امواج

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{E}_{st} &= \boldsymbol{a}_{\mathrm{z}}\tau_\perp E_0 e^{-\beta_2 A y} e^{j\beta_2 x \sin\theta_t}\\
\boldsymbol{H}_{st} &= (-jA\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} + \sin\theta_t \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}})\tau_\perp \frac{E_0}{\eta_2} e^{-\beta_2 A y} e^{j\beta_2 x \sin\theta_t}\\
&= (-jA\boldsymbol{a}_{\mathrm{x}} + \sin\theta_t \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}})\tau_\perp \frac{E_0}{|\eta_2|} e^{-\beta_2 A y} e^{\left(j\beta_2 x \sin\theta_t - j\theta_\eta\right)}
\end{aligned}$$

لکھے جائیں گے جہاں $\eta=|\eta|\,e^{j\theta_\eta}$ کا استعمال کیا گیا۔ ہوا میں سرحد سے دور a_{y} سمت میں اوسط طاقت کی منتقلی صفحہ 332 پر مساوات 10.56

$$\mathscr{P}_{\text{اوسط}}=\frac{1}{2}\left[\boldsymbol{E}_s\times\boldsymbol{H}_s^*\right]_{\text{حقیقی}}$$

کی مدد حاصل کرتے ہیں۔ مقناطیسی میدان کا a_{y} جزو اس منتقلی میں کوئی کردار ادا نہیں کرتا لہٰذا اس کا صرف a_{x} جزو لیا جائے گا۔ جوڑی دار مخلوط مقناطیسی میدان $\boldsymbol{H}_s^*$ لکھتے ہوئے $\boldsymbol{H}_s$ میں تمام مقامات پر j کی علامت مثبت سے منفی اور منفی سے مثبت کر دی جاتی ہے۔

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\boldsymbol{E}_s\times\boldsymbol{H}_s^*&=\frac{1}{2}\left[\boldsymbol{a}_{\text{Z}}\tau_\perp E_0e^{-\beta_2Ay}e^{j\beta_2x\sin\theta_t}\right]\times\left[jA\boldsymbol{a}_{\text{X}}\tau_\perp\frac{E_0}{|\eta_2|}e^{-\beta_2Ay}e^{\left(-j\beta_2x\sin\theta_t+j\theta_\eta\right)}\right]\\&=\boldsymbol{a}_{\text{y}}\frac{\tau_\perp^2E_0^2}{2|\eta_2|}e^{-2\beta_2Ay}\left[j\cos\theta_\eta-\sin\theta_\eta\right]\end{aligned}$$

کا حقیقی جزو لیتے ہوئے

$$\mathscr{P}_{\text{اوسط}}=-\boldsymbol{a}_{\text{y}}\frac{\tau_\perp^2E_0^2}{2|\eta_2|}e^{-2\beta_2Ay}\sin\theta_\eta$$

حاصل ہوتا ہے۔ ہوا میں η حقیقی عدد ہے لہٰذا $\theta_\eta=0$ ہو گا اور چونکہ $\sin 0=0$ ہوتا ہے لہٰذا اوسط طاقت کی منتقلی

$$\mathscr{P}_{\text{اوسط}}=-\boldsymbol{a}_{\text{y}}\frac{\tau_\perp^2E_0^2}{2|\eta_2|}e^{-2\beta_2Ay}\sin 0^\circ=0$$

صفر ہو گی۔ یوں کم کثافتی خطے میں مکمل اندرونی انعکاس کی صورت میں اوسطاً کوئی طاقت منتقل نہیں ہو گا اور برقی اور مقناطیسی امواج سرحد کے قریب ہی رہتی ہیں۔ ایسی
4150 امواج کو فنا پذیر امواج[13] کہتے ہیں۔

کم کثافتی خطے یعنی ہوا میں مقناطیسی موج کا $\boldsymbol{a}_{\text{y}}$ جزو اور برقی $\boldsymbol{a}_{\text{Z}}$ اجزاء سرحد کے ساتھ ساتھ، بے ضیاع $-\boldsymbol{a}_{\text{X}}$ سمت میں حرکت کریں گے۔ ہوا میں ان امواج کی رفتار، زیادہ کثافتی خطے یعنی پانی میں، سرحد کے متوازی موج کی رفتار کے برابر ہو گی یعنی

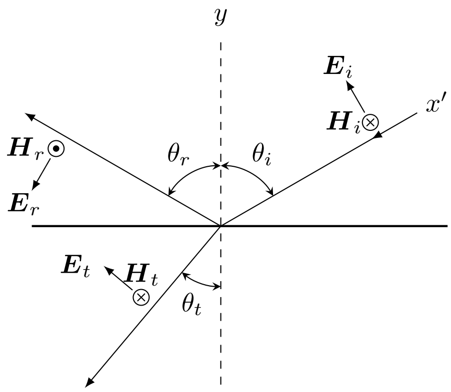
$$\text{ہوا میں سرحد کے متوازی موج کی رفتار}=\frac{\text{پانی میں رفتار موج}}{\sin\theta_i}$$

4151 سرحدی موج در حقیقت سرحدی شرائط پورا کرنے کی درکار برقی اور مقناطیسی میدان ہیں۔

4152

4153 متوازی قطبی برقی موج $\boldsymbol{E}_{||}$

آئیں اب متوازی قطبی موج کی صورت حال دیکھیں۔ یاد رہے کہ موج کی سمت پوئنٹنگ سمتیہ $\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}$ کی سمت ہی ہوتی ہے۔ برقی اور مقناطیسی میدان، موج کے حرکت کی سمت کے عمودی ہوتے ہیں۔ یوں سمت حرکت کے عمودی، برقی میدان کی سمت فرض کرتے ہوئے اور سمت حرکت جانتے ہوئے مقناطیسی میدان کی سمت کا تعین پوئنٹنگ سمتیہ سے کیا جاتا ہے۔ متوازی قطبی موج کی بات کرتے ہوئے، آمدی برقی میدان کی سمت یا تو شکل 12.4 میں $\boldsymbol{E}_i$ کی سمت اور یا اس کے الٹ سمت ممکن ہے۔ یہ واحد دو سمتیں ہیں جو موج کے حرکت کے عمودی اور آمدی سطح کے متوازی ہیں۔ اگر آمدی برقی میدان کی سمت شکل میں دکھائے سمت کے الٹ ہو تب آمدی مقناطیسی میدان کی سمت بھی الٹ ہو گی یعنی یہ صفحہ سے باہر جانب کو ہو گا۔ سمت حرکت کے عمودی اور آمدی سطح کے متوازی، انعکاسی موج کی $\boldsymbol{E}_r$



شکل 12.4: متوازی قطبی موج میں برقی میدان سطح آمد کے متوازی ہوتا ہے۔

بھی دو سمتیں ممکن ہیں جن میں ایک سمت شکل میں فرض کی گئی ہے۔ برقی انعکاسی میدان کی سمت فرض کرنے سے انعکاسی مقناطیسی میدان کی سمت اب وہی ممکن ہے جسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ آئیں اس شکل کو حل کریں۔

مساوات 12.2 اور مساوات 12.4 کی مدد سے شکل 12.4 کے لئے

$$\boldsymbol{E}_{si} = (-\cos\theta_i \boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} + \sin\theta_i \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}) E_0 e^{j\beta_1(x\sin\theta_i + y\cos\theta_i)} \tag{12.34}$$

$$\boldsymbol{H}_{si} = -\boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}} \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1(x\sin\theta_i + y\cos\theta_i)} \tag{12.35}$$

لکھے جا سکتے ہیں۔ اسی طرح گزشتہ معلومات کا سہارا لیتے ہوئے

$$\boldsymbol{E}_{sr} = -(\cos\theta_r \boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} + \sin\theta_r \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}) \Gamma_{\parallel} E_0 e^{j\beta_1(x\sin\theta_r - y\cos\theta_r)} \tag{12.36}$$

$$\boldsymbol{H}_{sr} = \boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}} \Gamma_{\parallel} \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1(x\sin\theta_r - y\cos\theta_r)} \tag{12.37}$$

$$\boldsymbol{E}_{st} = (-\cos\theta_t \boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} + \sin\theta_t \boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}) \tau_{\parallel} E_0 e^{j\beta_2(x\sin\theta_t + y\cos\theta_t)} \tag{12.38}$$

$$\boldsymbol{H}_{st} = -\boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}} \tau_{\parallel} \frac{E_0}{\eta_2} e^{j\beta_2(x\sin\theta_t + y\cos\theta_t)} \tag{12.39}$$

لکھے جا سکتے ہیں۔ سرحد ($y = 0$) پر برقی شرط لاگو کرنے کی خاطر برقی میدان کا وہ حصہ استعمال کیا جائے گا جو سرحد کے متوازی ہے۔ یوں $\boldsymbol{a}_{\mathrm{y}}$ جزو کو رد کیا جائے گا جبکہ $\boldsymbol{a}_{\mathrm{X}}$ جزو کو استعمال کیا جائے گا لہٰذا

$$-\cos\theta_i \boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} E_0 e^{j\beta_1(x\sin\theta_i + 0\cos\theta_i)} - \cos\theta_r \boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} \Gamma_{\parallel} E_0 e^{j\beta_1(x\sin\theta_r - 0\cos\theta_r)} = -\cos\theta_t \boldsymbol{a}_{\mathrm{X}} \tau_{\parallel} E_0 e^{j\beta_2(x\sin\theta_t + 0\cos\theta_t)}$$

یعنی

$$\cos\theta_i e^{j\beta_1 x\sin\theta_i} + \cos\theta_r \Gamma_{\parallel} e^{j\beta_1 x\sin\theta_r} = \cos\theta_t \tau_{\parallel} e^{j\beta_2 x\sin\theta_t} \tag{12.40}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اس مساوات میں x کی قیمت تبدیل کرنے سے e کی طاقت تبدیل ہوتی ہے۔ ایسی صورت میں یہ مساوات صرف اور صرف اس صورت درست ہو گا جب مساوات میں تینوں e کے طاقت، x کے تمام قیمتوں کے لئے برابر ہوں یعنی

$$j\beta_1 x\sin\theta_i = j\beta_1 x\sin\theta_r = j\beta_2 x\sin\theta_t \tag{12.41}$$

ہو۔ اس مساوات سے

$$\theta_i = \theta_r \tag{12.42}$$

[13] evanescent wave

اور

$$\sin\theta_t = \frac{\beta_1}{\beta_2}\sin\theta_i \tag{12.43}$$

حاصل ہوتے ہیں جو عین عمودی قطبی موج کے مساوات ہیں۔مساوات 12.40 میں مساوات 12.41 پر کرنے سے

$$1+\Gamma_\parallel = \frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_i}\tau_\parallel \tag{12.44}$$

4161 حاصل ہوتا ہے۔

سرحد پر مقناطیسی شرط لاگو کرتے ہیں۔چونکہ مقناطیسی میدان سرحد کے متوازی ہے لہٰذا اس کا کوئی جزو رد نہیں کیا جائے گا۔اس طرح

$$-\boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}\frac{E_0}{\eta_1}e^{j\beta_1(x\sin\theta_i+0\cos\theta_i)}+\boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}\Gamma_\parallel\frac{E_0}{\eta_1}e^{j\beta_1(x\sin\theta_r-0\cos\theta_r)} = -\boldsymbol{a}_{\mathrm{Z}}\tau_\parallel\frac{E_0}{\eta_2}e^{j\beta_2(x\sin\theta_t+0\cos\theta_t)}$$

یعنی

$$e^{j\beta_1 x\sin\theta_i}-\Gamma_\parallel e^{j\beta_1 x\sin\theta_r} = \tau_\parallel\frac{\eta_1}{\eta_2}e^{j\beta_2 x\sin\theta_t}$$

لکھا جا سکتا ہے جس میں مساوات 12.41 پر کرنے سے

$$1-\Gamma_\parallel = \tau_\parallel\frac{\eta_1}{\eta_2} \tag{12.45}$$

ملتا ہے۔مساوات 12.44 اور مساوات 12.45 حل کرتے ہوئے

$$\Gamma_\parallel = \frac{\eta_2\cos\theta_t-\eta_1\cos\theta_i}{\eta_1\cos\theta_i+\eta_2\cos\theta_t} \tag{12.46}$$

ملتا ہے جو غیر مقناطیسی اور بے ضیاع خطوں میں

$$\Gamma_\parallel = \frac{-\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\cos\theta_i+\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}-\sin^2\theta_i}}{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}\cos\theta_i+\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}-\sin^2\theta_i}} \tag{12.47}$$

4162 صورت اختیار کر لے گی۔اگر خطہ-2 کامل موصل ہو تب $\Gamma_\parallel = -1$ حاصل ہوتا ہے جو متوقع جواب ہے۔

متوازی قطبی موج کی صورت میں ایسے آمدی زاویہ ممکن ہے جس پر $\Gamma_\parallel = 0$ حاصل ہو لہٰذا ایسی صورت میں تمام کی تمام موج بغیر انعکاس کے دوسرے خطے میں داخل ہو جاتی ہے۔اس آمدی زاویے کو **بریوسٹر زاویہ**[14] کہتے[15] ہیں۔مساوات 12.47 کو صفر کے برابر پر کرنے سے زاویہ بریوسٹر

$$\theta_{i,\text{بریوسٹر}} = \sin^{-1}\sqrt{\frac{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}{1+\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}} = \tan^{-1}\sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \tag{12.48}$$

4163 حاصل ہوتا ہے۔

---

[14] Brewster angle

[15] یہ زاویہ سکاٹ لینڈ کے داؤد بریوسٹر کے نام سے منسوب ہے۔

کسی بھی موج کو عمودی اور متوازی قطبی امواج کا مجموعہ لکھا جا سکتا ہے۔ یوں اگر غیر قطبی موج، سرحد پر زاویہ بریوسٹر سے آمد ہو تب اس موج کا وہ جزو جو متوازی قطبیت رکھتا ہو سرحد سے مکمل طور دوسری جانب گزر جائے گا جبکہ سرحد سے انعکاسی جزو صرف اور صرف عمودی قطبیت کا ہو گا۔ عمودی قطبی موج حاصل کرنے کا یہ آسان طریقہ ہے۔ عمودی موج کا کچھ حصہ منعکس ہو گا اور کچھ حصہ منحرف لہٰذا انحرافی موج غیر قطبی ہو گی۔ زاویہ بریوسٹر کو **زاویہ قطبیت**[16] بھی کہتے ہیں۔

مثال 12.3: متوازی قطبی موج ہوا سے پانی کی طرف آمد ہے۔ زاویہ بریوسٹر حاصل کریں۔ پانی کا جزوی برقی مستقل $\epsilon_r = 80$ لیں۔

حل:

$$\theta_{i,\text{بریوسٹر}} = \tan^{-1}\sqrt{\frac{80}{1}} = 83.6^\circ \tag{12.49}$$

مشق 12.1: شکل 12.4 میں انعکاسی میدانوں کی سمتیں الٹ تصور کرتے ہوئے شرح انعکاس $\Gamma_{\parallel}$ حاصل کریں۔ چونکہ یہاں انعکاسی میدان الٹ تصور کئے جا رہے ہیں لہٰذا ہم توقع کرتے ہیں کہ $\Gamma_{\parallel}$ کی حاصل مساوات منفی ایک سے ضرب ہو گی۔

جواب: صرف انعکاسی امواج میں فرق ہو گا جنہیں یوں لکھا جائے گا۔

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{E}_{sr} &= (\cos\theta_r \boldsymbol{a}_{\text{X}} + \sin\theta_r \boldsymbol{a}_{\text{y}})\Gamma_{\parallel} E_0 e^{j\beta_1(x\sin\theta_r - y\cos\theta_r)} \\
\boldsymbol{H}_{sr} &= -\boldsymbol{a}_{\text{z}}\Gamma_{\parallel}\frac{E_0}{\eta_1}e^{j\beta_1(x\sin\theta_r - y\cos\theta_r)}
\end{aligned}$$

شرح انعکاس $\frac{\eta_1\cos\theta_i - \eta_2\cos\theta_t}{\eta_1\cos\theta_i + \eta_2\cos\theta_t}$ حاصل ہو گا۔

12.2 ترسیم ہائی گن

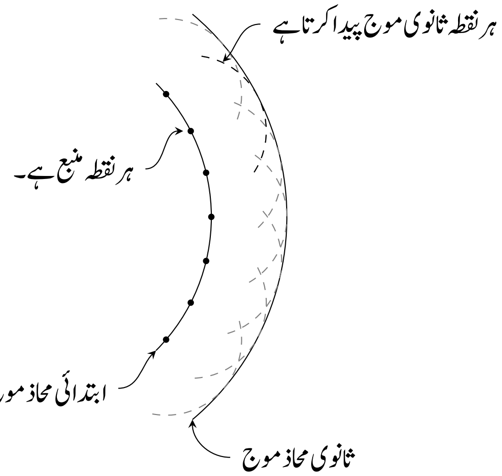
ہائی گن[17] کا اصول کہتا ہے کہ محاذ موج پر ہر نقطے کو منبع کروی موج تصور کیا جا سکتا ہے۔ شکل 12.5 میں اس اصول کو دکھایا گیا ہے جہاں ابتدائی محاذ موج پر مختلف نقطوں سے پیدا ثانوی امواج دکھائے گئے ہیں۔ یہ ثانوی امواج مل کر ثانوی محاذ موج پیدا کرتی ہیں۔ ہائی گن کے اصول کی مدد سے شعاع کی راہ میں حائل چیز کے قریب شعاع کا مڑ جانا سمجھا جا سکتا ہے جو نا تو انعکاس اور نا ہی انحراف کے زمرے میں آتا ہے۔

شعاع کی راہ میں حائل موصل سطح شکل میں دکھائی گئی ہے۔ آئیں ہائی گن کے اصول سے نقطہ N پر برقی میدان

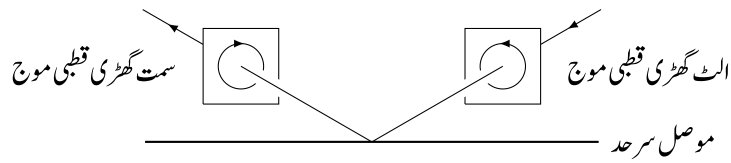
$$E = \int \mathrm{d}E \tag{12.50}$$

---

[16] polarizing angle
[17] Huygen's principle



شکل 12.5: ہائی گن کے اصول کے تحت محاذ موج پر ہر نقطہ منبع موج کا کردار ادا کرتا ہے۔



شکل 12.6: الٹ گھڑی قطبی آمدی موج موصل سطح سے انعکاس کے بعد سمت گھڑی قطبیت رکھتی ہے۔

حاصل کریں جہاں موصل سطح کے کنارے سے آگے x محدد پر عمومی نقطے کو منبع موج تصور کرتے ہوئے N پر میدان $\mathrm{d}E$ کے برابر ہے۔

$$\mathrm{d}E = \frac{E_0}{r} e^{-j\beta(r+\delta)} \, \mathrm{d}x \tag{12.51}$$

سے

$$E = \frac{E_0}{r} e^{-j\beta r} \int_a^{\infty} e^{-j\beta\delta} \, \mathrm{d}x \tag{12.52}$$

لکھا جا سکتا ہے۔ اگر $r \gg \delta$ ہو تب

$$\delta = \frac{x^2}{2r} \tag{12.53}$$

کے برابر ہو گا۔ یوں $k^2 = \frac{2}{r\lambda}$ اور $u = kx$ لیتے ہوئے

$$E = \frac{E_0}{kr} e^{-j\beta r} \int_{ka}^{\infty} e^{-j\frac{\pi u^2}{2}} \, \mathrm{d}u \tag{12.54}$$

لکھا جا سکتا ہے جسے

$$E = \frac{E_0}{kr} e^{-j\beta r} \left(\int_0^{\infty} e^{-j\frac{\pi u^2}{2}} \, \mathrm{d}u - \int_0^{ka} e^{-j\frac{\pi u^2}{2}} \, \mathrm{d}u \right) \tag{12.55}$$

لکھ سکتے ہیں۔ 4179

بائی گن
بہتر بنائی
الٹ گھڑ
گھڑی
شکل پ

complex permitivity
dispersion
figTransmissionSmithFromInternet.tex is not giving the figure of the book
the answers should be at the end of the book
read chapter 9 onwards (proof reading)
energy travels along the wire and not in the wire.
antenna chapter, 3D figure at start and complete the start section.
house completion certificate.
zaryab fish
F=-dW/dT to include in inductance chapter plus a question or two
magnetizartion curve and an iteration example. fig 8.10, 11 of hayt.
charge is barqi bar.
add questions to machine book too.
take print outs for myself.

when giving fields always remember the following rules:
always ensure that divergence of magnetic field is zero.
moving waves must be of the form $E = E0\cos(wt - kz)$ where $c = (\mu * \epsilon)^{-0.5}$ and $k = 2 * \pi/\lambda$
include complex permitivity (7th ed Q12.18 says sigma=omega*epsilon”)
include 4th ed fig 11.11 of page 422
rename lossless and lossy dielectrics as

5109 # الباب 15

5110 # سوالات

5111 ترچهی آمد

جدول 15.1: σ

چیز	$\sigma, \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$	چیز	$\sigma, \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{m}}$
چاندی	6.17×10^7	گریفائٹ	7×10^4
تانبا	5.80×10^7	سلیکان	1200
سونا	4.10×10^7	فیرائٹ (عمومی قیمت)	100
المونیم	3.82×10^7	سمندری پانی	5
ٹنگسٹن	1.82×10^7	چھونا پتھر	10^{-2}
جست	1.67×10^7	چکنی مٹی	5×10^{-3}
پیتل	1.50×10^7	تازہ پانی	10^{-3}
نکل	1.45×10^7	مقطر پانی	10^{-4}
لوہا	1.03×10^7	ریتیلی مٹی	10^{-5}
قلعی	0.70×10^7	سنگ مرمر	10^{-8}
کاربن سٹیل	0.60×10^7	بیک لائٹ	10^{-9}
مینگنین	0.227×10^7	چینی مٹی	10^{-10}
جرمینیم	0.22×10^7	ہیرا	2×10^{-13}
سٹینلس سٹیل	0.11×10^7	پولیسٹرین پلاسٹک	10^{-16}
نائیکروم	0.10×10^7	کوارٹس	10^{-17}

جدول 15.2: $\sigma/\omega\epsilon$ and ϵ_R

چیز	ϵ_R	$\sigma/\omega\epsilon$
خالی خلاء	1	
ہوا	1.0006	
المونیم اکسائڈ	8.8	0.0006
عنبر	2.7	0.002
بیک لائٹ	4.74	0.022
کاربن ڈائی آکسائڈ	1.001	
جرمینیم	16	
شیشہ	4 تا 7	0.001
برف	4.2	0.1
ابرق	5.4	0.0006
نائلون	3.5	0.02
کاغذ	3	0.008
پلیکسی گلاس	3.45	0.04
پلاسٹک (تھیلا بنانے والا)	2.26	0.0002
پولیسٹرین	2.55	0.000 05
چینی مٹی	6	0.014
پائریکس شیشہ (برتن بنانے والا)	4	0.0006
کوارٹس	3.8	0.000 75
ربڑ	2.5 تا 3	0.002
سلیکا SiO_2	3.8	0.000 75
سلیکان	11.8	
قدرتی برف	3.3	0.5
کھانے کا نمک	5.9	0.0001
خشک مٹی	2.8	0.07
سٹائروفوم	1.03	0.0001
ٹیفلان	2.1	0.0003
ٹائٹینیم ڈائی آکسائڈ	100	0.0015
مقطر پانی	80	0.04
سمندری پانی		4
خشک لکڑی	1.5 تا 4	0.01

جدول 15.3: μ_R

چیز	μ_R
بسمت	0.999 998 6
پیرافین	0.999 999 42
لکڑی	0.999 999 5
چاندی	0.999 999 81
المونیم	1.000 000 65
بیریلیم	1.000 000 79
نکل	50
ڈھلواں لوہا	60
مشین سٹیل	300
فیرائٹ (عمومی قیمت)	1000
پرم بھرت (permalloy)	2500
ٹرانسفارمر پتری	3000
سیلکان لوہا	3500
خالص لوہا	4000
میو میٹل (mumetal)	20 000
سنڈسٹ (sendust)	30 000
سوپرم بھرت (supermalloy)	100 000

جدول 15.4: اہم مستقل

چیز	علامت	قیمت
الیکٹران چارج	e	$(1.602\,189\,2 \mp 0.000\,004\,6) \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$
الیکٹران کمیت	m	$(9.109\,534 \mp 0.000\,047) \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
برقی مستقل (خالی خلاء)	ϵ_0	$(8.854\,187\,818 \mp 0.000\,000\,071) \times 10^{-12}\,\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$
مقناطیسی مستقل (خالی خلاء)	μ_0	$4\pi 10^{-7}\,\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}$
روشنی کی رفتار (خالی خلاء)	c	$(2.997\,924\,574 \mp 0.000\,000\,011) \times 10^{8}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$