

برقی و مقناطیسیات

خالد خان یوسفزئی
 کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
 khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

3

1	4	سمتیات	1
1.1	5	مقداری اور سمتیہ	1.1
1.2	6	سمتی الجبرا	1.2
1.3	7	کارتیسی محدود	1.3
1.4	8	اکائی سمتیات	1.4
1.5	9	میدانی سمتیہ	1.5
1.6	10	سمتی رقبہ	1.6
1.7	11	غیر سمتی ضرب	1.7
1.8	12	سمتی ضرب یا صلیبی ضرب	1.8
1.9	13	گول نلکی محدود	1.9
1.9.1	14	نلکی اکائی سمتیات کا کارتسی اکائی سمتیات کے ساتھ غیر سمتی ضرب	1.9.1
1.9.2	15	نلکی اور کارتسی اکائی سمتیات کا تعلق	1.9.2
1.9.3	16	نلکی لامحدود سطحیں	1.9.3
1.10	17	کروی محدود	1.10
2	18	کولومب کا قانون	2
2.1	19	قوت کشش یا دفع	2.1
2.2	20	برقی میدان کی شدت	2.2
2.3	21	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر کا برقی میدان	2.3
2.4	22	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	2.4
2.5	23	چارج بردار حجم	2.5
2.6	24	مزید مثال	2.6
2.7	25	برقی میدان کے سمت بہاؤ خط	2.7

69 ²⁶	گاؤس کا قانون اور پھیلاؤ	3
69 ²⁷	ساکن چارج	3.1
69 ²⁸	فیراڈے کا تجربہ	3.2
70 ²⁹	گاؤس کا قانون	3.3
72 ³⁰	گاؤس کے قانون کا استعمال	3.4
72 ³¹	نقطہ چارج	3.4.1
74 ³²	یکساں چارج بردار کروی سطح	3.4.2
74 ³³	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر	3.4.3
75 ³⁴	ہم محوری تار	3.5
77 ³⁵	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	3.6
77 ³⁶	انتہائی چھوٹی حجم پر گاؤس کے قانون کا اطلاق	3.7
80 ³⁷	پھیلاؤ	3.8
82 ³⁸	نلکی محدود میں پھیلاؤ کی مساوات	3.9
84 ³⁹	پھیلاؤ کی عمومی مساوات	3.10
86 ⁴⁰	مسئلہ پھیلاؤ	3.11
93 ⁴¹	توانائی اور برقی دباؤ	4
93 ⁴²	توانائی اور کام	4.1
94 ⁴³	لکیری تکملہ	4.2
99 ⁴⁴	برقی دباؤ	4.3
100 ⁴⁵	نقطہ چارج کا برقی دباؤ	4.3.1
101 ⁴⁶	لکیری چارج کثافت سے پیدا برقی دباؤ	4.3.2
102 ⁴⁷	ہم محوری تار کا برقی دباؤ	4.3.3
102 ⁴⁸	متعدد نقطہ چارجوں کی برقی دباؤ	4.4
106 ⁴⁹	برقی دباؤ کی ڈھلوان	4.5
110 ⁵⁰	نلکی محدود میں ڈھلوان	4.5.1
111 ⁵¹	کروی محدود میں ڈھلوان	4.5.2
112 ⁵²	جفت قطب	4.6
114 ⁵³	جفت قطب کے سمت بہاؤ خط	4.6.1
117 ⁵⁴	ساکن برقی میدان کی کثافت توانائی	4.7

125 _s	موصل، ذو برق اور کیپسٹر	5
125 _{s6}	برقی رو اور کثافت برقی رو	5.1
127 _{s7}	استمراری مساوات	5.2
129 _{s8}	موصل	5.3
134 _{s9}	موصل کے خصوصیات اور سرحدی شرائط	5.4
137 _{s10}	عکس کی ترکیب	5.5
140 _{s11}	نیم موصل	5.6
141 _{s12}	ذو برق	5.7
146 _{s13}	کامل ذو برق کے سرحد پر برقی شرائط	5.8
150 _{s14}	موصل اور ذو برقی کے سرحدی شرائط	5.9
150 _{s15}	کیپسٹر	5.10
152 _{s16}	5.10.1 متوازی چادر کیپسٹر	
153 _{s17}	5.10.2 ہم محوری کیپسٹر	
153 _{s18}	5.10.3 ہم محوری کرہ کیپسٹر	
155 _{s19}	5.11 سلسلہ وار اور متوازی جڑے کیپسٹر	
156 _{s20}	5.12 دو متوازی تاروں کا کیپسٹنس	
169 _{s21}	پوٹنسن اور لاپلاس مساوات	6
171 _{s22}	6.1 مسئلہ یکنائی	
173 _{s23}	6.2 لاپلاس مساوات خطی ہے	
173 _{s24}	6.3 نلکی اور کروی محدود میں لاپلاس کی مساوات	
174 _{s25}	6.4 لاپلاس مساوات کے حل	
181 _{s26}	6.5 پوٹنسن مساوات کے حل کی مثال	
183 _{s27}	6.6 لاپلاس مساوات کا ضربی حل	
191 _{s28}	6.7 عددی دہرائے کا طریقہ	

199 ₉	ساکن مقناطیسی میدان	7
199 ₀	بایوٹ-سیوارٹ کا قانون	7.1
204 ₁	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.2
210 ₂	گردش	7.3
217 ₃	نلکی محدود میں گردش	7.3.1
222 ₄	عمومی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.2
224 ₅	کروی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.3
225 ₆	مسئلہ سٹوکس	7.4
228 ₇	مقناطیسی بہاو اور کثافت مقناطیسی بہاو	7.5
235 ₈	غیر سمتی اور سمتی مقناطیسی دباؤ	7.6
240 ₉	ساکن مقناطیسی میدان کے قوانین کا حصول	7.7
240 ₀	سمتی مقناطیسی دباؤ	7.7.1
242 ₁	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.7.2
249 ₂	مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادے اور امالہ	8
249 ₃	متحرک چارج پر قوت	8.1
250 ₄	تفرقی چارج پر قوت	8.2
254 ₅	برقی رو گزارتے تفرقی تاروں کے مابین قوت	8.3
255 ₆	قوت اور مروڑ	8.4
261 ₇	فولادی مقناطیسی اشیاء اور مقناطیسی خطے	8.5
262 ₈	مقناطیسیت اور مقناطیسی مستقل	8.6
265 ₉	مقناطیسی سرحدی شرائط	8.7
268 ₀₀	مقناطیسی دور	8.8
271 ₀₁	مقناطیسی مخفی توانائی	8.9
271 ₀₂	خود امالہ اور مشترکہ امالہ	8.10
277 ₀₃	مشترکہ امالہ	8.11

283 ₀₄	وقت کے ساتھ بدلنے میدان اور میکس ویل کے مساوات	9
283 ₀₅	فیراڈے کا قانون	9.1
290 ₀₆	انتقالی برقی رو	9.2
296 ₀₇	میکس ویل مساوات کی نقطہ شکل	9.3
298 ₀₈	میکس ویل مساوات کی تکمل شکل	9.4
303 ₀₉	تاخیری دباو	9.5
311 ₁₀	مستوی امواج	10
311 ₁₁	خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی مستوی امواج	10.1
312 ₁₂	برقی و مقناطیسی مستوی امواج	10.2
320 ₁₃	خالی خلاء میں امواج	10.2.1
323 ₁₄	خالص یا کامل ذو برق میں امواج	10.2.2
325 ₁₅	ناقص یا غیر کامل ذو برق میں امواج	10.2.3
329 ₁₆	پوٹنٹنگ سمتیہ	10.3
334 ₁₇	موصل میں امواج	10.4
340 ₁₈	انعکاس مستوی موج	10.5
346 ₁₉	شرح ساکن موج	10.6
352 ₂₀	خطی، بیضوی اور دائری تقطیب	10.7
356 ₂₁	بیضوی یا دائری قطبی امواج کا پوٹنٹنگ سمتیہ	10.8
365 ₂₂	ترسیلی تار	11
365 ₂₃	ترسیلی تار کے مساوات	11.1
369 ₂₄	ترسیلی تار کے مستقل	11.2
370 ₂₅	ہم محوری تار کے مستقل	11.2.1
373 ₂₆	دو متوازی تار کے مستقل	11.2.2
374 ₂₇	سطح مستوی ترسیلی تار	11.2.3
375 ₂₈	ترسیلی تار کے چند مثال	11.3
383 ₂₉	ترسیمی تجزیہ، سمتیہ نقشہ	11.4
390 ₃₀	سمتہ فراوانی نقشہ	11.4.1
392 ₃₁	تجرباتی نتائج پر مبنی چند مثال	11.5
396 ₃₂	تجزیہ عارضی حال	11.6

413 ₃₃	12	ترچہی آمد، انعکاس، انحراف اور انکسار
413 ₃₄	12.1	ترچہی آمد
424 ₃₅	12.2	ترسیم ہائی گن
427 ₃₆	13	مویج اور گھمکیا
427 ₃₇	13.1	برقی دور، ترسیلی تار اور مویج کا موازنہ
428 ₃₈	13.2	دو لامحدود وسعت کے مستوی چادروں کے مویج میں عرضی برقی موج
434 ₃₉	13.3	کھوکھلا مستطیلی مویج
443 ₄₀	13.3.1	مستطیلی مویج کے میدان پر تفصیلی غور
450 ₄₁	13.4	مستطیلی مویج میں عرضی مقناطیسی TM_{mn} موج
454 ₄₂	13.5	کھوکھلی نالی مویج
461 ₄₃	13.6	انقطاعی تعدد سے کم تعدد پر تضعیف
463 ₄₄	13.7	انقطاعی تعدد سے بلند تعدد پر تضعیف
465 ₄₅	13.8	سطحی موج
470 ₄₆	13.9	ذو برق تختی مویج
473 ₄₇	13.10	شیش ریشہ
476 ₄₈	13.11	پردہ بصارت
478 ₄₉	13.12	گھمکی خلاء
481 ₅₀	13.13	میکس ویل مساوات کا عمومی حل

- 14.1 تعارف 489⁵²
- 14.2 تاخیری دباؤ 489⁵³
- 14.3 تکمل 491⁵⁴
- 14.4 مختصر جفت قطبی اینٹینا 492⁵⁵
- 14.5 مختصر جفت قطب کا اخراجی مزاحمت 500⁵⁶
- 14.6 ٹھوس زاویہ 504⁵⁷
- 14.7 اخراجی رقبہ، سمتیت اور افزائش 505⁵⁸
- 14.8 قطاری ترتیب 512⁵⁹
- 14.8.1 غیر سمتی، دو نقطہ منبع 512⁶⁰
- 14.8.2 ضرب نقش 513⁶¹
- 14.8.3 ثنائی قطار 514⁶²
- 14.8.4 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار 516⁶³
- 14.8.5 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: چوڑائی جانب اخراجی قطار 518⁶⁴
- 14.8.6 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: لمبائی جانب اخراجی قطار 518⁶⁵
- 14.8.7 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: بدلنے زاویہ اخراجی اینٹینا 522⁶⁶
- 14.9 تداخل پیمہ 523⁶⁷
- 14.10 مسلسل خطی اینٹینا 524⁶⁸
- 14.11 مستطیل سطحی اینٹینا 525⁶⁹
- 14.12 اخراجی سطح پر میدان اور دور میدان آپس کے فوریئر بدل ہیں 528⁷⁰
- 14.13 خطی اینٹینا 528⁷¹
- 14.14 چلتے موج اینٹینا 533⁷²
- 14.15 چھوٹا گھیرا اینٹینا 534⁷³
- 14.16 پیچ دار اینٹینا 535⁷⁴
- 14.17 دو طرفہ کردار 537⁷⁵
- 14.18 جھری اینٹینا 539⁷⁶
- 14.19 پیپا اینٹینا 540⁷⁷
- 14.20 فرانس ریڈار مساوات 542⁷⁸
- 14.21 ریڈیائی دوربین، اینٹینا کی حرارت اور تحلیلی کارکردگی 545⁷⁹
- 14.22 حرارت نظام اور حرارت بعید 547⁸⁰

ترچھی آمد، انعکاس، انحراف اور انکسار

دو خطوں کے سرحد پر عمودی آمدی موج کے انعکاس اور ترسیل پر باب 10 میں غور کیا گیا۔ اس باب میں ترچھی آمدی موج کی بات کرتے ہوئے انعکاس اور ترسیل کے علاوہ انحراف اور انکسار کی بھی بات کی جائے گی۔ عمودی امواج اور ترسیلی تار کے مساوات ہو بہو ایک جیسے تھے۔ ترچھی آمدی موج کی مساوی مثال ترسیلی تار میں نہیں پائی جاتی۔ یہی وجہ ہے کہ ان پر یہاں علیحدہ غور کیا جا رہا ہے۔

12.1 ترچھی آمد

عمودی قطبی برقی موج E_{\perp}

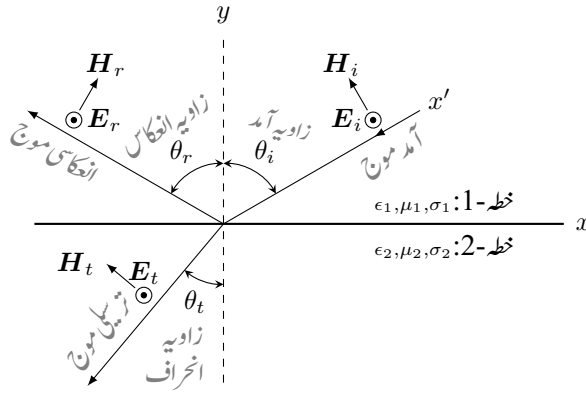
شکل 12.1 میں سرحد پر ترچھی آمد موج دکھائی گئی ہے۔ سرحد $y = 0$ سطح پر پایا جاتا ہے لہذا y محدد، سرحد کے عمودی ہے۔ پہلے خطے (خطہ-1) میں آمدی برقی موج y محدد کے ساتھ θ_1 زاویہ آمد¹ بناتی ہے جبکہ اسی خطے میں انعکاسی برقی موج y محدد کے ساتھ θ_r زاویہ انعکاس² بناتی ہے۔ ترسیلی موج دوسرے خطے (خطہ-2) میں منفی y محدد کے ساتھ θ_t زاویہ بناتی ہے۔ ترسیلی موج کو انحرافی موج بھی کہا جاتا ہے لہذا θ_t اصطلاحاً زاویہ انحراف³ کہلاتی ہے۔ پہلے خطے کے مستقل $\epsilon_1, \mu_1, \sigma_1$ جبکہ دوسرے خطے کے مستقل $\epsilon_2, \mu_2, \sigma_2$ ہیں۔

ہم دو صورتوں پر باری باری غور کریں گے۔ پہلی صورت میں برقی موج سطح آمد (یعنی xy سطح) کے عمودی ہوگی جبکہ دوسری صورت میں برقی موج اس سطح کے متوازی ہوگی۔ ان دو صورتوں میں برقی موج بالترتیب عمودی قطب موج⁴ اور متوازی قطب موج⁵ کہلائیں گے۔ شکل 12.1 عمودی قطبیت کی صورت حال دکھا رہی ہے۔ کسی بھی عمومی برقی موج کو عمودی اور متوازی قطب کے امواج کا مجموعہ لکھا جاسکتا ہے۔

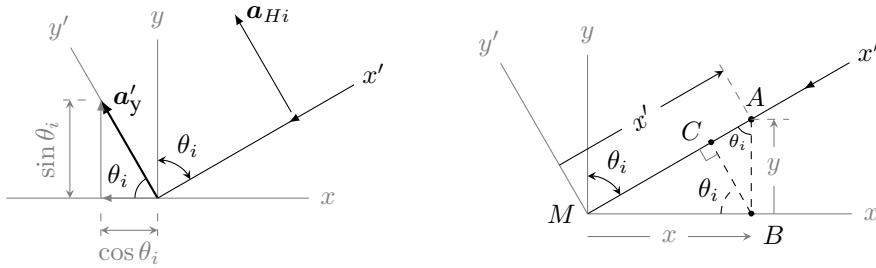
منفی سمت میں حرکت کرتی a_x میدان کی برقی موج

$$E_i = E_0 a_x e^{j(\omega t + \beta_1 z)}$$

incidence angle¹
reflection angle²
refraction angle³
perpendicular polarized⁴
parallel polarized⁵



شکل 12.1: ترجہی آمد کی صورت میں انعکاسی اور ترسیلی امواج اور ان کے زاویے۔ برقی میدان عمودی قطبیت رکھتی ہے۔



(ب) اکائی سمتیہ کا کارتیسی محدد میں اظہار۔

(ا) فاصلے کا کارتیسی محدد میں اظہار۔

شکل 12.2: کسی بھی سمت میں فاصلے اور اکائی سمتیہ کو کارتیسی محدد میں لکھنے کا طریقہ۔

لکھی جاتی ہے۔ اس موج میں برقی میدان ہر نقطے پر تمام اوقات a_x سمت میں ہوگا جبکہ حرکت کی سمت میں فاصلہ z سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اب a_x اکائی سمتیہ کی جگہ کسی بھی عمومی اکائی سمتیہ a سمت کا میدان جو z محدد کی بجائے لکیر a پر گھٹے فاصلے کی جانب حرکت کر رہا ہو

$$E_i = E_0 a e^{j(\omega t + \beta_1 l)}$$

لکھی جائے گی۔ اب شکل 12.1 میں E_i پر دوبارہ غور کریں۔ یہ برقی میدان a_z سمت میں ہے جبکہ برقی موج لکیر x' پر حرکت کر رہی ہے لہذا اس موج کو

$$(12.1) \quad E_i = E_0 a_z e^{j(\omega t + \beta_1 x')}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں کارتیسی محدد x, y کے مرکز سے لکیر x' پر فاصلہ ناپا گیا ہے۔ انہیں مساوات 12.1 میں لکیر x' پر فاصلے کو کارتیسی محدد x, y کے متغیرات استعمال کرتے ہوئے ناپیں۔

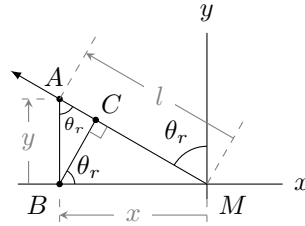
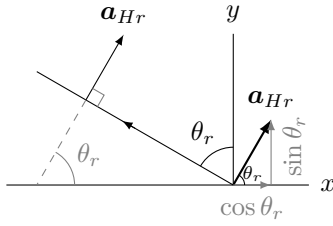
شکل 12.2-الف میں آمد موج اور کارتیسی محدد دوبارہ دکھائے گئے ہیں۔ اس شکل میں لکیر x' کو کارتیسی محدد x, y کا حصہ دکھایا گیا ہے۔ لکیر x' پر نقطہ A کا مرکز سے فاصلہ MA کو x' لکھا گیا ہے۔ اب $MA = MC + CA$ کے برابر ہے جہاں $MC = x \sin \theta_i$ اور $CA = y \cos \theta_i$ کے برابر ہیں لہذا

$$(12.2) \quad x' = x \sin \theta_i + y \cos \theta_i$$

لکھا جاسکتا ہے جس سے ہم مساوات 12.1 کو

$$(12.3) \quad E_i = E_0 a_z e^{j[\omega t + \beta_1 (x \sin \theta_i + y \cos \theta_i)]}$$

لکھ سکتے ہیں۔ اس مساوات میں موج گھٹے x' کی طرف رواں ہے۔



(ا) انعکاسی موج کے فاصلے کی کارتیسی محدود میں اظہار۔ (ب) انعکاسی مقناطیسی موج کی اکائی سمتیہ کا کارتیسی محدود میں اظہار۔

شکل 12.3: انعکاسی موج کے متغیرات کا کارتیسی محدود میں اظہار۔

آمدی برقی اور مقناطیسی میدان x' کے عمودی ہیں۔ برقی میدان کی سمت a_z (یا a'_z) ہے جہاں a_z اور a'_z دونوں ایک ہی سمت کو ظاہر کرتے ہیں۔ مقناطیسی میدان H_i کی اکائی سمتیہ a_{Hi} محدود y' کی سمت میں ہے۔ یوں $a'_{y'} = a_{Hi}$ لکھا جاسکتا ہے۔ آئیں $a'_{y'}$ کو کارتیسی محدود x, y کے متغیرات کی صورت میں شکل 12.2-ب کی مدد سے لکھیں۔ اکائی سمتیہ $a'_{y'}$ کو دو سمتیوں کے مجموعے کے طور پر دکھایا گیا ہے۔ چونکہ اکائی سمتیہ کی لمبائی ایک کے برابر ہوتی ہے لہذا شکل میں متکون کے وتر کی لمبائی اکائی ہے۔ یوں متکون کا قاعدہ $\cos \theta_i$ اور اس کا عمود $\sin \theta_i$ کے برابر ہوں گے جس سے

$$a'_{y'} = -\cos \theta_i a_x + \sin \theta_i a_y \quad (12.4)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ان معلومات کو استعمال کرتے ہوئے آمدی مقناطیسی موج

$$H_i = \frac{E_0}{\eta_1} a'_{y'} e^{j(\omega t + \beta_1 x')}$$

کو

$$H_i = \frac{E_0}{\eta_1} (-\cos \theta_i a_x + \sin \theta_i a_y) e^{j[\omega t + \beta_1 (x \sin \theta_i + y \cos \theta_i)]} \quad (12.5)$$

لکھا جاسکتا ہے۔

مساوات 12.3 اور مساوات 12.5 کے مساوی دوری سمتی مساوات مندرجہ ذیل ہیں۔

$$E_{si} = a_z E_0 e^{j\beta_1 (x \sin \theta_i + y \cos \theta_i)} \quad (12.6)$$

$$H_{si} = (-\cos \theta_i a_x + \sin \theta_i a_y) \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1 (x \sin \theta_i + y \cos \theta_i)} \quad (12.7)$$

مساوات 10.80 شرح انعکاس جبکہ مساوات 10.82 شرح ترسیل کی تعریف بیان کرتے ہیں۔ عین سرحد پر عمودی (\perp) قطب کے میدان کے لئے ان مساوات

کو

$$\Gamma_{\perp} = \frac{E_r}{E_i} \quad (12.8)$$

$$\tau_{\perp} = \frac{E_t}{E_i}$$

لکھا جائے گا۔

شکل 12.3-الف میں صرف انعکاسی موج دکھائی گئی ہے۔ مرکز M سے موج کا فاصلہ l لیتے ہوئے برقی موج کی مساوات حاصل کرتے ہیں۔ اب $MA = MC + CA$ کے برابر ہے جہاں $MC = -x \sin \theta_r$ اور $CA = y \cos \theta_r$ کے برابر ہیں لہذا

$$l = -x \sin \theta_r + y \cos \theta_r \quad (12.9)$$

لکھا جائے گا۔ چونکہ منفی محدود پر x کی قیمت منفی ہوگی لہذا $MC1$ حاصل کرتے وقت منفی علامت کی ضرورت ہوگی۔ یوں انعکاسی برقی موج

$$\begin{aligned} E_{sr} &= a_z \Gamma_{\perp} E_0 e^{-j\beta_1 l} \\ (12.10) \quad &= a_z \Gamma_{\perp} E_0 e^{-j\beta_1 (-x \sin \theta_r + y \cos \theta_r)} \end{aligned}$$

4042 لکھی جائے گی جہاں بڑھتے l کی جانب حرکت کی بنا پر e کی طاقت میں منفی کی علامت استعمال کی گئی اور میدان کی سمت a_z ہے۔

انعکاسی مقناطیسی موج کی مساوات لکھنے کی خاطر مقناطیسی میدان کی اکائی سمتیہ درکار ہے۔ شکل 12.3-ب میں انعکاسی مقناطیسی میدان کی سمت میں اکائی سمتیہ a_H دکھائی گئی ہے جو x محدود کے ساتھ θ_r زاویہ بناتی ہے۔ اکائی سمتیہ کو محدود کے مرکز پر دو سمتیات کے مجموعے کے طور پر بھی دکھایا گیا ہے جہاں سے

$$(12.11) \quad a_{Hr} = \cos \theta_r a_x + \sin \theta_r a_y$$

لکھا جاسکتا ہے لہذا انعکاسی مقناطیسی موج

$$(12.12) \quad H_{sr} = (\cos \theta_r a_x + \sin \theta_r a_y) \Gamma_{\perp} \frac{E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1 (-x \sin \theta_r + y \cos \theta_r)}$$

4043 لکھی جاسکتی ہے۔

یہی طریقہ کار استعمال کرتے ہوئے ترسیلی امواج کے مساوات یوں لکھے جاسکتے ہیں

$$(12.13) \quad E_{st} = a_z \tau_{\perp} E_0 e^{j\beta_2 (x \sin \theta_t + y \cos \theta_t)}$$

$$(12.14) \quad H_{st} = (-\cos \theta_t a_x + \sin \theta_t a_y) \tau_{\perp} \frac{E_0}{\eta_2} e^{j\beta_2 (x \sin \theta_t + y \cos \theta_t)}$$

4045 جہاں ترسیلی امواج کارتیسی محدود کے مرکز سے بڑھتے فاصلے کی طرف رواں ہیں۔ یہاں غور کریں کہ دوسرے خطے میں امواج کے مساوات میں مستقل β_2 استعمال کئے گئے ہیں۔

صفحہ 298 پر مساوات 9.45 برقی میدان کی سرحدی شرط پیش کرتی ہے جس کے مطابق سرحد کے دونوں اطراف متوازی برقی میدان برابر ہوں گے۔ برقی میدان کی شرط مساوات 12.6، مساوات 12.10 اور مساوات 12.13 میں $y = 0$ پر کرتے ہوئے یوں

$$a_z E_0 e^{j\beta_1 (x \sin \theta_i + 0 \cos \theta_i)} + a_z \Gamma_{\perp} E_0 e^{-j\beta_1 (-x \sin \theta_r + 0 \cos \theta_r)} = a_z \tau_{\perp} E_0 e^{j\beta_2 (x \sin \theta_t + 0 \cos \theta_t)}$$

یا

$$(12.15) \quad e^{j\beta_1 x \sin \theta_i} + \Gamma_{\perp} e^{j\beta_1 x \sin \theta_r} = \tau_{\perp} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t}$$

لکھی جاسکتی ہے۔ یہ مساوات کسی بھی x کے لئے درست ہے لہذا یہ $x = 0$ کے لئے بھی درست ہوگی۔ اس میں $x = 0$ پر کرنے سے

$$(12.16) \quad 1 + \Gamma_{\perp} = \tau_{\perp}$$

ملتا ہے۔ مساوات 12.15 میں x کی قیمت تبدیل کرنے سے e کے طاقت تبدیل ہوتے ہیں۔ یوں یہ مساوات صرف اور صرف اس صورت x کے ہر قیمت کے لئے درست ہوگی جب مساوات میں تینوں e کے طاقت ہر صورت برابر ہوں یعنی

$$(12.17) \quad e^{j\beta_1 x \sin \theta_i} = e^{j\beta_1 x \sin \theta_r} = e^{j\beta_2 x \sin \theta_t}$$

اب پہلی دو اجزاء کے مساوات سے

$$(12.18) \quad \theta_i = \theta_r$$

اور آخری دو اجزاء کی مساوات سے

$$(12.19) \quad \beta_2 \sin \theta_t = \beta_1 \sin \theta_r$$

ملتا ہے جس میں مساوات 12.18 پر کرنے سے

$$\sin \theta_t = \frac{\beta_1}{\beta_2} \sin \theta_i$$

اور صفحہ 323 پر دیے، بے ضیاع خطے کی مساوات 10.40 پر کرنے سے

$$(12.20) \quad \sin \theta_t = \frac{\omega \sqrt{\mu_1 \epsilon_1}}{\omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2}} \sin \theta_i = \frac{\sqrt{\mu_1 \epsilon_1}}{\sqrt{\mu_2 \epsilon_2}} \sin \theta_i$$

یعنی

$$\begin{aligned} \sin \theta_t &= \frac{\sqrt{\mu_{r1} \mu_0 \epsilon_{r1} \epsilon_0}}{\sqrt{\mu_{r2} \mu_0 \epsilon_{r2} \epsilon_0}} \sin \theta_i \\ &= \frac{\sqrt{\mu_{r1} \epsilon_{r1}}}{\sqrt{\mu_{r2} \epsilon_{r2}}} \sin \theta_i \end{aligned}$$

یا

$$(12.21) \quad \sin \theta_t = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i$$

حاصل ہوتا ہے جہاں

$$(12.22) \quad \begin{aligned} n_1 &= \sqrt{\mu_{r1} \epsilon_{r1}} \\ n_2 &= \sqrt{\mu_{r2} \epsilon_{r2}} \end{aligned}$$

انحرافی مستقل⁶ کہلاتے ہیں۔ امید کی جاتی ہے کہ آپ انحرافی مستقل n اور قدرتی رکاوٹ η میں فرق کر پائیں گے۔

مساوات 12.18 کہتا ہے کہ آمدی اور انعکاسی زاویے برابر ہیں۔ مساوات 12.21 جسے **ابن سہل** کا قانون انحراف کہتے ہیں زاویہ انحراف اور زاویہ آمد کا تعلق بیان کرتا ہے۔ یہ قانون مغربی دنیا میں **قانون سنیل**⁸ سے جانا جاتا ہے۔ بصریات⁹ کے میدان میں قانون ابن سہل بنیادی اہمیت رکھتا ہے۔

مثال 12.1: ہو اسے $30^\circ = \theta_i$ زاویے پر شیشے میں عمودی تقطیب کی موج داخل ہوتی ہے۔ پانی میں انحرافی موج کا زاویہ θ_t حاصل کریں۔ اگر شیشے سے خلاء میں موج اسی زاویے سے داخل ہو تب θ_t کیا ہوگا۔ شیشے کا جزوی برقی مستقل $\epsilon_r = 2.3$ لیں۔

حل: خلاء کا جزوی برقی مستقل $\epsilon_r = 1$ لیتے ہوئے، خلاء سے شیشے میں دخول پر

$$\sin \theta_t = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2.3}} \sin 30^\circ = 0.32969$$

⁶ index of refraction

⁷ بغداد کے ابو سعد العلاء ابن سہل نے اس قانون کو سن 984 میں دریافت کیا۔

⁸ Snell's law

⁹ optics

سے

$$\theta_t = \sin^{-1} 0.32969 = 19.25^\circ$$

حاصل ہوتا ہے جبکہ شیشے سے خلاء میں دخول پر

$$\sin \theta_t = \frac{\sqrt{2.3}}{\sqrt{1}} \sin 30^\circ = 0.758288$$

سے

$$\theta_t = \sin^{-1} 0.758288 = 49.3^\circ$$

حاصل ہوتا ہے۔

4052

4053

صفحہ 299 پر مساوات 9.49 مقناطیسی میدان کی سرحدی شرط بیان کرتا ہے جس کے مطابق سرحد کے دونوں اطراف پر متوازی مقناطیسی میدان برابر ہوں گے۔ شکل 12.1 میں آمدی، انعکاسی اور انحرافی مقناطیسی میدان a_x اور a_y اجزاء پر مشتمل ہیں۔ ان میں صرف a_x اجزاء سرحد کے متوازی ہیں لہذا مساوات 12.7، مساوات 12.12 اور مساوات 12.14 کے a_x اجزاء میں $y = 0$ پر کرتے ہوئے مقناطیسی سرحدی شرط سے

$$-\cos \theta_i \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1 x \sin \theta_i} + \cos \theta_r \Gamma_{\perp} \frac{E_0}{\eta_1} e^{-j\beta_1 (-x \sin \theta_r)} = -\cos \theta_t \tau_{\perp} \frac{E_0}{\eta_2} e^{j\beta_2 (x \sin \theta_t)}$$

یا

$$-\cos \theta_i e^{j\beta_1 x \sin \theta_i} + \cos \theta_r \Gamma_{\perp} e^{j\beta_1 x \sin \theta_r} = -\cos \theta_t \tau_{\perp} \frac{\eta_1}{\eta_2} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t}$$

حاصل ہوتا ہے جسے مساوات 12.18 اور مساوات 12.19 کے استعمال سے

$$-\cos \theta_i + \cos \theta_r \Gamma_{\perp} = -\cos \theta_t \tau_{\perp} \frac{\eta_1}{\eta_2}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس میں مساوات 12.16 سے τ_{\perp} کی قیمت پر کرتے ہوئے

$$\Gamma_{\perp} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} \quad (12.23)$$

4054

حاصل ہوتا ہے۔ صفحہ 342 پر مساوات 10.80 موجودہ مساوات میں $\theta_i = 0^\circ$ پر کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

اگر خطہ-2 کا برقی موصل ہو تب $\eta_2 = 0$ ہوگا جس سے $\Gamma_{\perp} = -1$ حاصل ہوتا ہے۔ اگر دونوں خطے غیر مقناطیسی، بے ضیاع ذوبرق ہوں تب مساوات 12.20 کی مدد سے

$$\Gamma_{\perp} = \frac{\cos \theta_i - \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2 \theta_i}}{\cos \theta_i + \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2 \theta_i}} \quad (12.24)$$

حاصل ہوتا ہے۔ خطہ-2 کا برقی مستقل خطہ-1 کے برقی مستقل سے زیادہ ہونے کی صورت ($\epsilon_2 > \epsilon_1$) میں $\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} > 1$ ہوگا جبکہ سائن کی زیادہ سے زیادہ ممکن قیمت اکائی ہے لہذا $\sin^2 \theta_i \leq 1$ ہوگا اور یوں جزر کے اندر مقدار مثبت رہے گی جس سے Γ_{\perp} حقیقی عدد حاصل ہوتا ہے۔ اس کے برعکس $\epsilon_2 < \epsilon_1$ کی صورت

میں اگر $\sin^2 \theta_i > \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$ ہو تب جزر کے اندر منفی مقدار ہوگی لہذا Γ_{\perp} خیالی عدد ہوگا۔ ایسی صورت میں $|\Gamma_{\perp}| = 1$ ہوتا ہے اور سرحد پر مکمل اندرونی انعکاس¹⁰ سے پوری کی پوری موج زیادہ برقی مستقل کے خطے میں سرحد سے واپس لوٹتی ہے۔ جس زاویہ آمد پر $\Gamma_{\perp} = 1$ ہو اسے **زاویہ فاصل**¹¹ پکارا جاتا ہے۔ یوں زاویہ فاصل

$$\theta_{i,f} = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \quad (12.25)$$

کے برابر ہے۔ غیر مقناطیسی خطوں کا مقناطیسی مستقل μ_0 لیتے ہوئے، فاصل زاویے سے بڑے زاویے (ف) $(\theta_i > \theta_{i,f})$ کی صورت میں مساوات 12.20 سے $\sin \theta_t > 1$ حاصل ہوتا ہے جس سے $\cos \theta_t$ خیالی عدد حاصل ہوگا

$$\cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = \sqrt{1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \theta_i} = jA \quad (12.26)$$

جہاں $A = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \theta_i - 1}$ حقیقی عدد ہے۔ یوں کم کثافت کے خطے میں مساوات 12.13 کی مدد سے میدان

$$\begin{aligned} E_{st} &= \mathbf{a}_z \tau_{\perp} E_0 e^{j\beta_2(x \sin \theta_t + yjA)} \\ &= \mathbf{a}_z \tau_{\perp} E_0 e^{-\beta_2 A y} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t} \end{aligned}$$

یا

$$E_{st} = \mathbf{a}_z \tau_{\perp} E_0 e^{-\alpha y} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t} \quad (12.27)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں

$$\alpha = \beta_2 A = \omega \sqrt{\mu_2 \epsilon_2} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \theta_i - 1} \quad (12.28)$$

کے برابر ہے۔ یہ میدان کم کثافت خطے میں x - جانب بے ضیاع حرکت کرتی ہے۔ سرحد پر E_{\perp} کی مقدار $\tau_{\perp} E_0$ ہے جو سرحد سے دور چلتے ہوئے $e^{-\alpha y}$ کی شرح سے گھٹتی ہے۔ مساوات 12.27 کے طرز کی موج کو **سطحی موج**¹² کہتے ہیں۔ سطحی موج سرحد کے ساتھ چمٹی رہتی ہے۔

4056

مثال 12.2: پانی سے ہوا کی جانب سرحد پر آمدی موج $\theta_i = 55^\circ$ زاویہ رکھتی ہے۔ ہوا میں انحرافی موج کی قیمت سرحد پر اور سرحد سے $\frac{\lambda}{4}$ فاصلے پر حاصل کریں۔ سرحد پر آمدی برقی میدان $E_i = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ہے۔ پانی کے مستقل $\epsilon_r = 80$ ، $\epsilon_r = 1$ اور $\mu_r = 0$ لیں۔

4058

حل: مساوات 12.25 سے فاصل زاویہ

$$\theta_{i,f} = \sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{80}} = 6.42^\circ$$

حاصل ہوتا ہے۔ چونکہ آمدی زاویہ اس سے زیادہ ہے لہذا مکمل اندرونی انعکاس پائی جائے گی۔ مساوات 12.20 سے

$$\sin \theta_t = \sqrt{\frac{\mu_0 \times 80 \times \epsilon_0}{\mu_0 \times 1 \times \epsilon_0}} \sin 55^\circ = 7.327$$

اور مساوات 12.26 سے

$$\cos \theta_t = jA = \sqrt{1 - 7.327^2} = j7.258$$

حاصل ہوتے ہیں۔ یوں

$$\alpha = \beta_2 A = \frac{2\pi}{\lambda_0} 7.258 = \frac{45.6}{\lambda_0} \frac{\text{Np}}{\text{m}}$$

ہوگا۔ مساوات 12.24 سے

$$\Gamma_{\perp} = \frac{\cos 55^\circ - \sqrt{\frac{1}{80} - \sin^2 55^\circ}}{\cos 55^\circ + \sqrt{\frac{1}{80} - \sin^2 55^\circ}} = -0.33369 - j0.94268$$

اور مساوات 12.16 سے

$$\tau_{\perp} = 1 + \Gamma_{\perp} = 0.66631 - j0.94268 = 1.1544 \angle -54.746^\circ$$

• اس طرح ہوائیں سرحد پر $\frac{V}{m} = 1.1544 \times 1 = 1.1544 \frac{V}{m}$ ہوگا۔

• ہوائیں سرحد سے $\frac{\lambda}{4}$ فاصلے پر

$$|E_t| = 1.1544 \times 1 \times e^{-\frac{45.6}{\lambda_0} \frac{\lambda_0}{4}} = 12.9 \frac{\mu V}{m}$$

ہوگا۔

آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ہوائیں میدان سرحد کے قریب رہتا ہے۔ سرحد سے کچھ ہی فاصلے پر میدان کی قیمت قابل نظر انداز ہو جاتی ہے۔ یاد رہے کہ $\sin \theta_t$ حقیقی عدد ہے جس کی قیمت اکائی سے زیادہ ہے جبکہ $\cos \theta_t$ خیالی عدد ہے۔ مساوات 12.27 اور مساوات 12.14 سے ہوائیں برقی اور مقناطیسی امواج

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{st} &= \mathbf{a}_z \tau_{\perp} E_0 e^{-\beta_2 A y} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t} \\ \mathbf{H}_{st} &= (-jA \mathbf{a}_x + \sin \theta_t \mathbf{a}_y) \tau_{\perp} \frac{E_0}{\eta_2} e^{-\beta_2 A y} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t} \\ &= (-jA \mathbf{a}_x + \sin \theta_t \mathbf{a}_y) \tau_{\perp} \frac{E_0}{|\eta_2|} e^{-\beta_2 A y} e^{(j\beta_2 x \sin \theta_t - j\theta_\eta)} \end{aligned}$$

لکھے جائیں گے جہاں $e^{j\theta_\eta} = |\eta|$ کا استعمال کیا گیا۔ ہوائیں سرحد سے دور \mathbf{a}_y سمت میں اوسط طاقت کی منتقلی صفحہ 332 پر مساوات 10.56

$$\mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{1}{2} [\mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_s^*]_{\text{حقیقی}}$$

کی مدد حاصل کرتے ہیں۔ مقناطیسی میدان کا \mathbf{a}_y جزو اس منتقلی میں کوئی کردار ادا نہیں کرتا لہذا اس کا صرف \mathbf{a}_x جزو لیا جائے گا۔ جوڑی دار مخلوط مقناطیسی میدان \mathbf{H}_s^* لکھے ہوئے \mathbf{H}_s میں تمام مقامات پر z کی علامت مثبت سے منفی اور منفی سے مثبت کردی جاتی ہے۔

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_s^* &= \frac{1}{2} \left[\mathbf{a}_z \tau_{\perp} E_0 e^{-\beta_2 A y} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t} \right] \times \left[jA \mathbf{a}_x \tau_{\perp} \frac{E_0}{|\eta_2|} e^{-\beta_2 A y} e^{(-j\beta_2 x \sin \theta_t + j\theta_\eta)} \right] \\ &= \mathbf{a}_y \frac{\tau_{\perp}^2 E_0^2}{2|\eta_2|} e^{-2\beta_2 A y} [j \cos \theta_\eta - \sin \theta_\eta] \end{aligned}$$

کا حقیقی جزو لیتے ہوئے

$$\mathcal{P}_{\text{اوسط}} = -\mathbf{a}_y \frac{\tau_{\perp}^2 E_0^2}{2|\eta_2|} e^{-2\beta_2 A y} \sin \theta_\eta$$

حاصل ہوتا ہے۔ ہوا میں η حقیقی عدد ہے لہذا $\theta_\eta = 0$ ہو گا اور چونکہ $\sin 0 = 0$ ہوتا ہے لہذا اوسط طاقت کی منتقلی

$$\mathcal{P}_{\text{اوسط}} = -a_y \frac{\tau_\perp^2 E_0^2}{2|\eta_2|} e^{-2\beta_2 A y} \sin 0^\circ = 0$$

صفر ہوگی۔ یوں کم کثافتی خطے میں مکمل اندرونی انعکاس کی صورت میں اوسط گواہی طاقت منتقل نہیں ہو گا اور برقی اور مقناطیسی امواج سرحد کے قریب ہی رہتی ہیں۔
امواج کو فنا پذیر امواج¹³ کہتے ہیں۔

کم کثافتی خطے یعنی ہوا میں مقناطیسی موج کا a_y جزو اور برقی a_z اجزاء سرحد کے ساتھ ساتھ، بے ضیاع a_x - سمت میں حرکت کریں گے۔ ہوا میں ان امواج کی رفتار، زیادہ کثافتی خطے یعنی پانی میں، سرحد کے متوازی موج کی رفتار کے برابر ہوگی یعنی

$$\frac{\text{پانی میں رفتار موج}}{\sin \theta_i} = \text{ہوا میں سرحد کے متوازی موج کی رفتار}$$

سرحدی موج درحقیقت سرحدی شرائط پورا کرنے کی درکار برقی اور مقناطیسی میدان ہیں۔

4065

4066

4067

متوازی قطبی برقی موج $E_{||}$

آئیں اب متوازی قطبی موج کی صورت حال دیکھیں۔ یاد رہے کہ موج کی سمت پونٹنگ سمتیہ $E \times H$ کی سمت ہی ہوتی ہے۔ برقی اور مقناطیسی میدان، موج کے حرکت کی سمت کے عمودی ہوتے ہیں۔ یوں سمت حرکت کے عمودی، برقی میدان کی سمت فرض کرتے ہوئے اور سمت حرکت جانتے ہوئے مقناطیسی میدان کی سمت کا تعین پونٹنگ سمتیہ سے کیا جاتا ہے۔ متوازی قطبی موج کی بات کرتے ہوئے، آمدی برقی میدان کی سمت یا تو شکل 12.4 میں E_i کی سمت اور یا اس کے الٹ سمت ممکن ہے۔ یہ واحد دو سمتیں ہیں جو موج کے حرکت کے عمودی اور آمدی سطح کے متوازی ہیں۔ اگر آمدی برقی میدان کی سمت شکل میں دکھائے سمت کے الٹ ہو تب آمدی مقناطیسی میدان کی سمت بھی الٹ ہوگی یعنی یہ صفحہ سے باہر جانب کو ہوگا۔ سمت حرکت کے عمودی اور آمدی سطح کے متوازی، انعکاسی موج E_r کی بھی دو سمتیں ممکن ہیں جن میں ایک سمت شکل میں فرض کی گئی ہے۔ برقی انعکاسی میدان کی سمت فرض کرنے سے انعکاسی مقناطیسی میدان کی سمت اب وہی ممکن ہے جسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ آئیں اس شکل کو حل کریں۔

4074

مساوات 12.2 اور مساوات 12.4 کی مدد سے شکل 12.4 کے لئے

$$(12.29) \quad E_{si} = (-\cos \theta_i a_x + \sin \theta_i a_y) E_0 e^{j\beta_1 (x \sin \theta_i + y \cos \theta_i)}$$

$$(12.30) \quad H_{si} = -a_z \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1 (x \sin \theta_i + y \cos \theta_i)}$$

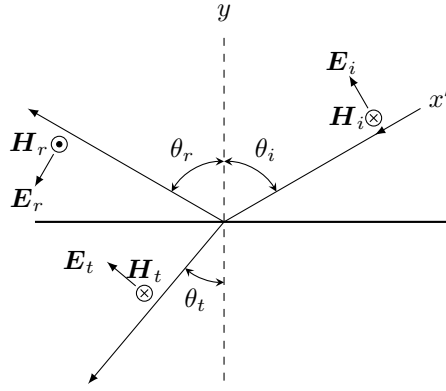
لکھ جاسکتے ہیں۔ اسی طرح گزشتہ معلومات کا سہارا لیتے ہوئے

$$(12.31) \quad E_{sr} = -(\cos \theta_r a_x + \sin \theta_r a_y) \Gamma_{||} E_0 e^{j\beta_1 (x \sin \theta_r - y \cos \theta_r)}$$

$$(12.32) \quad H_{sr} = a_z \Gamma_{||} \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1 (x \sin \theta_r - y \cos \theta_r)}$$

$$(12.33) \quad E_{st} = (-\cos \theta_t a_x + \sin \theta_t a_y) \tau_{||} E_0 e^{j\beta_2 (x \sin \theta_t + y \cos \theta_t)}$$

$$(12.34) \quad H_{st} = -a_z \tau_{||} \frac{E_0}{\eta_2} e^{j\beta_2 (x \sin \theta_t + y \cos \theta_t)}$$



شکل 12.4: متوازی قطبی موج میں برقی میدان سطح آمد کے متوازی ہوتا ہے۔

لکھے جاسکتے ہیں۔ سرحد ($y = 0$) پر برقی شرط لاگو کرنے کی خاطر برقی میدان کا وہ حصہ استعمال کیا جائے گا جو سرحد کے متوازی ہے۔ یوں a_y جزو کو رد کیا جائے گا جبکہ a_x جزو کو استعمال کیا جائے گا لہذا

$$-\cos \theta_i a_x E_0 e^{j\beta_1(x \sin \theta_i + 0 \cos \theta_i)} - \cos \theta_r a_x \Gamma_{\parallel} E_0 e^{j\beta_1(x \sin \theta_r - 0 \cos \theta_r)} = -\cos \theta_t a_x \tau_{\parallel} E_0 e^{j\beta_2(x \sin \theta_t + 0 \cos \theta_t)}$$

یعنی

$$(12.35) \quad \cos \theta_i e^{j\beta_1 x \sin \theta_i} + \cos \theta_r \Gamma_{\parallel} e^{j\beta_1 x \sin \theta_r} = \cos \theta_t \tau_{\parallel} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مساوات میں x کی قیمت تبدیل کرنے سے e کی طاقت تبدیل ہوتی ہے۔ ایسی صورت میں یہ مساوات صرف اور صرف اس صورت درست ہو گا جب مساوات میں تینوں e کے طاقت، x کے تمام قیمتوں کے لئے برابر ہوں یعنی

$$(12.36) \quad j\beta_1 x \sin \theta_i = j\beta_1 x \sin \theta_r = j\beta_2 x \sin \theta_t$$

ہو۔ اس مساوات سے

$$(12.37) \quad \theta_i = \theta_r$$

اور

$$(12.38) \quad \sin \theta_t = \frac{\beta_1}{\beta_2} \sin \theta_i$$

حاصل ہوتے ہیں جو عین عمودی قطبی موج کے مساوات ہیں۔ مساوات 12.35 میں مساوات 12.36 پر کرنے سے

$$(12.39) \quad 1 + \Gamma_{\parallel} = \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i} \tau_{\parallel}$$

حاصل ہوتا ہے۔

سرحد پر مقناطیسی شرط لاگو کرتے ہیں۔ چونکہ مقناطیسی میدان سرحد کے متوازی ہے لہذا اس کا کوئی جزو رد نہیں کیا جائے گا۔ اس طرح

$$-a_z \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1(x \sin \theta_i + 0 \cos \theta_i)} + a_z \Gamma_{\parallel} \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1(x \sin \theta_r - 0 \cos \theta_r)} = -a_z \tau_{\parallel} \frac{E_0}{\eta_2} e^{j\beta_2(x \sin \theta_t + 0 \cos \theta_t)}$$

یعنی

$$e^{j\beta_1 x \sin \theta_i} - \Gamma_{\parallel} e^{j\beta_1 x \sin \theta_r} = \tau_{\parallel} \frac{\eta_1}{\eta_2} e^{j\beta_2 x \sin \theta_t}$$

لکھا جاسکتا ہے جس میں مساوات 12.36 پر کرنے سے

$$(12.40) \quad 1 - \Gamma_{\parallel} = \tau_{\parallel} \frac{\eta_1}{\eta_2}$$

ملتا ہے۔ مساوات 12.39 اور مساوات 12.40 حل کرتے ہوئے

$$(12.41) \quad \Gamma_{\parallel} = \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_1 \cos \theta_i + \eta_2 \cos \theta_t}$$

ملتا ہے جو غیر مقناطیسی اور بے ضیاع خطوں میں

$$(12.42) \quad \Gamma_{\parallel} = \frac{-\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cos \theta_i + \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2 \theta_i}}{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cos \theta_i + \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} - \sin^2 \theta_i}}$$

صورت اختیار کر لے گی۔ اگر خطہ -2 کامل موصل ہو تب $\Gamma_{\parallel} = -1$ حاصل ہوتا ہے جو متوقع جواب ہے۔

متوازی قطبی موج کی صورت میں ایسے آمدی زاویہ ممکن ہے جس پر $\Gamma_{\parallel} = 0$ حاصل ہو لہذا ایسی صورت میں تمام کی تمام موج بغیر انعکاس کے دوسرے خطے میں داخل ہو جاتی ہے۔ اس آمدی زاویے کو **بریوسٹر زاویہ**¹⁴ کہتے ہیں۔ مساوات 12.42 کو صفر کے برابر پر کرنے سے زاویہ بریوسٹر

$$(12.43) \quad \theta_{i, \text{بریوسٹر}} = \sin^{-1} \sqrt{\frac{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}{1 + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}} = \tan^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}}$$

حاصل ہوتا ہے۔

کسی بھی موج کو عمودی اور متوازی قطبی امواج کا مجموعہ لکھا جاسکتا ہے۔ یوں اگر غیر قطبی موج، سرحد پر زاویہ بریوسٹر سے آمد ہو تب اس موج کا وہ جز جو متوازی قطبیت رکھتا ہو سرحد سے مکمل طور دوسری جانب گزر جائے گا جبکہ سرحد سے انعکاسی جز و صرف اور صرف عمودی قطبیت کا ہو گا۔ عمودی قطبی موج حاصل کرنے کا یہ آسان طریقہ ہے۔ عمودی موج کا کچھ حصہ منعکس ہو گا اور کچھ حصہ منحرف لہذا انحرافی موج غیر قطبی ہو گی۔ زاویہ بریوسٹر کو **زاویہ قطبیت**¹⁶ بھی کہتے ہیں۔

4081

مثال 12.3: متوازی قطبی موج ہوا سے پانی کی طرف آمد ہے۔ زاویہ بریوسٹر حاصل کریں۔ پانی کا جزوی برقی مستقل $\epsilon_r = 80$ لیں۔

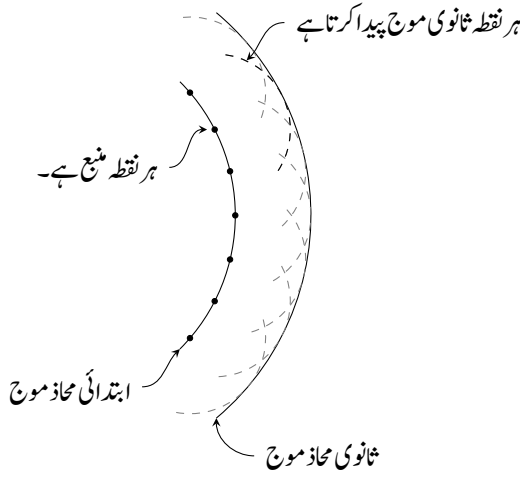
4082

حل:

$$(12.44) \quad \theta_{i, \text{بریوسٹر}} = \tan^{-1} \sqrt{\frac{80}{1}} = 83.6^\circ$$

4083

4084



شکل 12.5: ہائی گن کے اصول کے تحت محاذ موج پر ہر نقطہ منبع موج کا کردار ادا کرتا ہے۔

مشق 12.1: شکل 12.4 میں انعکاسی میدانوں کی سمتیں الٹ تصور کرتے ہوئے شرح انعکاس Γ_{\parallel} حاصل کریں۔ چونکہ یہاں انعکاسی میدان الٹ تصور کئے جا رہے ہیں لہذا ہم توقع کرتے ہیں کہ Γ_{\parallel} کی حاصل مساوات منفی ایک سے ضرب ہوگی۔

جواب: صرف انعکاسی امواج میں فرق ہوگا جنہیں یوں لکھا جائے گا۔

$$\mathbf{E}_{sr} = (\cos \theta_r \mathbf{a}_x + \sin \theta_r \mathbf{a}_y) \Gamma_{\parallel} E_0 e^{j\beta_1 (x \sin \theta_r - y \cos \theta_r)}$$

$$\mathbf{H}_{sr} = -\mathbf{a}_z \Gamma_{\parallel} \frac{E_0}{\eta_1} e^{j\beta_1 (x \sin \theta_r - y \cos \theta_r)}$$

شرح انعکاس $\frac{\eta_1 \cos \theta_i - \eta_2 \cos \theta_t}{\eta_1 \cos \theta_i + \eta_2 \cos \theta_t}$ حاصل ہوگا۔

12.2 ترسیم ہائی گن

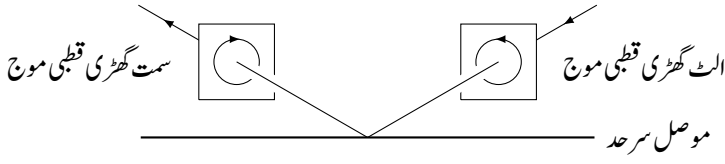
ہائی گن¹⁷ کا اصول کہتا ہے کہ محاذ موج پر ہر نقطہ کو منبع کروی موج تصور کیا جاسکتا ہے۔ شکل 12.5 میں اس اصول کو دکھایا گیا ہے جہاں ابتدائی محاذ موج پر مختلف نقطوں سے پیدا ہونے والی امواج دکھائے گئے ہیں۔ یہ ثانوی امواج مل کر ثانوی محاذ موج پیدا کرتی ہیں۔ ہائی گن کے اصول کی مدد سے شعاع کی راہ میں حائل چیز کے قریب شعاع کا مڑ جانا سمجھا جاسکتا ہے جو نانو انعکاس اور ناہی انحراف کے زمرے میں آتا ہے۔

شعاع کی راہ میں حائل موصل سطح شکل میں دکھائی گئی ہے۔ آئیں ہائی گن کے اصول سے نقطہ N پر برقی میدان

$$E = \int dE \quad (12.45)$$

حاصل کریں جہاں موصل سطح کے کنارے سے آگے x محدود پر عمومی نقطہ کو منبع موج تصور کرتے ہوئے N پر میدان dE کے برابر ہے۔

$$dE = \frac{E_0}{r} e^{-j\beta(r+\delta)} dx \quad (12.46)$$



شکل 12.6: الٹ گھڑی قطبی آمدی موج موصل سطح سے انعکاس کے بعد سمت گھڑی قطبیت رکھتی ہے۔

سے

$$(12.47) \quad E = \frac{E_0}{r} e^{-j\beta r} \int_a^\infty e^{-j\beta\delta} dx$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اگر $r \gg \delta$ ہو تب

$$(12.48) \quad \delta = \frac{x^2}{2r}$$

کے برابر ہو گا۔ یوں $k^2 = \frac{2}{r\lambda}$ اور $u = kx$ لیتے ہوئے

$$(12.49) \quad E = \frac{E_0}{kr} e^{-j\beta r} \int_{ka}^\infty e^{-j\frac{\pi u^2}{2}} du$$

لکھا جاسکتا ہے جسے

$$(12.50) \quad E = \frac{E_0}{kr} e^{-j\beta r} \left(\int_0^\infty e^{-j\frac{\pi u^2}{2}} du - \int_0^{ka} e^{-j\frac{\pi u^2}{2}} du \right)$$

لکھ سکتے ہیں۔

complex permittivity

dispersion

figTransmissionSmithFromInternet.tex is not giving the figure of the book

the answers should be at the end of the book

read chapter 9 onwards (proof reading)

put comsat's time table here.

energy travels along the wire and not in the wire.

antenna chapter, 3D figure at start and complete the start section.

house completion certificate.

zanyab fish

$F = \frac{dW}{dT}$ to include in inductance chapter plus a question or two

magnetization curve and an iteration example. fig 8.10, 11 of hayt.

charge is barqi bar.

add questions to machine book too.

take print outs for myself.

5016

5017

when giving fields always remember the following rules:

always ensure that divergence of magnetic field is zero.

moving waves must be of the form $E = E_0 \cos(\omega t - kz)$ where $c = (\mu * \epsilon)^{-0.5}$ and $k = 2 * \pi / \lambda$

include complex permittivity (7th ed Q12.18 says $\sigma = \omega \epsilon''$)

include 4th ed fig 11.11 of page 422

rename lossless and lossy dielectrics as

الباب 15

سوالات

قطبيت

جدول 15.1: σ

$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز	$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز
7×10^4	گرفتار	6.17×10^7	چاندی
1200	سلیکان	5.80×10^7	تانبا
100	فیرائٹ (عمومی قیمت)	4.10×10^7	سونا
5	سمندری پانی	3.82×10^7	المونیم
10^{-2}	چھونا پتھر	1.82×10^7	ٹنگسٹن
5×10^{-3}	چکنی مٹی	1.67×10^7	جست
10^{-3}	تازہ پانی	1.50×10^7	پیتل
10^{-4}	مقطر پانی	1.45×10^7	نکل
10^{-5}	ریتیلی مٹی	1.03×10^7	لوبا
10^{-8}	سنگ مرمر	0.70×10^7	قلعی
10^{-9}	بیک لائٹ	0.60×10^7	کاربن سٹیل
10^{-10}	چینی مٹی	0.227×10^7	مینگنیز
2×10^{-13}	بیرا	0.22×10^7	جرمنیم
10^{-16}	پولیسٹرن پلاسٹک	0.11×10^7	سٹینلس سٹیل
10^{-17}	کوارٹس	0.10×10^7	نائیکروم

جدول 15.2: $\sigma/\omega\epsilon$ and ϵ_R

$\sigma/\omega\epsilon$	ϵ_R	چیز
	1	خالی خلاء
	1.0006	ہوا
0.0006	8.8	المونیم آکسائیڈ
0.002	2.7	عنبر
0.022	4.74	بیک لائٹ
	1.001	کاربن ڈائی آکسائیڈ
	16	جرمنیم
0.001	4 تا 7	شیشہ
0.1	4.2	برف
0.0006	5.4	ابرق
0.02	3.5	نائلون
0.008	3	کاغذ
0.04	3.45	پلیکسی گلاس
0.0002	2.26	پلاسٹک (تھیلا بنانے والا)
0.000 05	2.55	پولیسٹرین
0.014	6	چینی مٹی
0.0006	4	ہائریکس شیشہ (برتن بنانے والا)
0.000 75	3.8	کوارٹس
0.002	2.5 تا 3	ریڑ
0.000 75	3.8	سلیکا SiO_2
	11.8	سلیکان
0.5	3.3	قدرتی برف
0.0001	5.9	کھانے کا نمک
0.07	2.8	خشک مٹی
0.0001	1.03	سٹائروفوم
0.0003	2.1	ٹیفلان
0.0015	100	ٹائٹینیم ڈائی آکسائیڈ
0.04	80	مقطر پانی
4		سمندری پانی
0.01	1.5 تا 4	خشک لکڑی

جدول 15.3: μ_R

μ_R	چیز
0.999 998 6	بسمت
0.999 999 42	پیرافین
0.999 999 5	لکڑی
0.999 999 81	چاندی
1.000 000 65	المونیم
1.000 000 79	بیریلم
50	نکل
60	ڈھلوان لوہا
300	مشین سٹیل
1000	فیرائٹ (عمومی قیمت)
2500	پریم بھرت (permalloy)
3000	ٹرانسفارمر پتری
3500	سیلکان لوہا
4000	خالص لوہا
20 000	میو میٹل (mumetal)
30 000	سنڈسٹ (sendust)
100 000	سوپریم بھرت (supermalloy)

جدول 15.4: اہم مستقل

قیمت	علامت	چیز
$(1.602\,189\,2 \pm 0.000\,004\,6) \times 10^{-19} \text{ C}$	c	الیکٹران چارج
$(9.109\,534 \pm 0.000\,047) \times 10^{-31} \text{ kg}$	m	الیکٹران کمیت
$(8.854\,187\,818 \pm 0.000\,000\,071) \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$	ϵ_0	برقی مستقل (خالی خلاء)
$4\pi 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$	μ_0	مقناطیسی مستقل (خالی خلاء)
$(2.997\,924\,574 \pm 0.000\,000\,011) \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	c	روشنی کی رفتار (خالی خلاء)

