

# برقی و مقناطیسیات

خالد خان یوسفزئی  
 کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد  
 khalidyousafzai@comsats.edu.pk



# عنوان

3

|       |    |   |       |
|-------|----|---|-------|
| 1     | 4  | سمتیات  | 1     |
| 1.1   | 5  | مقداری اور سمتیہ  | 1.1   |
| 1.2   | 6  | سمتی الجبرا   | 1.2   |
| 1.3   | 7  | کارتیسی محدود   | 1.3   |
| 1.4   | 8  | اکائی سمتیات  | 1.4   |
| 1.5   | 9  | میدانی سمتیہ  | 1.5   |
| 1.6   | 10 | سمتی رقبہ   | 1.6   |
| 1.7   | 11 | غیر سمتی ضرب  | 1.7   |
| 1.8   | 12 | سمتی ضرب یا صلیبی ضرب   | 1.8   |
| 1.9   | 13 | گول نلکی محدود  | 1.9   |
| 1.9.1 | 14 | نلکی اکائی سمتیات کا کارتسی اکائی سمتیات کے ساتھ غیر سمتی ضرب | 1.9.1 |
| 1.9.2 | 15 | نلکی اور کارتسی اکائی سمتیات کا تعلق                          | 1.9.2 |
| 1.9.3 | 16 | نلکی لامحدود سطحیں  | 1.9.3 |
| 1.10  | 17 | کروی محدود  | 1.10  |
| 2     | 18 | کولومب کا قانون   | 2     |
| 2.1   | 19 | قوت کشش یا دفع  | 2.1   |
| 2.2   | 20 | برقی میدان کی شدت   | 2.2   |
| 2.3   | 21 | یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر کا برقی میدان             | 2.3   |
| 2.4   | 22 | یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح                            | 2.4   |
| 2.5   | 23 | چارج بردار حجم  | 2.5   |
| 2.6   | 24 | مزید مثال   | 2.6   |
| 2.7   | 25 | برقی میدان کے سمت بہاؤ خط                                     | 2.7   |

|                   |   |       |
|-------------------|---|-------|
| 69 <sup>26</sup>  | گاؤس کا قانون اور پھیلاؤ                    | 3     |
| 69 <sup>27</sup>  | ساکن چارج                                   | 3.1   |
| 69 <sup>28</sup>  | فیراڈے کا تجربہ                             | 3.2   |
| 70 <sup>29</sup>  | گاؤس کا قانون                               | 3.3   |
| 72 <sup>30</sup>  | گاؤس کے قانون کا استعمال                    | 3.4   |
| 72 <sup>31</sup>  | نقطہ چارج                                   | 3.4.1 |
| 74 <sup>32</sup>  | یکساں چارج بردار کروی سطح                   | 3.4.2 |
| 74 <sup>33</sup>  | یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر         | 3.4.3 |
| 75 <sup>34</sup>  | ہم محوری تار                                | 3.5   |
| 77 <sup>35</sup>  | یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح          | 3.6   |
| 77 <sup>36</sup>  | انتہائی چھوٹی حجم پر گاؤس کے قانون کا اطلاق | 3.7   |
| 80 <sup>37</sup>  | پھیلاؤ                                      | 3.8   |
| 82 <sup>38</sup>  | نلکی محدود میں پھیلاؤ کی مساوات             | 3.9   |
| 84 <sup>39</sup>  | پھیلاؤ کی عمومی مساوات                      | 3.10  |
| 86 <sup>40</sup>  | مسئلہ پھیلاؤ                                | 3.11  |
| 93 <sup>41</sup>  | توانائی اور برقی دباؤ                       | 4     |
| 93 <sup>42</sup>  | توانائی اور کام                             | 4.1   |
| 94 <sup>43</sup>  | لکیری تکملہ                                 | 4.2   |
| 99 <sup>44</sup>  | برقی دباؤ                                   | 4.3   |
| 100 <sup>45</sup> | نقطہ چارج کا برقی دباؤ                      | 4.3.1 |
| 101 <sup>46</sup> | لکیری چارج کثافت سے پیدا برقی دباؤ          | 4.3.2 |
| 102 <sup>47</sup> | ہم محوری تار کا برقی دباؤ                   | 4.3.3 |
| 102 <sup>48</sup> | متعدد نقطہ چارجوں کی برقی دباؤ              | 4.4   |
| 106 <sup>49</sup> | برقی دباؤ کی ڈھلوان                         | 4.5   |
| 110 <sup>50</sup> | نلکی محدود میں ڈھلوان                       | 4.5.1 |
| 111 <sup>51</sup> | کروی محدود میں ڈھلوان                       | 4.5.2 |
| 112 <sup>52</sup> | جفت قطب                                     | 4.6   |
| 114 <sup>53</sup> | جفت قطب کے سمت بہاؤ خط                      | 4.6.1 |
| 117 <sup>54</sup> | ساکن برقی میدان کی کثافت توانائی            | 4.7   |

|                    |  |      |
|--------------------|--|------|
| 125 <sub>s</sub>   | موصل، ذو برق اور کیپسٹر                      | 5    |
| 125 <sub>s6</sub>  | برقی رو اور کثافت برقی رو                    | 5.1  |
| 127 <sub>s7</sub>  | استمراری مساوات                              | 5.2  |
| 129 <sub>s8</sub>  | موصل   | 5.3  |
| 134 <sub>s9</sub>  | موصل کے خصوصیات اور سرحدی شرائط              | 5.4  |
| 137 <sub>s10</sub> | عکس کی ترکیب                                 | 5.5  |
| 140 <sub>s11</sub> | نیم موصل                                     | 5.6  |
| 141 <sub>s12</sub> | ذو برق                                       | 5.7  |
| 146 <sub>s13</sub> | کامل ذو برق کے سرحد پر برقی شرائط            | 5.8  |
| 150 <sub>s14</sub> | موصل اور ذو برقی کے سرحدی شرائط              | 5.9  |
| 150 <sub>s15</sub> | کیپسٹر                                       | 5.10 |
| 152 <sub>s16</sub> | 5.10.1 متوازی چادر کیپسٹر                    |      |
| 153 <sub>s17</sub> | 5.10.2 ہم محوری کیپسٹر                       |      |
| 153 <sub>s18</sub> | 5.10.3 ہم محوری کرہ کیپسٹر                   |      |
| 155 <sub>s19</sub> | 5.11 سلسلہ وار اور متوازی جڑے کیپسٹر         |      |
| 156 <sub>s20</sub> | 5.12 دو متوازی تاروں کا کیپسٹنس              |      |
| 169 <sub>s21</sub> | پوٹنسن اور لاپلاس مساوات                     | 6    |
| 171 <sub>s22</sub> | 6.1 مسئلہ یکنائی                             |      |
| 173 <sub>s23</sub> | 6.2 لاپلاس مساوات خطی ہے                     |      |
| 173 <sub>s24</sub> | 6.3 نلکی اور کروی محدود میں لاپلاس کی مساوات |      |
| 174 <sub>s25</sub> | 6.4 لاپلاس مساوات کے حل                      |      |
| 181 <sub>s26</sub> | 6.5 پوٹنسن مساوات کے حل کی مثال              |      |
| 183 <sub>s27</sub> | 6.6 لاپلاس مساوات کا ضربی حل                 |      |
| 191 <sub>s28</sub> | 6.7 عددی دہرائے کا طریقہ                     |      |

|                   |   |       |
|-------------------|---|-------|
| 199 <sub>9</sub>  | ساکن مقناطیسی میدان                     | 7     |
| 199 <sub>0</sub>  | بایوٹ-سیوارٹ کا قانون                   | 7.1   |
| 204 <sub>1</sub>  | ایمپیٹر کا دوری قانون                   | 7.2   |
| 210 <sub>2</sub>  | گردش                                    | 7.3   |
| 217 <sub>3</sub>  | نلکی محدود میں گردش                     | 7.3.1 |
| 222 <sub>4</sub>  | عمومی محدود میں گردش کی مساوات          | 7.3.2 |
| 224 <sub>5</sub>  | کروی محدود میں گردش کی مساوات           | 7.3.3 |
| 225 <sub>6</sub>  | مسئلہ سٹوکس                             | 7.4   |
| 228 <sub>7</sub>  | مقناطیسی بہاؤ اور کثافت مقناطیسی بہاؤ   | 7.5   |
| 235 <sub>8</sub>  | غیر سمتی اور سمتی مقناطیسی دباؤ         | 7.6   |
| 240 <sub>9</sub>  | ساکن مقناطیسی میدان کے قوانین کا حصول   | 7.7   |
| 240 <sub>0</sub>  | سمتی مقناطیسی دباؤ                      | 7.7.1 |
| 242 <sub>1</sub>  | ایمپیٹر کا دوری قانون                   | 7.7.2 |
| 249 <sub>2</sub>  | مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادے اور امالہ | 8     |
| 249 <sub>3</sub>  | متحرک چارج پر قوت                       | 8.1   |
| 250 <sub>4</sub>  | تفرقی چارج پر قوت                       | 8.2   |
| 254 <sub>5</sub>  | برقی رو گزارتے تفرقی تاروں کے مابین قوت | 8.3   |
| 255 <sub>6</sub>  | قوت اور مروڑ                            | 8.4   |
| 261 <sub>7</sub>  | فولادی مقناطیسی اشیاء اور مقناطیسی خطے  | 8.5   |
| 262 <sub>8</sub>  | مقناطیسیت اور مقناطیسی مستقل            | 8.6   |
| 265 <sub>9</sub>  | مقناطیسی سرحدی شرائط                    | 8.7   |
| 268 <sub>00</sub> | مقناطیسی دور                            | 8.8   |
| 271 <sub>01</sub> | مقناطیسی مخفی توانائی                   | 8.9   |
| 271 <sub>02</sub> | خود امالہ اور مشترکہ امالہ              | 8.10  |
| 277 <sub>03</sub> | مشترکہ امالہ                            | 8.11  |

|                   |   |      |
|-------------------|---|------|
| 283 <sub>04</sub> | وقت کے ساتھ بدلنے میدان اور میکس ویل کے مساوات                | 9    |
| 283 <sub>05</sub> | فیراڈے کا قانون   | 9.1  |
| 290 <sub>06</sub> | انتقالی برقی رو   | 9.2  |
| 296 <sub>07</sub> | میکس ویل مساوات کی نقطہ شکل                                   | 9.3  |
| 298 <sub>08</sub> | میکس ویل مساوات کی تکمل شکل                                   | 9.4  |
| 303 <sub>09</sub> | تاخیری دباو   | 9.5  |
| 311 <sub>10</sub> | مستوی امواج   | 10   |
| 311 <sub>11</sub> | خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی مستوی امواج                     | 10.1 |
| 312 <sub>12</sub> | برقی و مقناطیسی مستوی امواج                                   | 10.2 |
| 320 <sub>13</sub> | 10.2.1 خالی خلاء میں امواج                                    |      |
| 323 <sub>14</sub> | 10.2.2 خالص یا کامل ذو برق میں امواج                          |      |
| 325 <sub>15</sub> | 10.2.3 ناقص یا غیر کامل ذو برقی میں امواج                     |      |
| 329 <sub>16</sub> | 10.3 پوٹنٹنگ سمتیہ  |      |
| 334 <sub>17</sub> | 10.4 موصل میں امواج   |      |
| 340 <sub>18</sub> | 10.5 انعکاس مستوی موج   |      |
| 346 <sub>19</sub> | 10.6 شرح ساکن موج   |      |
| 351 <sub>20</sub> | 10.7 دو سرحدی انعکاس  |      |
| 356 <sub>21</sub> | 10.7.1 فیری-پیروٹ طیف پیما                                    |      |
| 357 <sub>22</sub> | 10.7.2 $\eta_1 \neq \eta_3$ کی صورت میں ہم رکاوٹ صورت کا حصول |      |
| 358 <sub>23</sub> | 10.7.3 متعدد سرحدی مسئلہ                                      |      |
| 359 <sub>24</sub> | 10.8 خطی، بیضوی اور دائری تقطیب                               |      |
| 362 <sub>25</sub> | 10.9 بیضوی یا دائری قطبی امواج کا پوٹنٹنگ سمتیہ               |      |

|                    |  |
|--------------------|--|
| 371 <sub>126</sub> | 11 ترسیلی تار  |
| 371 <sub>127</sub> | 11.1 ترسیلی تار کے مساوات                                      |
| 375 <sub>128</sub> | 11.2 ترسیلی تار کے مستقل                                       |
| 376 <sub>129</sub> | 11.2.1 ہم محوری تار کے مستقل                                   |
| 379 <sub>130</sub> | 11.2.2 دو متوازی تار کے مستقل                                  |
| 380 <sub>131</sub> | 11.2.3 سطح مستوی ترسیلی تار                                    |
| 381 <sub>132</sub> | 11.3 ترسیلی تار کے چند مثال                                    |
| 389 <sub>133</sub> | 11.4 ترسیمی تجزیہ، سمتھ نقشہ                                   |
| 396 <sub>134</sub> | 11.4.1 سمتھ فراوانی نقشہ                                       |
| 398 <sub>135</sub> | 11.5 تجرباتی نتائج پر مبنی چند مثال                            |
| 402 <sub>136</sub> | 11.6 تجزیہ عارضی حال   |
| 419 <sub>137</sub> | 12 ترچھی آمد، انعکاس، انحراف اور انکسار                        |
| 419 <sub>138</sub> | 12.1 ترچھی آمد   |
| 430 <sub>139</sub> | 12.2 ترسیم ہائی گن   |
| 433 <sub>140</sub> | 13 مویج اور گھمکیا   |
| 433 <sub>141</sub> | 13.1 برقی دور، ترسیلی تار اور مویج کا موازنہ                   |
| 434 <sub>142</sub> | 13.2 دو لامحدود وسعت کے مستوی چادروں کے مویج میں عرضی برقی موج |
| 440 <sub>143</sub> | 13.3 کھوکھلا مستطیلی مویج                                      |
| 449 <sub>144</sub> | 13.3.1 مستطیلی مویج کے میدان پر تفصیلی غور                     |
| 456 <sub>145</sub> | 13.4 مستطیلی مویج میں عرضی مقناطیسی $TM_{mn}$ موج              |
| 460 <sub>146</sub> | 13.5 کھوکھلی نالی مویج   |
| 467 <sub>147</sub> | 13.6 انقطاعی تعدد سے کم تعدد پر تضعیف                          |
| 469 <sub>148</sub> | 13.7 انقطاعی تعدد سے بلند تعدد پر تضعیف                        |
| 471 <sub>149</sub> | 13.8 سطحی موج  |
| 476 <sub>150</sub> | 13.9 ذو برق تختی مویج  |
| 479 <sub>151</sub> | 13.10 شیش ریشہ   |
| 482 <sub>152</sub> | 13.11 پردہ بصارت   |
| 484 <sub>153</sub> | 13.12 گھمکی خلاء   |
| 487 <sub>154</sub> | 13.13 میکس ویل مساوات کا عمومی حل                              |



- 14.1 تعارف 495<sup>56</sup>
- 14.2 تاخیری دباؤ 495<sup>57</sup>
- 14.3 تکمل 497<sup>58</sup>
- 14.4 مختصر جفت قطبی اینٹینا 498<sup>59</sup>
- 14.5 مختصر جفت قطب کا اخراجی مزاحمت 506<sup>60</sup>
- 14.6 ٹھوس زاویہ 510<sup>61</sup>
- 14.7 اخراجی رقبہ، سمتیت اور افزائش 511<sup>62</sup>
- 14.8 قطاری ترتیب 518<sup>63</sup>
- 14.8.1 غیر سمتی، دو نقطہ منبع 518<sup>64</sup>
- 14.8.2 ضرب نقش 519<sup>65</sup>
- 14.8.3 ثنائی قطار 520<sup>66</sup>
- 14.8.4 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار 522<sup>67</sup>
- 14.8.5 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: چوڑائی جانب اخراجی قطار 524<sup>68</sup>
- 14.8.6 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: لمبائی جانب اخراجی قطار 524<sup>69</sup>
- 14.8.7 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: بدلنے زاویہ اخراجی اینٹینا 528<sup>70</sup>
- 14.9 تداخل پیمہ 529<sup>71</sup>
- 14.10 مسلسل خطی اینٹینا 530<sup>72</sup>
- 14.11 مستطیل سطحی اینٹینا 531<sup>73</sup>
- 14.12 اخراجی سطح پر میدان اور دور میدان آپس کے فوریئر بدل ہیں 534<sup>74</sup>
- 14.13 خطی اینٹینا 534<sup>75</sup>
- 14.14 چلتے موج اینٹینا 539<sup>76</sup>
- 14.15 چھوٹا گھیرا اینٹینا 540<sup>77</sup>
- 14.16 پیچ دار اینٹینا 541<sup>78</sup>
- 14.17 دو طرفہ کردار 543<sup>79</sup>
- 14.18 جھری اینٹینا 545<sup>80</sup>
- 14.19 پیپا اینٹینا 546<sup>81</sup>
- 14.20 فرانس ریڈار مساوات 548<sup>82</sup>
- 14.21 ریڈیائی دوربین، اینٹینا کی حرارت اور تحلیلی کارکردگی 551<sup>83</sup>
- 14.22 حرارت نظام اور حرارت بعید 553<sup>84</sup>



## ترچھی آمد، انعکاس، انحراف اور انکسار

دو خطوں کے سرحد پر عمودی آمدی موج کے انعکاس اور ترسیل پر باب 10 میں غور کیا گیا۔ اس باب میں ترچھی آمدی موج کی بات کرتے ہوئے انعکاس اور ترسیل کے علاوہ انحراف اور انکسار کی بھی بات کی جائے گی۔ عمودی امواج اور ترسیلی تار کے مساوات ہو بہو ایک جیسے تھے۔ ترچھی آمدی موج کی مساوی مثال ترسیلی تار میں نہیں پائی جاتی۔ یہی وجہ ہے کہ ان پر یہاں علیحدہ سے غور کیا جا رہا ہے۔

### 12.1 ترچھی آمد

عمودی قطبی برقی موج  $E \perp$

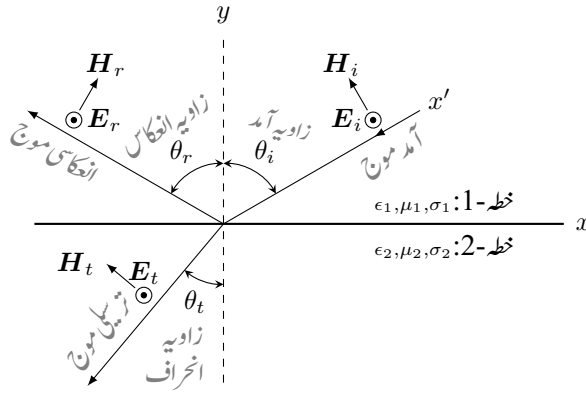
شکل 12.1 میں سرحد پر ترچھی آمدی موج دکھائی گئی ہے۔ دو خطوں کا سرحد  $y = 0$  پر پایا جاتا ہے لہذا  $y$  محدود، سرحد کے عمودی ہے۔ پہلے خطے (خطہ-1) میں آمدی برقی موج کے حرکت کی سمت  $y$  محدود کے ساتھ  $\theta_i$  زاویہ آمد<sup>1</sup> بناتی ہے جبکہ اسی خطے میں انعکاسی برقی موج کے حرکت کی سمت  $y$  محدود کے ساتھ  $\theta_r$  زاویہ انعکاس<sup>2</sup> بناتی ہے۔ ترسیلی موج کے حرکت کی سمت دوسرے خطے (خطہ-2) میں منفی  $y$  محدود کے ساتھ  $\theta_t$  زاویہ بناتی ہے۔ ترسیلی موج کو انحرافی موج بھی کہا جاتا ہے لہذا  $\theta_t$  زاویہ انحراف<sup>3</sup> کہلاتی ہے۔ پہلے خطے کے مستقل  $\epsilon_1, \mu_1, \sigma_1$  جبکہ دوسرے خطے کے مستقل  $\epsilon_2, \mu_2, \sigma_2$  ہیں۔

ہم دو صورتوں پر باری باری غور کریں گے۔ پہلی صورت میں برقی میدان سطح آمد (یعنی  $xy$  سطح) کے عمودی ہوگا جبکہ دوسری صورت میں برقی میدان اس سطح کے متوازی ہوگا۔ ان دو صورتوں میں برقی موج بالترتیب عمودی قطب موج<sup>4</sup> اور متوازی قطب موج<sup>5</sup> کہلائیں گے۔ شکل 12.1 عمودی قطبیت کی صورت حال دکھا رہی ہے۔ کسی بھی عمومی برقی موج کو عمودی اور متوازی قطب کے امواج کا مجموعہ لکھا جاسکتا ہے۔

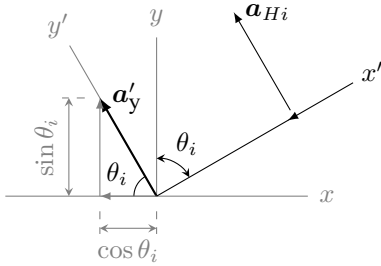
منفی سمت میں حرکت کرتی  $a_x$  میدان کی برقی موج

$$E_i = E_0 a_x e^{j(\omega t + \beta_1 z)}$$

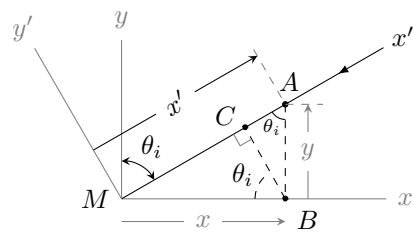
incidence angle<sup>1</sup>  
reflection angle<sup>2</sup>  
refraction angle<sup>3</sup>  
perpendicular polarized<sup>4</sup>  
parallel polarized<sup>5</sup>



شکل 12.1: ترجہی آمد کی صورت میں انعکاسی اور ترسیلی امواج اور ان کے زاویے۔ برقی میدان عمودی قطبیت رکھتی ہے۔



(ب) اکائی سمتیہ کا کارتیسی محدود میں اظہار۔



(l) فاصلے کا کارتیسی محدود میں اظہار۔

شکل 12.2: کسی بھی سمت میں فاصلے اور اکائی سمتیہ کو کارتیسی محدود میں لکھنے کا طریقہ۔

لکھی جاتی ہے۔ اس موج میں برقی میدان ہر نقطے پر تمام اوقات  $a_x$  سمت میں ہوگا جبکہ حرکت کی سمت میں فاصلہ  $z$  سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اب  $a_x$  اکائی سمتیہ کی جگہ کسی بھی عمومی اکائی سمتیہ  $a$  سمت کا میدان جو  $z$  محدود کی بجائے لکیر  $l$  پر گھٹے فاصلے کی جانب حرکت کر رہا ہو، کی موج

$$E_i = E_0 a e^{j(\omega t + \beta_1 l)}$$

لکھی جائے گی۔ اب شکل 12.1 میں  $E_i$  پر دوبارہ غور کریں۔ یہ برقی میدان  $a_z$  سمت میں ہے جبکہ برقی موج لکیر  $x'$  پر حرکت کر رہی ہے لہذا اس موج کو

$$(12.1) \quad E_i = E_0 a_z e^{j(\omega t + \beta_1 x')}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں کارتیسی محدود  $y, x$  کے مرکز سے لکیر  $x'$  پر فاصلہ ناپا گیا ہے۔ انہیں مساوات 12.1 میں لکیر  $x'$  پر فاصلے کو کارتیسی محدود  $y, x$  کے متغیرات استعمال کرتے ہوئے ناپیں۔

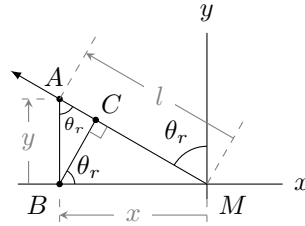
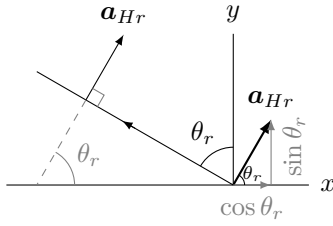
شکل 12.2-الف میں آمد موج اور کارتیسی محدود دوبارہ دکھائے گئے ہیں۔ اس شکل میں لکیر  $x'$  کو کارتیسی محدود  $y, x'$  کا حصہ دکھایا گیا ہے۔ لکیر  $x'$  پر نقطہ  $A$  کا مرکز سے فاصلہ  $MA$  کو  $x'$  لکھا گیا ہے۔ اب  $MA = MC + CA$  کے برابر ہے جہاں  $MC = x \sin \theta_i$  اور  $CA = y \cos \theta_i$  کے برابر ہیں لہذا

$$(12.2) \quad x' = x \sin \theta_i + y \cos \theta_i$$

لکھا جاسکتا ہے جس سے ہم مساوات 12.1 کو

$$(12.3) \quad E_i = E_0 a_z e^{j[\omega t + \beta_1 (x \sin \theta_i + y \cos \theta_i)]}$$

لکھ سکتے ہیں۔ اس مساوات میں موج گھٹے  $x'$  کی طرف رواں ہے۔



(ا) انعکاسی موج کے فاصلے کی کارتیسی محدد میں اظہار۔ (ب) انعکاسی مقناطیسی موج کی اکائی سمتیہ کا کارتیسی محدد میں اظہار۔

شکل 12.3: انعکاسی موج کے متغیرات کا کارتیسی محدد میں اظہار۔

آمدی برقی اور مقناطیسی میدان  $x'$  کے عمودی ہیں۔ برقی میدان کی سمت  $a_z$  (یا  $a'_z$ ) ہے جہاں  $a_z$  اور  $a'_z$  دونوں ایک ہی سمت کو ظاہر کرتے ہیں۔ مقناطیسی میدان  $H_i$  کی اکائی سمتیہ  $a_{Hi}$  محدد  $y'$  کی سمت میں ہے۔ یوں  $a'_{y'} = a_{Hi}$  لکھا جاسکتا ہے۔ آئیں  $a'_{y'}$  کو کارتیسی محدد  $x, y$  کے متغیرات کی صورت میں شکل 12.2-ب کی مدد سے لکھیں۔ اکائی سمتیہ  $a'_{y'}$  کو دو سمتیوں کے مجموعے کے طور پر دکھایا گیا ہے۔ چونکہ اکائی سمتیہ کی لمبائی ایک کے برابر ہوتی ہے لہذا شکل میں متکون کے وتر کی لمبائی اکائی ہے۔ یوں متکون کا قاعدہ  $\cos \theta_i$  اور اس کا عمود  $\sin \theta_i$  کے برابر ہوں گے جس سے

$$a'_{y'} = -\cos \theta_i a_x + \sin \theta_i a_y \quad (12.4)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ان معلومات کو استعمال کرتے ہوئے آمدی مقناطیسی موج

$$H_i = \frac{E_0}{\eta_1} a'_{y'} e^{j(\omega t + \beta_1 x')}$$

کو

$$H_i = \frac{E_0}{\eta_1} (-\cos \theta_i a_x + \sin \theta_i a_y) e^{j[\omega t + \beta_1 (x \sin \theta_i + y \cos \theta_i)]} \quad (12.5)$$

لکھا جاسکتا ہے۔

مساوات 12.3 اور مساوات 12.5 کے مساوی دوری سمتی مساوات مندرجہ ذیل ہیں۔

$$E_{si} = a_z E_0 e^{j\beta_1 (x \sin \theta_i + y \cos \theta_i)} \quad (12.6)$$

$$H_{si} = (-\cos \theta_i a_x + \sin \theta_i a_y) \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1 (x \sin \theta_i + y \cos \theta_i)} \quad (12.7)$$

مساوات 10.80 شرح انعکاس جبکہ مساوات 10.82 شرح ترسیل کی تعریف بیان کرتے ہیں۔ عین سرحد پر عمودی ( $\perp$ ) قطب کے میدان کے لئے ان مساوات

کو

$$\Gamma_{\perp} = \frac{E_r}{E_i} \quad (12.8)$$

$$\tau_{\perp} = \frac{E_t}{E_i}$$

لکھا جائے گا۔

شکل 12.3-الف میں صرف انعکاسی موج دکھائی گئی ہے۔ مرکز  $M$  سے موج کا فاصلہ  $l$  لیتے ہوئے برقی موج کی مساوات حاصل کرتے ہیں۔ اب  $MA = MC + CA$  کے برابر ہے جہاں  $MC = -x \sin \theta_r$  اور  $CA = y \cos \theta_r$  کے برابر ہیں لہذا

$$l = -x \sin \theta_r + y \cos \theta_r \quad (12.9)$$

لکھا جائے گا۔ چونکہ منفی محدود پر  $x$  کی قیمت منفی ہوگی لہذا  $MC1$  حاصل کرتے وقت منفی علامت کی ضرورت ہوگی۔ یوں انعکاسی برقی موج

$$\begin{aligned} E_{sr} &= a_z \Gamma_{\perp} E_0 e^{-j\beta_1 l} \\ (12.10) \quad &= a_z \Gamma_{\perp} E_0 e^{-j\beta_1 (-x \sin \theta_r + y \cos \theta_r)} \end{aligned}$$

4127 لکھی جائے گی جہاں بڑھتے  $l$  کی جانب حرکت کی بنا پر  $e$  کی طاقت میں منفی کی علامت استعمال کی گئی اور میدان کی سمت  $a_z$  ہے۔

انعکاسی مقناطیسی موج کی مساوات لکھنے کی خاطر مقناطیسی میدان کی اکائی سمتیہ درکار ہے۔ شکل 12.3-ب میں انعکاسی مقناطیسی میدان کی سمت میں اکائی سمتیہ  $a_H$  دکھائی گئی ہے جو  $x$  محدود کے ساتھ  $\theta_r$  زاویہ بناتی ہے۔ اکائی سمتیہ کو محدود کے مرکز پر دو سمتیات کے مجموعے کے طور پر بھی دکھایا گیا ہے جہاں سے

$$(12.11) \quad a_{Hr} = \cos \theta_r a_x + \sin \theta_r a_y$$

لکھا جاسکتا ہے لہذا انعکاسی مقناطیسی موج

$$(12.12) \quad H_{sr} = (\cos \theta_r a_x + \sin \theta_r a_y) \Gamma_{\perp} \frac{E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1 (-x \sin \theta_r + y \cos \theta_r)}$$

4128 لکھی جاسکتی ہے۔

یہی طریقہ کار استعمال کرتے ہوئے ترسیلی امواج کے مساوات یوں لکھے جاسکتے ہیں

$$(12.13) \quad E_{st} = a_z \tau_{\perp} E_0 e^{j\beta_2 (x \sin \theta_t + y \cos \theta_t)}$$

$$(12.14) \quad H_{st} = (-\cos \theta_t a_x + \sin \theta_t a_y) \tau_{\perp} \frac{E_0}{\eta_2} e^{j\beta_2 (x \sin \theta_t + y \cos \theta_t)}$$

4130 جہاں ترسیلی امواج کارتیسی محدود کے مرکز سے بڑھتے فاصلے کی طرف رواں ہیں۔ یہاں غور کریں کہ دوسرے خطے میں امواج کے مساوات میں مستقل  $\beta_2$  اور  $\eta_2$  استعمال کئے گئے ہیں۔

صفحہ 298 پر مساوات 9.45 برقی میدان کی سرحدی شرط پیش کرتی ہے جس کے مطابق سرحد کے دونوں اطراف متوازی برقی میدان برابر ہوں گے۔ برقی میدان کی شرط مساوات 12.6، مساوات 12.10 اور مساوات 12.13 میں  $y = 0$  پر کرتے ہوئے یوں

$$a_z E_0 e^{j\beta_1 (x \sin \theta_i + 0 \cos \theta_i)} + a_z \Gamma_{\perp} E_0 e^{-j\beta_1 (-x \sin \theta_r + 0 \cos \theta_r)} = a_z \tau_{\perp} E_0 e^{j\beta_2 (x \sin \theta_t + 0 \cos \theta_t)}$$

یا

$$(12.15) \quad e^{j\beta_1 x \sin \theta_i} + \Gamma_{\perp} e^{j\beta_1 x \sin \theta_r} = \tau_{\perp} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t}$$

لکھی جاسکتی ہے۔ یہ مساوات کسی بھی  $x$  کے لئے درست ہے لہذا یہ  $x = 0$  کے لئے بھی درست ہوگی۔ اس میں  $x = 0$  پر کرنے سے

$$(12.16) \quad 1 + \Gamma_{\perp} = \tau_{\perp}$$

ملتا ہے۔ مساوات 12.15 میں  $x$  کی قیمت تبدیل کرنے سے  $e$  کے طاقت تبدیل ہوتے ہیں۔ یوں یہ مساوات صرف اور صرف اس صورت  $x$  کے ہر قیمت کے لئے درست ہوگی جب مساوات میں تینوں  $e$  کے طاقت ہر صورت برابر ہوں یعنی

$$(12.17) \quad e^{j\beta_1 x \sin \theta_i} = e^{j\beta_1 x \sin \theta_r} = e^{j\beta_2 x \sin \theta_t}$$

اب پہلی دو اجزاء کے مساوات سے

$$(12.18) \quad \theta_i = \theta_r$$

اور آخری دو اجزاء کی مساوات سے

$$(12.19) \quad \beta_2 \sin \theta_t = \beta_1 \sin \theta_r$$

ملتا ہے جس میں مساوات 12.18 پر کرنے سے

$$\sin \theta_t = \frac{\beta_1}{\beta_2} \sin \theta_i$$

اور صفحہ 323 پر دیے، بے ضیاع خطے کی مساوات 10.40 پر کرنے سے

$$(12.20) \quad \sin \theta_t = \frac{\omega \sqrt{\mu_1 \epsilon_1}}{\omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2}} \sin \theta_i = \frac{\sqrt{\mu_1 \epsilon_1}}{\sqrt{\mu_2 \epsilon_2}} \sin \theta_i$$

یعنی

$$(12.21) \quad \begin{aligned} \sin \theta_t &= \frac{\sqrt{\mu_{r1} \mu_0 \epsilon_{r1} \epsilon_0}}{\sqrt{\mu_{r2} \mu_0 \epsilon_{r2} \epsilon_0}} \sin \theta_i \\ &= \frac{\sqrt{\mu_{r1} \epsilon_{r1}}}{\sqrt{\mu_{r2} \epsilon_{r2}}} \sin \theta_i \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔

غیر مقناطیسی اور بے ضیاع خطے میں بصری امواج پر تبصرے کے دوران عموماً **انحرافی مستقل**  $n$  استعمال کیا جاتا ہے جہاں

$$\sqrt{\epsilon_R} = n$$

کے برابر ہے۔ بے ضیاع، غیر مقناطیسی خطے میں مساوات 12.21 کو

$$(12.22) \quad \sin \theta_t = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں

$$(12.23) \quad \begin{aligned} n_1 &= \sqrt{\epsilon_{r1}} \\ n_2 &= \sqrt{\epsilon_{r2}} \end{aligned}$$

غیر مقناطیسی خطوں کے انحرافی مستقل ہیں۔ انحرافی مستقل کو استعمال کرتے ہوئے، بے ضیاع اور غیر مقناطیسی خطے میں

$$(12.24) \quad \beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon} = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \sqrt{\epsilon_R} = \frac{\omega n}{c}$$

$$(12.25) \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_R}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \frac{\eta_0}{n}$$

لکھ جاسکتے ہیں۔ اسی طرح دوری رفتار اور خطے میں طول موج کو

$$(12.26) \quad v = \frac{c}{n}$$

$$(12.27) \quad \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں  $\lambda_0$  خالی خلاء میں طول موج ہے۔

مساوات 12.18 کہتا ہے کہ آمدی اور انعکاسی زاویے برابر ہیں۔ مساوات 12.22 جسے **این سھل** کا قانون انحراف کہتے ہیں زاویہ انحراف اور زاویہ آمد کا تعلق بیان کرتا ہے۔ یہ قانون مغربی دنیا میں **قانون سنیل**<sup>8</sup> سے جانا جاتا ہے۔ بصریات<sup>9</sup> کے میدان میں قانون این سھل بنیادی اہمیت رکھتا ہے۔

4134

4135

مثال 12.1: ہوا سے  $\theta_i = 30^\circ$  زاویے پر شیشے میں عمودی تقطیب کی موج داخل ہوتی ہے۔ پانی میں انحرافی موج کا زاویہ  $\theta_t$  حاصل کریں۔ اگر شیشے سے خلاء میں موج اسی زاویے سے داخل ہو تب  $\theta_t$  کیا ہوگا۔ شیشے کا جزوی برقی مستقل  $\epsilon_r = 2.3$  لیں۔

4137

حل: خلاء کا جزوی برقی مستقل  $\epsilon_r = 1$  لیتے ہوئے، خلاء سے شیشے میں دخول پر

$$\sin \theta_t = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2.3}} \sin 30^\circ = 0.32969$$

سے

$$\theta_t = \sin^{-1} 0.32969 = 19.25^\circ$$

حاصل ہوتا ہے جبکہ شیشے سے خلاء میں دخول پر

$$\sin \theta_t = \frac{\sqrt{2.3}}{\sqrt{1}} \sin 30^\circ = 0.758288$$

سے

$$\theta_t = \sin^{-1} 0.758288 = 49.3^\circ$$

حاصل ہوتا ہے۔

4138

4139

صفحہ 299 پر مساوات 9.49 مقناطیسی میدان کی سرحدی شرط بیان کرتا ہے جس کے مطابق سرحد کے دونوں اطراف پر متوازی مقناطیسی میدان برابر ہوں گے۔ شکل 12.1 میں آمدی، انعکاسی اور انحرافی مقناطیسی میدان  $a_x$  اور  $a_y$  اجزاء پر مشتمل ہیں۔ ان میں صرف  $a_x$  اجزاء سرحد کے متوازی ہیں لہذا مساوات 12.7، مساوات 12.12 اور مساوات 12.14 کے اجزاء میں  $y = 0$  پر کرتے ہوئے مقناطیسی سرحدی شرط سے

$$-\cos \theta_i \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1 x \sin \theta_i} + \cos \theta_r \Gamma_{\perp} \frac{E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1 (-x \sin \theta_r)} = -\cos \theta_t \tau_{\perp} \frac{E_0}{\eta_2} e^{j\beta_2 (x \sin \theta_t)}$$

یا

$$-\cos \theta_i e^{j\beta_1 x \sin \theta_i} + \cos \theta_r \Gamma_{\perp} e^{j\beta_1 x \sin \theta_r} = -\cos \theta_t \tau_{\perp} \frac{\eta_1}{\eta_2} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t}$$

حاصل ہوتا ہے جسے مساوات 12.18 اور مساوات 12.19 کے استعمال سے

$$-\cos \theta_i + \cos \theta_r \Gamma_{\perp} = -\cos \theta_t \tau_{\perp} \frac{\eta_1}{\eta_2}$$

<sup>7</sup> بغداد کے ابو سعد العلاء ابن سھل نے اس قانون کو سن 984 میں دریافت کیا۔  
Snell's law<sup>8</sup>  
optics<sup>9</sup>



لکھا جاسکتا ہے۔ اس میں مساوات 12.16 سے  $\tau_{\perp}$  کی قیمت پر کرتے ہوئے

$$(12.28) \quad \Gamma_{\perp} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t}$$

حاصل ہوتا ہے۔ صفحہ 342 پر مساوات 10.80 موجودہ مساوات میں  $\theta_i = 0^\circ$  پر کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

اگر خطہ 2 کامل موصل ہو تب  $\eta_2 = 0$  ہوگا جس سے  $\Gamma_{\perp} = -1$  حاصل ہوتا ہے۔ اگر دونوں خطے غیر مقناطیسی، بے ضیاع ذوبرق ہوں تب مساوات 12.20 کی مدد سے

$$(12.29) \quad \Gamma_{\perp} = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2 \theta_i}}$$

حاصل ہوتا ہے۔ خطہ 2 کا برقی مستقل خطہ 1 کے برقی مستقل سے زیادہ ہونے کی صورت ( $\epsilon_2 > \epsilon_1$ ) میں  $\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} > 1$  ہوگا جبکہ سائن کی زیادہ سے زیادہ ممکن قیمت اکائی ہے لہذا  $\sin^2 \theta_i \leq 1$  ہوگا اور یوں جزر کے اندر مقدار مثبت رہے گی جس سے  $\Gamma_{\perp}$  حقیقی عدد حاصل ہوتا ہے۔ اس کے برعکس  $\epsilon_2 < \epsilon_1$  کی صورت میں اگر  $\sin^2 \theta_i > \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$  ہو تب جزر کے اندر منفی مقدار ہوگی لہذا  $\Gamma_{\perp}$  خیالی عدد ہوگا۔ ایسی صورت میں  $|\Gamma_{\perp}| = 1$  ہوتا ہے اور سرحد پر مکمل اندرونی انعکاس<sup>10</sup> سے پوری کی پوری موج زیادہ برقی مستقل کے خطے میں سرحد سے واپس لوٹتی ہے۔ جس زاویہ آمد پر  $\Gamma_{\perp} = 1$  ہو اسے **زاویہ فاصل**<sup>11</sup> پکارا جاتا ہے۔ یوں زاویہ فاصل

$$(12.30) \quad \theta_{i,ف} = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

کے برابر ہے۔ غیر مقناطیسی خطوں کا مقناطیسی مستقل  $\mu_0$  لیتے ہوئے، فاصل زاویے سے بڑے زاویے ( $\theta_i > \theta_{i,ف}$ ) کی صورت میں مساوات 12.20 سے  $\sin \theta_t > 1$  حاصل ہوتا ہے جس سے  $\cos \theta_t$  خیالی عدد حاصل ہوگا

$$(12.31) \quad \cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = \sqrt{1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \theta_i} = jA$$

جہاں  $A = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \theta_i - 1}$  حقیقی عدد ہے۔ یوں کم کثافت کے خطے میں مساوات 12.13 کی مدد سے میدان

$$\begin{aligned} E_{st} &= \mathbf{a}_z \tau_{\perp} E_0 e^{j\beta_2(x \sin \theta_i + yjA)} \\ &= \mathbf{a}_z \tau_{\perp} E_0 e^{-\beta_2 A y} e^{j\beta_2 x \sin \theta_i} \end{aligned}$$

یا

$$(12.32) \quad E_{st} = \mathbf{a}_z \tau_{\perp} E_0 e^{-\alpha y} e^{j\beta_2 x \sin \theta_i}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں

$$(12.33) \quad \alpha = \beta_2 A = \omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \theta_i - 1}$$

کے برابر ہے۔ یہ میدان کم کثافت خطے میں  $x$  - جانب بے ضیاع حرکت کرتی ہے۔ سرحد پر  $E_{\perp}$  کی مقدار  $\tau_{\perp} E_0$  ہے جو سرحد سے دور چلتے ہوئے  $e^{-\alpha y}$  کی شرح سے گھٹتی ہے۔ مساوات 12.32 کے طرز کی موج کو **سطحی موج**<sup>12</sup> کہتے ہیں۔ سطحی موج سرحد کے ساتھ چمٹی رہتی ہے۔

مثال 12.2: پانی سے ہوا کی جانب سرحد پر آمدی موج  $\theta_i = 55^\circ$  ہوا میں انحرافی موج کی قیمت سرحد پر اور سرحد سے  $\frac{\lambda}{4}$  فاصلے پر حاصل کریں۔ سرحد پر آمدی برقی میدان  $E_i = 1 \frac{V}{m}$  ہے۔ پانی کے مستقل  $\epsilon_r = 80$  اور  $\mu_r = 1$  اور  $\sigma = 0$  لیں۔

4144

حل: مساوات 12.30 سے فاصل زانیہ

$$\theta_{i,f} = \sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{80}} = 6.42^\circ$$

حاصل ہوتا ہے۔ چونکہ آمدی زانیہ اس سے زیادہ ہے لہذا مکمل اندرونی انعکاس پائی جائے گی۔ مساوات 12.20 سے

$$\sin \theta_t = \sqrt{\frac{\mu_0 \times 80 \times \epsilon_0}{\mu_0 \times 1 \times \epsilon_0}} \sin 55^\circ = 7.327$$

اور مساوات 12.31 سے

$$\cos \theta_t = jA = \sqrt{1 - 7.327^2} = j7.258$$

حاصل ہوتے ہیں۔ یوں

$$\alpha = \beta_2 A = \frac{2\pi}{\lambda_0} 7.258 = \frac{45.6}{\lambda_0} \frac{Np}{m}$$

ہوگا۔ مساوات 12.29 سے

$$\Gamma_{\perp} = \frac{\cos 55^\circ - \sqrt{\frac{1}{80} - \sin^2 55^\circ}}{\cos 55^\circ + \sqrt{\frac{1}{80} - \sin^2 55^\circ}} = -0.33369 - j0.94268$$

اور مساوات 12.16 سے

$$\tau_{\perp} = 1 + \Gamma_{\perp} = 0.66631 - j0.94268 = 1.1544 \angle -54.746^\circ$$

4145

• اس طرح ہوا میں سرحد پر  $|E_t| = 1.1544 \times 1 = 1.1544 \frac{V}{m}$  ہوگا۔

• ہوا میں سرحد سے  $\frac{\lambda}{4}$  فاصلے پر

$$|E_t| = 1.1544 \times 1 \times e^{-\frac{45.6}{\lambda_0} \frac{\lambda_0}{4}} = 12.9 \frac{\mu V}{m}$$

4146

ہوگا۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ہوا میں میدان سرحد کے قریب رہتا ہے۔ سرحد سے کچھ ہی فاصلے پر میدان کی قیمت قابل نظر انداز ہو جاتی ہے۔ یاد رہے کہ  $\sin \theta_t$  حقیقی عدد ہے جس کی قیمت اکائی سے زیادہ ہے جبکہ  $\cos \theta_t$  خیالی عدد ہے۔ مساوات 12.32 اور مساوات 12.14 سے ہوا میں برقی اور مقناطیسی امواج

4148

$$E_{st} = a_z \tau_{\perp} E_0 e^{-\beta_2 A y} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t}$$

$$H_{st} = (-jA a_x + \sin \theta_t a_y) \tau_{\perp} \frac{E_0}{\eta_2} e^{-\beta_2 A y} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t}$$

$$= (-jA a_x + \sin \theta_t a_y) \tau_{\perp} \frac{E_0}{|\eta_2|} e^{-\beta_2 A y} e^{(j\beta_2 x \sin \theta_t - j\theta_{\eta})}$$

لکھے جائیں گے جہاں  $\eta = |\eta| e^{j\theta_\eta}$  کا استعمال کیا گیا۔ ہوا میں سرحد سے دور  $a_y$  سمت میں اوسط طاقت کی منتقلی صفحہ 332 پر مساوات 10.56

$$\mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{1}{2} [E_s \times H_s^*]_{\text{حقیقی}}$$

کی مدد حاصل کرتے ہیں۔ مقناطیسی میدان کا  $a_y$  جزو اس منتقلی میں کوئی کردار ادا نہیں کرتا لہذا اس کا صرف  $a_x$  جزو لیا جائے گا۔ جوڑی دار مخلوط مقناطیسی میدان  $H_s^*$  لکھتے ہوئے  $H_s$  میں تمام مقامات پر  $z$  کی علامت مثبت سے منفی اور منفی سے مثبت کردی جاتی ہے۔

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} E_s \times H_s^* &= \frac{1}{2} [a_z \tau_{\perp} E_0 e^{-\beta_2 A y} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t}] \times \left[ j A a_x \tau_{\perp} \frac{E_0}{|\eta_2|} e^{-\beta_2 A y} e^{(-j\beta_2 x \sin \theta_t + j\theta_\eta)} \right] \\ &= a_y \frac{\tau_{\perp}^2 E_0^2}{2|\eta_2|} e^{-2\beta_2 A y} [j \cos \theta_\eta - \sin \theta_\eta] \end{aligned}$$

کا حقیقی جزو لیتے ہوئے

$$\mathcal{P}_{\text{اوسط}} = -a_y \frac{\tau_{\perp}^2 E_0^2}{2|\eta_2|} e^{-2\beta_2 A y} \sin \theta_\eta$$

حاصل ہوتا ہے۔ ہوا میں  $\eta$  حقیقی عدد ہے لہذا  $\theta_\eta = 0$  ہو گا اور چونکہ  $\sin 0 = 0$  ہوتا ہے لہذا اوسط طاقت کی منتقلی

$$\mathcal{P}_{\text{اوسط}} = -a_y \frac{\tau_{\perp}^2 E_0^2}{2|\eta_2|} e^{-2\beta_2 A y} \sin 0^\circ = 0$$

صفر ہوگی۔ یوں کم کثافتی خطے میں مکمل اندرونی انعکاس کی صورت میں اوسط گائی طاقت منتقل نہیں ہو گا اور برقی اور مقناطیسی امواج سرحد کے قریب ہی رہتی ہیں۔ امواج کو فنا پذیر امواج<sup>13</sup> کہتے ہیں۔

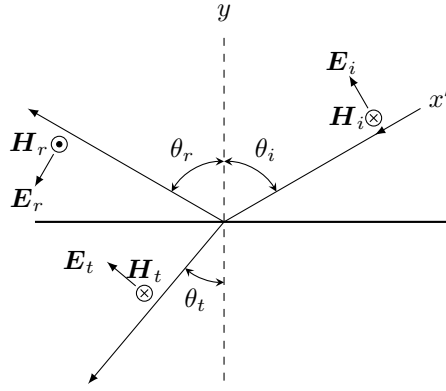
کم کثافتی خطے یعنی ہوا میں مقناطیسی موج کا  $a_y$  جزو اور برقی  $a_z$  اجزاء سرحد کے ساتھ ساتھ، بے ضیاع  $a_x$  - سمت میں حرکت کریں گے۔ ہوا میں ان امواج کی رفتار، زیادہ کثافتی خطے یعنی پانی میں، سرحد کے متوازی موج کی رفتار کے برابر ہوگی یعنی

$$\text{پانی میں رفتار موج} = \frac{\text{ہوا میں سرحد کے متوازی موج کی رفتار}}{\sin \theta_i}$$

سرحدی موج در حقیقت سرحدی شرائط پورا کرنے کی درکار برقی اور مقناطیسی میدان ہیں۔

متوازی قطبی برقی موج  $E_{||}$

آئیں اب متوازی قطبی موج کی صورت حال دیکھیں۔ یاد رہے کہ موج کی سمت پوائنٹنگ سمتیہ  $E \times H$  کی سمت ہی ہوتی ہے۔ برقی اور مقناطیسی میدان، موج کے حرکت کی سمت کے عمودی ہوتے ہیں۔ یوں سمت حرکت کے عمودی، برقی میدان کی سمت فرض کرتے ہوئے اور سمت حرکت جانتے ہوئے مقناطیسی میدان کی سمت کا تعین پوائنٹنگ سمتیہ سے کیا جاتا ہے۔ متوازی قطبی موج کی بات کرتے ہوئے، آمدی برقی میدان کی سمت یا تو شکل 12.4 میں  $E_i$  کی سمت اور یا اس کے الٹ سمت ممکن ہے۔ یہ واحد دو سمتیں ہیں جو موج کے حرکت کے عمودی اور آمدی سطح کے متوازی ہیں۔ اگر آمدی برقی میدان کی سمت شکل میں دکھائے سمت کے الٹ ہو تب آمدی مقناطیسی میدان کی سمت بھی الٹ ہوگی یعنی یہ صفحہ سے باہر جانب کو ہوگا۔ سمت حرکت کے عمودی اور آمدی سطح کے متوازی، انعکاسی موج  $E_r$  کی



شکل 12.4: متوازی قطبی موج میں برقی میدان سطح آمد کے متوازی ہوتا ہے۔

بھی دو سمتیں ممکن ہیں جن میں ایک سمت شکل میں فرض کی گئی ہے۔ برقی انعکاسی میدان کی سمت فرض کرنے سے انعکاسی مقناطیسی میدان کی سمت اب وہی ممکن ہے جسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ آئیں اس شکل کو حل کریں۔

مساوات 12.2 اور مساوات 12.4 کی مدد سے شکل 12.4 کے لئے

$$(12.34) \quad E_{si} = (-\cos \theta_i \mathbf{a}_x + \sin \theta_i \mathbf{a}_y) E_0 e^{j\beta_1(x \sin \theta_i + y \cos \theta_i)}$$

$$(12.35) \quad H_{si} = -\mathbf{a}_z \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1(x \sin \theta_i + y \cos \theta_i)}$$

لکھے جاسکتے ہیں۔ اسی طرح گزشتہ معلومات کا سہارا لیتے ہوئے

$$(12.36) \quad E_{sr} = -(\cos \theta_r \mathbf{a}_x + \sin \theta_r \mathbf{a}_y) \Gamma_{\parallel} E_0 e^{j\beta_1(x \sin \theta_r - y \cos \theta_r)}$$

$$(12.37) \quad H_{sr} = \mathbf{a}_z \Gamma_{\parallel} \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1(x \sin \theta_r - y \cos \theta_r)}$$

$$(12.38) \quad E_{st} = (-\cos \theta_t \mathbf{a}_x + \sin \theta_t \mathbf{a}_y) \tau_{\parallel} E_0 e^{j\beta_2(x \sin \theta_t + y \cos \theta_t)}$$

$$(12.39) \quad H_{st} = -\mathbf{a}_z \tau_{\parallel} \frac{E_0}{\eta_2} e^{j\beta_2(x \sin \theta_t + y \cos \theta_t)}$$

لکھے جاسکتے ہیں۔ سرحد ( $y = 0$ ) پر برقی شرط لاگو کرنے کی خاطر برقی میدان کا وہ حصہ استعمال کیا جائے گا جو سرحد کے متوازی ہے۔ یوں  $\mathbf{a}_y$  جزو کو رد کیا جائے گا جبکہ  $\mathbf{a}_x$  جزو کو استعمال کیا جائے گا لہذا

$$-\cos \theta_i \mathbf{a}_x E_0 e^{j\beta_1(x \sin \theta_i + 0 \cos \theta_i)} - \cos \theta_r \mathbf{a}_x \Gamma_{\parallel} E_0 e^{j\beta_1(x \sin \theta_r - 0 \cos \theta_r)} = -\cos \theta_t \mathbf{a}_x \tau_{\parallel} E_0 e^{j\beta_2(x \sin \theta_t + 0 \cos \theta_t)}$$

یعنی

$$(12.40) \quad \cos \theta_i e^{j\beta_1 x \sin \theta_i} + \cos \theta_r \Gamma_{\parallel} e^{j\beta_1 x \sin \theta_r} = \cos \theta_t \tau_{\parallel} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مساوات میں  $x$  کی قیمت تبدیل کرنے سے  $e$  کی طاقت تبدیل ہوتی ہے۔ ایسی صورت میں یہ مساوات صرف اور صرف اس صورت درست ہو گا جب مساوات میں تینوں  $e$  کے طاقت،  $x$  کے تمام قیمتوں کے لئے برابر ہوں یعنی

$$(12.41) \quad j\beta_1 x \sin \theta_i = j\beta_1 x \sin \theta_r = j\beta_2 x \sin \theta_t$$

ہو۔ اس مساوات سے

$$(12.42) \quad \theta_i = \theta_r$$

اور

$$(12.43) \quad \sin \theta_t = \frac{\beta_1}{\beta_2} \sin \theta_i$$

حاصل ہوتے ہیں جو عین عمودی قطبی موج کے مساوات ہیں۔ مساوات 12.40 میں مساوات 12.41 پر کرنے سے

$$(12.44) \quad 1 + \Gamma_{\parallel} = \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} \tau_{\parallel}$$

حاصل ہوتا ہے۔

سرحد پر مقناطیسی شرط لاگو کرتے ہیں۔ چونکہ مقناطیسی میدان سرحد کے متوازی ہے لہذا اس کا کوئی جزورد نہیں کیا جائے گا۔ اس طرح

$$-a_z \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1(x \sin \theta_i + 0 \cos \theta_i)} + a_z \Gamma_{\parallel} \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1(x \sin \theta_r - 0 \cos \theta_r)} = -a_z \tau_{\parallel} \frac{E_0}{\eta_2} e^{j\beta_2(x \sin \theta_t + 0 \cos \theta_t)}$$

یعنی

$$e^{j\beta_1 x \sin \theta_i} - \Gamma_{\parallel} e^{j\beta_1 x \sin \theta_r} = \tau_{\parallel} \frac{\eta_1}{\eta_2} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t}$$

لکھا جاسکتا ہے جس میں مساوات 12.41 پر کرنے سے

$$(12.45) \quad 1 - \Gamma_{\parallel} = \tau_{\parallel} \frac{\eta_1}{\eta_2}$$

ملتا ہے۔ مساوات 12.44 اور مساوات 12.45 حل کرتے ہوئے

$$(12.46) \quad \Gamma_{\parallel} = \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_1 \cos \theta_i + \eta_2 \cos \theta_t}$$

ملتا ہے جو غیر مقناطیسی اور بے ضیاع خطوں میں

$$(12.47) \quad \Gamma_{\parallel} = \frac{-\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cos \theta_i + \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2 \theta_i}}{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cos \theta_i + \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2 \theta_i}}$$

صورت اختیار کر لے گی۔ اگر خطہ 2 کامل موصل ہو تب  $\Gamma_{\parallel} = -1$  حاصل ہوتا ہے جو متوقع جواب ہے۔

متوازی قطبی موج کی صورت میں ایسے آمدی زاویہ ممکن ہے جس پر  $\Gamma_{\parallel} = 0$  حاصل ہو لہذا ایسی صورت میں تمام کی تمام موج بغیر انعکاس کے دوسرے خطے میں داخل ہو جاتی ہے۔ اس آمدی زاویے کو **بریوسٹر زاویہ**<sup>14</sup> کہتے ہیں<sup>15</sup>۔ مساوات 12.47 کو صفر کے برابر پر کرنے سے زاویہ بریوسٹر

$$(12.48) \quad \theta_{i, \text{بریوسٹر}} = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}{1 + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}} = \tan^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

حاصل ہوتا ہے۔

کسی بھی موج کو عمودی اور متوازی قطبی امواج کا مجموعہ لکھا جاسکتا ہے۔ یوں اگر غیر قطبی موج، سرحد پر زاویہ بریوسٹر سے آمد ہو تب اس موج کا وہ جزو جو متوازی قطبیت رکھتا ہو سرحد سے مکمل طور دوسری جانب گزر جائے گا جبکہ سرحد سے انعکاسی جزو صرف عمودی قطبیت کا ہوگا۔ عمودی قطبی موج حاصل کرنے کا یہ آسان طریقہ ہے۔ عمودی موج کا کچھ حصہ منعکس ہوگا اور کچھ حصہ منحرف لہذا انحرافی موج غیر قطبی ہوگی۔ زاویہ بریوسٹر کو **زاویہ قطبیت**<sup>16</sup> بھی کہتے ہیں۔

4167

مثال 12.3: متوازی قطبی موج ہوا سے پانی کی طرف آمد ہے۔ زاویہ بریوسٹر حاصل کریں۔ پانی کا جزوی برقی مستقل  $\epsilon_r = 80$  لیں۔

4168

حل:

$$\theta_{i, \text{بریوسٹر}} = \tan^{-1} \sqrt{\frac{80}{1}} = 83.6^\circ \quad (12.49)$$

4169

4170

مشق 12.1: شکل 12.4 میں انعکاسی میدانوں کی سمتیں الٹ تصور کرتے ہوئے شرح انعکاس  $\Gamma_{\parallel}$  حاصل کریں۔ چونکہ یہاں انعکاسی میدان الٹ تصور کئے جا رہے ہیں لہذا ہم توقع کرتے ہیں کہ  $\Gamma_{\parallel}$  کی حاصل مساوات منفی ایک سے ضرب ہوگی۔

4172

جواب: صرف انعکاسی امواج میں فرق ہوگا جنہیں یوں لکھا جائے گا۔

$$\begin{aligned} E_{sr} &= (\cos \theta_r \mathbf{a}_x + \sin \theta_r \mathbf{a}_y) \Gamma_{\parallel} E_0 e^{j\beta_1 (x \sin \theta_r - y \cos \theta_r)} \\ \mathbf{H}_{sr} &= -\mathbf{a}_z \Gamma_{\parallel} \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1 (x \sin \theta_r - y \cos \theta_r)} \end{aligned}$$

4173

شرح انعکاس  $\frac{\eta_1 \cos \theta_i - \eta_2 \cos \theta_t}{\eta_1 \cos \theta_i + \eta_2 \cos \theta_t}$  حاصل ہوگا۔

4174

## 12.2 ترسیم ہائی گن

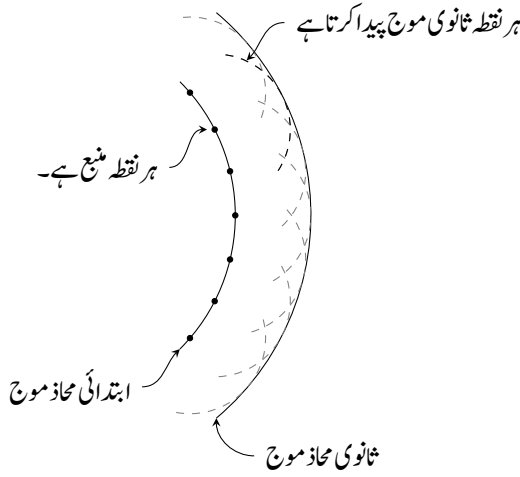
4175

ہائی گن<sup>17</sup> کا اصول کہتا ہے کہ محاذ موج پر ہر نقطے کو منبع کروی موج تصور کیا جاسکتا ہے۔ شکل 12.5 میں اس اصول کو دکھایا گیا ہے جہاں ابتدائی محاذ موج پر مختلف نقطوں سے پیدا ہونے والی امواج دکھائے گئے ہیں۔ یہ ثانوی امواج مل کر ثانوی محاذ موج پیدا کرتی ہیں۔ ہائی گن کے اصول کی مدد سے شعاع کی راہ میں حائل چیز کے قریب شعاع کا مڑ جانا سمجھا جاسکتا ہے جو نا تو انعکاس اور نا ہی انحراف کے زمرے میں آتا ہے۔

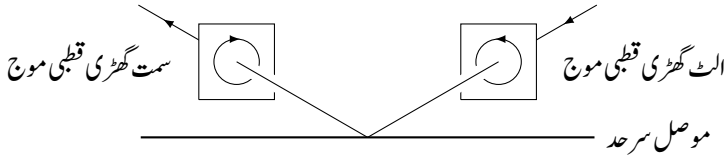
4178

شعاع کی راہ میں حائل موصل سطح شکل میں دکھائی گئی ہے۔ آئیں ہائی گن کے اصول سے نقطہ N پر برقی میدان

$$E = \int dE \quad (12.50)$$



شکل 12.5: بائی گن کے اصول کے تحت محاذ موج پر ہر نقطہ منبع موج کا کردار ادا کرتا ہے۔



شکل 12.6: الٹ گھڑی قطبی آمدی موج موصل سطح سے انعکاس کے بعد سمت گھڑی قطبیت رکھتی ہے۔

حاصل کریں جہاں موصل سطح کے کنارے سے آگے  $x$  محدود پر عمومی نقطے کو منبع موج تصور کرتے ہوئے  $N$  پر میدان  $dE$  کے برابر ہے۔

$$(12.51) \quad dE = \frac{E_0}{r} e^{-j\beta(r+\delta)} dx$$

سے

$$(12.52) \quad E = \frac{E_0}{r} e^{-j\beta r} \int_a^\infty e^{-j\beta\delta} dx$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اگر  $r \gg \delta$  ہو تب

$$(12.53) \quad \delta = \frac{x^2}{2r}$$

کے برابر ہوگا۔ یوں  $k^2 = \frac{2}{r\lambda}$  اور  $u = kx$  لیتے ہوئے

$$(12.54) \quad E = \frac{E_0}{kr} e^{-j\beta r} \int_{ka}^\infty e^{-j\frac{\pi u^2}{2}} du$$

لکھا جاسکتا ہے جسے

$$(12.55) \quad E = \frac{E_0}{kr} e^{-j\beta r} \left( \int_0^\infty e^{-j\frac{\pi u^2}{2}} du - \int_0^{ka} e^{-j\frac{\pi u^2}{2}} du \right)$$

لکھ سکتے ہیں۔

complex permittivity

dispersion

figTransmissionSmithFromInternet.tex is not giving the figure of the book

the answers should be at the end of the book

read chapter 9 onwards (proof reading)

energy travels along the wire and not in the wire.

antenna chapter, 3D figure at start and complete the start section.

house completion certificate.

zaryab fish

$F = dW/dT$  to include in inductance chapter plus a question or two

magnetization curve and an iteration example. fig 8.10, 11 of hayt.

charge is barqi bar.

add questions to machine book too.

take print outs for myself.

5101

5102

when giving fields always remember the following rules:

always ensure that divergence of magnetic field is zero.

moving waves must be of the form  $E = E_0 \cos(\omega t - kz)$  where  $c = (\mu * \epsilon)^{-0.5}$  and  $k = 2 * \pi / \lambda$

include complex permittivity (7th ed Q12.18 says  $\sigma = \omega \epsilon''$ )

include 4th ed fig 11.11 of page 422

name lossless and lossy dielectrics as





## الباب 15

## سوالات

ترجہی آمد



جدول 15.1:  $\sigma$ 

| $\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$ | چیز                 | $\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$ | چیز         |
|-------------------------------------|---------------------|-------------------------------------|-------------|
| $7 \times 10^4$                     | گرفتار              | $6.17 \times 10^7$                  | چاندی       |
| 1200                                | سلیکان              | $5.80 \times 10^7$                  | تانبا       |
| 100                                 | فیرائٹ (عمومی قیمت) | $4.10 \times 10^7$                  | سونا        |
| 5                                   | سمندری پانی         | $3.82 \times 10^7$                  | المونیم     |
| $10^{-2}$                           | چھونا پتھر          | $1.82 \times 10^7$                  | ٹنگسٹن      |
| $5 \times 10^{-3}$                  | چکنی مٹی            | $1.67 \times 10^7$                  | جست         |
| $10^{-3}$                           | تازہ پانی           | $1.50 \times 10^7$                  | پیتل        |
| $10^{-4}$                           | مقطر پانی           | $1.45 \times 10^7$                  | نکل         |
| $10^{-5}$                           | ریتیلی مٹی          | $1.03 \times 10^7$                  | لوبا        |
| $10^{-8}$                           | سنگ مرمر            | $0.70 \times 10^7$                  | قلعی        |
| $10^{-9}$                           | بیک لائٹ            | $0.60 \times 10^7$                  | کاربن سٹیل  |
| $10^{-10}$                          | چینی مٹی            | $0.227 \times 10^7$                 | مینگنیز     |
| $2 \times 10^{-13}$                 | بیرا                | $0.22 \times 10^7$                  | جرمنیم      |
| $10^{-16}$                          | پولیسٹرن پلاسٹک     | $0.11 \times 10^7$                  | سٹینلس سٹیل |
| $10^{-17}$                          | کوارٹس              | $0.10 \times 10^7$                  | نائیکروم    |

جدول 15.2:  $\sigma/\omega\epsilon$  and  $\epsilon_R$ 

| $\sigma/\omega\epsilon$ | $\epsilon_R$ | چیز                            |
|-------------------------|--------------|--------------------------------|
|                         | 1            | خالی خلاء                      |
|                         | 1.0006       | ہوا                            |
| 0.0006                  | 8.8          | المونیم آکسائیڈ                |
| 0.002                   | 2.7          | عنبر                           |
| 0.022                   | 4.74         | بیک لائٹ                       |
|                         | 1.001        | کاربن ڈائی آکسائیڈ             |
|                         | 16           | جرمنیم                         |
| 0.001                   | 4 تا 7       | شیشہ                           |
| 0.1                     | 4.2          | برف                            |
| 0.0006                  | 5.4          | ابر                            |
| 0.02                    | 3.5          | نائلون                         |
| 0.008                   | 3            | کاغذ                           |
| 0.04                    | 3.45         | پلیکسی گلاس                    |
| 0.0002                  | 2.26         | پلاسٹک (تھیلا بنانے والا)      |
| 0.000 05                | 2.55         | پولیسٹرین                      |
| 0.014                   | 6            | چینی مٹی                       |
| 0.0006                  | 4            | ہائریکس شیشہ (برتن بنانے والا) |
| 0.000 75                | 3.8          | کوارٹس                         |
| 0.002                   | 2.5 تا 3     | ریڑ                            |
| 0.000 75                | 3.8          | سلیکا $\text{SiO}_2$           |
|                         | 11.8         | سلیکان                         |
| 0.5                     | 3.3          | قدرتی برف                      |
| 0.0001                  | 5.9          | کھانے کا نمک                   |
| 0.07                    | 2.8          | خشک مٹی                        |
| 0.0001                  | 1.03         | سٹائروفوم                      |
| 0.0003                  | 2.1          | ٹیفلان                         |
| 0.0015                  | 100          | ٹائٹینیم ڈائی آکسائیڈ          |
| 0.04                    | 80           | مقطر پانی                      |
| 4                       |              | سمندری پانی                    |
| 0.01                    | 1.5 تا 4     | خشک لکڑی                       |

جدول 15.3:  $\mu_R$ 

| $\mu_R$      | چیز                       |
|--------------|---------------------------|
| 0.999 998 6  | بسمت                      |
| 0.999 999 42 | پیرافین                   |
| 0.999 999 5  | لکڑی                      |
| 0.999 999 81 | چاندی                     |
| 1.000 000 65 | المونیم                   |
| 1.000 000 79 | بیریلم                    |
| 50           | نکل                       |
| 60           | ڈھلوان لوہا               |
| 300          | مشین سٹیل                 |
| 1000         | فیرائٹ (عمومی قیمت)       |
| 2500         | پریم بھرت (permalloy)     |
| 3000         | ٹرانسفارمر پتری           |
| 3500         | سیلکان لوہا               |
| 4000         | خالص لوہا                 |
| 20 000       | میو میٹل (mumetal)        |
| 30 000       | سنڈسٹ (sendust)           |
| 100 000      | سوپریم بھرت (supermalloy) |

جدول 15.4: اہم مستقل

| قیمت  | علامت        | چیز                        |
|---|--------------|----------------------------|
| $(1.602\,189\,2 \pm 0.000\,004\,6) \times 10^{-19} \text{ C}$                     | c            | الیکٹران چارج              |
| $(9.109\,534 \pm 0.000\,047) \times 10^{-31} \text{ kg}$                          | m            | الیکٹران کمیت              |
| $(8.854\,187\,818 \pm 0.000\,000\,071) \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ | $\epsilon_0$ | برقی مستقل (خالی خلاء)     |
| $4\pi 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$  | $\mu_0$      | مقناطیسی مستقل (خالی خلاء) |
| $(2.997\,924\,574 \pm 0.000\,000\,011) \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$     | c            | روشنی کی رفتار (خالی خلاء) |

