

برقی و مقناطیسیات

خالد خان یوسفزئی
 کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
 khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

3

1	سمتیاں	1
1	4	
1.1	مقداری اور سمتیہ	1
1	5	
1.2	سمتی الجبرا	1
2	6	
1.3	کارتیسی محدود	1
3	7	
1.4	اکائی سمتیاں	1
5	8	
1.5	میدانی سمتیہ	1
9	9	
1.6	سمتی رقبہ	1
9	10	
1.7	غیر سمتی ضرب	1
10	11	
1.8	سمتی ضرب یا صلیبی ضرب	1
14	12	
1.9	گول نلکی محدود	1
17	13	
1.9.1	نلکی اکائی سمتیاں کا کارتسی اکائی سمتیاں کے ساتھ غیر سمتی ضرب	1
20	14	
1.9.2	نلکی اور کارتسی اکائی سمتیاں کا تعلق	1
20	15	
1.9.3	نلکی لامحدود سطحیں	1
25	16	
1.10	کروی محدود	1
27	17	
2	کولومب کا قانون	2
39	18	
2.1	قوت کشش یا دفع	2
39	19	
2.2	برقی میدان کی شدت	2
43	20	
2.3	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر کا برقی میدان	2
46	21	
2.4	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	2
51	22	
2.5	چارج بردار حجم	2
55	23	
2.6	مزید مثال	2
56	24	
2.7	برقی میدان کے سمت بہاؤ خط	2
64	25	

69 ²⁶	گاؤس کا قانون اور پھیلاؤ	3
69 ²⁷	ساکن چارج	3.1
69 ²⁸	فیراڈے کا تجربہ	3.2
70 ²⁹	گاؤس کا قانون	3.3
72 ³⁰	گاؤس کے قانون کا استعمال	3.4
72 ³¹	نقطہ چارج	3.4.1
74 ³²	یکساں چارج بردار کروی سطح	3.4.2
74 ³³	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر	3.4.3
75 ³⁴	ہم محوری تار	3.5
77 ³⁵	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	3.6
77 ³⁶	انتہائی چھوٹی حجم پر گاؤس کے قانون کا اطلاق	3.7
80 ³⁷	پھیلاؤ	3.8
82 ³⁸	نلکی محدود میں پھیلاؤ کی مساوات	3.9
84 ³⁹	پھیلاؤ کی عمومی مساوات	3.10
86 ⁴⁰	مسئلہ پھیلاؤ	3.11
93 ⁴¹	توانائی اور برقی دباؤ	4
93 ⁴²	توانائی اور کام	4.1
94 ⁴³	لکیری تکملہ	4.2
99 ⁴⁴	برقی دباؤ	4.3
100 ⁴⁵	نقطہ چارج کا برقی دباؤ	4.3.1
101 ⁴⁶	لکیری چارج کثافت سے پیدا برقی دباؤ	4.3.2
102 ⁴⁷	ہم محوری تار کا برقی دباؤ	4.3.3
102 ⁴⁸	متعدد نقطہ چارجوں کی برقی دباؤ	4.4
106 ⁴⁹	برقی دباؤ کی ڈھلوان	4.5
110 ⁵⁰	نلکی محدود میں ڈھلوان	4.5.1
111 ⁵¹	کروی محدود میں ڈھلوان	4.5.2
112 ⁵²	جفت قطب	4.6
114 ⁵³	جفت قطب کے سمت بہاؤ خط	4.6.1
117 ⁵⁴	ساکن برقی میدان کی کثافت توانائی	4.7

125 _s	موصل، ذو برق اور کیپسٹر	5
125 _{s6}	برقی رو اور کثافت برقی رو	5.1
127 _{s7}	استمراری مساوات	5.2
129 _{s8}	موصل	5.3
134 _{s9}	موصل کے خصوصیات اور سرحدی شرائط	5.4
137 _{s10}	عکس کی ترکیب	5.5
140 _{s11}	نیم موصل	5.6
141 _{s12}	ذو برق	5.7
146 _{s13}	کامل ذو برق کے سرحد پر برقی شرائط	5.8
150 _{s14}	موصل اور ذو برقی کے سرحدی شرائط	5.9
150 _{s15}	کیپسٹر	5.10
152 _{s16}	5.10.1 متوازی چادر کیپسٹر	
153 _{s17}	5.10.2 ہم محوری کیپسٹر	
153 _{s18}	5.10.3 ہم محوری کرہ کیپسٹر	
155 _{s19}	5.11 سلسلہ وار اور متوازی جڑے کیپسٹر	
156 _{s20}	5.12 دو متوازی تاروں کا کیپسٹنس	
169 _{s21}	پوٹنسن اور لاپلاس مساوات	6
171 _{s22}	6.1 مسئلہ یکنائی	
173 _{s23}	6.2 لاپلاس مساوات خطی ہے	
173 _{s24}	6.3 نلکی اور کروی محدود میں لاپلاس کی مساوات	
174 _{s25}	6.4 لاپلاس مساوات کے حل	
181 _{s26}	6.5 پوٹنسن مساوات کے حل کی مثال	
183 _{s27}	6.6 لاپلاس مساوات کا ضربی حل	
191 _{s28}	6.7 عددی دہرائے کا طریقہ	

199 ₉	ساکن مقناطیسی میدان	7
199 ₀	بایوٹ-سیوارٹ کا قانون	7.1
204 ₁	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.2
210 ₂	گردش	7.3
217 ₃	نلکی محدود میں گردش	7.3.1
222 ₄	عمومی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.2
224 ₅	کروی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.3
225 ₆	مسئلہ سٹوکس	7.4
228 ₇	مقناطیسی بہاو اور کثافت مقناطیسی بہاو	7.5
235 ₈	غیر سمتی اور سمتی مقناطیسی دباؤ	7.6
240 ₉	ساکن مقناطیسی میدان کے قوانین کا حصول	7.7
240 ₀	سمتی مقناطیسی دباؤ	7.7.1
242 ₁	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.7.2
249 ₂	مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادے اور امالہ	8
249 ₃	متحرک چارج پر قوت	8.1
250 ₄	تفرقی چارج پر قوت	8.2
254 ₅	برقی رو گزارتے تفرقی تاروں کے مابین قوت	8.3
255 ₆	قوت اور مروڑ	8.4
261 ₇	فولادی مقناطیسی اشیاء اور مقناطیسی خطے	8.5
262 ₈	مقناطیسیت اور مقناطیسی مستقل	8.6
265 ₉	مقناطیسی سرحدی شرائط	8.7
268 ₀₀	مقناطیسی دور	8.8
271 ₀₁	مقناطیسی مخفی توانائی	8.9
271 ₀₂	خود امالہ اور مشترکہ امالہ	8.10
277 ₀₃	مشترکہ امالہ	8.11

283 ₀₄	وقت کے ساتھ بدلنے میدان اور میکس ویل کے مساوات	9
283 ₀₅	فیراڈے کا قانون	9.1
290 ₀₆	انتقالی برقی رو	9.2
296 ₀₇	میکس ویل مساوات کی نقطہ شکل	9.3
298 ₀₈	میکس ویل مساوات کی تکمل شکل	9.4
303 ₀₉	تاخیری دباو	9.5
311 ₁₀	مستوی امواج	10
311 ₁₁	خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی مستوی امواج	10.1
312 ₁₂	برقی و مقناطیسی مستوی امواج	10.2
320 ₁₃	10.2.1 خالی خلاء میں امواج	
323 ₁₄	10.2.2 خالص یا کامل ذو برق میں امواج	
325 ₁₅	10.2.3 ناقص یا غیر کامل ذو برقی میں امواج	
329 ₁₆	10.3 پوٹنٹنگ سمتیہ	
334 ₁₇	10.4 موصل میں امواج	
340 ₁₈	10.5 انعکاس مستوی موج	
347 ₁₉	10.6 شرح ساکن موج	
352 ₂₀	10.7 دو سرحدی انعکاس	
357 ₂₁	10.7.1 فیری-پیروٹ طیف پیما	
359 ₂₂	10.7.2 $\eta_1 \neq \eta_3$ کی صورت میں ہم رکاوٹ صورت کا حصول	
360 ₂₃	10.7.3 متعدد سرحدی مسئلہ	
361 ₂₄	10.8 خطی، بیضوی اور دائری تقطیب	
368 ₂₅	10.9 بیضوی یا دائری قطبی امواج کا پوٹنٹنگ سمتیہ	

379 ₂₆	11 ترسیلی تار
379 ₂₇	11.1 ترسیلی تار کے مساوات
383 ₂₈	11.2 ترسیلی تار کے مستقل
384 ₂₉	11.2.1 ہم محوری تار کے مستقل
387 ₃₀	11.2.2 دو متوازی تار کے مستقل
388 ₃₁	11.2.3 سطح مستوی ترسیلی تار
389 ₃₂	11.3 ترسیلی تار کے چند مثال
397 ₃₃	11.4 ترسیمی تجزیہ، سمتھ نقشہ
404 ₃₄	11.4.1 سمتھ فراوانی نقشہ
406 ₃₅	11.5 تجرباتی نتائج پر مبنی چند مثال
410 ₃₆	11.6 تجزیہ عارضی حال
427 ₃₇	12 ترچھی آمد، انعکاس، انحراف اور انکسار
427 ₃₈	12.1 ترچھی آمد
439 ₃₉	12.2 قطبی موج کی ترچھی آمد
443 ₄₀	12.3 ترسیم بائی گن
447 ₄₁	13 موج اور گھمکیا
447 ₄₂	13.1 برقی دور، ترسیلی تار اور موج کا موازنہ
448 ₄₃	13.2 دو لامحدود وسعت کے مستوی چادروں کے موج میں عرضی برقی موج
454 ₄₄	13.3 کھوکھلا مستطیل موج
463 ₄₅	13.3.1 مستطیلی موج کے میدان پر تفصیلی غور
470 ₄₆	13.4 مستطیلی موج میں عرضی مقناطیسی TM_{mn} موج
474 ₄₇	13.5 کھوکھلی نالی موج
481 ₄₈	13.6 انقطاعی تعدد سے کم تعدد پر تضعیف
482 ₄₉	13.7 انقطاعی تعدد سے بلند تعدد پر تضعیف
486 ₅₀	13.8 سطحی موج
491 ₅₁	13.9 ذو برق تختی موج
494 ₅₂	13.10 شیش ریشہ
497 ₅₃	13.11 پردہ بصارت
498 ₅₄	13.12 گھمکی خلاء
502 ₅₅	13.13 میکس ویل مساوات کا عمومی حل

- 14.1 تعارف 515⁵⁷
- 14.2 تاخیری دباؤ 515⁵⁸
- 14.3 تکمل 517⁵⁹
- 14.4 مختصر جفت قطبی اینٹینا 518⁶⁰
- 14.5 مختصر جفت قطب کا اخراجی مزاحمت 526⁶¹
- 14.6 ٹھوس زاویہ 529⁶²
- 14.7 اخراجی رقبہ، سمتیت اور افزائش 530⁶³
- 14.8 قطاری ترتیب 537⁶⁴
- 14.8.1 غیر سمتی، دو نقطہ منبع 537⁶⁵
- 14.8.2 ضرب نقش 538⁶⁶
- 14.8.3 ثنائی قطار 539⁶⁷
- 14.8.4 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار 541⁶⁸
- 14.8.5 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: چوڑائی جانب اخراجی قطار 543⁶⁹
- 14.8.6 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: لمبائی جانب اخراجی قطار 543⁷⁰
- 14.8.7 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: بدلنے زاویہ اخراجی اینٹینا 547⁷¹
- 14.9 تداخل پیمہ 548⁷²
- 14.10 مسلسل خطی اینٹینا 549⁷³
- 14.11 مستطیل سطحی اینٹینا 550⁷⁴
- 14.12 اخراجی سطح پر میدان اور دور میدان آپس کے فوریر بدل ہیں 553⁷⁵
- 14.13 خطی اینٹینا 553⁷⁶
- 14.14 چلتے موج اینٹینا 558⁷⁷
- 14.15 چھوٹا گھیرا اینٹینا 559⁷⁸
- 14.16 پیچ دار اینٹینا 560⁷⁹
- 14.17 دو طرفہ کردار 562⁸⁰
- 14.18 جھری اینٹینا 564⁸¹
- 14.19 پیپا اینٹینا 565⁸²
- 14.20 فرانس ریڈار مساوات 567⁸³
- 14.21 ریڈیائی دوربین، اینٹینا کی حرارت اور تحلیلی کارکردگی 570⁸⁴
- 14.22 حرارت نظام اور حرارت بعید 572⁸⁵

باب 14

اینٹینا اور شعاعی اخراج

14.1 تعارف

14.2 تاخیری دباو

کسی بھی اخراج شعاع کے نظام میں موج کے ترسیل کے لئے درکار دورانیہ اہمیت رکھتا ہے۔ یوں شکل 14.3 میں دکھائے تار میں برقی رو سے پیدا میدان کا اثر نقطہ N پر کچھ وقفے سے ہوگا۔ خالی خلاء میں یہ وقفہ موج کو تار سے نقطے تک پہنچنے کا دورانیہ $\frac{r}{c}$ ہے جہاں $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ خالی خلاء میں شعاع کی رفتار ہے۔ یوں N کے نقطہ نظر سے تار میں برقی رو

$$I = I_0 \cos \omega t \quad (14.1)$$

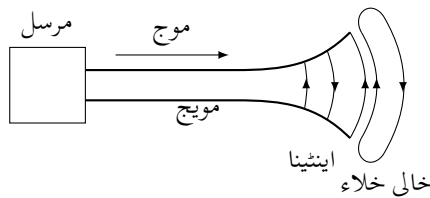
کی بجائے

$$[I] = I_0 \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \quad (14.2)$$

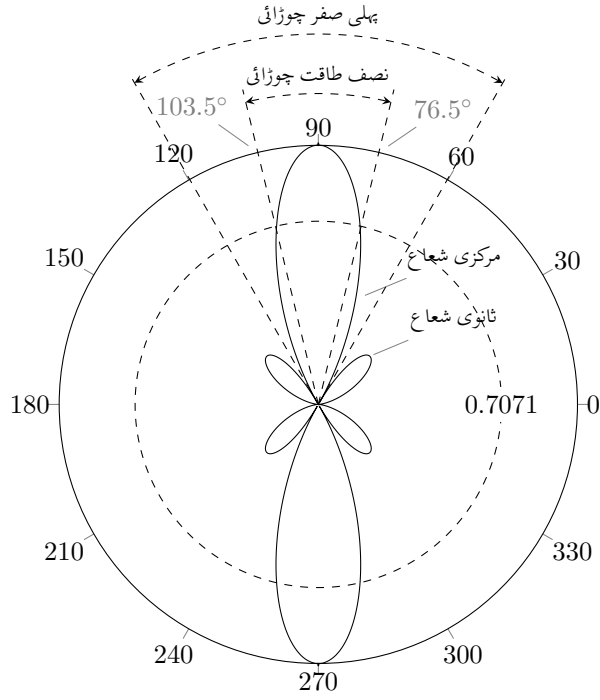
لکھی جاسکتی ہے جہاں $[I]$ تاخیری برقی رو¹ کہلاتی ہے۔ تاخیری تفاعل کو چکور قوسین میں بند لکھا جاتا ہے۔ تاخیری برقی رو لکھتے ہوئے وقت t کی جگہ تاخیری وقت $(t - \frac{r}{c})$ استعمال کیا جاتا ہے۔

مساوات 14.2 کہتا ہے کہ نقطہ N پر لمحہ t پر پیدا اثر، گزرے لمحے $(t - \frac{r}{c})$ پر تار میں برقی رو کا اثر ہے جہاں تار سے N تک فاصلہ r ہے۔ تار سے N تک شعاع پہنچنے کا دورانیہ $\frac{r}{c}$ ہے۔

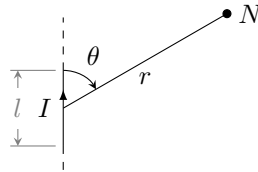
retarded current¹



شکل 14.1: اینٹینا وہ عبوری خطہ ہے جہاں منضبط موج ترسیلی نظام سے نکل کر خلاء میں بطور آزاد موج خارج ہوتی ہے۔



شکل 14.2: اینٹینا کے شعاع کا نقش



شکل 14.3: برفی رو گزرتی تار کی چھوٹی لمبائی

گزشتہ بابوں میں امواج کی بات کرتے ہوئے $\cos(\omega t - \beta x)$ استعمال کیا گیا جس میں $c = \frac{\omega}{\beta}$ کے استعمال سے

$$(14.3) \quad \cos(\omega t - \beta x) = \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right)$$

4832

لکھا جاسکتا ہے جو تاخیری تفاعل کو ظاہر کرتی ہے۔

مساوات 14.2 کی دوری سمتیہ شکل

$$(14.4) \quad [I] = I_0 e^{j\omega(t-r/c)} = I_0 e^{j(\omega t - \beta r)}$$

ہے۔ اسی طرح کثافت برقی رو کی تاخیری دوری سمتیہ شکل

$$(14.5) \quad [J] = J_0 e^{j\omega(t-r/c)} = J_0 e^{j(\omega t - \beta r)}$$

ہوگی جسے استعمال کرتے ہوئے تاخیری مقناطیسی دباؤ

$$(14.6) \quad [A] = \frac{\mu}{4\pi} \int_h \frac{[J]}{r} dh = \frac{\mu}{4\pi} \int_h \frac{J_0 e^{j\omega(t-r/c)}}{r} dh$$

لکھا جائے گا۔ اسی طرح تاخیری جمعی کثافت چارج

$$(14.7) \quad [\rho_h] = \rho_0 e^{j\omega(t-r/c)}$$

لکھتے ہوئے تاخیری برقی دباؤ

$$(14.8) \quad [V] = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_h \frac{[\rho_h]}{r} dh$$

لکھا جائے گا۔ باب-9 کے آخر میں مساوات 9.76 اور مساوات 9.75 کے بائیں ہاتھ کے تفاعل کو چکور قوسین میں لکھ کر موج کی رفتار c لیتے ہوئے اور فاصلے کو کمزوری محدود کے رداس r سے ظاہر کرنے سے یہی مساوات حاصل ہوتے ہیں۔

4834

ہم یہاں اصل موضوع سے ہٹ کر ایک مکمل پر غور کرتے ہیں جو اس باب میں بار بار استعمال کیا جائے گا۔

4835

14.3 تکمل

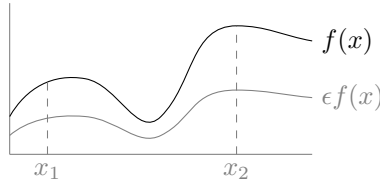
4836

شکل 14.4 میں تفاعل $f(x)$ دکھایا گیا ہے جس کا x_1 تا x_2 مکمل خط کے نیچے دو عمودی نقطہ دار لکیروں کے مابین رقبہ کے برابر ہے۔ اس رقبہ کو K کہتے ہوئے

$$(14.9) \quad \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx = K$$

لکھا جاسکتا ہے۔ شکل میں ہلکی سیاہی میں $\frac{f(x)}{2}$ بھی دکھایا گیا ہے جسے $\epsilon f(x)$ لکھا گیا ہے جہاں $\epsilon = 0.5$ ہے۔ چونکہ x_1 تا x_2 کے ہر نقطے پر تفاعل کی قیمت آدھی ہے لہذا ہلکی سیاہی کے خط کے نیچے رقبہ $\frac{K}{2}$ ہوگا لہذا

$$(14.10) \quad \int_{x_1}^{x_2} \epsilon f(x) dx = \frac{K}{2} = \epsilon K$$



شکل 14.4: تفاعل کا تکمل

لکھا جائے گا۔ اب فرض کریں کہ $\epsilon(x)$ مستقل نہیں ہے بلکہ اس کی قیمت x پر منحصر ہے۔ مزید یہ کہ $\epsilon(x)$ کی قیمت 0 تا ϵ ممکن ہے۔ ایسی صورت میں x_1 تا x_2 پر $\epsilon(x)f(x)$ کی قیمت 0 تا $\epsilon f(x)$ ممکن ہے لہذا $\epsilon(x)f(x)$ کا تکمل ϵK سے کم ہو گا یعنی

$$(14.11) \quad \int_{x_1}^{x_2} \epsilon(x)f(x) dx \leq \epsilon K$$

جہاں ہر جگہ $\epsilon(x) = 1$ کو بھی مد نظر رکھا گیا ہے۔ اگر $\epsilon \rightarrow 0$ ہو تب تکمل قابل نظر انداز

$$(14.12) \quad \int_{x_1}^{x_2} \epsilon(x)f(x) dx \rightarrow 0 \quad (\epsilon \rightarrow 0)$$

4837

ہو گا۔

آئیں اب $\frac{f(x)}{1+\epsilon}$ کے تکمل

$$(14.13) \quad \int_{x_1}^{x_2} \frac{f(x)}{1+\epsilon} dx$$

پر غور کریں جہاں $\epsilon \rightarrow 0$ کے برابر ہے۔ ہم

$$(14.14) \quad \frac{1}{1+\epsilon} = (1+\epsilon)^{-1} = 1 - \frac{\epsilon}{1!} + \frac{\epsilon^2}{2!} - \frac{\epsilon^3}{3!} + \dots$$

لکھ سکتے ہیں لہذا تکمل

$$(14.15) \quad \int_{x_1}^{x_2} \left(1 - \frac{\epsilon}{1!} + \frac{\epsilon^2}{2!} - \frac{\epsilon^3}{3!} + \dots\right) f(x) dx$$

صورت اختیار کر لے گا۔ مساوات 14.12 کو استعمال کرتے ہوئے $\epsilon \rightarrow 0$ کی صورت میں اسے

$$(14.16) \quad \int_{x_1}^{x_2} \frac{f(x)}{1+\epsilon} dx = \int_{x_1}^{x_2} \left(1 - \frac{\epsilon}{1!} + \frac{\epsilon^2}{2!} - \frac{\epsilon^3}{3!} + \dots\right) f(x) dx \approx \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$$

4838

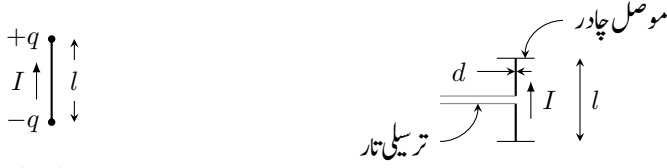
لکھا جاسکتا ہے جو K کے برابر ہے۔

4839

14.4 مختصر جفت قطبی اینٹینا

مختصر لمبائی کے سیدھے موصل تار کو عموماً مختصر جفت قطب² کہا جاتا ہے۔ مندرجہ ذیل گفتگو میں مختصر جفت قطب کی لمبائی محدود ہوگی۔ لا محدود حد تک کم لمبائی کی صورت میں اسے صغاری جفت قطب³ کہا جائے گا۔

4841



ب: جفت قطب بطور چھوٹی تار

الف: متوازن ترسیلی تار سے جفت قطب کو طاقت مہیا کی گئی ہے۔

شکل 14.5: جفت قطب

خطی نوعیت کے کسی بھی اینٹینا کو متعدد تعداد کے سلسلہ وار جڑے مختصر جفت قطبوں کا مجموعہ تصور کیا جاسکتا ہے لہذا مختصر جفت قطب کی خاصیت جانتے ہوئے زیادہ لمبے جفت قطب یا مختلف انداز میں جڑے موصل تاروں کی خاصیت جاننے میں مدد ملے گی۔

4843

آئیں شکل 14.5-الف میں دکھائے مختصر جفت قطب پر غور کریں جس کی لمبائی l طول موج سے بہت کم $\lambda \ll l$ ہے۔ جفت قطب کے سروں پر موصل چادر بطور کپیسٹر بوجھ کر دار ادا کرتے ہیں۔ جفت قطب کی مختصر لمبائی اور اس کے سروں پر موصل چادر مل کر جفت قطب کی پوری لمبائی پر تقریباً برابر برقی رو رکھنے میں مدد دیتے ہیں۔ جیسے شکل-الف میں دکھایا گیا ہے، جفت قطب کو متوازن ترسیلی تار سے طاقت مہیا کی جاسکتی ہے۔ یہ فرض کرتے ہوئے کہ ترسیلی تار سے شعاعی اخراج نہیں ہوتی، اس کے موجودگی کو نظر انداز کیا جائے گا۔ جفت قطب کے سروں پر نسب موصل چادروں کے شعاعی اخراج کو بھی نظر انداز کیا جائے گا۔ جفت قطب کی موٹائی d اس کے لمبائی سے بہت کم $d \ll \lambda$ ہے۔ ان حقائق کو مد نظر رکھتے ہوئے تحلیلی تجزیے کی خاطر جفت قطب کو شکل 14.5-ب کی طرح تصور کیا جاسکتا ہے۔ ایسا جفت قطب یکساں برقی رو I گزارتا، لمبائی کا تار معلوم ہو گا جس کے دونوں سروں پر برابر مگر الٹ قطب کے چارج q ہوں۔ کپیسٹر پر چارج q اور برقی رو I کا تعلق

$$I = \frac{\partial q}{\partial t} \quad (14.17)$$

4844

ہے۔

آئیں لامحدود وسعت کی خالی خلاء میں جفت قطب کے میدان حاصل کریں۔ جفت قطب کے وسط کو کرومی محدود کے مرکز اور لمبائی کو z محدود پر رکھتے ہوئے آگے بڑھتے ہیں۔ کسی بھی نقطہ N پر عموماً آپس میں عمودی تین میدان E_r, E_θ اور E_ϕ پائے جائیں گے۔

4846

کسی بھی نقطہ N پر مساوات 9.71 اور مساوات 9.73 بالترتیب مقناطیسی میدان اور برقی میدان دیتے ہیں

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} \quad (14.18)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (14.19)$$

4847

جہاں

V نقطہ N پر مقدراری برقی دباؤ

4848

\mathbf{A} نقطہ N پر سمتی دباؤ

4849

ہیں۔ اگر ہمیں کسی بھی نقطہ پر مقدراری دباؤ V اور سمتی دباؤ \mathbf{A} معلوم ہوں تب مندرجہ بالا دو مساوات سے اس نقطہ پر برقی اور مقناطیسی میدان حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ چونکہ ہمیں جفت قطب سے دور میدان درکار ہیں لہذا ایسی صورت میں مساوات 14.6 اور مساوات 14.8 میں دئے تاخیری دباؤ قابل استعمال ہوں گے۔ یوں ان مساوات کو

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times [\mathbf{A}] \quad (14.20)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla[V] - \frac{\partial[\mathbf{A}]}{\partial t} = -\nabla[V] - j\omega[\mathbf{A}] \quad (14.21)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں مساوات 9.59 اور مساوات 9.60 سے تاخیری دباؤ

$$(14.22) \quad [A] = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_h \frac{J_0 e^{j\omega(t-r/c)}}{r} dh$$

$$(14.23) \quad [V] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_h \frac{\rho_0 e^{j\omega(t-r/c)}}{r} dh$$

لکھے جاسکتے ہیں۔

کسی بھی برقی چارج اور برقی رو سے پیدا میدان مساوات 14.20 اور مساوات 14.21 سے حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ مساوات 14.23 کے تحت تاخیری مقدار دباؤ [V] صرف ساکن چارجوں پر منحصر ہے جبکہ مساوات 14.22 کے تحت تاخیری سمتی دباؤ [A] صرف برقی رو یعنی حرکت کرتے چارجوں پر منحصر ہے۔ مساوات 14.20 کے تحت مقناطیسی میدان H صرف برقی رو یعنی حرکت کرتے چارجوں پر منحصر ہے جبکہ مساوات 14.21 کے تحت برقی میدان E ساکن چارج اور برقی رو دونوں پر منحصر ہے۔ ہم جلد دیکھیں گے کہ کسی بھی چارج اور برقی رو سے دور پیدا مقناطیسی اور برقی میدانوں کا دار مدار صرف برقی رو پر ہوتا ہے۔ چونکہ اس باب میں تاخیری دباؤ ہی استعمال کئے جائیں گے لہذا انہیں چکور قوسین میں لکھنے سے گریز کیا جائے گا۔ اس باب میں یہاں سے آگے بغیر چکور قوسین کے دباؤ کو تاخیری دباؤ ہی سمجھا جائے۔

شکل سے ظاہر ہے کہ سمتی دباؤ کا صرف a_z جزو

$$(14.24) \quad A = \frac{a_z \mu_0}{4\pi} \int_{-l/2}^{l/2} \frac{I_0 e^{j(\omega t - \beta s)}}{s} dz$$

پایا جاتا ہے۔ اگر جفت قطب کی لمبائی l، نقطہ N سے جفت قطب تک فاصلہ r سے نہایت کم $r \ll l$ اور طول موج λ سے بھی نہایت کم $\lambda \ll l$ ہو تب مندرجہ بالا مساوات میں متغیر فاصلہ s کی جگہ مستقل فاصلہ r پر کیا جاسکتا ہے⁴ اور ساتھ ہی ساتھ l پر مختلف نقطوں سے N پر پیدا دباؤ میں زاویائی فرق کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ اس طرح ان تمام کو مکمل کے باہر لے جایا جاسکتا ہے۔ جفت قطب کی پوری لمبائی پر یک برابر برقی رو I_0 کی صورت میں I_0 کو بھی مکمل کے باہر لے جایا جاسکتا ہے۔ یوں مندرجہ بالا مساوات سے

$$(14.25) \quad A = \frac{a_z \mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس مساوات کو کروئی محدود میں یوں

$$A = A_r a_r + A_\theta a_\theta + A_\phi a_\phi$$

لکھا جائے گا جہاں

$$(14.26) \quad \begin{aligned} A_r &= a_r \cdot A = \frac{\mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} a_r \cdot a_z = \frac{\mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} \cos \theta \\ A_\theta &= a_\theta \cdot A = \frac{\mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} a_\theta \cdot a_z = -\frac{\mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} \sin \theta \\ A_\phi &= a_\phi \cdot A = \frac{\mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} a_\phi \cdot a_z = 0 \end{aligned}$$

ہوں گے جہاں اکائی سمتیات کے مقداری ضرب صفحہ 32 پر جدول 1.2 سے حاصل کئے گئے۔ اس طرح

$$(14.27) \quad A = \frac{\mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} (\cos \theta a_r - \sin \theta a_\theta)$$

لکھا جائے گا۔

⁴ جیسے حصہ 14.3 میں دکھایا گیا ہے۔

ساکن چارج جفت قطب کے سروں پر پایا جاتا ہے لہذا مقداری دباو

$$(14.28) \quad V = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{e^{j(\omega t - \beta s_1)}}{s_1} - \frac{e^{j(\omega t - \beta s_2)}}{s_2} \right]$$

ہوگا جہاں مساوات 14.17 کے تحت

$$(14.29) \quad q = \int I dt = \frac{I}{j\omega}$$

کے برابر ہے جہاں

$$I = I_0 e^{j(\omega t - \beta s)}$$

$$q = q_0 e^{j(\omega t - \beta s)}$$

ہیں۔ مساوات 14.29 سے $q_0 = \frac{I_0}{j\omega}$ حاصل کرتے ہوئے مساوات 14.28 میں پر کرتے ہیں۔

$$(14.30) \quad V = \frac{I_0}{4\pi\epsilon_0 j\omega} \left[\frac{e^{j(\omega t - \beta s_1)}}{s_1} - \frac{e^{j(\omega t - \beta s_2)}}{s_2} \right]$$

شکل کو دیکھ کر

$$s_1 = r - \frac{l}{2} \cos \theta$$

$$s_2 = r + \frac{l}{2} \cos \theta$$

لکھ جاسکتے ہیں جنہیں مساوات 14.30 میں پر کرتے

$$(14.31) \quad V = \frac{I_0 e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi\epsilon_0 j\omega} \left[\frac{(r + \frac{l}{2} \cos \theta) e^{j\frac{\beta l}{2} \cos \theta} - (r - \frac{l}{2} \cos \theta) e^{-j\frac{\beta l}{2} \cos \theta}}{r^2 - \frac{l^2}{4} \cos^2 \theta} \right]$$

ملتا ہے۔ چکور قوسین میں شرح کے نچلے حصے میں $l \gg r$ کی وجہ سے $\cos^2 \theta \frac{l^2}{4}$ کو نظر انداز کرتے ہیں۔ مسئلہ ڈی موئے⁵ کے استعمال سے

$$(14.32) \quad V = \frac{I_0 e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi\epsilon_0 j\omega r^2} \left[\left(r + \frac{l}{2} \cos \theta \right) \left(\cos \frac{\beta l \cos \theta}{2} + j \sin \frac{\beta l \cos \theta}{2} \right) - \left(r - \frac{l}{2} \cos \theta \right) \left(\cos \frac{\beta l \cos \theta}{2} - j \sin \frac{\beta l \cos \theta}{2} \right) \right]$$

لکھا جائے گا۔ چونکہ $\lambda \ll l$ ہے لہذا

$$\cos \frac{\beta l \cos \theta}{2} = \cos \frac{\pi l \cos \theta}{\lambda} \approx 1$$

$$\sin \frac{\beta l \cos \theta}{2} \approx \frac{\beta l \cos \theta}{2}$$

ہوں گے، جنہیں مساوات 14.32 میں پر کرنے سے

$$(14.33) \quad V = \frac{I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)} \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 c} \left(\frac{1}{r} + \frac{c}{j\omega r^2} \right)$$

حاصل ہوتا ہے جہاں

($e^{j\alpha} = \cos \alpha + j \sin \alpha$) de Moivre's theorem⁵

I_0 برقی رو کا محیط یعنی اس کی زیادہ سے زیادہ قیمت، A،

l جفت قطب کی لمبائی، m،

ω زاویائی تعدد ($\omega = 2\pi f$)، اکائی rad/s، جہاں ہر ٹHz میں تعدد f ہے

β زاویائی مستقل ($\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$)، اکائی rad/m،

t وقت، s،

θ جفت قطب اور جفت قطب سے نقطہ N تک سمتیہ کے مابین زاویہ

ϵ_0 خالی خلاء کا برقی مستقل، 8.854 pF/m،

c خالی خلاء میں شعاع کی رفتار، 3×10^8 m/s،

j خیالی عدد $\sqrt{-1}$

r جفت قطب کے وسط سے نقطہ N تک فاصلہ، m،

ہیں۔

مختصر جفت قطب کے وسط سے، $\lambda \ll l$ اور $r \ll l$ کی صورت میں، r فاصلے اور θ زاویے پر مساوات 14.27 سمتی و باواور مساوات 14.33 مقدار ی و باو دیتے ہیں۔ کرو ی محدود میں مقدار ی و باو کی ڈھلوان

$$\begin{aligned} \nabla V &= \frac{\partial V}{\partial r} \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \mathbf{a}_\phi \\ (14.34) \quad &= \frac{I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi \epsilon_0 c} \left[- \left(\frac{\cos \theta}{r^2} + \frac{2c \cos \theta}{j\omega r^3} \right) \mathbf{a}_r - \left(\frac{\sin \theta}{r} + \frac{c \sin \theta}{j\omega r^2} \right) \mathbf{a}_\theta \right] \end{aligned}$$

کے برابر ہے۔ برقی میدان $E = E_r \mathbf{a}_r + E_\theta \mathbf{a}_\theta + E_\phi \mathbf{a}_\phi$ کے اجزاء مساوات 14.21 کی مدد سے

$$\begin{aligned} E_r &= -\frac{\partial V}{\partial r} - j\omega A_r \\ E_\theta &= -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} - j\omega A_\theta \\ E_\phi &= -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} - j\omega A_\phi \end{aligned}$$

لکھے جاسکتے ہیں جن میں مطلوبہ تفاعل پر کرنے سے برقی میدان کے عمومی مساوات

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{I_0 l \cos \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{2\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{cr^2} + \frac{1}{j\omega r^3} \right) \\ (14.35) \quad E_\theta &= \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{j\omega}{c^2 r} + \frac{1}{cr^2} + \frac{1}{j\omega r^3} \right) \quad \text{عمومی میدان} \\ E_\phi &= 0 \end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں۔

مقناطیسی میدان مساوات 14.20 سے حاصل ہوگی۔ کروی محدود میں سمتی دباؤ کی گردش

$$(14.36) \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial(A_\theta \sin \theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} \right] \mathbf{a}_r + \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial A_r}{\partial \phi} - \frac{\partial(r A_\phi)}{\partial r} \right] \mathbf{a}_\theta + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(r A_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \mathbf{a}_\phi$$

میں مساوات 14.26 پر کرنے سے مقناطیسی میدان کی عمومی مساوات

$$(14.37) \quad \begin{aligned} H_\phi &= \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi} \left(\frac{j\omega}{cr} + \frac{1}{r^2} \right) & \text{عمومی میدان} \\ H_r &= 0 \\ H_\theta &= 0 \end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں جہاں $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ کا استعمال کیا گیا۔

مساوات 14.35 اور مساوات 14.37 کے تحت جفت قطب سے پیدا میدان کے صرف تین اجزاء E_θ ، E_r اور H_ϕ پائے جاتے ہیں۔ جفت قطب سے زیادہ فاصلے پر میدان کی مساوات میں $\frac{1}{r^2}$ یا $\frac{1}{r^3}$ کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ یوں E_r قابل نظر انداز ہوگا لہذا $E_r \approx 0$ تصور کیا جائے گا جبکہ

$$(14.38) \quad \begin{aligned} E_\theta &= \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi \epsilon_0} \frac{j\omega}{c^2 r} = j \frac{30 I_0 \beta l}{r} \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)} \\ H_\phi &= \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi} \frac{j\omega}{cr} = j \frac{I_0 \beta l}{4\pi r} \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)} & \text{دور میدان} \end{aligned}$$

ہوں گے۔ مساوات 14.38 استعمال کرتے ہوئے برقی اور مقناطیسی میدان کی شرح

$$(14.39) \quad \frac{E_\theta}{H_\phi} = \frac{1}{\epsilon_0 c} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 376.7 \Omega$$

حاصل ہوتی ہے جو خالی خلاء کی قدرتی رکاوٹ ہے۔

یہاں اس حقیقت پر توجہ دیں کہ خالی خلاء میں TEM موج کی طرح، جفت قطب سے دور E_θ اور H_ϕ آپس میں ہم قدم ہیں۔ اس کے علاوہ دونوں میدان $\sin \theta$ کے راست تناسب ہیں یعنی جفت قطب کے محوری سمت $\theta = 0^\circ$ پر ان کی قیمت صفر جبکہ $\theta = 90^\circ$ پر ان کی قیمت زیادہ سے زیادہ ہے۔ اندر سے ⁶ شکل کی ان میدان کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔

جفت قطب سے دور میدان حاصل کرتے وقت مساوات 14.35 اور مساوات 14.37 میں $\frac{1}{r^3}$ یا $\frac{1}{r^2}$ رکھتے اجزاء کو نظر انداز کیا گیا یعنی E_θ میں

$$\begin{aligned} \left| j \frac{\omega}{c^2 r} \right| &\gg \frac{1}{cr^2} \\ \left| j \frac{\omega}{c^2 r} \right| &\gg \left| \frac{1}{j\omega r^3} \right| \end{aligned}$$

یا

$$(14.40) \quad r \gg \frac{c}{\omega}$$

تصور کیا گیا۔ اسی طرح H_ϕ میں بھی

$$\left| j \frac{\omega}{cr} \right| \gg \frac{1}{r^2}$$

یا

$$(14.41) \quad r \gg \frac{c}{\omega}$$

تصور کیا گیا جسے

$$(14.42) \quad r \gg \frac{1}{\beta} \quad (\text{دور میدان})$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔ اگر جفت قطب کے قریب میدان کی بات کی جائے تو $\frac{c}{\omega} \ll r$ یعنی $\frac{1}{\beta} \ll r$ لیا جائے گا۔ یوں مساوات 14.35 اور مساوات 14.37 میں

$$\begin{aligned} \frac{1}{cr^2} &\ll \left| \frac{1}{j\omega r^3} \right| \\ \left| \frac{j\omega}{c^2 r} \right| &\ll \left| \frac{1}{j\omega r^3} \right| \\ \frac{1}{cr^2} &\ll \left| \frac{1}{j\omega r^3} \right| \\ \left| \frac{j\omega}{cr} \right| &\ll \frac{1}{r^2} \end{aligned}$$

ہوں گے لہذا قریبی میدان

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{I_0 l \cos \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{j\omega r^3} = \frac{I_0 l \cos \theta e^{j(\omega t - \beta r - \frac{\pi}{2})}}{2\pi\epsilon_0 \omega r^3} \\ E_\theta &= \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{j\omega r^3} = \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r - \frac{\pi}{2})}}{4\pi\epsilon_0 \omega r^3} \\ H_\phi &= \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi} \frac{1}{r^2} = \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r^2} \quad \text{قریبی میدان} \end{aligned} \quad (14.43)$$

لکھے جاسکتے ہیں۔ کل قریبی برقی میدان

$$(14.44) \quad \mathbf{E} = E_r \mathbf{a}_r + E_\theta \mathbf{a}_\theta = \left[\frac{I_0 l \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 \omega r^3} \mathbf{a}_r + \frac{I_0 l \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 \omega r^3} \mathbf{a}_\theta \right] e^{j(\omega t - \beta r - \frac{\pi}{2})}$$

ہوگا۔ مساوات 14.44 کے برقی میدان میں جزو ضربی $e^{j(\omega t - \beta r - \frac{\pi}{2})}$ پایا جاتا ہے جبکہ مقناطیسی میدان میں جزو ضربی $e^{j(\omega t - \beta r)}$ پایا جاتا ہے۔ یوں جفت قطب کے قریب کسی بھی نقطے پر ہر لمحہ برقی میدان اور مقناطیسی میدان میں $\frac{\pi}{2}$ زاویے کا فرق پایا جاتا ہے جو ساکن میدان کی نشانی ہے۔

جفت قطب کے قریب برقی اور مقناطیسی میدان میں لحاتی طور $\frac{\pi}{2}$ ریڈین کا زاویہ پایا جاتا ہے جبکہ جفت قطب سے دور دونوں میدان لحاتی طور پر ہم قدم ہیں لہذا کسی درمیانے فاصلے پر ان میدانوں میں 45° کا زاویہ ہوگا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ جفت قطب سے فاصلہ بڑھانے سے برقی میدان وقت کی نسبت سے گھوم کر مقناطیسی میدان کے ہم قدم ہو جاتا ہے۔

خلوط پوٹننگ سمتیہ استعمال کرتے ہوئے مساوات 14.38 سے دور میدان میں کثافت توانائی

$$\mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{1}{2} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]_{\text{حقیقی}} = \frac{1}{2} E_\theta H_\phi^* \mathbf{a}_r = \frac{15 I_0^2 \beta^2 l^2}{4\pi r^2} \sin^2 \theta \mathbf{a}_r \quad \text{دور کثافت طاقت}$$

حاصل ہوتی ہے جو د اسی سمت میں منتقل ہوتی حقیقی توانائی ہے۔ یہی اینٹینا کی شعاعی اخراج ہے۔ شعاعی اخراج $90^\circ = \theta$ پر زیادہ سے زیادہ ہے۔ اسی طرح پوینٹنگ سمتیہ استعمال کرتے ہوئے مساوات 14.43 سے قریبی میدان میں کشاف توانائی

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]_{\text{حقیقی}} &= \frac{1}{2} \left[(E_r \mathbf{a}_r + E_\theta \mathbf{a}_\theta) \times H_\phi^* \mathbf{a}_\phi \right]_{\text{حقیقی}} \\ &= \frac{1}{2} \left[-\frac{I_0 l \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 \omega r^3} \mathbf{a}_\theta + \frac{I_0 l \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 \omega r^3} \mathbf{a}_r \right] \frac{I_0 l \sin \theta}{4\pi r^2} e^{-j\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

حاصل ہوتی ہے جس کا بیشتر حصہ خیالی ہے اور ساتھ ہی ساتھ شعاعی اخراج کے علاوہ یہاں θ سمت میں گھومتی طاقت بھی پائی جاتی ہے۔

آئیں اب نہایت کم تعدد پر صورت حال دیکھیں۔ مساوات 14.35 میں $I_0 = j\omega q_0$ پر کرتے ہوئے اور مساوات 14.37 کو جوں کا توں دوبارہ پیش کرتے ہیں۔

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{q_0 l \cos \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{j\omega}{cr^2} + \frac{1}{r^3} \right) \\ E_\theta &= \frac{q_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{\omega^2}{c^2 r} + \frac{j\omega}{cr^2} + \frac{1}{r^3} \right) \\ H_\phi &= \frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi} \left(\frac{j\omega}{cr} + \frac{1}{r^2} \right) \end{aligned}$$

$|e^{-j\beta r}| = 1$ لیتے ہوئے، صفر کے قریب تردد $\omega \rightarrow 0$ پر ان مساوات سے میدان کی حتمی قیمت

$$\begin{aligned} E_r &= \frac{q_0 l \cos \theta}{2\pi\epsilon_0 r^3} \\ E_\theta &= \frac{q_0 l \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3} \\ H_\phi &= \frac{I_0 l \sin \theta}{4\pi r^2} \end{aligned} \quad \text{نیم ساکن میدان}$$

حاصل ہوتی ہیں جن سے برقی میدان

$$\mathbf{E} = \frac{q_0 l}{4\pi\epsilon_0 r^3} (2 \cos \theta \mathbf{a}_r + \sin \theta \mathbf{a}_\theta) \quad (14.45)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ان میدان کو نیم ساکن میدان⁷ کہا جاتا ہے۔ یہ صفحہ 113 پر حاصل کی گئی مساوات 4.67 ہی ہے۔ اسی طرح مندرجہ بالا مقناطیسی میدان H_ϕ کی قیمت صفحہ 200 پر مساوات 7.3 ہی ہے۔ چونکہ یہ میدان $\frac{1}{r^3}$ یا $\frac{1}{r^2}$ کے تعلق سے تبدیل ہوتے ہیں لہذا یہ جفت قطب کے قریب ہی پائے جاتے ہیں۔ جفت قطب سے دور ان کی قیمت قابل نظر انداز ہوتی ہے لہذا ان کا شعاعی اخراج میں خاص کردار نہیں ہوتا۔ بلند تعدد پر دور میدان جنہیں مساوات 14.38 پیش کرتی ہے، $\frac{1}{r}$ کے تعلق سے گھٹتی ہیں لہذا یہ شعاعی اخراج کو ظاہر کرتی ہیں اور یوں انہیں **اخراجی میدان**⁸ کہا جاتا ہے۔

مختصر جفت قطب، $r \ll l$ اور $l \ll \lambda$ کے تمام میدان کو جدول 14.1 میں پیش کیا گیا ہے۔ بقایا جزاء $E_\phi = H_r = H_\theta = 0$ صفر کے برابر ہیں۔

اگر ہماری دلچسپی صرف دور میدان میں ہو تب مطلوبہ میدان کو نہایت آسانی کے ساتھ صرف \mathbf{A} سے حاصل کیا جاسکتا ہے چونکہ دور میدان میں مقداری دباؤ V کا کوئی کردار نہیں۔ یوں مساوات 14.21 اور مساوات 14.26 سے

$$E_\theta = -j\omega A_\theta = -j\omega \left(-\frac{\mu_0 I_0 l e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} \sin \theta \right) = j \frac{30 I_0 \beta l}{r} \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)} \quad (14.46)$$

جدول 14.1: مختصر جفت قطب کے میدان

جزو	عمومی مساوات	دور میدان	نیم ساکن میدان
E_r	$\frac{I_0 l \cos \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{2\pi \epsilon_0} \left(\frac{1}{cr^2} + \frac{1}{j\omega r^3} \right)$	0	$\frac{q_0 l \cos \theta}{2\pi \epsilon_0 r^3}$
E_θ	$\frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi \epsilon_0} \left(\frac{j\omega}{c^2 r} + \frac{1}{cr^2} + \frac{1}{j\omega r^3} \right)$	$\frac{j60\pi I_0 \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{r} \frac{l}{\lambda}$	$\frac{q_0 l \sin \theta}{4\pi \epsilon_0 r^3}$
H_ϕ	$\frac{I_0 l \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi} \left(\frac{j\omega}{cr} + \frac{1}{r^2} \right)$	$\frac{jI_0 \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}}{2r} \frac{l}{\lambda}$	$\frac{I_0 l \sin \theta}{4\pi r^2}$

حاصل ہوتا ہے۔ مقناطیسی میدان H_ϕ کو مساوات 14.20 سے حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں $\frac{1}{r^2}$ اجزاء رد کئے جائیں گے۔ مقناطیسی میدان کو نسبتاً زیادہ آسانی سے، لا محدود خلاء کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi$ استعمال کرتے ہوئے

$$H_\phi = \frac{E_\theta}{Z_0} = j \frac{30 I_0 \beta l}{120 \pi r} \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)} = j \frac{I_0 \beta l}{4 \pi r} \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)} \quad (14.47)$$

سے بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔

مساوات 14.38 میں $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ پر کرتے ہوئے دور برقی میدان کو

$$E_\theta = j \frac{60 \pi I_0 l}{\lambda} \frac{1}{r} \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)} \quad (14.48)$$

زاویہ شکل فاصلہ لمبائی رو مقدار

لکھا جاسکتا ہے جہاں 60π جزو مقدار ہے، I_0 برقی رو، $\frac{l}{\lambda}$ جفت قطب کی لمبائی جسے طول موج میں ناپا گیا ہے، $\frac{1}{r}$ فاصلے کو ظاہر کرتا ہے، $\sin \theta$ میدان کی شکل اور $e^{j(\omega t - \beta r)}$ زاویائی فرق ہے۔ کسی بھی اینٹینا کے میدان کو عموماً ان چھ اجزاء کے حاصل ضرب کی صورت میں لکھا جاسکتا ہے۔

جدول 14.1 مختصر جفت قطب کے میدان دیتا ہے۔ کسی بھی اینٹینا کو متعدد مختصر جفت قطب کا مجموعہ تصور کیا جاسکتا ہے۔ یوں کسی بھی اینٹینا کے میدان تمام جفت قطب کے میدان کو جمع کرتے ہوئے حاصل کیا جاسکتا ہے۔

14.5 مختصر جفت قطب کا اخراجی مزاحمت

اینٹینا کے گرد کسی بھی بند سطح پر مخلوط پوینٹنگ سمتیہ

$$\mathcal{P}_{\text{وسط}} = \frac{1}{2} [\mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_s^*] \quad (14.49)$$

کی سطحی شکل

$$P = \int_S \mathcal{P}_{\text{وسط}} \cdot d\mathbf{s} \quad (W) \quad (14.50)$$

کل شعاعی اخراج P دے گی۔ فی سیکنڈ خارج ہونے والی توانائی شعاعی اخراج کہلاتی ہے لہذا اس کی اکائی واٹ W ہے۔ سادہ ترین بند سطح کرہ ہے۔ یوں اینٹینا کو کروی محدود کے مرکز پر رکھتے ہوئے مکمل حاصل کیا جائے گا۔ چونکہ دور کے میدان نسبتاً سادہ صورت رکھتے ہیں لہذا بند سطح کا رداس جتنا زیادہ رکھا جائے مکمل اتنا آسان ہوگا۔ یوں رداس زیادہ سے زیادہ رکھتے ہوئے دور میدان استعمال کرتے ہوئے جفت قطب کا شعاعی اخراج P حاصل کیا جاتا ہے۔

کامل لینٹینا کی صورت میں شعاعی اخراج اس برقی طاقت کے برابر ہوگا جو لینٹینا کے برقی سروں پر مہیا کی گئی ہو۔ لینٹینا کو مزاحمت R تصور کرتے ہوئے اس برقی طاقت کو $P = \frac{1}{2} I_0^2 R$ لکھا جاسکتا ہے جہاں I_0 سائن نما برقی رو کا حیظ ہے۔ یوں

$$R = \frac{2P}{I_0^2} \quad (\Omega) \quad (14.51)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں R لینٹینا کی اخراجی مزاحمت⁹ کہلاتی ہے۔

آئیں مختصر جفت قطب کی اخراجی مزاحمت حاصل کریں۔ دور میدان میں صرف E_θ اور H_ϕ پائے جاتے ہیں لہذا شعاعی اخراج

$$P = \frac{1}{2} \int_S [E_\theta H_\phi^*]_{\text{حقیقی}} ds \quad (14.52)$$

سے حاصل ہوگی جہاں H_ϕ^* مقناطیسی میدان H_ϕ کا جوڑی دار مخلوط ہے۔ اب $E_\theta = Z_0 H_\phi$ لہذا

$$P = \frac{1}{2} \int_S [H_\phi H_\phi^* Z_0]_{\text{حقیقی}} ds = \frac{Z_0}{2} \int_S |H_\phi|^2 ds \quad (14.53)$$

یا

$$P = \frac{1}{2Z_0} \int_S |E_\phi|^2 ds \quad (14.54)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں خالی خلاء کی قدرتی رکاوٹ $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi$ کاوٹ اور $ds = r^2 \sin \theta d\theta d\phi$ کے برابر ہیں۔

جفت قطب کے میدان حاصل کرتے وقت فرض کیا گیا کہ اس کی پوری لمبائی پر یک برابر برقی رو I_0 پائی جاتی ہے۔ ساتھ ہی ساتھ لمبائی l کے مختلف نقطوں کے میدان کا زاویائی فرق نظر انداز کیا گیا۔ جفت قطب کی پوری لمبائی پر برابر برقی رو نہ ہونے کی صورت میں مساوات 14.24 سے مساوات 14.25 حاصل ہونے کی بجائے

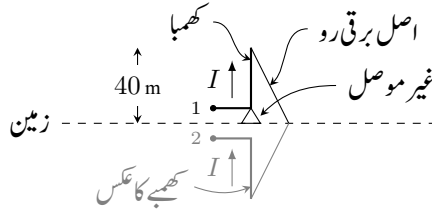
$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \frac{\alpha_Z \mu_0 e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} \int_{-l/2}^{l/2} i dz \\ &= \frac{\alpha_Z \mu_0 l I e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} \end{aligned}$$

حاصل ہوگا جہاں I اوسط برقی رو ہے۔ اسی حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے مساوات 14.38 سے مقناطیسی میدان کا حیظ

$$H_\phi = \frac{I \beta l}{4\pi r} \sin \theta \quad (14.55)$$

لکھتے ہوئے I_0 کی جگہ اوسط برقی رو I لکھی گئی ہے۔ مقناطیسی میدان کے اس حیظ کو مساوات 14.53 میں پر کرتے ہوئے زیادہ سے زیادہ اخراجی طاقت

$$\begin{aligned} P &= \frac{120\pi}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\frac{I \beta l}{4\pi r} \sin \theta \right)^2 r^2 \sin \theta d\theta d\phi \\ &= \frac{120\pi}{2} \left(\frac{\beta l}{4\pi} \right)^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta d\phi \\ &= 80\pi^2 I^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \end{aligned}$$



شکل 14.6: کھمبہ اینٹینا

حاصل ہوتی ہے۔ مساوات 14.53 یا مساوات 14.54 برقی رو کی چوٹی کی صورت میں اخراجی طاقت دیتے ہیں جو سائن نما برقی رو کی صورت میں اوسط اخراجی طاقت کے دگنا ہوتی ہے۔ یوں اوسط اخراجی طاقت

$$P_{\text{اوسط}} = 40\pi^2 I^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \quad (14.56)$$

ہوگی۔ مساوات 14.51 سے مختصر جفت قطب کی اخراجی مزاحمت

$$R = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{I}{I_0}\right)^2 \quad (\Omega) \quad (14.57)$$

حاصل ہوتی ہے۔

کسی بھی اینٹینا کی اخراجی مزاحمت

$$R = \frac{Z_0}{I_0^2} \int_S |H|^2 ds = \frac{1}{Z_0 I_0^2} \int_S |E|^2 ds \quad (14.58)$$

سے حاصل کی جاسکتی ہے جہاں $Z_0 = 120\pi$ کے برابر ہے۔

مثال 14.1: چالیس میٹر لمبے کھمبہ اینٹینا کو موصل سطح پر کھڑا کئے 300 kHz کے تعدد پر استعمال کیا جاتا ہے۔ اسے برقی اشارہ نچلے سرے پر فراہم کیا جاتا ہے۔ اینٹینا کی اخراجی مزاحمت حاصل کریں۔ اس کھمبے کو شکل 14.6 میں دکھایا گیا ہے۔ کھمبے کو غیر موصل بنیاد پر کھڑا کیا گیا ہے۔

حل: موصل زمین میں کھمبہ اینٹینا کا عکس بنتا ہے۔ درکار تعدد پر $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{300000} = 1000 \text{ m}$ ہے جو کھمبے کی لمبائی سے بہت زیادہ ہے۔ یوں اینٹینا اور اس کا عکس بطور مختصر جفت قطب کردار ادا کرتے ہیں۔ چونکہ کھمبے کے سر پر موصل چادر نسب نہیں کیا گیا ہے لہذا اس کے پورے لمبائی پر برابر برقی رو تصور کرنا غلط ہوگا۔ حقیقت میں، جیسے شکل میں وضاحت کی گئی ہے، کھمبے کے کھلے سر پر برقی رو صفر ہوگی جبکہ نچلے سر پر اس کی قیمت زیادہ سے زیادہ ہوگی۔ جیسا شکل میں دکھایا گیا ہے، برقی رو بالمتقابل لمبائی کا خط نکونی ہے۔ یوں اوسطاً برقی رو $I_0 = \frac{I}{2}$ ہوگی جہاں برقی رو کی زیادہ سے زیادہ قیمت I_0 ہے۔

یوں 2×40 میٹر لمبے فرضی جفت قطب کی اخراجی مزاحمت مساوات 14.57 سے

$$80\pi^2 \left(\frac{2 \times 40}{1000}\right)^2 \left(\frac{0.5 I_0}{I_0}\right)^2 = 1.2633 \Omega$$

حاصل ہوتی ہے۔ یہ مزاحمت حقیقی کھمبے کے سر 1 اور عکسی کھمبے کے سر 2 کے مابین ہے۔ یوں اصل اینٹینا کی اخراجی مزاحمت جو زمین اور 1 کے مابین ناپی جائے گی کی قیمت

$$R_{\text{اخراجی}} = \frac{0.63165}{2} = 0.63 \Omega \quad (14.59)$$

ہوگی۔

حقیقی دھات کامل موصل نہیں ہوتے لہذا کسی بھی دھات سے بنائے گئے جفت قطب میں توانائی کا ضیاع ہوگا۔ موصل کے علاوہ اینٹینا کے ساتھ منسلک ذو برق میں بھی طاقت کا ضیاع ہوگا۔ ان ضیاع کو مزاحمت ذیاعی R سے ظاہر کیا جاسکتا ہے۔ یوں اینٹینا کے برقی سروں پر کل مزاحمت

$$R = R_{\text{ذیاعی}} + R_{\text{اخراجی}} \quad (14.60)$$

ہوگی۔ مندرجہ بالا مثال میں اگر 0.63Ω $R_{\text{ذیاعی}} = R$ ہو تا تب اینٹینا کی کارکردگی k^{10}

$$k = \frac{R_{\text{اخراجی}}}{R_{\text{ذیاعی}} + R_{\text{اخراجی}}} \frac{0.63}{0.63 + 0.63} = 50\% \quad (14.61)$$

پچاس فی صد ہوگی۔ اگر طاقت کا ضیاع بڑھائے بغیر زیادہ لمبائی کا جفت قطب استعمال کیا جائے تو کارکردگی اس سے بہتر کی جاسکتی ہے۔

اگر مخلوط پوائنٹنگ سمتیہ کا حقیقی حصہ لئے بغیر کسی اینٹینا کو مکمل گھیرے سطح پر اس کا مکمل لیا جائے تو حقیقی طاقت کے ساتھ ساتھ خیالی طاقت بھی حاصل ہوگا۔ حقیقی طاقت اخراجی طاقت کو ظاہر کرتا ہے جبکہ خیالی طاقت متعامل جزو ہے۔ سطح مکمل کی صورت اور مقام کا مکمل کے حقیقی جزو پر کوئی اثر نہیں البتہ خیالی طاقت کا دائرہ مدار سطح کی صورت اور مقام پر ہے۔ اینٹینا سے بہت دور خیالی جزو قابل نظر انداز ہوتا ہے جبکہ اینٹینا کے قریب اس جزو کی مقدار بڑھ جاتی ہے۔ نہایت پتلی ساخت کے خطی اینٹینا کی صورت میں اگر سطح مکمل کو بالکل سطح اینٹینا کے ساتھ ملا لیا جائے تب حاصل مخلوط طاقت تقسیم I_0^2 کا $R + jX$ دیتا ہے جہاں R اینٹینا کے اخراجی مزاحمت کو ظاہر کرتا ہے۔

14.6 ٹھوس زاویہ

اگلے حصے میں ٹھوس زاویہ¹¹ درکار ہوگا لہذا اسے پہلے سمجھتے ہیں۔

شکل 14.7- الف میں رداس r کے دائرے پر قوس کی لمبائی l اور رداس r کی شرح

$$\theta = \frac{l}{r} \quad (\text{rad}) \quad (14.62)$$

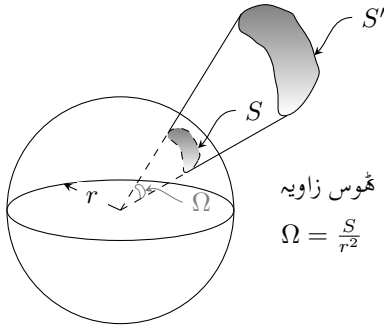
زاویے θ دیتی ہے جس کی اکائی ریڈین¹² (rad) ہے۔ یوں اکائی رداس کے دائرے پر اکائی لمبی قوس، دائرے کے مرکز پر، ایک ریڈین (1 rad) کا زاویہ بنائے گی۔ یہی اکائی ریڈین کی تعریف ہے۔ چونکہ دائرے کا محیط $2\pi r$ ہے لہذا دائرے کے گرد ایک مکمل چکر 2π ریڈین کے زاویے کو ظاہر کرتی ہے۔ اگرچہ مساوات 14.62 کے تحت θ دراصل بے بعد مقدار ہے، ہم اس کے باوجود اس کو فرضی اکائی ریڈین میں ناپتے ہیں۔ یوں x rad سے ظاہر ہوتا ہے کہ x زاویے کی بات کی جا رہی ہے۔

بالکل اسی طرح رداس r کے کرہ کی سطح پر کسی بھی رقبہ S اور کرہ کے رداس کے مربع r^2 کی شرح

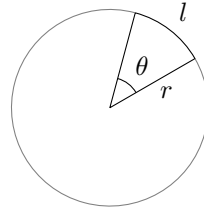
$$\Omega = \frac{S}{r^2} \quad (\text{sr}) \quad (14.63)$$

ٹھوس زاویہ Ω دیتی ہے جسے مربع ریڈین¹³ یعنی سٹریڈین¹³ (sr) میں ناپا جاتا ہے۔ اکائی رداس کے کرہ پر اکائی رقبہ، کرہ کے مرکز پر، ایک سٹریڈین کا ٹھوس زاویہ بنائے گی۔ یہی سٹریڈین کی تعریف ہے۔ چونکہ کرہ کی سطح $4\pi r^2$ کے برابر ہے لہذا پوری کرہ 4π سٹریڈین کا ٹھوس زاویہ دیتی ہے۔ اگرچہ ٹھوس زاویہ بے بعد مقدار ہے، ہم اس کے باوجود اس کو فرضی اکائی سٹریڈین میں ناپتے ہیں۔ یوں مختلف اعداد کی بات کرتے وقت یہ جاننا ممکن ہوتا ہے کہ ٹھوس زاویے کی بات کی جا رہی ہے۔

¹⁰ efficiency
¹¹ solid angle
¹² radian
¹³ steradian



ب: سٹریڈین کی تعریف



الف: ریڈین کی تعریف

شکل 14.7: ریڈین اور سٹریڈین کی تعریف

شکل 14.7-ب میں عمومی رقبہ S' کا محدود کے مرکز پر ٹھوس زاویہ حاصل کرنے کا طریقہ دکھایا گیا ہے۔ مرکز سے دیکھتے ہوئے S' کا بیرونی خاکہ نظر آئے گا۔ اگر اس خاکے کے بیرونی کناروں سے مرکز تک بڑی چادر کھینچ کر لگائی جائے تو یہ چادر رداس r کے کرہ کو کاٹے گی۔ کرہ کی سطح پر یوں رقبہ S گھیرا جائے گا۔ ٹھوس زاویے

$$\Omega = \frac{S}{r^2} \quad (14.64)$$

4924

کے برابر ہو گا۔ اکائی رداس کے کرہ کی صورت میں رقبہ S کی قیمت ٹھوس زاویے کی قیمت کے برابر ہو گی۔

4925

شکل 14.7-الف میں θ نظارے کے حدود کو ظاہر کرتا ہے۔ اسی طرح شکل 14.7-ب میں Ω نظارے کے حدود تعین کرتا ہے۔

شکل 14.7-الف میں دکھایا گیا زاویہ سطحی نوعیت کا ہے جسے ریڈین میں ناپا جاتا ہے۔ اس کے برعکس شکل 14.7-ب میں دکھایا گیا زاویہ حجمی نوعیت کا ہے جسے سٹریڈین یا ریڈین کے مربع میں ناپا جاتا ہے۔ یاد رہے کہ ایک مربع ریڈین کو ہی ایک سٹریڈین کہتے ہیں۔

$$1 \text{ sr} = 1 \text{ rad}^2 \quad (14.65)$$

کروی محدود میں r رداس کے کرہ کی سطح پر رقبہ کو

$$S = \int_{\theta} \int_{\phi} r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (14.66)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یہ رقبہ کرہ کے مرکز پر

$$\Omega = \frac{S}{r^2} = \int_{\theta} \int_{\phi} \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (\text{sr}) \quad (14.67)$$

4926

ٹھوس زاویہ بنائے گی۔

4927

14.7 اخراجی رقبہ، سمتیت اور افزائش

مختصر جفت قطب کے دور میدان میں صرف E_{θ} اور H_{ϕ} پائے جاتے ہیں جنہیں مساوات 14.38 میں پیش کیا گیا ہے۔ کسی بھی اینٹینا کی طرح اس کے دور میدان $\frac{1}{r}$ کی شرح سے گھٹتے ہیں لہذا پونٹنگ سمتیت

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2} [\mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_s^*]_{\text{حقیقی}} = \frac{Z_0}{2} |H|^2 \mathbf{a}_r = \frac{1}{2Z_0} |E|^2 \mathbf{a}_r \quad (14.68)$$

$\frac{1}{r^2}$ کی شرح سے گھٹے گی۔ یوں پونٹنگ سمتیہ کے رداسی جزو کو r^2 سے ضرب دینے سے $P(\theta, \phi)$

$$P(\theta, \phi) = r^2 \mathcal{P} = \frac{Z_0}{2} |H|^2 r^2 = \frac{1}{2Z_0} |E|^2 r^2 \quad (\text{W/sr}) \quad (14.69)$$

حاصل ہوتی ہے جس کی قیمت فاصلہ r بڑھانے سے نہیں گھٹتی۔ $P(\theta, \phi)$ **اخراجی شدت**¹⁴ کہلاتی ہے۔ اخراجی شدت کے بُعد پر غور کریں۔ پونٹنگ سمتیہ طاقت کی کثافت یعنی طاقت فی رقبہ دیتی ہے۔ مساوات 14.63 سے رقبہ کو $\Omega r^2 = S$ لکھا جاسکتا ہے۔ یوں پونٹنگ سمتیہ ضرب مربع رداس کا بُعد طاقت فی ٹھوس زاویہ W/sr بنتی ہے۔

اخراجی شدت کو **تقابل پذیر**¹⁵ بنانے کی خاطر $P(\theta, \phi)$ کو اس کی زیادہ سے زیادہ قیمت بلند تر $r^2 \mathcal{P}$ بلند تر $P(\theta, \phi)$ سے تقسیم کرتے ہوئے

$$P_n(\theta, \phi) = \frac{P(\theta, \phi)}{P(\theta, \phi)_{\text{بلند تر}}} \quad \text{بے بُعد} \quad (14.70)$$

بے بُعد¹⁶ مقدار $P_n(\theta, \phi)$ حاصل ہوتی ہے جو اینٹینا کی **تقابل پذیر نقش طاقت**¹⁷ ہے۔

اینٹینا کی کل اخراج

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathcal{P} r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (14.71)$$

ہے۔ اگر کثافت طاقت بلند تر \mathcal{P} ہو تب اتنی اخراج مکمل کرہ کی سطح کے بجائے کرہ کی سطح پر رقبہ S سے خارج ہوگی یعنی

$$S_{\text{بلند تر}} = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \mathcal{P} r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (14.72)$$

ہوگا۔ اس میں مساوات 14.63 کی مدد سے کرہ کی سطح پر رقبہ کو ٹھوس زاویے کی صورت میں لکھتے ہوئے

$$\Omega_A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \frac{\mathcal{P} r^2}{\mathcal{P}_{\text{بلند تر}} r^2} \sin \theta \, d\theta \, d\phi$$

یعنی

$$\Omega_A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi P_n(\theta, \phi) r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi = \iint_{4\pi} P_n(\theta, \phi) \, d\Omega \quad (\text{sr}) \quad (14.73)$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس مساوات کے تحت Ω_A ٹھوس زاویے پر یکساں زیادہ سے زیادہ طاقت خارج کرتے ہوئے اینٹینا پوری طاقت خارج کر سکتی ہے۔ Ω_A کو **اخراجی ٹھوس زاویہ**¹⁸ کہتے ہیں۔

مرکزی شعاع¹⁹ پر مکمل

$$\Omega_M = \iint_{\text{مرکزی شعاع}} P_n(\theta, \phi) \, d\Omega \quad (\text{sr}) \quad (14.74)$$

لیتے ہوئے **مرکزی ٹھوس زاویہ**²⁰ حاصل کیا جاسکتا ہے۔ یوں **ٹانوی شعاع**²¹ کے ٹھوس زاویہ Ω_m کو اخراجی ٹھوس زاویے اور مرکزی ٹھوس زاویے کے فرق

$$\Omega_m = \Omega_A - \Omega_M \quad (14.75)$$

سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔ **غیر سمتی**²² اینٹینا ہر سمت میں برابر اخراج کرتی ہے لہذا ہر سمت میں اس کا $P_n(\theta, \phi) = 1$ اور $\Omega_A = 4\pi$ ہوگا۔

¹⁴ radiation intensity

¹⁵ normalized

¹⁶ dimensionless

¹⁷ normalized power pattern

¹⁸ beam solid angle

¹⁹ main lobe

²⁰ major lobe solid angle

²¹ minor lobe

²² isotropic

اینٹینا کی دوسری اہم خاصیت اس کی **سمتیت**²³ ہے۔ اخراجی اینٹینا کی زیادہ سے زیادہ اخراجی شدت اور اوسط اخراجی شدت کی شرح

$$(14.76) \quad D = \frac{\text{زیادہ سے زیادہ اخراجی شدت}}{\text{اوسط اخراجی شدت}} = \frac{P(\theta, \phi)_{\text{بلند تر}}}{P(\theta, \phi)_{\text{اوسط}}} \quad \text{بے بُعد}$$

اس کی **سمتیت** کہلاتی ہے۔ کل اخراج W کو 4π سٹریڈین سے تقسیم کرنے سے اوسط اخراجی شدت $P(\theta, \phi)_{\text{اوسط}}$ حاصل ہوتی ہے جبکہ اخراجی شدت $P(\theta, \phi)$ کا 4π سٹریڈین پر مکمل لینے سے اینٹینا کی کل اخراج حاصل ہوتی ہے۔ یوں

$$(14.77) \quad D = \frac{P(\theta, \phi)_{\text{بلند تر}}}{W/4\pi} = \frac{4\pi P(\theta, \phi)_{\text{بلند تر}}}{\int \int_{4\pi} P(\theta, \phi) d\Omega} \\ = \frac{4\pi}{\int \int_{4\pi} \frac{P(\theta, \phi)}{P(\theta, \phi)_{\text{بلند تر}}} d\Omega} \\ = \frac{4\pi}{\int \int_{4\pi} P_n(\theta, \phi) d\Omega}$$

لکھی جاسکتی ہے۔ مساوات 14.73 کے ساتھ موازنے کے بعد اسے

$$(14.78) \quad D = \frac{4\pi}{\Omega_A} \quad \text{بے بُعد}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یوں اینٹینا کی سمتیت سے مراد، کرہ کا ٹھوس زاویہ 4π تقسیم اینٹینا کی اخراجی ٹھوس زاویہ Ω ہے۔ سمتیت اینٹینا کی ایک منفرد خاصیت ہے۔ مخصوص ٹھوس زاویے میں طاقت مرکوز کرنے کی صلاحیت کی ناپ سمتیت ہے۔ سمتیت جتنی زیادہ ہوگی اینٹینا اتنی کم ٹھوس زاویے میں طاقت کو مرکوز کر پائے گا۔⁴⁹³⁸

4937

مثال 14.2: غیر سمتی اینٹینا کی سمتیت حاصل کریں۔

4938

حل: غیر سمتی اینٹینا ہر سمت میں یکساں اخراج کرتی ہے لہذا اس کا $P_n(\theta, \phi) = 1$ اور $\Omega_A = 1$ ہوں گے۔ یوں

$$(14.79) \quad D = \frac{4\pi}{\Omega_A} = 1$$

4939

حاصل ہوگا۔ کسی بھی اینٹینا کی یہ کم سے کم ممکنہ سمتیت ہے۔

4940

4941

4942

مثال 14.3: مختصر جفت قطب کی سمتیت حاصل کریں۔

حل: مساوات 14.38 استعمال کرتے ہوئے تقابل پذیر نقش طاقت

$$(14.80) \quad P_n(\theta, \phi) = \frac{H_\phi^2(\theta, \phi)}{H_\phi^2(\theta, \phi)_{\text{بلند تر}}} = \sin^2 \theta$$

لکھی جاسکتی ہے۔ مساوات 14.73 سے

$$(14.81) \quad \Omega_A = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin^2 \theta \, d\theta \, d\phi = \frac{8\pi}{3}$$

اور یوں مساوات سے

$$(14.82) \quad D = \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{3}{2}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں غیر سمتی اینٹینا کی نسبت سے مختصر جفت قطب کی زیادہ سے زیادہ اخراج $\frac{3}{2}$ گنا زیادہ ہے۔

4943

4944

سمتیت کا دار و مدار صرف اور صرف دور میدان کی نقش پر ہے۔ اس میں اینٹینا کی کارگزاری شامل نہیں ہے۔ اس کے برعکس اینٹینا کی کارگزاری، اینٹینا کی افزائش طاقت یا **افزائش**²⁴ پر اثر انداز ہوتی ہے۔ اینٹینا کی افزائش سے مراد

$$(14.83) \quad \text{افزائش} = G = \frac{\text{آزمائشی اینٹینا کی زیادہ سے زیادہ اخراجی شدت}}{\text{حوالہ اینٹینا کی زیادہ سے زیادہ اخراجی شدت}}$$

ہے جہاں دونوں اینٹینوں کی داخلی طاقت برابر ہے۔ کسی بھی اینٹینا کو بطور حوالہ اینٹینا لیا جاسکتا ہے۔ اگر ہم بے ضیاع، غیر سمتی اینٹینا کو حوالہ تصور کریں تب

$$(14.84) \quad G_0 = \frac{P'_m}{P_0}$$

4945

ہو گا جہاں

P'_m آزمائشی اینٹینا کی زیادہ سے زیادہ اخراجی شدت،

4946

P_0 بے ضیاع، غیر سمتی اینٹینا کی اخراجی شدت

4947

ہیں۔ یاد رہے کہ غیر سمتی اینٹینا ہر سمت میں یکساں اخراج کرتی ہے لہذا اس کی زیادہ سے زیادہ شدت اور اوسط اخراجی شدت برابر ہوتے ہیں۔ آزمودہ اینٹینا کی اخراجی شدت P'_m اور کامل اینٹینا کی اخراجی شدت P_m کی شرح اینٹینا کی کارگزاری k دیتی ہے۔ یہ وہی k ہے جسے مساوات 14.61 میں بھی حاصل کیا گیا۔ یوں

$$(14.85) \quad G_0 = \frac{kP_m}{P_0} = kD$$

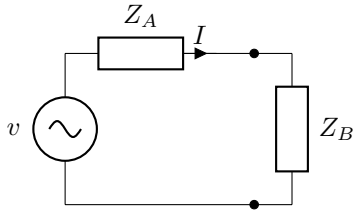
حاصل ہوتا ہے۔ یہ مساوات کہتی ہے کہ کسی بھی کامل اینٹینا ($k = 100\%$) کی افزائش، کامل غیر سمتی اینٹینا کی نسبت سے، اسی اینٹینا کی سمتیت کے برابر ہوتی ہے۔ غیر کامل $k < 100\%$ اینٹینا کی صورت میں افزائش کی قیمت سمتیت سے کم ہوگی۔

4949

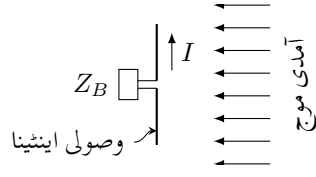
سمتیت کی قیمت 1 تا ∞ ممکن ہے۔ سمتیت کی قیمت اکائی سے کم نہیں ہو سکتی۔ اس کے برعکس افزائش کی قیمت صفر تا لا محدود ممکن ہے۔

$$1 \leq D \leq \infty$$

$$0 \leq G \leq \infty \quad \text{ممکنہ قیمت}$$



ب: اینٹینا کے ساتھ برقی رکاوٹ جوڑا گیا ہے



الف: آمدی موج میں تر وصولی اینٹینا

شکل 14.8: وصولی اینٹینا آمدی موج سے طاقت حاصل کر کے برقی رکاوٹ کو فراہم کرتی ہے۔

اخراجی اینٹینا²⁵ شعاعی اخراج کرتی ہے۔ اس کے برعکس وصولی اینٹینا²⁶ شعاع سے طاقت وصول کرتی ہے۔ برقی و مقناطیسی امواج جب وصولی اینٹینا پر پہنچتے ہیں تو وصولی اینٹینا ان سے طاقت حاصل کرتی ہے۔ اگر اینٹینا کے برقی سروں پر بیرونی مزاحمت R_B نسب کی جائے تو حاصل کردہ طاقت کا کچھ حصہ اس مزاحمت میں ضائع ہوگا۔ ہم چونکہ بیرونی مزاحمت کو فراہم طاقت $W = I^2 R_B$ میں دلچسپی رکھتے ہیں لہذا اسی کی بات کرتے ہوئے آگے بڑھتے ہیں۔ بیرونی مزاحمت کو فراہم طاقت $I^2 R_B$ کے برابر طاقت آمدی موج کے رقبہ S میں پایا جاتا ہے۔ یوں

$$(14.86) \quad \mathcal{P}S = I^2 R_B$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ اینٹینے کا رقبہ S ہی ہے اور اینٹینا اتنے رقبے پر آمدی موج سے مکمل طاقت حاصل کرنے اور اسے بیرونی برقی سروں تک منتقل کرنے کی صلاحیت رکھتی ہے۔ اس فرضی رقبے کو وصولی رقبہ²⁷ کہا جاتا ہے۔ یوں وصولی رقبے کو

$$(14.87) \quad S = \frac{I^2 R_B}{\mathcal{P}}$$

سے حاصل کیا جاسکتا ہے جہاں

S اینٹینا کا فرضی رقبہ، m^2

I موثر برقی رو، A

\mathcal{P} آمدی موج کا پونٹنگ سمتیہ، W/m^2

R_L برقی مزاحمت، Ω

ہیں۔ حقیقت میں اینٹینا $I^2 R_B$ سے زیادہ طاقت حاصل کرتی ہے جس کا کچھ حصہ اینٹینا کے اندر ہی ضائع ہو جاتا ہے۔ ہمیں اینٹینا کے اندر ضائع ہونے والے طاقت سے کوئی دلچسپی نہیں ہے۔

شکل 14.8- الف میں آمدی موج میں تر اینٹینا دکھایا گیا ہے جسے بیرونی برقی رکاوٹ Z_B کے ساتھ جوڑا گیا ہے۔ اینٹینا کا تھون²⁸ مساوی دور استعمال کرتے ہوئے، شکل-ب میں اسی کا مکمل برقی دور دکھایا گیا ہے۔ اس دور میں سلسلہ وار برقی رو

$$I = \frac{v}{Z_A + Z_B} = \frac{v}{R_A + R_B + j(X_A + X_B)}$$

ہوگی جہاں

transmitting antenna²⁵

receiving antenna²⁶

antenna aperture²⁷

Thevenin equivalent circuit²⁸

v اینٹینا میں آمدی موج سے پیدا موثر برقی دباؤ،

R_A اینٹینا کے تھون مساوی دور میں اینٹینا کی مزاحمت،

X_A تھون دور میں اینٹینا کی متعاملیت،

R_B بیرونی مزاحمت،

X_B بیرونی متعاملیت

ہیں۔ یوں بیرونی مزاحمت کو مہیا طاقت

$$(14.88) \quad |I|^2 R_B = \frac{v^2 R_B}{(R_A + R_B)^2 + (X_A + X_B)^2}$$

ہوگا جس سے اینٹینے کا رقبہ وصولی

$$(14.89) \quad S = \frac{v^2 R_B}{\mathcal{P} [(R_A + R_B)^2 + (X_A + X_B)^2]}$$

حاصل ہوتا ہے۔

آمدی موج کی نسبت سے ایک مخصوص انداز میں رکھے ہوئے اینٹینا میں زیادہ سے زیادہ برقی دباؤ پیدا ہوگا۔ اسی جگہ اینٹینا کو رکھتے ہوئے بیرونی مزاحمت میں زیادہ سے زیادہ طاقت اس صورت منتقل ہوگی جب

$$(14.90) \quad R_B = R_A$$

$$(14.91) \quad X_B = -X_A$$

ہوں۔ بے ضیاع اینٹینا کی تھون مزاحمت دراصل اینٹینا کی اخراجی مزاحمت R_r ہی ہے۔ اس طرح بیرونی مزاحمت میں زیادہ سے زیادہ طاقت منتقل کرتے وقت زیادہ سے زیادہ وصولی رقبہ

$$(14.92) \quad S_{\text{اخراجی}} = \frac{v^2}{4 \mathcal{P} R_r}$$

حاصل ہوگا جسے اینٹینا کا **اخراجی رقبہ** ²⁹ S پکارا جاتا ہے۔ ہر اینٹینا مخصوص قیمت کا **اخراجی رقبہ** رکھتا ہے۔

مثال 14.4: پورے مختصر جفت قطب پر یکساں برقی رو تصور کرتے ہوئے، اس کا اخراجی رقبہ حاصل کریں۔

حل: مساوات 14.92 سے ظاہر ہے کہ اخراجی رقبہ دریافت کرنے کے لئے، اینٹینا میں پیدا برقی دباؤ v ، اینٹینا کی اخراجی مزاحمت R_r اور آمدی موج میں کثافت طاقت \mathcal{P} درکار ہوں گے۔ جفت قطب میں زیادہ سے زیادہ برقی دباؤ اس صورت پیدا ہوگی جب اینٹینا کی تار اور آمدی موج کا برقی میدان متوازی ہوں۔ ایسی صورت میں اینٹینا میں

$$(14.93) \quad v = E l$$

برقی دباؤ پیدا ہوگی۔ آمدی موج کی پونٹنگ سمتیہ

$$\mathcal{P} = \frac{E^2}{Z_0} \quad (\text{W/m}^2) \quad (14.94)$$

ہے جہاں $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi$ خالی خلاء کی قدرتی رکاوٹ ہے۔ مساوات 14.57 میں $I = I_0$ پر کرنے سے موجودہ جفت قطب کی اخراجی مزاحمت

$$R_r = 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \quad (14.95)$$

حاصل ہوتی ہے۔ ان تمام کو مساوات 14.92 میں پر کرتے ہوئے

$$S_{\text{اخراجی}} = \frac{E^2 l^2}{4 \frac{E^2}{Z_0} 80\pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2} = \frac{3\lambda^2}{8\pi} = 0.119\lambda^2 \quad (\text{m}^2) \quad (14.96)$$

یوں کامل مختصر جفت قطب کی لمبائی جتنی بھی کم کیوں نہ ہو یہ ہر صورت $0.119\lambda^2$ اخراجی رقبے پر آمدی موج سے تمام طاقت حاصل کرنے اور اسے پھرونی مزاحمت تک منتقل کرنے کی صلاحیت رکھتا ہے۔ حقیقی جفت قطب غیر کامل ہوگا لہذا اس کی مزاحمت $R_{\text{اخراجی}} + R_{\text{شائع}}$ ہوگی۔ یوں کامل جفت قطب کا اخراجی رقبہ کچھ کم ہوگا۔

آئیں ایسے اینٹینا کی بات کریں جس کا اخراجی رقبہ $S_{\text{اخراجی}}$ اور اخراجی ٹھوس زاویہ Ω_A ہو۔ اخراجی رقبے پر یکساں برقی میدان E_m کی صورت میں اخراجی طاقت

$$P = \frac{E_m^2}{Z} S_{\text{اخراجی}} \quad (14.97)$$

ہوگا جہاں Z انتقالی خطے کی قدرتی رکاوٹ ہے۔

اگر r فاصلے پر میدان E_r ہو تب اخراجی طاقت

$$P = \frac{E_r^2}{Z} r^2 \Omega_A \quad (14.98)$$

ہوگا۔

ہم آگے جا کر مساوات 14.159 حاصل کریں گے جس کے تحت $E_r = \frac{E_m S_{\text{اخراجی}}}{r\lambda}$ ہے۔ اس نتیجے کو استعمال کرتے ہوئے مندرجہ بالا دو مساوات کو برابر لکھتے ہوئے

$$\lambda^2 = S_{\text{اخراجی}} \Omega_A \quad (\text{m}^2) \quad (14.99)$$

حاصل ہوتا ہے جہاں

λ طول موج،

$S_{\text{اخراجی}}$ اینٹینا کا اخراجی رقبہ اور

Ω_A اینٹینا کا اخراجی ٹھوس زاویہ

ہیں۔ اس مساوات کے تحت اینٹینا کا اخراجی رقبہ ضرب اخراجی ٹھوس زاویہ برابر ہوتا ہے طول موج کا مرلے۔ یوں اگر ہمیں اخراجی رقبہ معلوم ہو تب ہم اخراجی ٹھوس زاویہ حاصل کر سکتے ہیں اور اگر اخراجی ٹھوس زاویہ معلوم ہو تب اخراجی رقبہ حاصل کیا جاسکتا ہے۔

4978

مساوات 14.78 میں مساوات 14.99 پر کرنے سے

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} S_{\text{اخراجی}} \quad (14.100)$$

4979

لکھا جاسکتا ہے۔ سمتیت کی یہ تیسری مساوات ہے۔ تینوں کو یہاں دوبارہ پیش کرتے ہیں

$$D = \frac{P(\theta, \phi)}{P_{\text{اوسط}}}$$

$$D = \frac{4\pi}{\Omega}$$

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} S_{\text{اخراجی}} \quad (14.101)$$

4980

جہاں پہلی دو مساوات میں سمتیت اخراجی شعاع کے نقش سے حاصل کی گئی ہے جبکہ تیسری مساوات میں اسے اخراجی رقبے سے حاصل کیا گیا ہے۔

4981

14.8 قطاری ترتیب

مسئلہ اینٹینا دراصل اینٹینا کے مختلف حصوں سے پیدا میدانوں کا درست مجموعہ حاصل کرنا ہے۔ اینٹینا کے مختلف حصوں کے میدان جمع کرتے ہوئے ان کے انفرادی حیطے اور زوایائی فرق کا خیال رکھنا ضروری ہے۔

4983

4984

14.8.1 غیر سمتی، دو نقطہ منبع

دو عدد نقطہ منبع کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔ دونوں منبع غیر سمتی ہیں اور ان کے درمیان فاصلہ d ہے۔ نقطہ منبع سے مراد ایسی فرضی منبع ہے جس کا حجم صفر کے برابر ہو۔ ہم آگے چل کر مسئلہ **مکافیت**³⁰ دیکھیں گے جس کے تحت نقطہ منبع کے قطاروں کا اخراجی نقش اور انہیں کا وصولی نقش بالکل یکساں ہوتے ہیں۔

4986

ہم فرض کرتے ہیں کہ دونوں منبع برابر حیطے اور ہم قدم میدان پیدا کرتے ہیں۔ دونوں میدان کے خطی تقطیب ہیں۔ مزید یہ کہ دونوں کے E میدان صفحے کے عمودی ہیں۔ دونوں منبع سے برابر فاصلے پر ان کے بالکل درمیانے مقام پر زوایائی صفر تصور کرتے ہوئے، دور میدان کو

$$E = E_2 e^{j\frac{\psi}{2}} + E_1 e^{-j\frac{\psi}{2}} \quad (14.102)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں

$$\psi = \beta d \cos \theta = \frac{2\pi d}{\lambda} \cos \theta \quad (14.103)$$

4987

ہے۔ ان مساوات میں

E_1 منبع-1 کا زاویہ θ سمت میں دور میدان،

E_2 منبع-2 کا زاویہ θ سمت میں دور میدان اور

ψ دونوں اشارات کا زاویہ θ کی سمت میں زاویائی فرق

ہیں۔ دونوں دور میدان برابر ($E_1 = E_2$) ہونے کی صورت میں یوں

$$E = E_1 \left(e^{j\frac{\psi}{2}} + e^{-j\frac{\psi}{2}} \right) = 2E_1 \cos \frac{\psi}{2} \quad (14.104)$$

ہوگا۔ فاصلہ $d = \frac{\lambda}{2}$ کی صورت میں میدان کو شکل میں دکھایا گیا ہے۔

اگر زاویائی صفر کو دونوں منبع کے درمیانے مقام کی جگہ منبع-1 پر چنا جائے تب دور میدان

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 e^{j\psi} \\ &= \left(E_1 e^{-j\frac{\psi}{2}} + E_2 e^{j\frac{\psi}{2}} \right) e^{j\frac{\psi}{2}} \end{aligned} \quad (14.105)$$

حاصل ہوتا جو $E_1 = E_2$ کی صورت میں

$$E = 2E_1 \cos \frac{\psi}{2} e^{j\frac{\psi}{2}} = 2E_1 \cos \frac{\psi}{2} \angle \frac{\psi}{2} \quad (14.106)$$

حاصل ہوتا۔ میدان کا نقش چونکہ میدان کے حیطے پر منحصر ہوتا ہے لہذا اس میں کوئی تبدیلی رونما نہیں ہوئی البتہ میدان کا زاویہ تبدیل ہو گیا ہے۔ میدان کے زاویے کی تبدیلی کی وجہ یہ ہے کہ ہم نے زاویے کے صفر کو دونوں منبع کے درمیانے مقام سے ہٹا کر منبع-1 پر چنا ہے۔

14.8.2 ضرب نقش

گزشتہ حصے میں بالکل یکساں دو عدد غیر سمتی نقطہ منبع کے میدان پر غور کیا گیا۔ اگر نقطہ منبع سمتی ہوں اور دونوں کے نقش بالکل یکساں ہوں تب بھی مساوات 14.104 (یا مساوات 14.106) ہی ان کا مجموعی میدان دے گا پس فرق اتنا ہے کہ اب E_1 از خود θ کا تفاعل $E(\theta)$ ہے۔ انفرادی منبع کے نقش $E(\theta)$ کو **انفرادی نقش**³¹ جبکہ $\cos \frac{\psi}{2}$ کو **قطاری نقش**³² کہا جائے گا۔ یوں

$$E = E(\theta) \cos \frac{\psi}{2} \quad (14.107)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ مساوات 14.107 **ضرب نقش**³³ کا اصول بیان کرتا ہے جس کے تحت انفرادی منبع کا نقش اور غیر سمتی نقطہ منبع کے قطار کا نقش ضرب دینے سے سمتی منبع کے قطار کا نقش حاصل ہوتا ہے۔ یہاں فرض کیا گیا ہے کہ قطار میں انفرادی نقطہ منبع کا نقش وہی ہے جو اس نقطہ منبع کا تنہائی میں نقش ہوتا ہے۔

مساوات 14.106 دو غیر سمتی زاویائی طور پر ہم قدم نقطہ منبع کے جوڑی کا دور میدان دیتا ہے۔ نقطہ منبع کے درمیان فاصلہ $\frac{\lambda}{2}$ اور $E_1 = \frac{1}{2}$ ہونے کی صورت میں اس مساوات کو

$$(14.108) \quad E = \cos \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس نقش کو شکل میں دکھایا گیا ہے جس میں کوئی ثانوی شعاع نہیں پایا جاتا۔ اس جوڑی منبع کے سیدھ میں $\frac{\lambda}{2}$ فاصلے پر منبع کی دوسری جوڑی رکھنے سے شکل-ب حاصل ہوتا ہے۔ اس شکل میں دو درمیانے منبع دراصل ایک ہی نقطے پر پائے جائیں گے لیکن وضاحت کی خاطر انہیں اوپر نیچے دکھایا گیا ہے۔ ضرب نقش کے اصول کے تحت ان کا مجموعی میدان

$$(14.109) \quad E = \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right)$$

ہوگا جسے شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس مساوات پر شق کرنے والوں کے لئے مثال میں تفصیلی ثبوت پیش کیا گیا ہے۔

اس قطار کو تین عدد منبع کی قطار تصور کیا جاسکتا ہے جہاں قطار میں بالترتیب، منبع کی طاقت (1 : 2 : 1) نسبت سے ہے۔ اس تین رکنی قطار کے سیدھ میں لیکن $\frac{\lambda}{2}$ ہٹ کر بالکل ایسی ہی تین رکنی قطار رکھنے سے شکل حاصل ہوتی ہے۔ اس نئی قطار کو چار رکنی تصور کیا جاسکتا ہے جہاں بالترتیب منبع کی طاقت (1 : 3 : 1) نسبت سے ہے۔ اس چار رکنی قطار کا میدان

$$(14.110) \quad E = \cos^3 \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right)$$

ہے۔ اس نقش میں بھی ثانوی شعاع نہیں پایا جاتا۔ اسی طرح بڑھتے ہوئے، ثانوی شعاع سے پاک، زیادہ سے زیادہ سمتیت کا نقش حاصل کیا جاسکتا ہے۔ یوں زیادہ منبع پر مبنی قطار میں منبع کی طاقت **ثنائی تسلسل**³⁴ کے **ثنائی سر**³⁵ کی نسبت سے ہوتے ہیں۔ ثنائی سروں کو شکل میں دکھائے گئے **پاسکل ٹکون**³⁶ کی مدد سے حاصل کیا جاسکتا ہے جس میں ہر اندرونی عدد، اوپر کے قریبی دو اعداد کا مجموعہ ہوتا ہے۔ متعدد منبع کے قطار کا نقش

$$(14.111) \quad E = \cos^{n-1} \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right)$$

کے برابر ہوگا جہاں قطار میں منبع کی تعداد n ہے۔

اگرچہ مندرجہ بالا n رکنی قطار کے نقش میں کوئی ثانوی شعاع نہیں پایا جاتا اس کے باوجود اس کی سمتیت برابر طاقت کے n رکنی منبع کے قطار سے کم ہوتی ہے۔ حقیقی قطار عموماً n دو صورتوں (ثنائی قطار اور یکساں قطار) کی درمیانی شکل رکھتے ہیں۔

مثال 14.5: مساوات 14.109 کو ثابت کریں۔

binomial series³⁴
binomial coefficient³⁵
Pascal triangle³⁶

حل: مساوات 14.105 کی طرح زاویائی صفر کو قطار کے پہلی رکن پر چنتے ہوئے

$$\begin{aligned} E &= E_0 + E_0 e^{j\psi} + E_0 e^{j\psi} + E_0 e^{j2\psi} \\ &= E_0 (1 + e^{j\psi}) + E_0 e^{j\psi} (1 + e^{j\psi}) \\ &= E_0 (1 + e^{j\psi}) (1 + e^{j\psi}) \\ &= E_0 (1 + e^{j\psi})^2 \end{aligned}$$

جس میں $E_0 = \frac{1}{2}$ اور $\psi = \frac{\pi}{2} \cos \theta$ پر کرتے ہوئے

$$E = \left[\left(\frac{e^{-j\frac{\psi}{2}} + e^{j\frac{\psi}{2}}}{2} \right) e^{j\frac{\psi}{2}} \right]^2 = \cos^2 \frac{\psi}{2} \underline{\angle \psi}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس کا حیظ $\cos^2 \frac{\psi}{2}$ نقش کی مساوات ہے۔

5004

5005

5006

5007

مثال 14.6: مساوات 14.111 کو تفصیل سے ثابت کریں۔

ثنائی قطار میں رکن کے طاقت ثنائی تسلسل کے سر کی نسبت سے ہوتے ہیں۔ یوں $n+1$ رکنی قطار میں بالترتیب رکن کے طاقت $(1+x)^n$ کی ثنائی تسلسل

$$(14.112) \quad (1+x)^n = 1 + \frac{n}{1!}x + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots$$

کے سر سے حاصل کئے جاتے ہیں۔ یوں تین رکنی قطار کے سر ثنائی تسلسل

$$(14.113) \quad (1+x)^2 = 1 + 2x + x^2$$

کے سر کی نسبت 1 : 2 : 1 سے ہوں گے لہذا مندرجہ بالا مساوات میں $e^{j\psi} = x$ پر کرنے سے تین رکنی قطار کا دور میدان مندرجہ بالا مساوات کے بائیں یا دائیں ہاتھ کی صورت میں لکھا جاسکتا ہے یعنی

$$(14.114) \quad E = E_0 (1 + e^{j\psi})^2 = E_0 (1 + 2e^{j\psi} + e^{j2\psi})$$

تین رکنی قطار کو دیکھ کر دور میدان مندرجہ بالا مساوات کی دائیں ہاتھ دیتی ہے جسے ثنائی تسلسل کی مدد سے مساوات کی بائیں ہاتھ کی صورت میں بھی لکھا جاسکتا ہے۔ مساوات کے بائیں ہاتھ سے نقش $\cos^2 \frac{\psi}{2}$ حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح n رکنی قطار کو $(1+x)^{n-1}$ کی ثنائی تسلسل کی مدد سے اکٹھے کرتے ہوئے

$$(14.115) \quad E = E_0 (1 + e^{j\psi})^{n-1}$$

لکھا جاسکتا ہے جس میں $E_0 = \frac{1}{2}$ اور $\psi = \pi \cos \theta$ پر کرتے ہوئے صرف حیظ لیتے ہوئے قطار کا نقش

$$(14.116) \quad E = \cos^{n-1} \left(\frac{\pi}{2} \cos \theta \right)$$

لکھا جاسکتا ہے۔

5008

5009

14.8.4 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار

ثنائی قطار غیر یکساں رکنی قطار ہے۔ آئیں شکل میں دکھائے گئے n رکنی، غیر سمتی، یکساں طاقت کے منبع کی قطار کا دور میدان حاصل کریں۔ یہاں فرض کیا جاتا ہے کہ قطار میں ہر دو قریبی منبع میں δ زاویائی فرق پایا جاتا ہے۔ یوں

$$\psi = \beta d \cos \theta + \delta \quad (14.117)$$

ہو گا۔ قطار کا دور میدان

$$E = E_0 \left(1 + e^{j\psi} + e^{j2\psi} + e^{j3\psi} + \dots + e^{j(n-1)\psi} \right) \quad (14.118)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں

d قطار میں رکن کے درمیان فاصلہ،

δ ہر دو قریبی رکن کے درمیان زاویائی فرق اور

ψ دو قریبی رکن میں کل زاویائی فرق یعنی $\delta + \beta d \cos \theta$

ہیں۔

اس میں $x = e^{j\psi}$ پر کرنے سے جانی پہچانی تسلسل

$$E_0 \left(1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{n-1} \right)$$

حاصل ہوتی ہے جس کا مجموعہ

$$E_0 \left(\frac{1 - x^n}{1 - x} \right)$$

کے برابر ہے۔

مساوات 14.118 کو $e^{j\psi}$ سے ضرب دیتے ہوئے

$$E e^{j\psi} = E_0 \left(e^{j\psi} + e^{j2\psi} + e^{j3\psi} + \dots + e^{jn\psi} \right) \quad (14.119)$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 14.118 سے مساوات 14.119 منفی کر کے E کے لئے حل کرتے ہوئے

$$E = E_0 \frac{1 - e^{jn\psi}}{1 - e^{j\psi}} = E_0 \frac{\sin \frac{n\psi}{2}}{\sin \frac{\psi}{2}} \angle (n-1) \frac{\lambda}{2} \quad (14.120)$$

حاصل ہوتا ہے۔ اگر قطار کے درمیانے نقطے کو زاویائی صفر چنا جاتا تب مندرجہ بالا مساوات میں زاویہ $\angle (n-1) \frac{\lambda}{2}$ نہ پایا جاتا۔ تمام رکن غیر سمتی ہونے کی صورت میں E_0 ہر رکن کا انفرادی نقش ہو گا جبکہ $\frac{\sin \frac{n\psi}{2}}{\sin \frac{\psi}{2}}$ قطاری نقش ہے۔

غیر سمتی منبع اور زاویائی صفر کا مقام قطار کے درمیانے نقطے پر رکھتے ہوئے

$$E = E_0 \frac{\sin \frac{n\psi}{2}}{\sin \frac{\psi}{2}} \quad (14.121)$$

ہوگا۔ قطار کی زیادہ سے زیادہ قیمت $0 \rightarrow \psi$ کی صورت میں پائی جائے گی۔ چونکہ $\psi = 0$ پر مندرجہ بالا مساوات $E = \frac{0}{0}$ دیتا ہے جو بے معنی³⁷ ہے لہذا ہمیں **ال ہوس پٹل**³⁸ کا قاعدہ استعمال کرنا ہوگا جس کے تحت اگر تقابل $y = \frac{m(x)}{n(x)}$ کی قیمت $a \rightarrow x \rightarrow 0$ پر $y = \frac{0}{0}$ حاصل ہو تب قیمت $y = \frac{\partial m / \partial x}{\partial n / \partial x}$ سے حاصل ہو گی۔ یوں مندرجہ بالا مساوات سے $0 \rightarrow \psi$

$$E = E_0 \left. \frac{\frac{\partial \sin \frac{n\psi}{2}}{\partial \psi}}{\frac{\partial \sin \frac{\psi}{2}}{\partial \psi}} \right|_{\psi \rightarrow 0}$$

$$= E_0 \left. \frac{\frac{n}{2} \cos \frac{n\psi}{2}}{\frac{1}{2} \cos \frac{\psi}{2}} \right|_{\psi \rightarrow 0}$$

یعنی

$$(14.122) \quad E = nE_0$$

حاصل ہوتا ہے جو قطار کی زیادہ سے زیادہ ممکنہ میدان ہے۔ یہ میدان قطار میں انفرادی منبع کے طاقت سے n گنا زیادہ ہے۔ اس قطار کے نقش کی زیادہ سے زیادہ قیمت اس زاویے پر پائی جائے گی جس پر $\psi = 0$ یعنی

$$(14.123) \quad \beta d \cos \theta + \delta = 0$$

ہو جس سے

$$(14.124) \quad \theta = \cos^{-1} \left(-\frac{\delta}{\beta d} \right)$$

حاصل ہوتا ہے۔

اسی طرح اخراجی نقش کا صفر اس مقام پر ہوگا جہاں مساوات 14.121 صفر کے برابر ہو یعنی جہاں $\frac{n\psi}{2} = \mp k\pi$ کے برابر ہو یعنی

$$(14.125) \quad \frac{n}{2} (\beta d \cos \theta + \delta) = \mp k\pi$$

جس سے صفر اخراج کا زاویہ

$$(14.126) \quad \theta_0 = \cos^{-1} \left[\left(\mp \frac{2k\pi}{n} - \delta \right) \frac{\lambda}{2\pi d} \right]$$

حاصل ہوتا ہے جہاں

θ_0 صفر اخراج کا زاویہ،

$k = 1, 2, 3, \dots$ ممکن ہے جہاں $mn \neq k$ کی شرط لاگو ہے جس میں $m = 1, 2, 3, \dots$ کے برابر ہے۔

مساوات 14.121 کو مساوات 14.122 سے تقسیم کرتے ہوئے تقابل پذیر میدان E_n

$$(14.127) \quad E_n = \frac{E}{nE_0} = \frac{1}{n} \frac{\sin \frac{n\psi}{2}}{\sin \frac{\psi}{2}}$$

حاصل ہوتا ہے۔

14.8.5 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: چوڑائی جانب اخراجی قطار

نقش کی چوٹی اس مقام پر پائی جاتی ہے جس پر $\delta = -\beta d \cos \theta$ ہو۔ قطار کے سیدھ میں کھڑے ہو کر، چوڑائی جانب ($\theta = 90^\circ$) زیادہ سے زیادہ اخراج $\delta = 0$ کی صورت میں ہوگا یعنی جب تمام انفرادی منبع ہم قدم ہوں۔ اگر θ کی جگہ اس کا زاویہ **تکملہ** γ^{39} استعمال کیا جائے تب نقش کے صفر

$$(14.128) \quad \gamma_0 = \sin^{-1} \left(\mp \frac{k\lambda}{nd} \right)$$

پر پائے جائیں گے۔ لمبی قطار $nd \gg k\lambda$ کی صورت میں γ_0 کم قیمت کا ہوگا لہذا اسے

$$(14.129) \quad \gamma_0 = \frac{k}{nd/\lambda} \approx \frac{k}{L/\lambda}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں قطار کی لمبائی $L = (n-1)d$ ہے۔ لمبائی کو $n \gg 1$ کی صورت میں

$$L = (n-1)d \approx nd$$

لکھا جاسکتا ہے۔ مساوات 14.129 میں $k = 1$ پر کرتے ہوئے نقش کا پہلا صفر γ_{01} حاصل ہوتا ہے۔ یوں گوشے کے دونوں اطراف پر پہلے صفروں کے درمیان نقش کی چوڑائی

$$(14.130) \quad \text{پہلی صفر چوڑائی} = \gamma_{01} \approx \frac{2}{L/\lambda} \text{ rad} = \frac{114.6^\circ}{L/\lambda}$$

حاصل ہوتی ہے۔ نقش میں زیادہ سے زیادہ طاقت کے زاویے کے دونوں اطراف وہ زاویے پائے جاتے ہیں جن پر طاقت نصف ہوتی ہے۔ ان کے درمیان زاویے کو **نصف طاقت چوڑائی**⁴⁰، کہتے ہیں۔ لمبے یکساں چوڑائی جانب اخراجی قطار⁴¹ کے نصف طاقت چوڑائی کی قیمت **پہلی صفر چوڑائی**⁴² کے تقریباً آدھی ہوتی ہے۔ یوں

$$(14.131) \quad \text{نصف طاقت چوڑائی} \approx \frac{\text{پہلی صفر چوڑائی}}{2} = \frac{1}{L/\lambda} \text{ rad} = \frac{57.3^\circ}{L/\lambda}$$

ہوگی۔

شکل 14.9 میں چوڑائی جانب اخراجی قطار کا تقابل پذیر نقش دکھایا گیا ہے۔ یہ نقش مساوات 14.127 سے حاصل کیا گیا ہے۔ اس قطار میں منبع $\frac{1}{2}$ فاصلے پر رکھے گئے ہیں۔ بیس عدد برابر طاقت کے منبع پر مبنی اس قطار کی نصف طاقت چوڑائی $\theta_{HP} = 5.1^\circ$ ہے۔ شکل میں نقش کا تراش دکھایا گیا ہے۔ یہ حقیقت میں چھنی ماند ہے لہذا $\phi = 0^\circ$ تا $\phi = 360^\circ$ گھومتے ہوئے اس کی صورت بھی نظر آئے گی۔ یوں ϕ زاویے پر اس کی نصف طاقت چوڑائی $\phi_{HP} = 360^\circ$ ہے۔⁵⁰²⁵

14.8.6 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: لمبائی جانب اخراجی قطار

زیادہ سے زیادہ اخراج کا زاویہ مساوات 14.123

$$(14.132) \quad \beta d \cos \theta + \delta = 0$$

سے حاصل ہوتا ہے۔ قطار کے سیدھ میں کھڑے ہو کر سیدھا آگے ($\theta = 0$) لمبائی کی جانب زیادہ سے زیادہ اخراج اس صورت ہوگا جب ہر دو قریبی منبع کے مابین

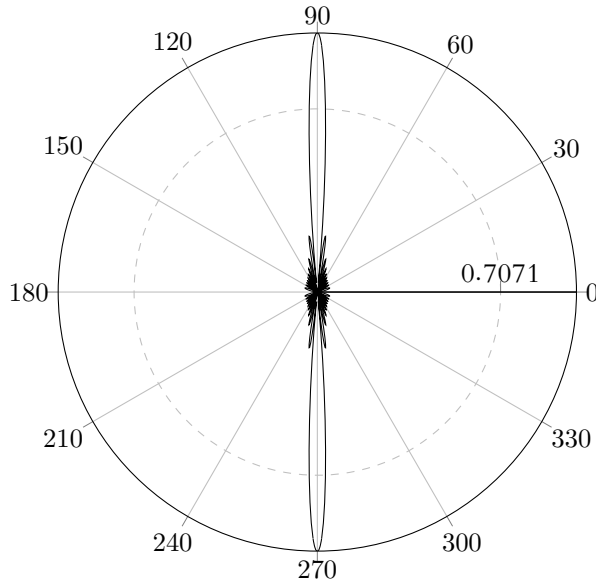
$$(14.133) \quad \delta = -\beta d$$

³⁹complementary angle

⁴⁰half power beam width, HPBW

⁴¹broadside array

⁴²beam width between first nulls, BWFN



شکل 14.9: چوڑائی جانب اخراجی قطار

زاویائی فرق پایا جاتا ہو۔ یوں ایسے قطار کے صفر مساوات 14.125 کے تحت

$$\frac{n}{2} \beta d (\cos \theta_0 - 1) = \mp k \pi$$

یعنی

$$\cos \theta_0 - 1 = \mp \frac{k}{nd/\lambda}$$

سے حاصل ہوں گے۔ اس سے

$$\frac{\theta_0}{2} = \sin^{-1} \left(\mp \sqrt{\frac{k}{2nd/\lambda}} \right) \quad (14.134)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ لمبی قطار ($nd \gg k\lambda$) کی صورت میں اسے

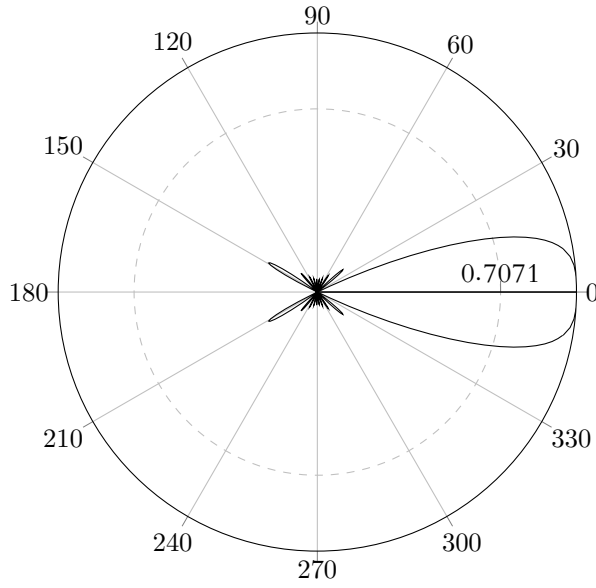
$$\theta_0 = \mp \sqrt{\frac{2k}{nd/\lambda}} \approx \mp \sqrt{\frac{2k}{L/\lambda}} \quad (14.135)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں لمبائی $L = (n-1)d$ کو $L = (n-1)d$ کی صورت میں $nd \approx L$ لکھا گیا ہے۔ پہلا صفر $k = 1$ پر حاصل ہوگا جس سے پہلی صفر چوڑائی

$$\theta_{01} \approx 2 \sqrt{\frac{2}{L/\lambda}} \text{ rad} = 114.6^\circ \sqrt{\frac{2}{L/\lambda}} \quad (14.136)$$

حاصل ہوتی ہے۔

بیس منبع پر مبنی، لمبائی جانب اخراجی قطار کا تقابل پذیر اخراجی نقش شکل 14.10 میں دکھایا گیا ہے۔ یہ نقش مساوات 14.127 سے حاصل کیا گیا ہے۔ منبع کے درمیان فاصلہ $\frac{\lambda}{2}$ ہے۔ مساوات 14.127 سے پہلی صفر چوڑائی 52° اور نصف طاقت چوڑائی $\theta_{HP}^\circ = 34^\circ$ حاصل ہوتی ہے۔ یہ نقش جتنا چوڑا ہے یہ اتنا صفحہ کے عمودی



شکل 14.10: لمبائی جانب اخراجی قطار

جانب موٹا بھی ہے۔ یوں ϕ جانب بھی اس کی نصف طاقت چوڑائی $\phi_{HP}^\circ = 34^\circ$ ہی ہے۔ لمبائی جانب اخراجی لمبی قطار کی نصف طاقت چوڑائی اس کے پہلے صفر چوڑائی کے تقریباً $\frac{2}{3}$ گنا ہوتی ہے۔

5034

جیسے مثال 14.7 اور مثال 14.8 میں آپ دیکھیں گے کہ n عدد منبع پر مبنی لمبائی جانب اخراجی قطار کی سمتیت n عدد منبع پر مبنی چوڑائی جانب اخراجی قطار کی سمتیت سے زیادہ ہوتی ہے۔

5036

مساوات 14.78 اینٹینا کی سمتیت

$$D = \frac{4\pi}{\Omega_A} \quad (14.137)$$

دیتا ہے جہاں ٹھوس زاویہ مساوات 14.73 سے حاصل ہوتا ہے۔ اگر ثانوی شعاعوں کو نظر انداز کیا جائے تب مرکزی شعاع کے θ سمت میں نصف طاقت زاویہ θ_{HP} اور ϕ سمت میں نصف طاقت زاویہ ϕ_{HP} کا ضرب تقریباً ٹھوس زاویہ کے برابر ہوگا لہذا ایسی صورت میں مساوات 14.73 حل کرنا ضروری نہیں اور سمتیت کو

$$D \approx \frac{4\pi}{\phi_{HP}\phi_{HP}} \quad (14.138)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں نصف طاقت زاویے ریڈیئن میں ہیں۔ اس مساوات میں

$$4\pi \text{ sr} = 4\pi \text{ rad}^2 = 4\pi \left(\frac{180}{\pi}\right)^2 \text{ deg}^2 = 41\,253 \text{ deg}^2$$

پر کرتے ہوئے

$$D \approx \frac{41\,253}{\theta_{HP}^\circ \phi_{HP}^\circ} \quad (14.139)$$

5037

بھی لکھا جاسکتا ہے۔

5038

مثال 14.7: بیس رکنی، چوڑائی جانب اخراجی قطار جس میں ارکان $\frac{\lambda}{2}$ فاصلے پر ہیں کے نصف طاقت زاویے $\theta_{HP}^\circ = 5.1^\circ$ اور ϕ_{HP}° سمیت حاصل کریں۔

5040

حل: مساوات 14.139 سے

$$D \approx \frac{41253}{5.1 \times 360} = 22.5$$

5041

حاصل ہوتی ہے۔

5042

5043

مثال 14.8: بیس رکنی، لمبائی جانب اخراجی قطار جس میں ارکان $\frac{\lambda}{2}$ فاصلے پر ہیں کے نصف طاقت زاویے $\theta_{HP}^\circ = \phi_{HP}^\circ = 34^\circ$ کی سمیت حاصل کریں۔

5045

حل: مساوات 14.139 سے

$$D \approx \frac{41253}{34 \times 34} = 35.7$$

5046

حاصل ہوتی ہے۔

5047

5048

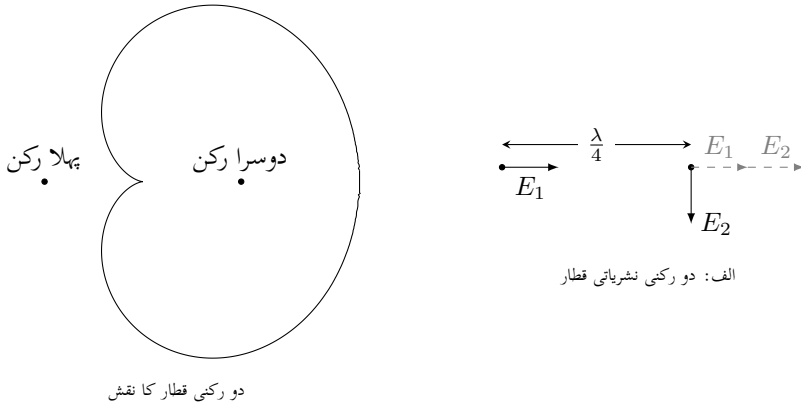
مثال 14.9: دو ارکان پر مبنی قطار میں ارکان کے درمیان فاصلہ $\frac{\lambda}{4}$ ہے۔ دائیں رکن (دوسرا رکن) کو 90° پیچھے برقی رومبیا کی گئی ہے۔ دونوں برقی رو کی حتمی قیمت برابر ہے۔ دونوں ارکان افقی سطح پر سیدھے کھڑے ہیں۔ افقی میدان پر اخراجی نقش حاصل کریں۔

5050

حل: برقی رو کی حتمی قیمت برابر ہونے کی صورت میں $|E_1| = |E_2| = E$ ہوں گے۔ اگر لمحہ $t = 0$ پر بائیں رکن (پہلا رکن) کا برقی میدان 0° میکانیکی زاویے پر ہو تب اسی لمحہ دائیں رکن (دوسرا رکن) کا میدان 90° میکانیکی زاویے پر ہو گا۔ شکل 14.11-الف میں ان میدان (E_1 اور E_2) کو گاڑھی سیاہی میں دکھایا گیا ہے۔ چونکہ دونوں ارکان میں $\frac{\lambda}{4}$ کا فاصلہ ہے لہذا جتنی دیر بائیں رکن کے میدان کی موج E_1 چل کر دائیں رکن تک پہنچے گا اتنی دیر میں دوسرا رکن 90° میکانیکی زاویے پر ہی میدان پیدا کرے گا۔ یوں دوسرے رکن کے مقام پر دونوں میدان ہم قدم پائے جائیں گے لہذا یہاں برقی میدان $E_1 + E_2$ یعنی دگنا ہو گا۔ شکل 14.11-الف میں کچھ دیر بعد کے ان میدان کو ہلکی سیاہی میں ہم قدم دکھایا گیا ہے۔ دونوں میدان دائیں جانب ہم قدم رہتے ہوئے حرکت کریں گے۔

5056

اس کے برعکس جس لمحہ دائیں رکن کی برقی رو 0° پر ہو اسی لمحہ بائیں رکن کی برقی رو 90° پر ہو گی۔ اس لمحے پر دائیں رکن کا میدان 0° پر ہو گا جبکہ بائیں رکن کا میدان 90° پر ہو گا۔ اب جتنی دیر میں دائیں رکن کا میدان بائیں رکن تک پہنچے گا اتنی دیر میں دائیں رکن کا میدان مزید 90° آگے بڑھ کر 180° پر پہنچ چکا ہو گا۔ یوں



دو رکنی قطار کا نقش

شکل 14.11: دو رکنی اشاعتی قطار اور اس کا نقش

دائیں رکن کے مقام پر دونوں میدان آپس میں الٹ سمت میں ہوں گے لہذا ان کا مجموعہ صفر کے برابر ہوگا۔ اس طرح دائیں رکن کے دائیں جانب میدان صفر ہی پایا جائے گا۔ شکل 14.11 میں صفر اور پائے ریڈیٹن زاویوں پر دگنا اور صفر میدان دکھایا گیا ہے۔

5060

دونوں رکن کے درمیان عمودی لکیر پر پہنچنے کے لئے دونوں میدان کو برابر دور اپنے کی ضرورت ہے لہذا اس لکیر پر دونوں میدان آپس میں عمودی رہیں گے۔ اس لکیر پر کل میدان مسئلہ فیثاغورث کی مدد سے $\sqrt{E^2 + E^2} = 1.4142E$ حاصل ہوگا۔ شکل 14.11-ب میں اسی طرح مختلف مقامات پر میدان حاصل کرتے ہوئے حاصل کردہ نقش دکھایا گیا ہے۔

5063

5064

مندرجہ بالا مثال کے نقش سے ظاہر ہے کہ یہ اینٹینا بائیں جانب اخراج نہیں کرتا لہذا اس کے بائیں جانب دوسرا اینٹینا نصب کیا جاسکتا ہے جس کی اخراجی سمت بائیں رکھی جائے گی تاکہ دونوں علیحدہ علیحدہ نشریات کر سکیں۔

5066

14.8.7 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: بدلتے زاویہ اخراجی اینٹینا

5067

مساوات 14.124

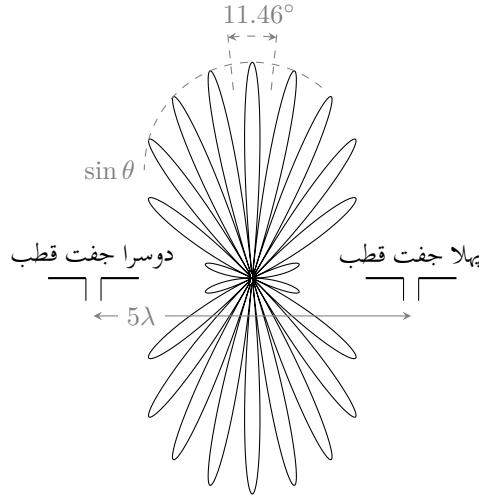
$$\theta_{\text{بند تر طاقت}} = \cos^{-1} \left(-\frac{\delta}{\beta d} \right) \quad (14.140)$$

یکساں ارکان کے قطار کی مرکزی نقش کا زاویہ دیتی ہے۔ چوڑائی جانب اخراجی قطار میں $\theta = 90^\circ$ رکھا جاتا ہے جبکہ لمبائی جانب اخراجی قطار میں $\theta = 0^\circ$ رکھا جاتا ہے۔ اگر شعاع کی سمت تبدیل کرنی ہو تو ایسے اینٹینا کو گھمانا ہوگا۔

5069

مساوات 14.124 کے تحت θ کو تبدیل کرتے ہوئے شعاع کی سمت کسی بھی زاویے پر رکھی جاسکتی ہے۔ یوں θ کو -1 تا $+1$ مسلسل تبدیل کرتے ہوئے شعاع کی سمت کو 0° تا 180° مسلسل تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ یوں بدلتے زاویہ اخراجی اینٹینا⁴³ کو ہلایے بغیر اس کی اخراجی سمت تبدیل کی جاسکتی ہے۔

5071



شکل 14.12: دو عدد مختصر جفت قطب جنہیں 5λ فاصلے پر رکھا گیا ہے سے حاصل تداخل پیمہ کا نقش۔

14.9 تداخل پیمہ

5072

فلکیات⁴⁴ کے میدان میں اینٹینا کا کلیدی کردار ہے۔ ریڈیائی فلکیات⁴⁵ میں استعمال ہونے والے اینٹینا کو تداخل پیمہ⁴⁶ اینٹینا کہتے ہیں۔

5073

شکل 14.12 میں دو عدد مختصر جفت قطب کے درمیان فاصلہ L ہے۔ دونوں کو ہم قدم برقی رو مہیا کی گئی ہے۔ ضرب نقش کی ترکیب استعمال کرتے ہوئے اس کا نقش

$$E = 2E_1 \cos \frac{\psi}{2} \quad (14.141)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں $\psi = \beta L \cos \theta$ کے برابر ہے۔ ضرب نقش کے تحت E_1 انفرادی رکن کی نقش ہے جبکہ $\cos \frac{\psi}{2}$ دور کنی قطار کا نقش ہے۔ مساوات 14.48 سے مختصر جفت قطب کا نقش $\sin \theta$ حاصل ہوتا ہے لہذا قابل پذیر نقش

$$E = \sin \theta \cos \frac{\psi}{2} = \sin \theta \cos \left(\frac{\pi L}{\lambda} \cos \theta \right) \quad (14.142)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ کا استعمال کیا گیا ہے۔ شکل 14.12 میں $L = 5\lambda$ کے لئے نقش دکھایا گیا ہے۔ زاویہ θ کا زاویہ تکملہ $\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta$ استعمال کرتے ہوئے، پہلا صفر

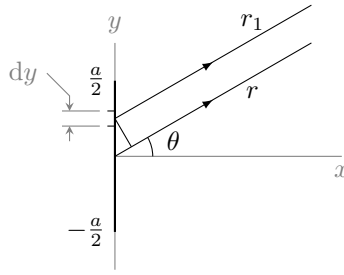
$$\frac{\pi L}{\lambda} \cos \theta = \frac{\pi L}{\lambda} \sin \gamma_{01} = \frac{\pi}{2}$$

کی صورت میں پایا جائے گا جس سے

$$\gamma_{01} = \sin^{-1} \frac{1}{2L/\lambda} \quad (14.143)$$

حاصل ہوتا ہے۔ اگر $L \gg \lambda$ ہو تب پہلی صفر چوڑائی

$$\text{پہلی صفر چوڑائی} = 2\gamma_{01} = \frac{1}{L/\lambda} \text{ rad} = \frac{57.3}{L/\lambda} \text{ deg} \quad (14.144)$$



شکل 14.13: مسلسل خطی اینٹینا

لکھی جاسکتی ہے۔ یہ مساوات 14.130 میں دیے m کنی چوڑائی جانب اخراجی قطار کے پہلی صفر چوڑائی کی آدھی قیمت ہے۔ ہلکی سیاہی کے نقطہ دار لکیر سے شکل میں مختصر جفت قطب کے نقش $\sin \theta$ کو واضح کیا گیا ہے۔

5075

پانچ طول موج برابر L کی صورت میں مساوات 14.144 سے پہلی صفر چوڑائی 11.46° حاصل ہوتی ہے۔

5076

ریڈیائی فلکیات میں فلکی اخراجی مادے کی شعاع کو تداخل پیما سے وصول کیا جاتا ہے۔ ان کی جسامت کا بہتر سے بہتر تخمینہ لگانے میں چوڑائی نقش کردار ادا کرتی ہے۔

5078

مشق 14.1: $L = 20\lambda$ کی صورت میں تداخل پیمائی پہلی صفر چوڑائی حاصل کریں۔

5079

جواب: 2.865°

5080

5081

14.10 مسلسل خطی اینٹینا

5082

ہم متعدد تعداد کے نقطہ منبع پر مبنی مختلف اقسام کے اینٹینا دیکھ چکے ہیں۔ اگر متعدد نقطہ منبع کی قطار میں منبع کے درمیان فاصلہ اتنا کم کر دیا جائے کہ یہ علیحدہ علیحدہ منبع کی جگہ ایک مسلسل لکیر نظر آئے تو ایسی صورت میں مسلسل خطی اینٹینا حاصل ہوگا۔ شکل 14.13 میں ایسا ہی اینٹینا دکھایا گیا ہے جس میں تمام نقطہ منبع کو ہم قدم برقی رو مہیا کی گئی ہے۔ اس اینٹینے کی کل لمبائی a کے برابر ہے۔ اینٹینا y محور پر پایا جاتا ہے۔

5085

اینٹینا کے چھوٹے حصے dy کا دور میدان dE

$$dE = \frac{A}{r_1} e^{j(\omega(t - \frac{r_1}{c})} dy = \frac{A}{r_1} e^{j(\omega t - \beta r_1)} dy \quad (14.145)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں A برقی رو پر منحصر مستقل ہے۔ یوں مکمل اینٹینا کا میدان

$$E = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{A}{r_1} e^{j(\omega t - \beta r_1)} dy \quad (14.146)$$

ہوگا۔ شکل سے $r_1 = r - y \sin \theta$ لکھا جاسکتا ہے۔ یوں

$$(14.147) \quad E = e^{j(\omega t - \beta r)} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \frac{A}{r_1} e^{j\beta y \sin \theta} dy$$

حاصل ہوتا ہے۔ اگر $r_1 \gg a$ ہو تب شکل کے $e^{j\beta y \sin \theta}$ جزو کی قیمت y تبدیل ہونے سے اتنی تبدیل ہوتی ہے کہ اس تبدیلی کو نظر انداز نہیں کیا جاسکتا۔ اس کے برعکس، جیسے حصہ 14.3 میں دکھایا گیا ہے، $r_1 \gg a$ کی صورت میں $\frac{A}{r_1} \approx \frac{A}{r}$ لکھا جاسکتا ہے۔ ایسا کرتے ہوئے اسے شکل کے باہر

$$(14.148) \quad E = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - \beta r)} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{j\beta y \sin \theta} dy$$

لکھا جاسکتا ہے۔ شکل لیتے ہوئے

$$(14.149) \quad E = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - \beta r)} \left[\frac{e^{j\beta \frac{a}{2} \sin \theta}}{j\beta \sin \theta} - \frac{e^{-j\beta \frac{a}{2} \sin \theta}}{j\beta \sin \theta} \right]$$

$$= A' \frac{\sin \left(\frac{\beta a}{2} \sin \theta \right)}{\frac{\beta a}{2} \sin \theta}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں

$$\frac{a A e^{j(\omega t - \beta r)}}{r} = A'$$

لکھا گیا ہے۔

مساوات 14.149 زیادہ سے زیادہ میدان $\theta = 90^\circ$ پر A' دیتا ہے۔ یوں مساوات 14.149 کو A' سے تقسیم کرنے سے مسلسل اینٹینا کی تقابل پذیر قیمت

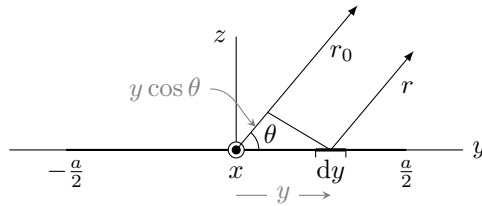
$$(14.150) \quad E_n = \frac{\sin \left(\frac{\beta a}{2} \sin \theta \right)}{\frac{\beta a}{2} \sin \theta}$$

حاصل ہوتی ہے۔

یہاں رک کر صفحہ 542 پر مساوات 14.127 کو دوبارہ دیکھیں۔

14.11 مستطیل سطحی اینٹینا

حصہ 14.10 کی ترکیب مستطیل سطحی اینٹینا پر بھی لاگو کی جاسکتی ہے۔ اگر نقطہ منبع کے صف در صف اتنے قریب قریب رکھے جائیں کہ یہ علیحدہ علیحدہ منبع کی جگہ ایک مسلسل سطح نظر آئے تو ایسی صورت میں مسلسل سطحی اینٹینا حاصل ہوگا۔ ایسی ہی ایک مستطیلی سطح جس کی سمت میں لمبائی x_1 اور y سمت میں لمبائی a ہے کو شکل 14.14 میں دکھایا گیا ہے۔ سطح پر میدان x سمت میں ہے۔ اس سطح پر میدان x کا تفاعل نہیں ہے البتہ یہ y پر منحصر ہے۔ یوں میدان کو $E_x(y)$ لکھا جائے گا۔ پورے سطح پر میدان ہم قدم ہے۔



شکل 14.14: مستطیل سطحی اینٹینا

ہائی گن⁴⁷ کے اصول کے تحت محاذ موج پر ہر نقطہ، منبع موج کا کردار ادا کرتا ہے۔ یوں سطح پر چھوٹے رقبے $dx dy$ پر میدان $E_x(y)$ بطور منبع کردار ادا کرے گا۔ سطح پر برقی میدان $E_x(y)$ سے یہاں کا مقناطیسی میدان

$$(14.151) \quad H_y = \frac{E_x(y)}{Z_0}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں Z_0 خطے کی قدرتی رکاوٹ $\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ ہے۔ مقناطیسی میدان کا بُعد ایمپیر فی میٹر $\frac{A}{m}$ ہے لہذا اسے

$$(14.152) \quad H_y = J_x z_1$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں سطح کی موٹائی z_1 اور اس میں کثافت برقی رو J_x تصور کی گئی ہے۔ اس طرح لکھنے سے اس حقیقت کی وضاحت ہوتی ہے کہ مقناطیسی میدان بالکل اسی طرح کردار ادا کرتا ہے جیسے کثافت برقی رو۔ یوں مقناطیسی میدان کو منبع تصور کیا جاسکتا ہے۔

مساوات 14.25 میں $I_0 = J_x z_1 dy$ اور $dl = dx$ پر کرنے سے A حاصل کرتے ہوئے، چھوٹے رقبے $dx dy$ سے دور تفرق میدان کو $E = -j\omega A$ سے حاصل کیا جاسکتا ہے یعنی

$$(14.153) \quad \begin{aligned} dE &= -j\omega [dA_x] \\ &= -j\omega \frac{\mu_0 I_0 dl e^{j(\omega t - \beta r)}}{4\pi r} \\ &= -\frac{j\omega \mu_0 E(y)}{4\pi r Z_0} e^{j(\omega t - \beta r)} dx dy \end{aligned}$$

جہاں J_x کی وجہ سے A_x سمتی دباؤ لکھی گئی ہے۔ پورے رقبے سے پیدا میدان سطحی مکمل سے حاصل ہوگا۔ رقبے کے وسط سے r_0 فاصلے اور θ زاویے پر میدان

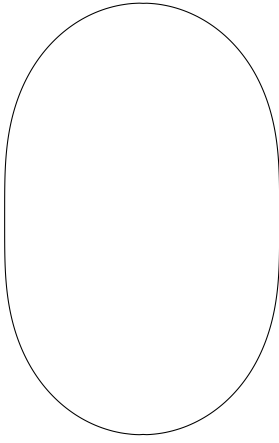
$$(14.154) \quad E(\theta) = -\frac{j\omega \mu_0 e^{j(\omega t - \beta r_0)}}{4\pi r_0 Z_0} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-x_1/2}^{x_1/2} E(y) e^{j\beta y \cos \theta} dx dy$$

ہوگا جہاں $r_0 \approx r$ لیا گیا ہے۔ بیرونی مکمل لیتے اور $\frac{1}{2\lambda} = \frac{\omega \mu_0}{4\pi Z_0}$ پر کرتے ہوئے میدان کی حتمی قیمت $|E|$

$$(14.155) \quad E(\theta) = \frac{x_1}{2r_0 \lambda} \int_{-a/2}^{a/2} E(y) e^{j\beta y \cos \theta} dy$$

حاصل ہوتی ہے۔ پوری سطح پر یکساں میدان $E_a = E(y)$ کی صورت میں

$$(14.156) \quad E(\theta) = \frac{x_1 E_a}{2r_0 \lambda} \int_{-a/2}^{a/2} e^{j\beta y \cos \theta} dy$$



الف: مستطیل سطحی اینٹینا کا $a = 5\lambda$ کی صورت میں نقش
ب: مستطیل سطحی اینٹینا کا $a = \frac{\lambda}{2}$ کی صورت میں نقش

شکل 14.15: مستطیل سطح کے نقش

لکھتے ہوئے

$$(14.157) \quad E(\theta) = \frac{x_1 a E_a}{2r_0 \lambda} \frac{\sin[(\beta a/2) \cos \theta]}{(\beta a/2) \cos \theta}$$

$$= \frac{E_a S_{\text{اخراجی}}}{2r_0 \lambda} \frac{\sin[(\beta a/2) \cos \theta]}{(\beta a/2) \cos \theta}$$

حاصل ہوگا جہاں $S_{\text{اخراجی}}$ سطح کا رقبہ ہے۔

زیادہ سے زیادہ میدان $\theta = 90^\circ$ پر

$$(14.158) \quad E(\theta)_{\text{بلندتر}} = \frac{E_a S_{\text{اخراجی}}}{2r_0 \lambda} \quad \text{دورِ نئی اخراج}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اگر $\theta = 270^\circ$ جانب اخراج صفر ہو تب $\theta = 90^\circ$ جانب اخراج دگنی

$$(14.159) \quad E(\theta)_{\text{بلندتر}} = \frac{E_a S_{\text{اخراجی}}}{r_0 \lambda} \quad \text{یک رخِ نئی اخراج}$$

ہوگی۔ اس میدان کو $a = 5\lambda$ اور $a = \frac{\lambda}{2}$ کے لئے شکل 14.15 میں دکھایا گیا ہے۔

صفحہ 541 پر مساوات 14.121

$$E(\theta) = E_0 \frac{\sin \frac{n\psi}{2}}{\sin \frac{\psi}{2}}$$

یکساں غیر سمتی n کئی قطار کا دور میدان دیتی ہے جہاں $(\psi = \beta d \cos \theta + \delta)$ ہے اور E_0 انفرادی رکن کا میدان ہے۔ چوڑائی جانب اخراجی قطار $\delta = 0$ کی صورت میں حاصل ہوتا ہے جس سے مندرجہ بالا مساوات

$$(14.160) \quad E(\theta) = E_0 \frac{\sin[(n\beta d/2) \cos \theta]}{\sin[(\beta d/2) \cos \theta]}$$

صورت اختیار کر لیتی ہے۔ قطار کی لمبائی a' لکھتے ہوئے، زیادہ قیمت کی n اور a' کی صورت میں $(n-1)d \approx nd$ ہوگا۔ اگر ہم اپنی توجہ $\theta = 90^\circ$ کے قریب رکھیں تب مساوات 14.160 کو

$$E(\theta) = nE_0 \frac{\sin[(\beta a'/2) \cos \theta]}{(\beta a'/2) \cos \theta} \quad (14.161)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مساوات کا مساوات 14.157 کے ساتھ موازنہ کرنے سے ہم دیکھتے ہیں کہ a لمبائی کی سطحی اینٹینا اور n کئی لمبی چوڑائی اخراجی قطار کے مرکزی شعاع ایک جیسے ہیں۔ مزید $E_0 = \frac{E_a S_{\text{ایک}}}{2r_0 \lambda}$ کی صورت میں دونوں کے میدان بالکل برابر حتی قیمت رکھتے ہیں۔

5099

14.12 اخراجی سطح پر میدان اور دور میدان آپس کے فوریئر بدل ہیں

5100

ایک بُعدی میدان $E(y)$ اور اس سے پیدا دور میدان $E(\theta)$ ایک دوسرے کے **فوریئر بدل**⁴⁹ ہوتے ہیں۔ محدود سطح کے لئے ان جڑواں فوریئر تسلسل میں سے ایک بدل کو

$$E(\theta) = \int_{-a/2}^{a/2} E(y) e^{j\beta y \cos \theta} dy \quad (14.162)$$

5101

لکھا جاسکتا ہے۔ اس کا مساوات 14.155 کے ساتھ موازنہ کریں۔ ان میں صرف جزو ضربی $\frac{x_1}{2r_0 \lambda}$ کا فرق پایا جاتا ہے۔

شکل میں کئی $E(y)$ اور اس سے پیدا $E(\theta)$ آمنے سامنے دکھائے گئے ہیں۔ سطح پر یکساں میدان اور اس کا پیدا کردہ دور میدان شکل-الف میں دکھائے گئے ہیں جن کے حوالے سے بقایا پر تبصرہ کرتے ہیں۔ تکنیکی اور سائنس نما سطحی تقسیم کے مرکزی شعاع کی چوڑائی زیادہ ہے البتہ ان کے ثانوی شعاعیں کمزور ہیں۔ مربع کوہسائن اور گاوسی تقسیم⁵⁰ کے مرکزی شعاع مزید زیادہ چوڑی ہے جبکہ ان میں ثانوی شعاع نہیں پائی جاتی۔ اس کے برعکس منفی ڈھلوان کی تقسیم مثلاً شکل-ث کم چوڑائی کی مرکزی شعاع پیدا کرتی ہے البتہ اس کی ثانوی شعاعیں بھی زیادہ طاقتور ہوتی ہیں۔ منفی ڈھلوان کی انتہا شکل-ث میں دکھائی گئی ہے جو دور کئی تداخل پیاہی ہے۔ اس کی چوڑائی شکل-الف کی آدھی ہے البتہ اس کے ثانوی شعاعیں عین مرکزی شعاع جتنی طاقتور ہیں۔

5106

14.13 خطی اینٹینا

5107

مختصر جفت قطب ہم دیکھ چکے ہیں جہاں جفت قطب کی لمبائی طول موج سے بہت کم $\lambda \ll l$ تھی۔ آئیں لمبی اینٹینا پر غور کریں۔ اینٹینا پر سائن نما برقی رو تصور کی جائے گی۔

5109

شکل میں کل L لمبائی کا اینٹینا دکھایا گیا ہے جسے بالکل درمیان سے برقی رومہیا کی گئی ہے۔ اینٹینا کے دونوں بالکل یکساں نصف اطراف میں برقی رو بھی ہم شکل ہے۔ ہم L کے چھوٹے چھوٹے ٹکڑوں dy کو انفرادی جفت قطب تصور کرتے ہوئے ان سب کے میدان کا مجموعہ حاصل کرتے ہوئے اس اینٹینا کا دور میدان حاصل کریں گے۔ تجربے سے ثابت ہوتا ہے کہ ایسی اینٹینا میں برقی رو

$$I = \begin{cases} I_0 \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{L}{2} + y \right) \right] & y < 0 \\ I_0 \sin \left[\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{L}{2} - y \right) \right] & y > 0 \end{cases} \quad (14.163)$$

صورت رکھتی ہے۔ مختصر جفت قطب کی لمبائی کو dy اور اس کے دور میدان کو dE_θ لکھتے ہوئے مساوات 14.38

$$(14.164) \quad dE_\theta = j \frac{30I\beta dy}{r} \sin \theta e^{j(\omega t - \beta r)}$$

یعنی

$$(14.165) \quad dE_\theta = \frac{j60\pi e^{j(\omega t - \beta r_0)}}{r_0\lambda} \sin \theta I e^{j\beta y \cos \theta} dy$$

دیتی ہے۔ یوں L لمبے اینٹینا کا میدان

$$(14.166) \quad E_\theta = k \sin \theta \int_{-L/2}^{L/2} I e^{j\beta y \cos \theta} dy$$

ہوگا جہاں

$$(14.167) \quad k = \frac{j60\pi e^{j(\omega t - \beta r_0)}}{r_0\lambda}$$

لکھا گیا ہے۔ مساوات 14.163 استعمال کرتے اور مکمل لیتے ہوئے

$$(14.168) \quad E_\theta = \frac{j60[I_0]}{r_0} \left\{ \frac{\cos[(\beta L \cos \theta)/2] - \cos(\beta L/2)}{\sin \theta} \right\} \quad \text{خطی اینٹینا کی عمومی مساوات}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں $I_0 = I_0 e^{j(\omega t - \beta r_0)}$ تاخیری برقی رو ہے۔ $\frac{\lambda}{2}$ جفت قطب کی صورت میں اسے

$$(14.169) \quad E_\theta = \frac{j60[I_0]}{r_0} \frac{\cos[\frac{\pi}{2} \cos \theta]}{\sin \theta} \quad \text{جفت قطب } \frac{\lambda}{2}$$

لکھا جاسکتا ہے۔

میدان کی شکل مساوات 14.168 کے دائیں جانب قوسین میں بند جزو پر منحصر ہے جسے $\frac{\lambda}{2}$ جفت قطب کی صورت میں

$$(14.170) \quad E_\theta = \frac{\cos[\frac{\pi}{2} \cos \theta]}{\sin \theta} \quad \text{جفت قطب } \frac{\lambda}{2}$$

اور 1.5λ جفت قطب کی صورت میں

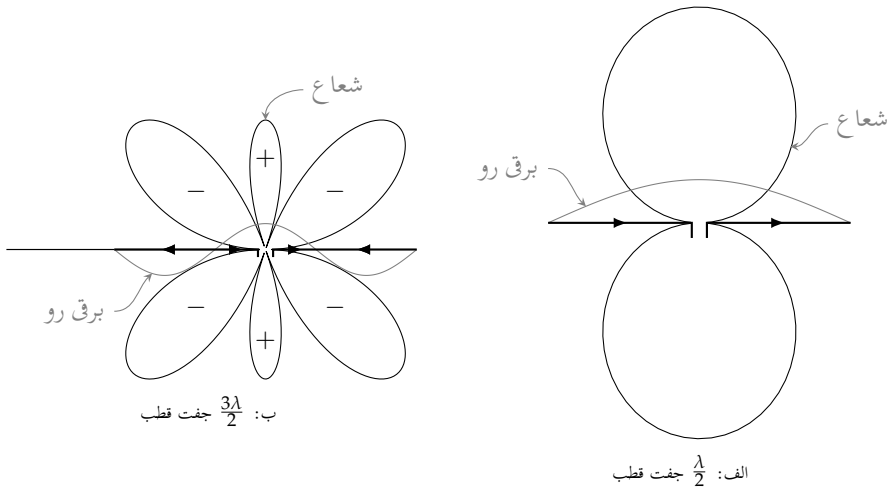
$$(14.171) \quad E_\theta = \frac{\cos[\frac{3\pi}{2} \cos \theta]}{\sin \theta} \quad \text{جفت قطب } \frac{3\lambda}{2}$$

لکھا جاسکتا ہے۔

شکل 14.16 میں $\frac{\lambda}{2}$ اور $\frac{3\lambda}{2}$ جفت قطب اور ان کے شعاع نلکی محدود دکھائے گئے ہیں۔ جفت قطب پر برقی رو کی سمتیں تیر کی نشان سے دکھائے گئے ہیں۔

شکل-ب میں میدان کے شعاعوں میں 180° کا زاویائی فرق پایا جاتا ہے۔

جفت قطب کو محور لیتے ہوئے دئے گئے نقش کو اس کے گرد گمانے سے تین رُخی نقش حاصل ہوگا۔



شکل 14.16: 0.5λ اور 1.5λ جفت قطب کے دور میدان۔

اوسط پوٹینٹنگ سمتیہ کا بڑی رداس کے کرہ پر سطحی نکل

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{|E_{\theta}|^2}{2Z} r^2 \sin \theta \, d\theta \, d\phi \quad (14.172)$$

عددی طریقے سے حاصل کرتے ہوئے کل اخراجی مزاحمت R حاصل کی جاتی ہے۔ اس مساوات میں $|E_{\theta}|$ کو مساوات 14.169 سے پر کرتے ہوئے

$$P = \frac{15I_0^2}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\cos^2[\frac{\pi}{2} \cos \theta]}{\sin \theta} \, d\theta \, d\phi$$

حاصل ہوتا ہے جہاں $Z_0 = 120\pi$ اور $r = r_0$ لکھے گئے ہیں۔ بیرونی مکمل پہلے لیتے ہوئے

$$P = 30I_0^2 \int_0^{\pi} \frac{\cos^2[\frac{\pi}{2} \cos \theta]}{\sin \theta} \, d\theta \quad (14.173)$$

ملتا ہے۔ اس مساوات کو عددی طریقے سے حل کرتے ہیں۔ ایسا کرنے کی خاطر اسے مجموعے

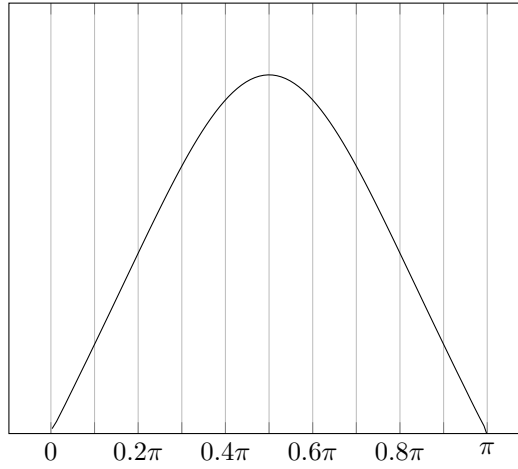
$$P = \sum_{i=0}^n 30I_0^2 \frac{\cos^2[\frac{\pi}{2} \cos \theta]}{\sin \theta} \Delta\theta = \sum_{i=0}^n p(\theta) \Delta\theta \quad (14.174)$$

کی شکل میں لکھتے ہیں جہاں

$$p(\theta) = 30I_0^2 \frac{\cos^2[\frac{\pi}{2} \cos \theta]}{\sin \theta} \quad (14.175)$$

شکل 14.17 میں کارٹیسی محدود پر تفاعل $p(\theta)$ کو دکھایا گیا ہے۔ افقی محدود پر $\theta = 0$ یا $\theta = \pi$ ہے جبکہ عمودی محدود پر $p(\theta)$ ہے۔ اگر $\theta_{\text{step}} = 0$ تا π کو n برابر ٹکڑوں میں تقسیم کیا جائے تو ہر ٹکڑے کی چوڑائی $\frac{\pi}{n}$ ہوگی۔ گراف کے ایسے ہر ٹکڑے کو مستطیل تصور کیا جاسکتا ہے۔ ان تمام مستطیل کے رقبے جمع کرتے ہوئے مکمل حاصل کیا جاتا ہے۔ اسے کہتے ہیں عددی طریقہ۔

شکل میں $n = 10$ لیا گیا ہے۔ یوں ہمیں دس مستطیل کے رقبے حاصل کرنے ہیں۔ ہر مستطیل کے دونوں اطراف کے قد کی اوسط قیمت کو مستطیل کا قد تصور کیا جائے گا۔ بائیں بازو سے شروع کرتے ہوئے پہلے مستطیل کے بائیں طرف کا قد 0 ہے جبکہ اس کے دائیں طرف کا قد $\theta = 0.1\pi$ پر مساوات 14.175



شکل 14.17: اخراجی مزاحمت کا عددی حل۔

جدول 14.2: برابر زاویائی فاصلوں پر تفاعل کے قیمت۔

$30I_0^2 \frac{\cos^2[\pi/2 \cos \theta]}{\sin \theta}$	θ
0	0.0π
$00.573I_0^2$	0.1π
$04.457I_0^2$	0.2π
$13.492I_0^2$	0.3π
$24.677I_0^2$	0.4π
$30I_0^2$	0.5π
$24.677I_0^2$	0.6π
$13.492I_0^2$	0.7π
$04.457I_0^2$	0.8π
$00.573I_0^2$	0.9π
0	1.0π

سے

$$p_1(\theta) = 30I_0^2 \frac{\cos^2[\frac{\pi}{2} \cos(0.1\pi)]}{\sin(0.1\pi)} = 0.573I_0^2 \quad (14.176)$$

حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح بقایا تمام نقطوں پر بھی قد حاصل کرتے ہوئے جدول 14.2 میں دیے گئے ہیں۔

5118

شکل 14.17 میں بائیں سے دوسرے مستطیل ($\theta = 0.1\pi$ تا $\theta = 0.2\pi$) کا رقبہ

$$\begin{aligned} & \text{اوسط قد} \times \text{چوڑائی رقبہ} \\ &= 0.1\pi \times \left(\frac{0.573I_0^2 + 4.457I_0^2}{2} \right) \\ &= 0.79I_0^2 \end{aligned}$$

5119

ہے۔

جدول 14.2 کی مدد سے کل رقبہ

$$P = 0.1\pi I_0^2 \left(\frac{0}{2} + 0.573 + 4.457 + 13.492 + 24.677 + 30 \right. \\ \left. + 24.677 + +13.492 + 4.457 + 0.573 + \frac{0}{2} \right)$$

یعنی

$$(14.177) \quad P = 36.5675 I_0^2$$

حاصل ہوتا ہے۔ سائن نمابرقتی رو کی چوٹی I_0 ہونے کی صورت میں مزاحمت R میں طاقت کا ضیاع $\frac{1}{2} I_0^2 R$ ہوتا ہے لہذا ان دونوں کو برابر لکھتے ہوئے

$$\frac{1}{2} I_0^2 R_{\text{خارجی}} = 36.5675 I_0^2$$

$\frac{\lambda}{2}$ لمبائی کے جفت قطب کا خارجی مزاحمت

$$(14.178) \quad R_{\text{خارجی}} = 73.13 \Omega \quad \text{جفت قطب} \frac{\lambda}{2}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یہ وہ مزاحمت ہے جو اینٹینا کو طاقت مہیا کرنے یا اس سے طاقت وصول کرنے والے ترسیلی تار کو نظر آتی ہے۔ $\frac{\lambda}{2}$ اینٹینا کے خارجی مزاحمت کا موازنہ مختصر جفت قطب کی خارجی مزاحمت (0.63Ω) کے ساتھ کریں جسے صفحہ 528 پر مثال 14.1 میں حاصل کیا گیا ہے۔

5121

اینٹینا کی رکاوٹ میں $42.5j$ اور ہم کا خیالی جزو ($Z = 73.1 + j42.5$) بھی پایا جاتا ہے۔ اینٹینا کی لمبائی چند فی صد کم کرنے سے خیالی جزو صفر کیا جاسکتا ہے، البتہ اس سے حقیقی جزو قدر کم ہو کر 70Ω رہ جاتا ہے۔ زیادہ سے زیادہ طاقت کی منتقلی کے لئے ضروری ہے کہ ایسے اینٹینا کو 70Ω قدرتی رکاوٹ کے تسلی تار کے ساتھ جوڑا جائے۔ $\frac{3\lambda}{2}$ اینٹینا کا خارجی مزاحمت 100Ω حاصل ہوتا ہے۔

5124

5125

مثال 14.10: $\frac{\lambda}{2}$ لمبائی کے خطی اینٹینا کی سمتیت حاصل کریں۔

5126

حل: مساوات 14.77 میں مساوات 14.170 پر کرتے ہوئے

$$(14.179) \quad D = \frac{4\pi}{\iint_{4\pi} P_n(\theta, \phi) d\Omega} = \frac{4\pi}{2\pi \int_0^\pi \frac{\cos^2[\frac{\pi}{2} \cos \theta]}{\sin^2 \theta} \sin \theta d\theta}$$

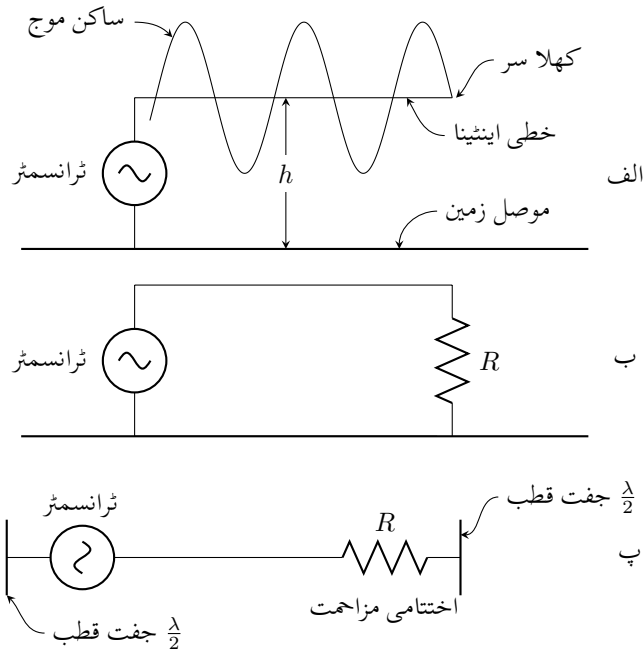
حاصل ہوتا ہے۔ اس کا مساوات 14.173 سے موازنہ کرتے ہوئے، مساوات 14.177 میں حاصل کی گئی قیمت $36.5675 I_0^2$ استعمال کرتے ہوئے

$$(14.180) \quad D = \frac{4\pi}{2\pi \left(\frac{36.5675 I_0^2}{30 I_0^2} \right)} = 1.64$$

5127

حاصل ہوتا ہے۔

5128



شکل 14.18: مسلسل موج اینٹینا۔

14.14 چلتے موج اینٹینا

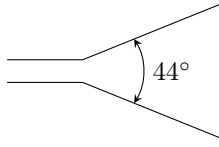
گزشتہ حصے میں خطی اینٹینا پر سائن نما برقی رو تصور کیا گیا۔ ایسی دہلی موصل تار، جس کا قطر d طول موج λ سے بہت کم ہو $\frac{\lambda}{100} < d$ اور جس کا آخری سر کھلے سرے ہو، کے برقی رو کی شکل تقریباً ایسی ہی ہوتی ہے۔

کئی طول موج لمبی خطی اینٹینا موصل زمین کے متوازی h اونچائی پر پائی جاتی ہے۔ جیسے شکل 14.18-الف میں دکھایا گیا ہے، اس کو بائیں جانب سے ٹرانسمیٹر⁵¹ طاقت مہیا کرتا ہے۔ خطی اینٹینا اور موصل زمین مل کر کھلے سرے ترسیلی تار کا کردار ادا کرتے ہیں۔ یوں کھلے سر پر آمدی برقی رو اور یہاں سے انعکاسی برقی رو مل کر ساکن موج کو جنم دیتے ہیں جسے شکل-الف میں دکھایا گیا ہے۔ تار کے کھلے سر پر برقی رو کے ساکن موج کا صفر پایا جاتا ہے جبکہ $\frac{\lambda}{4}$ فاصلے پر اس کی چوٹی پائی جاتی ہے۔ یہی برقی رو گزشتہ حصے میں خطی اینٹینا پر فرض کی گئی تھی۔

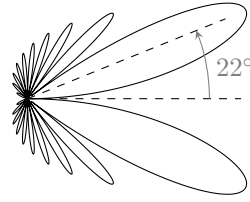
آئیں اب ترسیلی تار کے قدرتی رکاوٹ کے برابر مزاحمت R ، تار کے کھلے سر اور زمین کے درمیان جوڑیں۔ ایسا کرنے کے بعد اینٹینا پر انعکاسی موج پیدا نہیں ہوگی۔ تار میں قابل نظر انداز ضیاع کی صورت میں پوری لمبائی پر برقی رو کی قیمت یکساں ہوگی جبکہ لمبائی جانب بڑھتا ہوا پائی فرق پایا جائے گا۔ اس طرح قدرتی رکاوٹ کے برابر مزاحمت سے اختتام کردہ اینٹینا کو شکل 14.18-ب میں دکھایا گیا ہے۔ زمین سے دور خطی اینٹینا پر ایسی ہی مسلسل موج پیدا کرنے کی ترکیب شکل 14.18-پ میں دکھائی گئی ہے جہاں $\frac{\lambda}{2}$ اینٹینا کے وسطی نقطے کو زمین تصور کیا گیا ہے۔

مسلسل موج کے اس خطی اینٹینا کو چھوٹے چھوٹے، سلسلہ وار جڑے، لمبائی جانب اخراجی جفت قطب کا مجموعہ تصور کیا جاسکتا ہے۔ ایسا شکل میں دکھایا گیا ہے۔ مساوات 14.127 غیر سمتی ارکان کے قطار کا تقابل پذیر نقش

$$E_n = \frac{1}{n} \frac{\sin \frac{n\psi}{2}}{\sin \frac{\psi}{2}}$$



(ا) ب: دو مسلسل موج اینٹینا کو 44° پر رکھ کر بہتر سمتیت حاصل کی جاتی ہے۔



الف: خطی اختتام کردہ مسلسل موج اینٹینا۔

شکل 14.19

دیتی ہے جہاں لمبائی جانب اخراج کی صورت میں $\psi = \beta d (\cos \theta - 1)$ کے برابر ہے۔ اگر انفرادی رکن کا نقش E_0 ہو تب ضرب نقش کی ترکیب سے قطار کا نقش

$$E(\theta) = \frac{E_0 \sin \frac{n\psi}{2}}{n \sin \frac{\psi}{2}}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ انتہائی چھوٹے جفت قطب کا نقش $E_0 = \sin \theta$ ہے لہذا لمبے اینٹینا $L = d(n-1) \approx nd$ کے لئے

$$E(\theta) = \frac{\sin \theta \sin \left[\frac{\beta L}{2} (\cos \theta - 1) \right]}{n \sin \left[\frac{\beta L}{2n} (\cos \theta - 1) \right]} \quad (14.181)$$

لکھا جائے گا۔ یہ اینٹینا لمبائی جانب اخراج کرتا ہے لہذا θ کی قیمت زیادہ نہیں ہوگی۔ ایسی صورت میں مندرجہ بالا مساوات کو

$$E(\theta) = \sin \theta \frac{\sin [\beta L / 2 (\cos \theta - 1)]}{\beta L / 2 (\cos \theta - 1)} \quad (14.182)$$

لکھا جاسکتا ہے۔

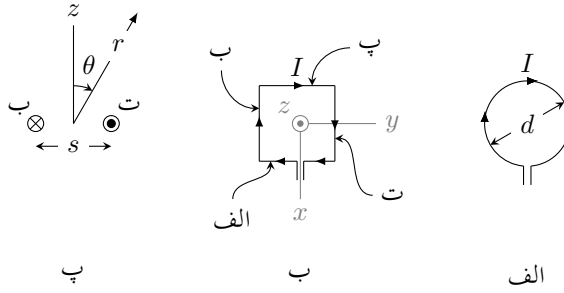
شکل 14.19-الف میں $n = 20$ اور $d = \frac{\lambda}{4}$ کی صورت میں حاصل 4.75λ لمبائی کے اینٹینا کی شعاع دکھائی گئی ہے۔ مرکزی شعاع $\theta = 22^\circ$ پر پائی جاتی ہے۔ جیسا شکل-ب میں دکھایا گیا ہے، دو عدد ایسے اینٹینا کو آپس میں 44° کے میکانی زاویے پر رکھنے سے یک سمتی اینٹینا حاصل ہوگا جسے دو تار کے ترمیمی تار سے طاقت مہیا کی جاسکتی ہے۔ دونوں کے قریبی شعاع مل کر بہتر سمتیت دیتی ہے۔

زمین کے متوازی اینٹینا کا عمودی شعاع حاصل کرنے کی خاطر زمین میں اینٹینا کے عکس کو بھی مد نظر رکھا جائے گا۔

14.15 چھوٹا گھیرا اینٹینا

شکل 14.20-الف میں d قطر کا گھیرا اینٹینا⁵² دکھایا گیا ہے جس میں I برقی رو گزر رہی ہے۔ دائرے کا قطر طول موج سے بہت کم $\lambda \ll d$ ہے لہذا پورے گول دائرے پر یک قیمت اور ہم قدم برقی رو تصور کی جاسکتی ہے۔ اس چھوٹے گول دائرے کو شکل-ب کا چکور تصور کرتے ہوئے، دور میدان حاصل کرتے ہیں۔ چکور اور گول دائرے کے رقبے برابر

$$S = s^2 = \frac{\pi d^2}{4} \quad (14.183)$$



شکل 14.20: دائرہ اور چکور اینٹینا

لئے جاتے ہیں۔ چکور کے چار اطراف کو چار جفت قطب تصور کرتے ہوئے دور میدان حاصل کیا جائے گا۔ چکور کو کارٹیزیی محدد کے مرکز پر $z = 0$ سطح پر رکھتے ہوئے $x = 0$ سطح پر دور میدان حاصل کیا جائے گا۔ $x = 0$ سطح پر چکور کے اطراف الف اور پ برابر مگر الٹ سمت میں میدان پیدا کرتے ہیں لہذا ان کا مجموعہ صفر کے برابر ہے۔ اطراف ب اور ت بطور مختصر جفت قطب کر دیا کرتے ہیں جن کا نقش $x = 0$ سطح پر غیر سمتی ہے لہذا انہیں دو غیر سمتی جفت قطب تصور کیا جاسکتا ہے۔ ایسا ہی شکل-پ میں دکھایا گیا ہے جہاں سے دور میدان

$$E(\theta) = E_2 e^{-j\frac{\psi}{2}} - E_4 e^{j\frac{\psi}{2}}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس مساوات میں $E_2 = E_4$ اور $\psi = \beta s \sin \theta$ یوں

$$E(\theta) = -j2E_2 \sin \left(\frac{\beta s}{2} \sin \theta \right)$$

لکھا جاسکتا ہے جسے $\lambda \ll s$ کی صورت میں

$$(14.184) \quad E(\theta) = -jE_2 \beta s \sin \theta$$

لکھا جاسکتا ہے۔ صفحہ 526 پر دیے گئے جدول 14.1 سے مختصر جفت قطب کے دور میدان E_θ کے حیطے کو E_2 کی جگہ پر کرتے ہوئے

$$(14.185) \quad E(\theta) = \frac{60\pi I l}{r\lambda} \beta s \sin \theta$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل 14.20-پ میں جفت قطب کی لمبائی $s = l$ ہے جبکہ چکور کا رقبہ $S = s^2$ ہے لہذا

$$(14.186) \quad E(\theta) = \frac{120\pi^2 I}{r} \frac{S}{\lambda^2} \sin \theta$$

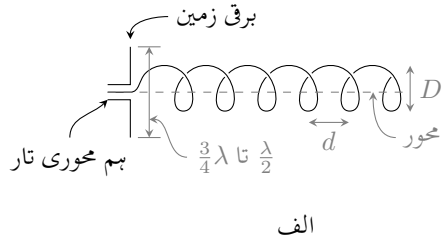
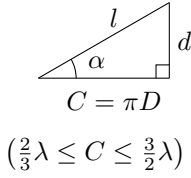
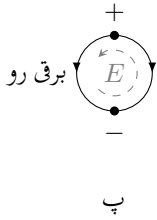
لکھا جاسکتا ہے۔ مندرجہ بالا مساوات S رقبے کے چھوٹے دائرے یا چکور کا دور میدان دیتی ہے۔ چکور کا قطر جتنا کم ہو یہ مساوات اتنا ہی زیادہ درست میدان دیتا ہے۔ حقیقت میں S رقبے کے کسی بھی شکل کے چھوٹے بند دائرے کا دور میدان بھی مساوات دیتا ہے۔

5147

5148

14.16 بیج دار اینٹینا

طول موج برابر محیط کا بیج دار لچھا لمبائی جانب اخراجی اینٹینا کا کام کرتا ہے۔ ایسے اینٹینا کی شعاع، دائری قطبیت رکھتی ہے۔ لچھے کی لمبائی اور اینٹینا کی سمتیت راست تناسب کا تعلق رکھتے ہیں۔ بیج دار اینٹینا⁵³ کا قطر D ، اس کا محیط C ، چکر کے مابین فاصلہ d ، چکر کی لمبائی l اور بیج دار زاویہ α ، اس کے اہم ناپ ہیں۔ ان تمام کو شکل



شکل 14.21: پیچ دار اینٹینا۔

14.21 میں دکھایا گیا ہے۔ ایسا لچھے جس کا محیط $C = \pi D$ تقریباً ایک طول موج (1λ) لمبا ہو پر ایک مکمل موج پائی جائے گی۔ یوں نصف چکر پر برقی موج کا مثبت حصہ اور بقیہ پر موج کا منفی حصہ پایا جائے گا۔ لچھے کے ایک چکر کو شکل-پ میں دکھایا گیا ہے جہاں اس پر برقی رو اور چارج دکھائے گئے ہیں جو میدان E پیدا کرتے ہیں۔ جیسے جیسے برقی رو کی موج اینٹینا پر آگے حرکت کرتی ہے ویسے ویسے میدان E گھومے گا جو اینٹینا کے محور پر **دائری قطبیت**⁵⁴ کو جنم دے گی۔ پیچ دار لچھا بطور مسلسل موج اینٹینا کر دار ادا کرتا ہے اور اس کی خاصیت یہ ہے کہ اسے کسی مزاحمت سے اختتام پذیر کرنے کی ضرورت نہیں ہوتی۔ اس پر برقی رو بالکل مسلسل موج اینٹینا کی مانند ہوتی ہے۔ اینٹینا کے کھلے سر سے انوکھی موج قابل نظر انداز ہونے کے ناطے، اس پر یکساں حیطے کے برقی رو کی موج خارجی جانب حرکت کرتی پائی جاتی ہے۔

5156

پیچ دار اینٹینا کو لمبائی جانب اخراجی قطار تصور کیا جاسکتا ہے جہاں ہر چکر کو انفرادی منبع فرض کیا جاتا ہے۔ ضرب نقش کے اصول سے، انفرادی منبع کا نقش ضرب غیر سمتی ارکان کے قطار کا نقش،

$$E(\theta) = \cos \theta \frac{\sin(n\psi/2)}{\sin(\psi/2)} \quad (14.187)$$

اینٹینے کا نقش دیتا ہے۔ اس مساوات میں انفرادی چکر کے نقش کو $\cos \theta$ کے لگ بھگ تصور کیا گیا ہے۔ مندرجہ بالا مساوات میں

$$\psi = \beta d \cos \theta - \frac{c\beta L}{v} \quad (14.188)$$

5157

کے برابر ہے جہاں دو قریبی چکر کے مابین زاویائی فرق $\frac{c\beta L}{v}$ ہو گا جو ایک چکر گولائی L پر v رفتار سے حرکت کرتی موج کا زاویائی فرق ہے۔

مساوات 14.187 اور مساوات 14.182 کے موازنے سے معلوم ہوتا ہے کہ یہ قدر مختلف ہیں۔ مساوات 14.187 میں $\cos \theta$ پایا جاتا ہے جس کی قیمت 0 سے زیادہ ہے جو اینٹینا کا محور یعنی شعاعی اخراج کی سمت ہے۔ اس کے برعکس مساوات 14.182 میں $\sin \theta$ کا جزو ضربی پایا جاتا ہے جو اینٹینا کے محور پر صفر کے برابر ہے لہذا اس اینٹینا کی شعاع دو شاخی ہے اور اس کی سمتیت قدر کم ہے۔

5160

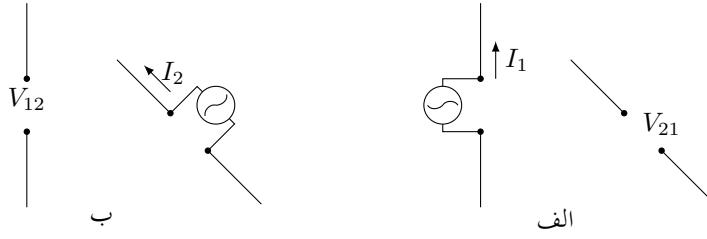
چونکہ میدان دائری قطبی اور محور کے گرد یکساں ہے لہذا یہی مساوات $E_\theta(\theta)$ کے علاوہ $E_\phi(\theta)$ کا نقش بھی دیتی ہے۔

5161

کسی بھی لمبائی جانب اخراجی قطار میں تمام منبع کے میدان اینٹینا کے محور پر ہم قدم ہوتے ہیں جو

$$\psi = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots \quad (14.189)$$

کی صورت میں ممکن ہوتا ہے۔ پیچ دار اینٹینا میں $\psi = -2\pi$ کے برابر ہے۔ ارکان کے مابین $\psi = -2\pi$ کی بنیاد پر حاصل نقش اور اصل پیچ دار اینٹینا کے ناپے گئے نقش میں خاصہ فرق پایا جاتا ہے۔ پیچ دار اینٹینا کی ناپی گئی سمتیت زیادہ ہے، منسن اور ووڈ یارڈ⁵⁵ یہ ثابت کر چکے ہیں کہ m کئی لمبائی جانب اخراجی قطار کی زیادہ سے زیادہ سمتیت اس صورت حاصل ہوتی ہے جب اس کے ارکان کے مابین $\psi = -2\pi - \frac{\pi}{n}$ کی زاویائی فرق پایا جاتا ہو۔ مساوات 14.187



شکل 14.22: دو اینٹینا کے مابین باہمیت۔

میں ارکان کے مابین زاویائی فرق $\psi = -2\pi - \frac{\pi}{n}$ پر کرنے سے حقیقی اینٹینا کے ناپے نقش جیسا نقش حاصل ہوتا ہے۔ اس سے ثابت ہوتا ہے کہ حقیقی اینٹینا پر دو قریبی چکر کے مابین یہی زاویائی فرق پایا جاتا ہے۔ اس نتیجے کو تسلیم کرتے ہوئے مساوات 14.188 سے

$$\psi = \beta d \cos \theta - \frac{c\beta L}{v} = -2\pi - \frac{\pi}{n} \quad (14.190)$$

لکھتے ہوئے

$$\frac{v}{c} = \frac{\frac{1}{\lambda}}{\frac{d}{\lambda} + \frac{2n+1}{2n}} \quad (14.191)$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں $C = \lambda$ ، $\alpha = 12^\circ$ اور $n = 20$ کی صورت میں $\frac{v}{c} = 0.82$ ہوگی۔ حقیقی تیچ دار اینٹینا پر موج کی رفتار یہی ناپی جاتی ہے۔ ایسا معلوم ہوتا ہے کہ تیچ دار اینٹینا خود بخود موج کی رفتار کو اس قیمت پر رکھتی ہے جس پر اینٹینا کی سمتیت زیادہ سے زیادہ حاصل ہو۔ تین سے زیادہ چکر پر مبنی تیچ دار اینٹینا یہ عمل ($5^\circ < \alpha < 20^\circ$) اور ($\frac{3}{4}\lambda < C < \frac{3}{2}\lambda$) تک حاصل کرنے کی صلاحیت رکھتی ہے۔ چکر کی تعداد بڑھا کر سمتیت بڑھائی جاسکتی ہے۔

تیچ دار اینٹینا کی سمتیت تقریباً

$$D = 15 \left(\frac{C}{\lambda} \right)^2 \frac{nd}{\lambda} \quad (14.192)$$

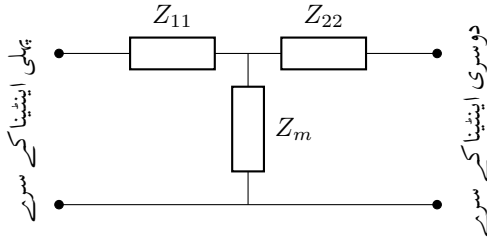
کے برابر ہے۔ یوں $C = \lambda$ اور $\alpha = 12^\circ$ کی صورت میں $D = 64$ ہوگی۔

تیچ دار زاویہ $\alpha = 12^\circ$ اور $d = 0.213\lambda$ کی صورت میں طول موج میں تقریباً تیچ چکر پائیں جائیں گے لہذا 20 چکر کا اینٹینا $20 \times 0.213\lambda = 4.3\lambda$ لمبائی کا ہوگا۔ اتنی لمبائی کے عام لمبائی جانب اخراجی اینٹینا کی سمتیت چار گنا سے بھی قدر کم ہوتی ہے۔

تیچ دار اینٹینا کی سمتیت زیادہ ہونے کا مطلب ہے کہ اس کی اخراجی سطح حقیقی سطح سے بہت زیادہ ہوتی ہے۔ مصنوعی سیاروں پر مبنی ذراغ ابلاغ میں تیچ دار اینٹینا کلیدی کردار ادا کرتی ہے۔

14.17 دو طرفہ کردار

اینٹینا شعاع خارج کرتی ہے اور یا اسے وصول کرتی ہے۔ اینٹینا کے تمام خاصیت دو طرفہ ہیں۔ یوں اس کی سمتیت، اخراجی رقبہ، نقش اور اخراجی مزاحمت دونوں (اخراجی اور وصولی) صورتوں میں برابر پائے جاتے ہیں۔ البتہ اینٹینا پر برقی روا اخراجی اور وصولی صورت میں مختلف صورت رکھتی ہے۔



شکل 14.23: مساوی T دور۔

اینٹینا کی **دو طرفہ خاصیت**⁵⁶ پر شکل 14.22 کی مدد سے غور کرتے ہیں۔ دونوں اینٹینا کے درمیان غیر متحرک، خطی اور غیر سمتی خطہ پایا جاتا ہے۔ شکل 14.23 میں پہلے اینٹینا کو صفر رکاوٹ اور f تعدد کے منبع سے طاقت مہیا کی جاتی ہے جس سے پہلے اینٹینا کے داخلی سروں پر I_1 برقی رو اور دوسرے اینٹینا کے کھلے برقی سروں پر برقی دباؤ V_{21} پیدا ہوتی ہے۔ اگر منبع طاقت کو دوسرے اینٹینا کے ساتھ جوڑا جائے تب دوسرے اینٹینا میں I_2 برقی رو اور پہلے اینٹینا کے کھلے برقی سروں پر V_{12} برقی دباؤ پیدا ہوگا۔ شکل-ب میں ایسا دکھایا گیا ہے۔ چونکہ کسی بھی چار سروں والے برقی دور کا مساوی T دور بنانا ممکن ہے لہذا ان اینٹینا کے چار برقی سروں کے مابین بھی ایسا کرنا ممکن ہوگا۔ شکل 14.23 میں یہ مساوی دور دکھایا گیا ہے جہاں سے

5177

$$V_{21} = I_1 Z_m$$

$$V_{12} = I_2 Z_m$$

یا

$$(14.193) \quad \frac{V_{21}}{I_1} = \frac{V_{12}}{I_2} = Z_m$$

لکھا جاسکتا ہے۔ دونوں اینٹینا کو برابر برقی رو ($I_1 = I_2$) مہیا کرنے کی صورت میں

$$(14.194) \quad V_{21} = V_{12}$$

5178

ہوگا۔

اینٹینا کی دو طرفہ خاصیت کے تحت اگر کسی ایک اینٹینا کو برقی رو I مہیا کی جائے جس سے کسی دوسرے اینٹینا میں برقی دباؤ V پیدا ہو تب دوسرے اینٹینا کو برقی رو I فراہم کرنے سے پہلے اینٹینا میں برقی دباؤ V پیدا ہوگا۔

5180

دونوں اینٹینا کے مابین مشترکہ رکاوٹ Z_m دونوں اطراف سے برابر ہے۔

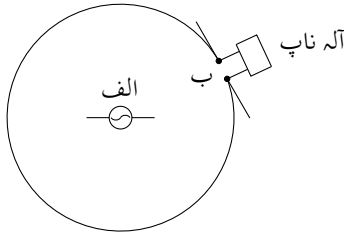
5181

5182

نقش

شکل 14.24 میں اینٹینا-الف شعاع خارج کر رہی ہے جبکہ اینٹینا-ب اس شعاع کو وصول کر رہی ہے۔ اینٹینا-الف ساکن ہے جبکہ اینٹینا-ب اس کے گرو گول دائرے پر گھوم رہی ہے۔ اینٹینا-ب پر پیدا ہونے والی برقی دباؤ، اینٹینا-الف کی نقش دے گی۔ اب اگر دائرے پر گھومتی اینٹینا شعاع خارج کرے اور ساکن اینٹینا اس شعاع کو وصول کرے تو اینٹینا کے دو طرفہ خاصیت کے تحت وہی نقش دوبارہ حاصل ہوگا۔ یوں کسی بھی اینٹینا کا خارجی نقش اور وصولی نقش بالکل یکساں ہوتے ہیں۔ اینٹینا کی دو طرفہ خاصیت اس کے نقش کے لئے بھی درست ثابت ہوتی ہے۔

5186



شکل 14.24: نقش کی ناپ۔

سمتیت اور اخراجی رقبہ

مساوات 14.77

$$D = \frac{4\pi}{\int \int_{4\pi} P_n(\theta, \phi) d\Omega} \quad (14.195)$$

کے تحت سمتیت صرف اور صرف نقش پر منحصر ہے اور ہم دیکھ چکے ہیں کہ اینٹینا کا اخراجی نقش اور اس کا وصولی نقش بالکل یکساں ہوتے ہیں لہذا اس کی اخراجی سمتیت اور وصولی سمتیت بھی بالکل یکساں ہوں گے۔

اگر اخراجی سمتیت اور وصولی سمتیت برابر ہوں تب مساوات 14.101

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} S_{\text{اخراجی}} \quad (14.196)$$

کے تحت اخراجی رقبہ اور وصولی رقبہ بھی برابر ہوں گے۔ اینٹینا کی دو طرفہ خاصیت سمتیت اور رقبہ کے لئے بھی درست ثابت ہوتی ہے۔

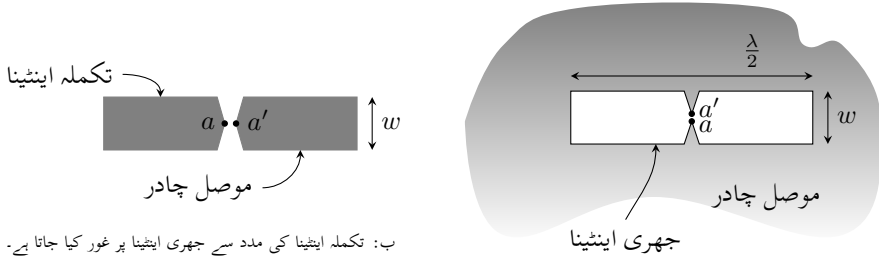
اخراجی مزاحمت اور وصولی مزاحمت

اخراجی اینٹینا کو صرف داخلی برقی سروں سے برقی رومہیا کی جاسکتی ہے جبکہ وصولی اینٹینا کے تمام جسامت پر برقی دباؤ پیدا ہوتا ہے جس سے اینٹینا کی برقی رومہیا عموماً اخراجی صورت سے مختلف ہوگی۔

اگر اینٹینا کو مختلف برقی رکاوٹوں کا مجموعہ تصور کیا جائے تب اگرچہ اس کے مختلف حصوں پر برقی رومہیا مختلف ممکن ہے لیکن کسی بھی دوسروں کے مابین رکاوٹ تبدیل نہیں ہوتی۔ یوں اینٹینا کے برقی سروں کے مابین برقی رکاوٹ کا دار و مدار اینٹینا میں برقی رو کی صورت پر نہیں ہوتی۔ اس کا اخراجی رکاوٹ اور وصولی رکاوٹ بالکل برابر ہوتے ہیں۔ اینٹینا کی دو طرفہ خاصیت یہاں بھی قابل استعمال ہے۔

14.18 جھری اینٹینا

وسیع موصل چادر میں $\frac{\lambda}{2}$ لمبائی کی جھری شکل 14.25- الف میں دکھائی گئی ہے۔ اگر aa' کو ترسیلی تار سے جوڑا جائے تو جھری کے گرد موصل چادر میں برقی رو کی وجہ سے شعاعی اخراج پیدا ہوگی۔ جھری کو از خود موصل چادر فرض کرتے اینٹینا تصور کیا جاسکتا ہے جس کی مدد سے **جھری اینٹینا**⁵⁷ کا میدان حاصل کیا جاتا ہے۔ شکل- ب میں اسی **تکملہ اینٹینا**⁵⁸ کو دکھایا گیا ہے۔ جھری اینٹینا کو aa' پر طاقت چوڑائی کے اطراف کے مابین فراہم کی جاتی ہے جبکہ تکملہ اینٹینا کو لمبائی جانب کے اطراف



ب: تکملہ اینٹینا کی مدد سے جھری اینٹینا پر غور کیا جاتا ہے۔

الف: موصل چادر میں جھری بطور اینٹینا کام کرتی ہے۔

شکل 14.25: جھری اینٹینا اور اس کا تکملہ اینٹینا۔

کے مابین طاقت aa' پر مہیا کی جاتی ہے۔ یوں ان کے میدان آپس میں 90° پر ہوں⁵⁹ گے۔ جھری اینٹینا کی اخراجی رکاوٹ Z_g اور تکملہ اینٹینا کی اخراجی رکاوٹ Z_d کا آپس میں تعلق

$$Z_g = \frac{Z_0^2}{4Z_d} \quad (14.197)$$

5198

ہے جہاں $Z_0 = 120\pi$ خلاء کی قدرتی رکاوٹ ہے۔

اس طرح جفت قطب کے خصوصیات جانتے ہوئے جھری کے خصوصیات دریافت کئے جاسکتے ہیں۔ یوں اگر جھری کی چوڑائی $\lambda \ll c$ اور اس کی لمبائی $\frac{\lambda}{2}$ کر دی جائے تو تکملہ اینٹینا (صفحہ 557) کی اخراجی رکاوٹ $Z_d = 73 + j42.5$ جانتے ہوئے جھری اینٹینا کی اخراجی رکاوٹ

$$Z_g = \frac{377^2}{4 \times (73 + j42.5)} = 363 - j211 \Omega \quad (14.198)$$

5199

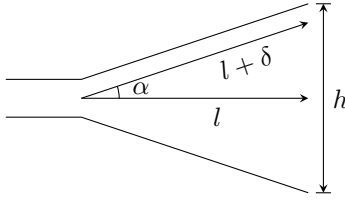
لکھی جاسکتی ہے۔

5200

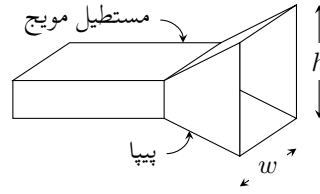
14.19 پیپا اینٹینا

شکل 14.26 میں پیپا اینٹینا⁶⁰ دکھایا گیا ہے جسے بائیں جانب سے مستطیلی تریسیلی تار طاقت مہیا کر رہی ہے۔ پیپا اینٹینا کو مستطیل تریسیلی تار کا کھلامنہ تصور کیا جاسکتا ہے۔ مستطیلی تریسیلی تار کا کھلامنہ بڑھانے سے اینٹینا کی اخراجی سطح بڑھانا مقصد ہے جس سے سمتیت بڑھتی ہے۔ اگرچہ پیپا کے منہ پر ہم قدم میدان ہی سے بہتر سمتیت حاصل ہو گی، حقیقت میں ایسا ہم قدم میدان حاصل کرنا ممکن نہیں ہوتا۔ یوں حقیقی اینٹینا میں پیپا کے منہ پر میدان میں فرق کو کسی مخصوص مقدار δ سے کم رکھا جاتا ہے۔ شکل-ب کو دیکھ کر

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{l}{l + \delta} \\ \sin \theta &= \frac{h}{2(l + \delta)} \\ \tan \theta &= \frac{h}{2l} \end{aligned}$$



ب: پیپا اینٹینا کے اہم ناپ۔



الف: پیپا اینٹینا۔

شکل 14.26: پیپا اینٹینا اور اس کے اہم ناپ۔

لکھے جاسکتے ہیں۔ کم δ کی صورت میں ان مساوات سے

$$(14.199) \quad l = \frac{h^2}{8\delta}$$

$$(14.200) \quad \theta = \tan^{-1} \frac{h}{2l} = \cos^{-1} \frac{l}{l + \delta}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ برقی میدان h سمت میں اور مقناطیسی میدان w سمت میں تصور کرتے ہوئے آگے پڑھیں۔ برقی میدان E کے سطح پر اس فرق کو $\frac{\lambda}{5} < \delta$ رکھا جاتا ہے جس سے پیپے کے منہ پر کل فرق $\pm 36^\circ$ تک محدود رہتا ہے جبکہ مقناطیسی میدان H کے سطح پر فرق $\frac{3\lambda}{8} < \delta$ تک محدود رکھا جاتا ہے۔ مقناطیسی میدان کے سطح پیپے کے اطراف پر برقی میدان سطح کے متوازی ہونے کی وجہ سے صفر ہوتا ہے لہذا میدان میں زیادہ زاویائی فرق سے دور میدان زیادہ متاثر نہیں ہوتا۔

5204

مثال 14.11: شکل میں $h = 10\lambda$ ہے جبکہ ترسیلی تار میں TE_{10} موج پائی جاتی ہے۔ شکل میں w اور نصف زاویے θ اور ϕ حاصل کریں۔

5205

حل: برقی میدان کی سطح پر $\frac{\lambda}{5} < \delta$ لیتے ہوئے

$$l = \frac{h^2}{8\delta} = \frac{100\lambda^2}{8 \times \frac{\lambda}{5}} = 62.5\lambda$$

حاصل ہوتا ہے جس سے E سطح پر

$$\theta = \tan^{-1} \frac{h}{2l} = \tan^{-1} \frac{10\lambda}{2 \times 62.5\lambda} = 4.6^\circ$$

حاصل ہوتا ہے۔ مقناطیسی میدان پر $\frac{3\lambda}{8} < \delta$ لیتے ہوئے

$$\phi = \cos^{-1} \frac{62.5\lambda}{62.5\lambda + \frac{3}{8}\lambda} = 6.26^\circ$$

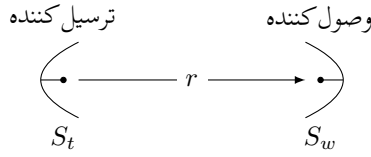
حاصل ہوتا ہے۔ پیپے کی چوڑائی

$$w = 2l \tan \phi = 2 \times 62.5 \times \lambda \times \tan 6.26^\circ = 13.7\lambda$$

حاصل ہوتی ہے۔

5206

5207



شکل 14.27: وصول کردہ طاقت کا انحصار ترسیلی اور وصولی اینٹینا کے اخراجی رقبوں پر ہے۔

14.20 فرانس ریڈار مساوات

شکل 14.27 میں S_t اخراجی رقبے کا ترسیل کنندہ اور S_w اخراجی رقبے کا وصول کنندہ اینٹینا آپس میں r فاصلے پر دکھائے گئے ہیں۔ اگر غیر سمتی ترسیل کنندہ P_t طاقت کی شعاع خارج کرے تب وصول کنندہ کے قریب اکائی رقبے پر

$$P = \frac{P_t}{4\pi r^2} \quad (14.201)$$

کثافت طاقت دستیاب ہوگی جس سے وصول کنندہ

$$P'_w = PS_w \quad (14.202)$$

طاقت حاصل کر پائے گا۔ ترسیلی سطح S_t کے سمتی ترسیل کنندہ کی سمتیت $D = \frac{4\pi S_t}{\lambda^2}$ ہے لہذا اس کی شعاع سے وصول کنندہ

$$P_w = DP'_w = \frac{4\pi S_t}{\lambda^2} \frac{P_t S_w}{4\pi r^2} \quad (14.203)$$

طاقت حاصل کر پائے گا۔ اس مساوات سے

$$\frac{P_w}{P_t} = \frac{S_t S_w}{\lambda^2 r^2} \quad (14.204)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں کسی بھی دو اینٹینا کے نظام میں مساوات کا دایاں ہاتھ بے بعد مستقل ہے۔ یہ مساوات **فرانس ترسیلی مساوات**⁶¹ کہلاتی ہے۔ آئیں اب شکل 14.28- الف پر غور کریں جہاں ترسیل کنندہ اینٹینا شعاع خارج کرتی ہے۔ انعکاسی شعاع کو وصول کنندہ اینٹینا وصول کرتی ہے۔ ریڈار میں عموماً ایک ہی اینٹینا دونوں کام سرانجام دیتی ہے۔ شعاع کا انعکاس ہوا میں اڑتے جہاز سے ممکن ہے۔ شکل 14.28- ب میں عاکس کو دو اینٹینا کی صورت میں دکھایا گیا ہے جہاں ایک اینٹینا شعاع وصول کرتے ہوئے دوسرے اینٹینا سے واپس خارج کرتا ہے۔ یوں مساوات 14.204 کو دو مرتبہ استعمال کرتے ہوئے

$$\frac{P_w}{P_t} = \frac{S_t S_w S_e^2}{\lambda^4 r^4} \quad (14.205)$$

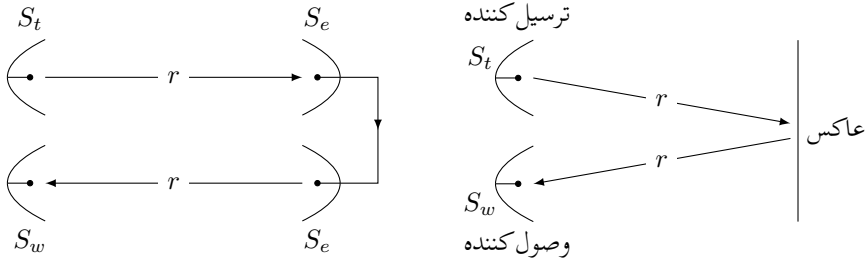
لکھا جاسکتا ہے۔ اگر ایک ہی اینٹینا بطور ترسیلی اور وصولی اینٹینا استعمال کیا جائے تب

$$\frac{P_w}{P_t} = \frac{S_w^2 S_e^2}{\lambda^4 r^4} \quad (14.206)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں عاکس کا اخراجی رقبہ S_e ہے۔

اگر عاکس وسیع جسامت کا ہو اور اس سے انعکاسی موج عین ریڈار کی سمت میں ہو تب عاکس کا اخراجی رقبہ اس کے میکانی رقبے جتنا ہوگا۔ عموماً عاکس غیر سمتی اخراج کرتا ہے جس کی وجہ سے اس کا اخراجی رقبہ، اس کے میکانی رقبے سے کم ہوتا ہے۔ ایسی صورت میں عاکس کے وصولی رقبے کو σ لکھتے ہوئے مساوات 14.204 سے عاکس کی حاصل کردہ طاقت

$$\frac{P}{P_t} = \frac{S_t \sigma}{\lambda^2 r^2} \quad (14.207)$$



ب: عاکس کو اینٹینا فرض کیا گیا ہے۔

الف: عاکس سے انعکاسی موج کی وصولی۔

شکل 14.28: ریڈار اینٹینا شعاع خارج کر کے انعکاسی موج وصول کرتا ہے۔

لکھی جائے گی۔ یہی طاقت غیر سمتی خارج کی جائے گی۔ غیر سمتی اینٹینا کا اخراجی رقبہ $S = \frac{\lambda^2}{4\pi}$ ہوتا ہے۔ یہی عاکس کی اخراجی رقبہ لیتے ہوئے مساوات 14.206 میں $S_e^2 = S\sigma$ لکھتے ہوئے

$$(14.208) \quad \frac{P_w}{P_t} = \frac{S_w^2 S \sigma}{\lambda^4 r^4}$$

یعنی

$$(14.209) \quad \frac{P_w}{P_t} = \frac{S_w^2 \sigma}{4\pi \lambda^2 r^4}$$

حاصل ہوتا ہے جہاں σ ریڈار رقبہ تراش⁶² کہلاتا ہے۔ یہ ریڈار مساوات⁶³ کہلاتی ہے۔

بڑی جسامت کی موصل کرہ، جس کا رداس a ہو، کی ریڈار رقبہ تراش اس کے میکانی رقبہ تراش πa^2 کے برابر ہوتی ہے۔ غیر کامل عاکس کی صورت میں ریڈار رقبی تراش نسبتاً کم ہوگا، مثلاً ایک میٹر طول موج پر چاند کا ریڈار رقبہ تراش تقریباً $\frac{1}{10}$ گنا حاصل ہوتا ہے۔

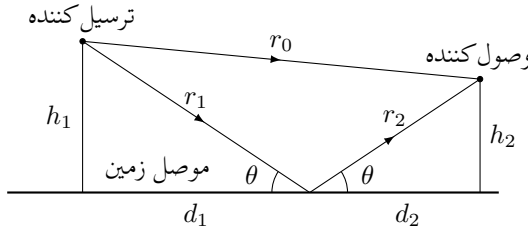
مثال 14.12: ایک ٹی وی اسٹیشن موصل زمین پر کھڑے 200 m قد کے اینٹینا سے 1 kW کی طاقت سے نشریات کرتی ہے۔ افقی سطح پر اینٹینا غیر سمتی ہے جبکہ عمودی سمت میں اس کی نصف طاقت چوڑائی 10° ہے۔ طول موج 1 m ہونے کی صورت میں 4 km دور کتنی اونچائی پر اینٹینا بہترین وصولی کر پائے گا۔ وصول کردہ طاقت کا بھی تخمینہ لگائیں۔ وصولی اینٹینا مندرجہ ذیل فرض کرتے ہوئے حل کریں۔

• عمودی قطبی اینٹینا جس کی سمتیت 4 کے برابر ہے۔

• افقی قطبی اینٹینا جس کی سمتیت 4 کے برابر ہے۔

• دائری قطبی 6 چکر کا تپچ دار اینٹینا جس کا $\alpha = 12.5^\circ$ اور پچر کے مابین فاصلہ 0.22λ ہے۔

حل: شکل میں صورت حال دکھائی گئی ہے۔ موصل زمین سے انعکاس پر زمین کے متوازی برقی میدان میں 180° کی تبدیلی رونما ہوگی۔ یوں اگر وصولی اینٹینا زمین کے بالکل قریب ہو تب افقی قطبی میدان کی صورت میں یہ صفر طاقت وصول کر پائے گا جبکہ عمودی قطبیت کی صورت میں اسے سیدھی رسائی کے علاوہ زمین سے انعکاسی میدان بھی میسر ہوگا۔ یوں کل میدان دگنا اور طاقت چار گنا ہوگا۔



شکل 14.29: سیدھی آمد موج اور انعکاسی موج کے اثرات۔

شکل 14.29 کو دیکھتے ہوئے کہہ سکتے ہیں کہ کسی بھی h پر اگر

$$(14.210) \quad r_1 + r_2 - r_0 = n\lambda \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

ہو تب افقی قطبی میدان صفر پایا جائے گا جبکہ عمودی قطبی میدان دگنا ہو گا۔ اسی طرح جب بھی

$$(14.211) \quad r_1 + r_2 - r_0 = n\frac{\lambda}{2} \quad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

ہو تب افقی قطبی میدان دگنا اور عمودی قطبی میدان صفر پایا جائے گا۔ ان حقائق سے ظاہر ہے کہ زیادہ سے زیادہ افقی قطبی میدان کے دو قریبی نقطوں کے درمیان نقطے پر زیادہ سے زیادہ عمودی قطبی میدان پایا جاتا ہے۔

بایاں دائری قطبی موج انعکاس کے بعد دایاں دائری قطبی ہوتا ہے۔ اسی طرح دایاں دائری قطبی موج انعکاس کے بعد بایاں دائری قطبی ہوتا ہے۔ یوں اگر ترسیلی اینٹینا دایاں دائری قطبی ہو تب دایاں دائری قطبی اینٹینا صرف سیدھے آمدی میدان کو وصول کر پائے گا جبکہ بایاں دائری قطبی اینٹینا صرف انعکاسی میدان کو وصول کر پائے گا۔ یوں دونوں اقسام کے دائری قطبی اینٹینا کا کئی میدان حاصل کریں گے۔ ترسیلی اینٹینا بایاں قطبی ہونے کی صورت میں بایاں قطبی وصولی اینٹینا سیدھے آمد میدان کو وصول کرے گا جبکہ دایاں قطبی اینٹینا انعکاسی میدان کو وصول کرے گا۔

افقی اور عمودی قطبی اینٹینوں کی صورت میں وصولی اینٹینا کی اونچائی تبدیل کرنے سے میدان صفر تا دگنا حاصل کرنا ممکن ہے جبکہ دائری قطبی اینٹینا کی صورت میں وصول طاقت کا دار و مدار اینٹینا کی اونچائی پر نہیں ہوتا۔ دائری اینٹینا ہر صورت کا کئی میدان حاصل کرتی ہے۔

چونکہ آمدی اور انعکاسی زاویے برابر ہوتے ہیں لہذا شکل میں آمدی ٹکون اور انعکاسی ٹکون یکساں ہیں۔ یوں $(r_1 + r_2 - r_0)$ کی قیمت $\frac{2h_1 h_2}{d}$ لکھی جاسکتی ہے۔ یوں عمودی قطب میدان کی زیادہ سے زیادہ قیمت

$$h_2 = \frac{d\lambda}{2h_1} = \frac{4 \times 10^3 \times 1}{2 \times 200} = 10 \text{ m}$$

کی صورت میں حاصل ہوگی جس سے افقی قطبی میدان کی زیادہ سے زیادہ قیمت کی اونچائی 5، 15، 25، ... میٹر لکھی جاسکتی ہے۔

فرانس کی مساوات سے، ایک راہ سے موصول طاقت

$$P_w = \frac{P_t A_t A_w}{r^2 \lambda^2} = \frac{10^3 \times 0.32 \times 0.91}{16 \times 10^6 \times 1} = 18 \mu \text{W}$$

حاصل ہوتی ہے جہاں ترسیلی اینٹینا کی سمتیت

$$D = \frac{4\pi}{\theta_{HP} \phi_{HP}} = \frac{4\pi}{\frac{360 \times \pi}{180} \times \frac{10 \times \pi}{180}} = 11.459$$

لیتے ہوئے اس کا اخراجی رقبہ

$$A_t = \frac{\lambda^2}{4\pi} D = 0.91 \text{ m}^2$$

اور وصولی اینٹینا کا وصولی رقبہ

$$A_w = \frac{\lambda^2}{4\pi} D = \frac{1^2 \times 4}{4\pi} = 0.32 \text{ m}^2$$

لئے گئے ہیں۔ سیدھی آمد اور انعکاسی آمد میدان طل کر زیادہ سے زیادہ طاقت 4 گنا کر دیتی ہیں۔ یوں افقی قطبی اور عمودی قطبی اینٹینا کی صورت میں زیادہ سے زیادہ وصول کردہ طاقت $72 \mu\text{W}$ ہو گا جبکہ دونوں صورتوں میں کم سے کم حاصل کردہ طاقت صفر ہو گا۔

5233

دائری قطبی صورت میں وصولی اینٹینا کی سمتیت

$$D = 15 \left(\frac{C}{\lambda} \right)^2 \frac{nd}{\lambda} = 15 \left(\frac{0.22}{\tan 12.5^\circ} \right)^2 \times \frac{6 \times 0.22}{1} = 19.5$$

اور وصولی رقبہ

$$A_w = \frac{\lambda^2 D}{4\pi} = 1.55 \text{ m}^2$$

ہیں لہذا ہر اونچائی پر وصول کردہ طاقت

$$P_w = \frac{1.55}{0.32} \times 18 = 87 \mu\text{W}$$

ہو گا۔

5234

وصول کردہ طاقت کا تخمینہ لگاتے ہوئے ہم نے اینٹینوں کے درمیان فاصلے کو چار کلو میٹر ہی تصور کیا اگرچہ حقیقی فاصلے قدر مختلف ہیں۔ چار کلو میٹر کے فاصلے پر چند میٹر کم یا زیادہ سے حاصل جواب میں کوئی خاص تبدیلی پیدا نہیں ہوتی۔

5236

5237

5238

14.21 ریڈیائی دوربین، اینٹینا کی حرارت اور تحلیلی کارکردگی

کسی بھی برقی مزاحمت R میں حرارت T کی وجہ سے آزاد چارج حرکت کرتے ہیں جس سے مزاحمت میں **حراری شور**⁶⁴ پیدا ہوتا ہے۔ ایسی مزاحمت کے برقی سروں پر B تعددی پٹی پر

(14.212)

$$W = kBT$$

طاقت شور⁶⁵ پایا جاتا ہے۔ اکائی تعددی پٹی پر یوں

(14.213)

$$w = kT$$

5239

طاقت شور پایا جائے گا جہاں

thermal noise⁶⁴
noise power⁶⁵

اکائی تعددی بیٹی پر شور کی طاقت، $\frac{W}{Hz}$

k بولٹزمن کا مستقل، $1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$

B تعددی بیٹی، Hz

T مزاحمت کی حتمی حرارت، K

ہیں۔ T کو **حرارت شور**⁶⁶ کہا جاتا ہے۔ برابر تعددی بیٹی پر برابر طاقت شور پایا جاتا ہے۔

اگر برقی مزاحمت R کے برابر اخراجی مزاحمت ($R_{اج} = R$) کے اینٹینا کے برقی سروں پر طاقت شور ناپی جائے تو یہ مزاحمت پر ناپی گئی طاقت شور سے مختلف ہوگی۔ اینٹینا کے سروں پر طاقت شور، خلاء کے اس خطے کی حرارت T سے پیدا شور ہوگا جہاں سے اینٹینا طاقت وصول کر رہا ہو۔ اس طاقت شور کا اینٹینا کی حرارت سے کوئی تعلق نہیں۔ یوں اینٹینا کو بطور **بعید پیا حرارت**⁶⁷ استعمال کیا جاسکتا ہے۔

ایک سنٹی میٹر طول موج کے ریڈیائی دوربین کی مرکز نگاہ آسمان کے ایسے خطوں پر رکھی جاسکتی ہے جہاں حتمی حرارت $0 K$ کے قریب قریب ہوتی ہے۔ ایسی صورت میں طاقت شور آسمان کی حرارت سے پیدا ہوگا ناکہ اینٹینا کے حرارت سے جو $300 K$ کے لگ بھگ ہوگی۔ ریڈیائی دوربین کی طاقت شور فی تعدد

$$w = kT_A \quad \left(\frac{W}{Hz} \right) \quad (14.214)$$

لکھی جاتی ہے جہاں T_A اینٹینا کی حراری شور ہے جسے عموماً **حرارت اینٹینا**⁶⁸ یا اخراجی مزاحمت کی حرارت کہا جاتا ہے۔ حرارت اینٹینا وہ خطہ کرتی ہے جس پر اینٹینا کے نقش کی نظر ہو۔ یوں اینٹینا کی مدد سے دور آسمان کے خطوں کی حرارت ناپنا ممکن ہے۔ ہم نے اس پورے بحث میں یہ فرض کر رکھا ہے کہ اینٹینا بے ضیاع ہے اور یہ آسمان کی طرف نظر رکھے ہوئے ہے۔ یوں انعکاسی شعاع اور ثانوی شعاع کو رد کیا گیا ہے۔

ریڈیائی دوربین کو استعمال کرتے ہوئے کثافت طاقت شور فی تعدد

$$p = \frac{w}{S_e} = \frac{kT_A}{S_e} \quad \left(\frac{W}{m^2 Hz} \right) \quad (14.215)$$

کا استعمال زیادہ سودمند ثابت ہوتا ہے جسے پوٹننگ سمتیہ فی تعدد تصور کیا جاسکتا ہے۔

اگر ہمیں منبع شور کی زاویائی وسعت Ω_M معلوم ہو اور یہ Ω_A کی نسبت سے کم ہو تب منبع کی حرارت

$$\frac{T_A}{T_M} = \frac{\Omega_M}{\Omega_A} \quad (14.216)$$

سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ یاد رہے کہ T_A کا اینٹینا کی حرارت سے کوئی تعلق نہیں۔

مثال 14.13: مرخ⁶⁹ پر مرکز نگاہ رکھتے ہوئے $15 m$ لمبی ریڈیائی دوربین کی اینٹینا حرارت $31.5 mm$ طول موج پر $0.24 K$ ناپی جاتی ہے۔ اینٹینا پر مرخ 0.005° زاویہ بناتا ہے اور اینٹینا کا نصف طاقت زاویہ 0.116° ہیں۔ مرخ کی حرارت دریافت کریں۔

noise temperature⁶⁶
remote temperature sensor⁶⁷
antenna temperature⁶⁸
Mars⁶⁹

حل: مساوات 14.216 سے مرتبہ کی حرارت

$$T_M = \frac{\Omega_A}{\Omega_M} T_A \approx \frac{0.116^2}{\pi(0.005^2/4)} 0.24 = 164 \text{ K}$$

حاصل ہوتی ہے۔

5256

5257

14.22 حرارت نظام اور حرارت بعید

5258

حرارت اینٹینا سے اس خطے کی حرارت حاصل کی جاسکتی ہے جس پر اینٹینا کا مرکز نگاہ ہو۔ یوں اینٹینا کو بعید بہا حرارت استعمال کیا جاسکتا ہے۔ ایک سنٹی میٹر طول موج کے ریڈیائی دوربین کی نگاہ، ستاروں سے خالی آسمان کے خطے پر رکھتے ہوئے انتہائی کم اینٹینا حرارت حاصل کی جاسکتی ہے۔ آسمان کو دیکھتے ہوئے کم تر حرارت 3 K حاصل ہوتی جو کائنات کی ابتدائی دھاکے⁷⁰ کی بقیہ حرارت⁷¹ ہے۔ اگر اینٹینا کے سامنے ستارہ موجود ہو تب بقیہ حرارت سے زیادہ حرارت ناپی جائے گی۔ ایک میٹر طول موج پر ہماری کہکشاں کی حرارت کئی ہزار کیلون ناپی جاتی ہے۔ ہم حراری⁷² شور کی حرارت ناپنے کی بات کر رہے ہیں۔ یہ کامل اخراجی۔ وصولی خاصیت کے جسم کی حرارت ہے۔ ایسے جسم کو سیاہ جسم⁷³ کہا جاتا ہے۔ یوں اگر اینٹینا کی پوری وصولی نقش کے خطے میں گرم کونے یا سیاہ دھات کا کرہ پایا جائے، تو اینٹینا سے کرہ کی ناپی گئی حرارت وہی ہوگی جو تھرمامیٹر⁷⁴ سے ناپی جائے گی۔ اس کے برعکس ترسیلی اینٹینا کی ناپی گئی اینٹینا حرارت غیر یقینی طور پر زیادہ حاصل ہوتی ہے۔

مثال کے طور پر اگر قریب ریڈیو اسٹیشن کی نشریات، 10 m² وصولی رقبے اور 10 kHz تعدد دی پٹی کے وصولی اینٹینا کے قریب 10 $\frac{\mu\text{V}}{\text{m}}$ کا میدان پیدا کرے تو وصولی اینٹینا کی کل وصول کردہ طاقت

$$W = \frac{E^2}{Z_0} S_e = \frac{10^{-10}}{377} \times 10 = 2.65 \text{ pW}$$

ہوگی جسے مساوات 14.212 میں پر کرتے ہوئے

$$T = \frac{W}{kB} = \frac{2.65 \times 10^{-12}}{1.38 \times 10^{-23} \times 10^4} = 1.9 \times 10^7 \text{ K}$$

حاصل ہوتی ہے۔ اس مثال میں آپ نے دیکھا کہ صرف 10 $\frac{\mu\text{V}}{\text{m}}$ کا میدان 1.9 × 10⁷ K کی اینٹینا حرارت پیدا کر سکتا ہے۔ یہ اتنی بڑی مقدار ہے کہ اس کی موجودگی میں بقایا نظام کی حرارت، جسے حرارت نظام⁷⁵ پکارا جاتا ہے، کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ البتہ، ریڈیائی دوربین اتنی کم طاقت کے اشارات پر کام کرتے ہیں کہ انہیں حرارت نظام انتہائی اہم ہوتا ہے۔ اس کا اندازہ آپ یوں کر سکتے ہیں کہ ریڈیائی دوربین کے استعمال میں کثافت طاقت فی ہرٹز کی اکائی جانسکی⁷⁶ ہے جہاں 1 Jy = 10⁻²⁶ $\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ Hz}}$ کے برابر ہے۔

5268

big bang⁷⁰
residual temperature⁷¹
thermal⁷²
blackbody⁷³
thermometer⁷⁴
system temperature⁷⁵
Jansky⁷⁶

سوالات

سوال 14.1: 1.5λ لمبے خطی اینٹینا کا اخراجی مزاحمت حاصل کریں۔ ایسا کرنے کی خاطر آپ کو صفحہ 556 پر دیے جدول 14.2 کے طرز کا جدول حاصل کرنا ہوگا۔

جواب: 100Ω

سوال 14.2: یکساں غیر سمتی منبع پر مبنی قطار میں ارکان کے درمیان $d = \frac{\lambda}{4}$ ہے۔ مرکزی شعاع $\theta = 30^\circ$ پر حاصل کرنے کی خاطر ارکان کے مابین زاویائی فرق δ حاصل کریں۔

جواب: 1.36 rad

سوال 14.3: تداخل پیمائش جفت قطب کے مابین فاصلہ 10λ ہونے کی صورت میں پہلے صفر چوڑائی حاصل کریں۔

جواب: 5.7°

complex permittivity

dispersion

charge is barqi bar and let the reader figure out which bar is meant

wave over a conducting surface needs revisit. may have to discard it and take the basic explanation as given in kraus. READ field theory of guided waves by collins

divergence, curl formulae at end page

degree angle and degree celcius, ohm, micro etc not showing

kraus p581 mentions three types of impedances: intrinsic, characteristic and transverse. ensure that i too have these distinctions

kraus fig-13.28 and fig 13.29 and table 13.3 (on p577) are v. impt

Huygens improvements

figTransmissionSmithFromInternet.tex is not giving the figure of the book

the answers should be at the end of the book

handle all side notes () and remove the corresponding text

read chapter 9 onwards (proof reading)

energy travels along the wire and not in the wire.

antenna chapter, 3D figure at start and complete the start section.

house completion certificate.

zaryab fish

$F = dW/dT$ to include in inductance chapter plus a question or two

magnetization curve and an iteration example. fig 8.10, 11 of hayt.

charge is barqi bar.

add questions to machine book too.

take print outs for myself.

5302

5303

when giving fields always remember the following rules:

always ensure that divergence of magnetic field is zero.

moving waves must be of the form $E = E_0 \cos(\omega t - kz)$ where $c = (\mu * \epsilon)^{-0.5}$ and $k = 2 * \pi / \lambda$

include complex permittivity (7th ed Q12.18 says $\sigma = \omega \epsilon''$)

include 4th ed fig 11.11 of page 422

rename lossless and lossy dielectrics as

الباب 15

سوالات

اینتینا

سوال 15.1: غیر سمتی ایتینا $E = \frac{25I}{r}$ میدان پیدا کرتی ہے جہاں ایتینا کا داخلی موثر برقی رو I اور ایتینا سے فاصلہ r ہے۔ اس ایتینا کی اخراجی مزاحمت حاصل کریں۔

جواب: 20.8Ω

سوال 15.2: ایتینا کی شعاع $0 < \theta < 30^\circ$ ، $0 < \phi < 2\pi$ خطے میں یکساں میدان پیدا کرتی ہے جبکہ $30^\circ < \theta < 180^\circ$ خطے میں میدان صفر کے برابر ہے۔ الف) ایتینا کا اخراجی ٹھوس زاویہ Ω_A حاصل کریں۔ ب) شعاع کی سمتیت D دریافت کریں۔

جوابات: 0.842 sr ، 14.9

سوال 15.3:

ایتینا کی شعاع $0 < \theta < 60^\circ$ ، $0 < \phi < 2\pi$ خطے میں یکساں میدان پیدا کرتی ہے جبکہ $60^\circ < \theta < 180^\circ$ خطے میں میدان صفر کے برابر ہے۔ الف) ایتینا کا اخراجی ٹھوس زاویہ Ω_A حاصل کریں۔ ب) شعاع کی سمتیت D دریافت کریں۔ پ) ایتینا کا اخراجی رقبہ A_e حاصل کریں۔ ت) ایتینا کا داخلی موثر برقی رو 12 A ہونے کی صورت میں ایتینا سے 164 m کے فاصلے پر موثر برقی میدان $7 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ہے۔ ایتینا کا اخراجی مزاحمت $R_{\text{اخراجی}}$ دریافت کریں۔

جوابات: 3.142 sr ، 4 ، $0.318 \lambda^2$ ، 76.3Ω

سوال 15.4: ایتینا کی شعاع $45^\circ < \theta < 60^\circ$ ، $0^\circ < \phi < 120^\circ$ خطے میں یکساں ہے۔ بقایا خطے میں میدان صفر کے برابر ہے۔ ایتینا سے 1000 m کے فاصلے پر اس خطے میں $2 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ برقی میدان حاصل کرنے کی خاطر 4 A موثر داخلی برقی رو درکار ہے۔ ایتینا کی اخراجی مزاحمت $R_{\text{اخراجی}}$ دریافت کریں۔

جواب: 288Ω

سوال 15.5: ایتینا کی مرکزی شعاع $0^\circ < \theta < 45^\circ$ خطے میں یکساں پائی جاتی ہے جبکہ اس کی ثانوی شعاع $120^\circ < \theta < 180^\circ$ خطے میں یکساں پائی جاتی ہے۔ میدان ϕ کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتا۔ مرکزی شعاع میں میدان ثانوی شعاع کے میدان کے چار گنا ہے۔ الف) ایتینا کی سمتیت D دریافت کریں۔ ب) مرکزی شعاع میں ایتینا سے 350 m فاصلے پر $E_{\text{موت}}$ برقی میدان کے حصول کے لئے ایتینا کو 6 A موثر داخلی برقی رو مہیا کیا جاتی ہے۔ ایتینا کی اخراجی مزاحمت $R_{\text{اخراجی}}$ دریافت کریں۔

جوابات: $D = 6.17$ ، 662Ω

سوال 15.6: دو عدد غیر سمتی، ہم قدم منبع کے درمیان فاصلہ 2λ ہے۔ الف) نقش کے صفر حاصل کریں۔ ب) نقش کی چوٹیاں حاصل کریں۔

جوابات: الف) 41.4° ، 75.5° ، 104.5° ، 138.6° ؛ ب) 0° ، 60° ، 90° ، 120° ، 180°

سوال 15.7: دو عدد غیر سمتی، منبع کے درمیان فاصلہ $\frac{3\lambda}{2}$ ہے جبکہ ان میں زاویائی فرق 180° ہے۔ الف) نقش کے صفر حاصل کریں۔ ب) نقش کی چوٹیاں حاصل کریں۔

جوابات: الف) 90° ، 48.2° ، 131.8° ؛ ب) 0° ، 70.5° ، 109.5°

جدول 15.1: σ

$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز	$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز
7×10^4	گرفتار	6.17×10^7	چاندی
1200	سلیکان	5.80×10^7	تانبا
100	فیرائٹ (عمومی قیمت)	4.10×10^7	سونا
5	سمندری پانی	3.82×10^7	المونیم
10^{-2}	چھونا پتھر	1.82×10^7	ٹنگسٹن
5×10^{-3}	چکنی مٹی	1.67×10^7	جست
10^{-3}	تازہ پانی	1.50×10^7	پیتل
10^{-4}	مقطر پانی	1.45×10^7	نکل
10^{-5}	ریتیلی مٹی	1.03×10^7	لوہا
10^{-8}	سنگ مرمر	0.70×10^7	قلعی
10^{-9}	بیک لائٹ	0.60×10^7	کاربن سٹیل
10^{-10}	چینی مٹی	0.227×10^7	مینگنیز
2×10^{-13}	بیرا	0.22×10^7	جرمنیم
10^{-16}	پولیسٹرن پلاسٹک	0.11×10^7	سٹینلس سٹیل
10^{-17}	کوارٹس	0.10×10^7	نائیکروم

جدول 15.2: $\sigma/\omega\epsilon$ and ϵ_R

$\sigma/\omega\epsilon$	ϵ_R	چیز
	1	خالی خلاء
	1.0006	ہوا
0.0006	8.8	المونیم آکسائیڈ
0.002	2.7	عنبر
0.022	4.74	بیگ لائٹ
	1.001	کاربن ڈائی آکسائیڈ
	16	جرمنیم
0.001	4 تا 7	شیشہ
0.1	4.2	برف
0.0006	5.4	ابر
0.02	3.5	نائلون
0.008	3	کاغذ
0.04	3.45	پلیکسی گلاس
0.0002	2.26	پلاسٹک (تھیلا بنانے والا)
0.000 05	2.55	پولیسٹرین
0.014	6	چینی مٹی
0.0006	4	پائریکس شیشہ (برتن بنانے والا)
0.000 75	3.8	کوارٹس
0.002	2.5 تا 3	ریڑ
0.000 75	3.8	سلیکا SiO_2
	11.8	سلیکان
0.5	3.3	قدرتی برف
0.0001	5.9	کھانے کا نمک
0.07	2.8	خشک مٹی
0.0001	1.03	سٹائروفوم
0.0003	2.1	ٹیفلان
0.0015	100	ٹائٹینیم ڈائی آکسائیڈ
0.04	80	مقطر پانی
4		سمندری پانی
0.01	1.5 تا 4	خشک لکڑی

جدول 15.3: μ_R

μ_R	چیز
0.999 998 6	بسمت
0.999 999 42	پیرافین
0.999 999 5	لکڑی
0.999 999 81	چاندی
1.000 000 65	المونیم
1.000 000 79	بیریلم
50	نکل
60	ڈھلوان لوہا
300	مشین سٹیل
1000	فیرائٹ (عمومی قیمت)
2500	پریم بھرت (permalloy)
3000	ٹرانسفارمر پتری
3500	سیلکان لوہا
4000	خالص لوہا
20 000	میو میٹل (mumetal)
30 000	سنڈسٹ (sendust)
100 000	سوپریم بھرت (supermalloy)

جدول 15.4: اہم مستقل

قیمت	علامت	چیز
$(1.602\,189\,2 \pm 0.000\,004\,6) \times 10^{-19} \text{ C}$	e	الیکٹران چارج
$(9.109\,534 \pm 0.000\,047) \times 10^{-31} \text{ kg}$	m	الیکٹران کمیت
$(8.854\,187\,818 \pm 0.000\,000\,071) \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$	ϵ_0	برقی مستقل (خالی خلاء)
$4\pi 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$	μ_0	مقناطیسی مستقل (خالی خلاء)
$(2.997\,924\,574 \pm 0.000\,000\,011) \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	c	روشنی کی رفتار (خالی خلاء)

