

برقی و مقناطیسیات

خالد خان یوسفزئی
 کامیٹ انسٹیٹیوٹ آف انفارمیشن ٹیکنالوجی، اسلام آباد
 khalidyousafzai@comsats.edu.pk

عنوان

3

1	سمتیاں	4
1.1	مقداری اور سمتیہ	5
1.2	سمتی الجبرا	6
1.3	کارتیسی محدود	7
1.4	اکائی سمتیاں	8
1.5	میدانی سمتیہ	9
1.6	سمتی رقبہ	10
1.7	غیر سمتی ضرب	11
1.8	سمتی ضرب یا صلیبی ضرب	12
1.9	گول نلکی محدود	13
1.9.1	نلکی اکائی سمتیاں کا کارتسی اکائی سمتیاں کے ساتھ غیر سمتی ضرب	14
1.9.2	نلکی اور کارتسی اکائی سمتیاں کا تعلق	15
1.9.3	نلکی لامحدود سطحیں	16
1.10	کروی محدود	17
2	کولومب کا قانون	18
2.1	قوت کشش یا دفع	19
2.2	برقی میدان کی شدت	20
2.3	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر کا برقی میدان	21
2.4	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	22
2.5	چارج بردار حجم	23
2.6	مزید مثال	24
2.7	برقی میدان کے سمت بہاؤ خط	25

69 ²⁶	گاؤس کا قانون اور پھیلاؤ	3
69 ²⁷	ساکن چارج	3.1
69 ²⁸	فیراڈے کا تجربہ	3.2
70 ²⁹	گاؤس کا قانون	3.3
72 ³⁰	گاؤس کے قانون کا استعمال	3.4
72 ³¹	نقطہ چارج	3.4.1
74 ³²	یکساں چارج بردار کروی سطح	3.4.2
74 ³³	یکساں چارج بردار سیدھی لامحدود لکیر	3.4.3
75 ³⁴	ہم محوری تار	3.5
77 ³⁵	یکساں چارج بردار ہموار لامحدود سطح	3.6
77 ³⁶	انتہائی چھوٹی حجم پر گاؤس کے قانون کا اطلاق	3.7
80 ³⁷	پھیلاؤ	3.8
82 ³⁸	نلکی محدود میں پھیلاؤ کی مساوات	3.9
84 ³⁹	پھیلاؤ کی عمومی مساوات	3.10
86 ⁴⁰	مسئلہ پھیلاؤ	3.11
93 ⁴¹	توانائی اور برقی دباؤ	4
93 ⁴²	توانائی اور کام	4.1
94 ⁴³	لکیری تکملہ	4.2
99 ⁴⁴	برقی دباؤ	4.3
100 ⁴⁵	نقطہ چارج کا برقی دباؤ	4.3.1
101 ⁴⁶	لکیری چارج کثافت سے پیدا برقی دباؤ	4.3.2
102 ⁴⁷	ہم محوری تار کا برقی دباؤ	4.3.3
102 ⁴⁸	متعدد نقطہ چارجوں کی برقی دباؤ	4.4
106 ⁴⁹	برقی دباؤ کی ڈھلوان	4.5
110 ⁵⁰	نلکی محدود میں ڈھلوان	4.5.1
111 ⁵¹	کروی محدود میں ڈھلوان	4.5.2
112 ⁵²	جفت قطب	4.6
114 ⁵³	جفت قطب کے سمت بہاؤ خط	4.6.1
117 ⁵⁴	ساکن برقی میدان کی کثافت توانائی	4.7

125 _s	موصل، ذو برق اور کیپسٹر	5
125 _{s6}	برقی رو اور کثافت برقی رو	5.1
127 _{s7}	استمراری مساوات	5.2
129 _{s8}	موصل	5.3
134 _{s9}	موصل کے خصوصیات اور سرحدی شرائط	5.4
137 _{s10}	عکس کی ترکیب	5.5
140 _{s11}	نیم موصل	5.6
141 _{s12}	ذو برق	5.7
146 _{s13}	کامل ذو برق کے سرحد پر برقی شرائط	5.8
150 _{s14}	موصل اور ذو برقی کے سرحدی شرائط	5.9
150 _{s15}	کیپسٹر	5.10
152 _{s16}	5.10.1 متوازی چادر کیپسٹر	
153 _{s17}	5.10.2 ہم محوری کیپسٹر	
153 _{s18}	5.10.3 ہم محوری کرہ کیپسٹر	
155 _{s19}	5.11 سلسلہ وار اور متوازی جڑے کیپسٹر	
156 _{s20}	5.12 دو متوازی تاروں کا کیپسٹنس	
169 _{s21}	پوٹنسن اور لاپلاس مساوات	6
171 _{s22}	6.1 مسئلہ یکنائی	
173 _{s23}	6.2 لاپلاس مساوات خطی ہے	
173 _{s24}	6.3 نلکی اور کروی محدود میں لاپلاس کی مساوات	
174 _{s25}	6.4 لاپلاس مساوات کے حل	
181 _{s26}	6.5 پوٹنسن مساوات کے حل کی مثال	
183 _{s27}	6.6 لاپلاس مساوات کا ضربی حل	
191 _{s28}	6.7 عددی دہرائے کا طریقہ	

199 ₉	ساکن مقناطیسی میدان	7
199 ₀	بایوٹ-سیوارٹ کا قانون	7.1
204 ₁	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.2
210 ₂	گردش	7.3
217 ₃	نلکی محدود میں گردش	7.3.1
222 ₄	عمومی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.2
224 ₅	کروی محدود میں گردش کی مساوات	7.3.3
225 ₆	مسئلہ سٹوکس	7.4
228 ₇	مقناطیسی بہاو اور کثافت مقناطیسی بہاو	7.5
235 ₈	غیر سمتی اور سمتی مقناطیسی دباؤ	7.6
240 ₉	ساکن مقناطیسی میدان کے قوانین کا حصول	7.7
240 ₀	سمتی مقناطیسی دباؤ	7.7.1
242 ₁	ایمپیٹر کا دوری قانون	7.7.2
249 ₂	مقناطیسی قوتیں، مقناطیسی مادے اور امالہ	8
249 ₃	متحرک چارج پر قوت	8.1
250 ₄	تفرقی چارج پر قوت	8.2
254 ₅	برقی رو گزارتے تفرقی تاروں کے مابین قوت	8.3
255 ₆	قوت اور مروڑ	8.4
261 ₇	فولادی مقناطیسی اشیاء اور مقناطیسی خطے	8.5
262 ₈	مقناطیسیت اور مقناطیسی مستقل	8.6
265 ₉	مقناطیسی سرحدی شرائط	8.7
268 ₀₀	مقناطیسی دور	8.8
271 ₀₁	مقناطیسی مخفی توانائی	8.9
271 ₀₂	خود امالہ اور مشترکہ امالہ	8.10
277 ₀₃	مشترکہ امالہ	8.11

283 ⁰⁴	وقت کے ساتھ بدلنے میدان اور میکس ویل کے مساوات	9
283 ⁰⁵	9.1 فیراڈے کا قانون	
290 ⁰⁶	9.2 انتقالی برقی رو	
296 ⁰⁷	9.3 میکس ویل مساوات کی نقطہ شکل	
298 ⁰⁸	9.4 میکس ویل مساوات کی مکمل شکل	
303 ⁰⁹	9.5 تاخیری دباؤ	
311 ¹⁰	10 مستوی امواج	
311 ¹¹	10.1 خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی مستوی امواج	
312 ¹²	10.2 برقی و مقناطیسی مستوی امواج	
320 ¹³	10.2.1 خالی خلاء میں امواج	
323 ¹⁴	10.2.2 خالص یا کامل ذو برق میں امواج	
325 ¹⁵	10.2.3 ناقص یا غیر کامل ذو برقی میں امواج	
329 ¹⁶	10.3 پوئنٹنگ سمتیہ	
334 ¹⁷	10.4 موصل میں امواج	
340 ¹⁸	10.5 انعکاس مستوی موج	
346 ¹⁹	10.6 شرح ساکن موج	
351 ²⁰	10.7 متعدد سرحدی انعکاس	
355 ²¹	10.8 خطی، بیضوی اور دائری تقطیب	
358 ²²	10.9 بیضوی یا دائری قطبی امواج کا پوئنٹنگ سمتیہ	
367 ²³	11 ترسیلی تار	
367 ²⁴	11.1 ترسیلی تار کے مساوات	
371 ²⁵	11.2 ترسیلی تار کے مستقل	
372 ²⁶	11.2.1 ہم محوری تار کے مستقل	
375 ²⁷	11.2.2 دو متوازی تار کے مستقل	
376 ²⁸	11.2.3 سطح مستوی ترسیلی تار	
377 ²⁹	11.3 ترسیلی تار کے چند مثال	
385 ³⁰	11.4 ترسیمی تجزیہ، سمتہ نقشہ	
392 ³¹	11.4.1 سمتہ فراوانی نقشہ	
394 ³²	11.5 تجرباتی نتائج پر مبنی چند مثال	
398 ³³	11.6 تجزیہ عارضی حال	

415 ₃₄	12	ترچہی آمد، انعکاس، انحراف اور انکسار
415 ₃₅	12.1	ترچہی آمد
426 ₃₆	12.2	ترسیم ہائی گن
429 ₃₇	13	مویج اور گھمکیا
429 ₃₈	13.1	برقی دور، ترسیلی تار اور مویج کا موازنہ
430 ₃₉	13.2	دو لامحدود وسعت کے مستوی چادروں کے مویج میں عرضی برقی موج
436 ₄₀	13.3	کھوکھلا مستطیلی مویج
445 ₄₁	13.3.1	مستطیلی مویج کے میدان پر تفصیلی غور
452 ₄₂	13.4	مستطیلی مویج میں عرضی مقناطیسی TM_{mn} موج
456 ₄₃	13.5	کھوکھلی نالی مویج
463 ₄₄	13.6	انقطاعی تعدد سے کم تعدد پر تضعیف
465 ₄₅	13.7	انقطاعی تعدد سے بلند تعدد پر تضعیف
467 ₄₆	13.8	سطحی موج
472 ₄₇	13.9	ذو برق تختی مویج
475 ₄₈	13.10	شیش ریشہ
478 ₄₉	13.11	پردہ بصارت
480 ₅₀	13.12	گھمکی خلاء
483 ₅₁	13.13	میکس ویل مساوات کا عمومی حل

491 ₅₂	
491 ₅₃	14.1 تعارف
491 ₅₄	14.2 تاخیری دباو
493 ₅₅	14.3 تکمل
494 ₅₆	14.4 مختصر جفت قطبی ایٹینا
502 ₅₇	14.5 مختصر جفت قطب کا اخراجی مزاحمت
506 ₅₈	14.6 ٹھوس زاویہ
507 ₅₉	14.7 اخراجی رقبہ، سمتیت اور افزائش
514 ₆₀	14.8 قطاری ترتیب
514 ₆₁	14.8.1 غیر سمتی، دو نقطہ منبع
515 ₆₂	14.8.2 ضرب نقش
516 ₆₃	14.8.3 ثنائی قطار
518 ₆₄	14.8.4 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار
520 ₆₅	14.8.5 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: چوڑائی جانب اخراجی قطار
520 ₆₆	14.8.6 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: لمبائی جانب اخراجی قطار
524 ₆₇	14.8.7 یکساں طاقت کے متعدد رکن پر مبنی قطار: بدلنے زاویہ اخراجی ایٹینا
525 ₆₈	14.9 تداخل پیمہ
526 ₆₉	14.10 مسلسل خطی ایٹینا
527 ₇₀	14.11 مستطیل سطحی ایٹینا
530 ₇₁	14.12 اخراجی سطح پر میدان اور دور میدان آپس کے فوریر بدل ہیں
530 ₇₂	14.13 خطی ایٹینا
535 ₇₃	14.14 چلتے موج ایٹینا
536 ₇₄	14.15 چھوٹا گھیرا ایٹینا
537 ₇₅	14.16 پیچ دار ایٹینا
539 ₇₆	14.17 دو طرفہ کردار
541 ₇₇	14.18 جھری ایٹینا
542 ₇₈	14.19 پیپا ایٹینا
544 ₇₉	14.20 فرانس ریڈار مساوات
547 ₈₀	14.21 ریڈیائی دورین، ایٹینا کی حرارت اور تحلیلی کارکردگی
549 ₈₁	14.22 حرارت نظام اور حرارت بعید

مستوی امواج

لامحدود خطہ جس کا کوئی سرحد نہ ہو میں میکس ویل مساوات کا حل سادہ ترین مسئلہ ہے البتہ اس سے حاصل نتائج انتہائی دلچسپ اور معلوماتی ثابت ہوتے ہیں۔ آپ دیکھیں گے کہ وقت کے ساتھ بدلتا برقی میدان، وقت کے ساتھ بدلتے مقناطیسی میدان کو جنم دیتا ہے جبکہ وقت کے ساتھ بدلتا مقناطیسی میدان، وقت کے ساتھ بدلتے برقی میدان کو جنم دیتا ہے۔ چونکہ برقی میدان چارج کی بدولت جبکہ مقناطیسی میدان برقی رو کی بدولت ہے لہذا چارج یارو میں کسی بھی تبدیلی سے باہمی تعاون سے بدلتا برقی اور بدلتا مقناطیسی میدان یعنی **برقی و مقناطیسی** اموج پیدا ہوتی ہے۔ ایسے امواج کی **تعدد** کا دار و مدار چارج یارو (یادونوں) میں تبدیلی کی شرح پر منحصر ہے۔ یوں ω **زاویائی تعدد** پر سائن نما شکل میں ارتعاش کرتا چارج ω زاویائی تعدد کی سائن نما موج ہی پیدا کرتی ہے۔ برقی و مقناطیسی امواج روشنی کی رفتار سے حرکت کرتی ہیں۔ انسانی آنکھ مخصوص تعدد کی برقی و مقناطیسی امواج دیکھنے کی صلاحیت رکھتی ہے۔ برقی و مقناطیسی امواج کے تعدد کی وہ پٹی جو ہمیں نظر آتی ہیں **روشنی** کہلاتی ہے۔ سائن نما موج کو اس کی تعدد **دور** **عری** λ سے بیان کیا جاسکتا ہے۔ ہم 380 nm تا 750 nm کے دوری عرصے کے برقی و مقناطیسی امواج دیکھ سکتے ہیں۔

دو اشیاء کے سرحد پر برقی و مقناطیسی موج پر غور کرنے سے شعاعی **انعکاس**⁶، شعاعی **انحراف**⁷ اور **انکسار امواج**⁸ کے حقائق دریافت ہوتے ہیں۔ مختصر اشعاع کے تمام خصوصیات میکس ویل کے مساوات سے حاصل کرنا ممکن ہے۔

10.1 خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی مستوی امواج

جیسا کہ آپ جانتے ہیں کہ کسی بھی جسم کے اندر کسی بھی طرح پہنچایا گیا اضافی چارج باہمی قوت دفع سے آخر کار حجم کے سطح پر پہنچ جاتا ہے۔ اگر ان لحاظ کو نظر انداز کیا جائے جتنی دیر آزاد چارج سطح تک پہنچتا ہے تو جسم کے حجم میں $\rho_h = 0$ تصور کیا جاسکتا ہے۔ اس کتاب میں $\rho_h = 0$ ہی تصور کرتے ہوئے برقی و مقناطیسی

electromagnetic¹
frequency²
angular frequency³
light⁴
time period⁵
reflection⁶
refraction⁷
diffraction⁸

امواج پر غور کیا جائے گا لہذا ایسا ہی تصور کرتے ہوئے صفحہ 296 پر دئے گئے میکس ویل مساوات یہاں دوبارہ پیش کرتے ہیں

$$(10.1) \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

$$(10.2) \quad \nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$(10.3) \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

$$(10.4) \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0$$

جہاں $D = \epsilon E$ اور $B = \mu H$ کے علاوہ قانون اوہم کی نقطہ شکل $J = \sigma E$ کے استعمال سے تمام مساوات صرف دو متغیرات E اور H کی صورت میں لکھے گئے ہیں۔

3062

اس سے پہلے کہ ہم ان مساوات کو حل کریں، انہیں انہیں صرف دیکھ کر فیصلہ کریں کہ خالی خلاء میں ان سے کیا نتائج اخذ کئے جاسکتے ہیں۔ خالی خلاء میں کشافیت برقی J صفر کے برابر ہوتی ہے۔ اس حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے آگے بڑھتے ہیں۔ مساوات 10.1 کہتی ہے کہ کسی بھی نقطے پر مقناطیسی میدان میں وقت کے ساتھ تبدیلی سے اس نقطے کے گردش میدان کی گردش پیدا ہوتی ہے۔ گردش سے مراد ایسا میدان ہے جو بند دائرے پر اس نقطے کے گردش ہوتی ہو۔ اگر مقناطیسی میدان کی قیمت زیادہ ہو تب برقی گردش کی قیمت بھی زیادہ ہوگی اور اگر مقناطیسی میدان کی قیمت کم ہو تب گردش بھی کم ہوگی۔ یوں دو حقائق سامنے آتے ہیں۔ پہلی حقیقت یہ ہے کہ کسی بھی نقطے پر بدلتا مقناطیسی میدان اس نقطے کے گردش، یعنی نقطے سے ذرہ دور، برقی میدان پیدا کرتی ہے اور دوسری حقیقت یہ کہ پہلی میدان کی قیمت کم یا زیادہ کرنے سے پیدا میدان کی قیمت بھی تبدیل ہوتی ہے یعنی بدلتا مقناطیسی میدان، بدلتے برقی میدان کو جنم دیتا ہے۔ اسی طرح مساوات 10.2 کہتی ہے کہ کسی بھی نقطے پر برقی میدان میں وقت کے ساتھ تبدیلی سے اس نقطے کے گردش مقناطیسی گردش پیدا ہوتی ہے۔ یہاں بھی صاف واضح ہے کہ کسی بھی نقطے پر برقی میدان میں وقت کے ساتھ تبدیلی، اس نقطے سے ذرہ دور، بدلتی مقناطیسی میدان پیدا کرتی ہے۔ ایسا معلوم ہوتا ہے کہ بدلتا مقناطیسی میدان کچھ فاصلے پر آگے کر کے بدلتا برقی میدان پیدا کرتا ہے جو مزید آگے مقناطیسی میدان پیدا کرتا ہے اور یہ سلسلہ چلے جاتا ہے۔ جیسا کہ ہم جلد دیکھیں گے، ایسے جڑواں، ہاتھ میں ہاتھ ڈالے، حرکت کرتے بدلتے برقی اور بدلتے مقناطیسی میدان کی رفتار $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ یعنی تقریباً $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ ہے جو خالی خلاء میں روشنی کی رفتار ہے۔

3072

10.2 برقی و مقناطیسی مستوی امواج

3073

میکس ویل مساوات کے حل **دوری سمتیت**⁹ کی مدد سے نہایت آسان ہو جاتے ہیں لہذا پہلے دوری سمتیت پر غور کرتے ہیں جو آپ نے برقی ادوار حل کرتے وقت ضرور استعمال کئے ہوں گے۔

3075

سائن نمائندگی کی عمومی شکل

$$(10.5) \quad E_y = E_{xyz} \cos(\omega t + \psi)$$

ہے جہاں

$$(10.6) \quad \omega = 2\pi f$$

زاویائی تعدد¹⁰ اور ϕ **زاویائی فاصلہ**¹¹ ہیں جبکہ E_{xyz} از خود x, y, z اور ω **کاتالغ تفاعل**¹² ہو سکتا ہے۔ تعدد f کی اکائی ہرٹز¹³ ہے۔ یہاں دھیان رہے کہ E_{xyz} وقت t **کاتالغ** نہیں ہے۔

3077

⁹ phasor
¹⁰ angular frequency
¹¹ phase angle
¹² dependent function
¹³ Hertz

کسی بھی متغیر x کے لئے **یولر مماثل**¹⁴ کو $e^{jx} = \cos x + j \sin x$ لکھا جاتا ہے جہاں $j = \sqrt{-1}$ **خیالی عدد**¹⁵ ہے۔ آزاد متغیر $\psi + \omega t$ کے لئے یولر مماثل

$$e^{j(\omega t + \psi)} = \cos(\omega t + \psi) + j \sin(\omega t + \psi)$$

لکھا جاسکتا ہے جو **حقیقی**¹⁶ اور **خیالی**¹⁷ اجزاء پر مشتمل **مخلوط تفاعل**¹⁸ ہے۔ یوں $\cos(\omega t + \psi)$ کو $e^{j(\omega t + \psi)}$ کا حقیقی جزو تصور کیا جاسکتا ہے۔ اس طرح

$$E_y = E_{xyz} \cos(\omega t + \psi) = \left[E_{xyz} e^{j(\omega t + \psi)} \right]_{\text{حقیقی}} = \left[E_{xyz} e^{j\omega t} e^{j\psi} \right]_{\text{حقیقی}}$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں زیر نوشت میں حقیقی لکھنے سے مراد یہ ہے کہ پورے تفاعل کا حقیقی جزو لیا جائے۔ مندرجہ بالا مساوات کو بطور دوری سمتیہ یوں

$$E_{ys} = E_{xyz} e^{j\psi}$$

لکھا جاتا ہے جہاں $e^{j\omega t}$ اور زیر نوشت میں حقیقی کو پوشیدہ رکھا جاتا ہے۔ اس مساوات کے بائیں ہاتھ E_{ys} لکھتے ہوئے زیر نوشت میں s یاد دلاتی ہے کہ یہ مساوات دوری سمتیہ کی شکل میں لکھی گئی ہے لہذا یاد رہے کہ اصل تفاعل میں $e^{j\omega t}$ پایا جاتا ہے اور پورے تفاعل کا صرف حقیقی جزو ہی لیا جائے۔ تفاعل E_{ys} کے زیر نوشت میں s دراصل اس حقیقت کو ظاہر کرتی ہے کہ اس تفاعل کا آزاد متغیر، **مخلوط تعدد**¹⁹ ہے۔ ہمارے استعمال میں s خیالی عدد یعنی $j\omega$ ہوگا۔

3080

اب $E_y = 10.5 \cos(10^6 t - 0.35z)$ کو دوری سمتیہ کی شکل میں لکھنے کی خاطر اسے یولر مماثل کے حقیقی جزو

$$E_y = \left[10.5 e^{j(10^6 t - 0.35z)} \right]_{\text{حقیقی}} = \left[10.5 e^{j10^6 t} e^{-j0.35z} \right]_{\text{حقیقی}}$$

لکھنے کے بعد $e^{j10^6 t}$ اور زیر نوشت میں حقیقی کو پوشیدہ رکھتے ہوئے یوں

$$E_{ys} = 10.5 e^{-j0.35z}$$

3081

لکھا جائے گا جہاں بائیں ہاتھ E_{ys} میں زیر نوشت میں s کا اضافہ کیا گیا۔ یاد رہے کہ E_y حقیقی تفاعل ہے جبکہ E_{ys} عموماً مخلوط تفاعل ہوتا ہے۔

3082

دوری سمتیہ سے اصل تفاعل حاصل کرنے کی خاطر اسے $e^{j\omega t}$ سے ضرب دیتے ہوئے حاصل جواب کا حقیقی جزو لیا جاتا ہے۔

مساوات 10.5 کا وقت کے ساتھ جزوی تفرق

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} [E_{xyz} \cos(\omega t + \psi)] = -\omega E_{xyz} \sin(\omega t + \psi) \\ &= \left[j\omega E_{xyz} e^{j(\omega t + \psi)} \right]_{\text{حقیقی}} \end{aligned}$$

کے برابر ہے۔ یہ عمومی نتیجہ ہے جس کے تحت وقت کے ساتھ تفاعل کا تفرق، دوری سمتیہ کو $j\omega$ سے ضرب دینے کے مترادف ہے۔ یوں مثال کے طور پر اگر

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial H_y}{\partial z}$$

ہو تب اسی کی دوری سمتیہ شکل

$$j\omega E_{xs} = -\frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial H_{ys}}{\partial z}$$

Euler's identity¹⁴
imaginary number¹⁵
real¹⁶
imaginary¹⁷
complex function¹⁸
complex frequency¹⁹

ہوگی۔ اسی طرح سائن نمائیدان کے لئے میکس ویل کے مساوات بھی باآسانی دوری سمتیہ کی شکل میں لکھے جاسکتے ہیں لہذا

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

کو دوری سمتیہ کی صورت میں

$$(10.7) \quad \nabla \times \mathbf{E}_s = -j\omega\mu \mathbf{H}_s$$

لکھا جائے گا۔ میکس ویل کے بقایا مساوات کو بھی دوری سمتیہ کی صورت میں لکھتے ہیں۔

$$(10.8) \quad \nabla \times \mathbf{H}_s = (\sigma + j\omega\epsilon) \mathbf{E}_s$$

$$(10.9) \quad \nabla \cdot \mathbf{E}_s = 0$$

$$(10.10) \quad \nabla \cdot \mathbf{H}_s = 0$$

آئیں ان مساوات سے امواج کی مساوات حاصل کریں۔ ایسا کرنے کی خاطر مساوات 10.7 کی گردش

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_s = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{E}_s) - \nabla^2 \mathbf{E}_s = -j\omega\mu \nabla \times \mathbf{H}_s$$

میں مساوات 10.8 اور مساوات 10.9 پر کرنے سے

$$(10.11) \quad \nabla^2 \mathbf{E}_s = j\omega\mu (\sigma + j\omega\epsilon) \mathbf{E}_s = \gamma^2 \mathbf{E}_s$$

حاصل ہوتا ہے جہاں

$$(10.12) \quad \gamma = \pm \sqrt{j\omega\mu (\sigma + j\omega\epsilon)}$$

حرکی مستقل²⁰ کہلاتا ہے۔ چونکہ $j\omega\mu (\sigma + j\omega\epsilon)$ مخلوط عدد ہے لہذا اس کا جزر γ بھی مخلوط عدد ہو گا جسے

$$(10.13) \quad \gamma = \alpha + j\beta$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں α اور β مثبت اور حقیقی اعداد ہیں۔ مساوات 10.12 کو یوں بھی لکھا جاسکتا ہے

$$(10.14) \quad \gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}$$

جہاں کسی وجہ سے صرف مثبت قیمت لی گئی ہے۔ یہ وجہ آپ کو جلد بتلا دی جائے گی۔

مساوات 10.11 **سمتی ہولٹز مساوات**^{22,21} کہلاتی ہے۔ کارتیسی محدود میں بھی سمتی ہولٹز مساوات کی بڑی شکل کافی خوفناک نظر آتی ہے چونکہ اس سے چار

چار اجزاء پر مشتمل تین عدد مساوات نکلتے ہیں۔ کارتیسی محدود میں اس کی x مساوات

$$(10.15) \quad \nabla^2 E_{xs} = \gamma^2 E_{xs}$$

یعنی

$$(10.16) \quad \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = \gamma^2 E_{xs}$$

²⁰propagation constant
²¹vector Helmholtz equation

²²برمن لڈوگ فرڈینانڈ ون ہلم ہولٹز جرمنی کے عالم طبیعیات تھے۔

ہے۔ ہم فرض کرتے ہیں کہ جن امواج پر ہم غور کرنا چاہتے ہیں ان میں نا تو x اور نا ہی y کے ساتھ میدان تبدیل ہوتے ہیں۔ ایسی صورت میں $\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial y^2} = 0$ اور $\frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial x^2} = 0$ ہوں گے لہذا مندرجہ بالا مساوات

$$(10.17) \quad \frac{\partial^2 E_{xs}}{\partial z^2} = \gamma^2 E_{xs}$$

صورت اختیار کر لے گی۔ اس طرح کے دو درجی تفرقی مساوات آپ نے پڑھے ہوں گا لہذا میں توقع رکھتا ہوں کہ آپ اس کے حل

$$(10.18) \quad E_{xs} = A e^{-\gamma z}$$

اور

$$(10.19) \quad E_{xs} = B e^{\gamma z}$$

لکھ سکتے ہیں۔

آئیں $\gamma = \alpha + j\beta$ پر کرتے ہوئے ان جوابات میں سے مساوات 10.18 پر غور کریں۔ مساوات 10.18 درحقیقت دوری سمتیہ ہے لہذا اسے $e^{j\omega t}$ سے ضرب دے کر

$$E_x = \left[A e^{j\omega t} e^{-(\alpha + j\beta)z} \right]_{\text{حقیقی}} \\ = \left[A e^{-\alpha z} e^{j(\omega t - \beta z)} \right]_{\text{حقیقی}}$$

حقیقی جزو

$$E_x = A e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z)$$

لیتے ہیں۔ مساوات کے مستقل A کی جگہ $t = 0$ اور $z = 0$ پر میدان کی قیمت E_0 پر کرتے ہوئے اصل حل

$$(10.20) \quad E_x = E_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یہ **مستوی موج**²³ کی وہ مساوات ہے جس کی تلاش میں ہم نکلے تھے۔ اگر ہم مساوات 10.19 کو لے کر آگے بڑھتے تو مساوات 10.20 کی جگہ موج کی مساوات

$$(10.21) \quad E_x = E_0 e^{\alpha z} \cos(\omega t + \beta z)$$

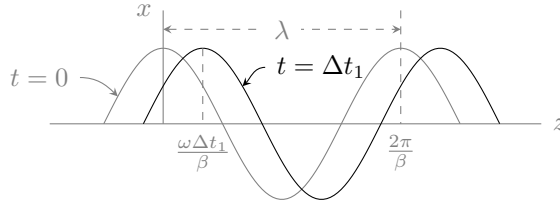
حاصل ہوتی۔

مساوات 10.18 میں $A = E_0$ پر کرتے ہوئے اس کی سمتیہ شکل

$$(10.22) \quad E_s = E_0 e^{-\gamma z} \mathbf{a}_x$$

لکھی جاسکتی ہے جو صرف \mathbf{a}_x جزو پر مشتمل ہے۔ آئیں مساوات 10.20 میں دئے **متحرک موج**²⁴ پر اب غور کریں۔

مساوات 10.20 کہتی ہے کہ برقی میدان ہر نقطے پر x محور کے متوازی ہے۔ اگر z کی قیمت تبدیل نہ کی جائے تب x اور y تبدیل کرنے سے میدان تبدیل نہیں ہوتا۔



شکل 10.1: وقت $t = 0$ اور $t = t_1$ پر خلاء میں موج کا مقام۔

مساوات 10.20 میں z بڑھانے سے α کی وجہ سے موج کی چوٹی گھٹتی ہے لہذا α **تضعیفی مستقل**²⁵ کہلاتا ہے۔ موج کی چوٹی طاقت کے ضیاع کی وجہ سے گھٹتی ہے۔ **بے ضیاع**²⁶ خطے میں $\alpha = 0$ ہوگا جبکہ **ضیاع کار**²⁷ خطے میں $\alpha > 0$ ہوگا۔ **تضعیفی مستقل کو نیپر**²⁸ فی میٹر $\frac{\text{Np}}{\text{m}}$ میں ناپا جاتا ہے۔ یوں مساوات 10.20 میں e کی طاقت یعنی αz **بے بعد**³⁰ مقدار نیپر Np میں ہوگی۔ موج کے مساوات میں βz — زاویائی فاصلہ ہے جسے ریڈین میں ناپا جاتا ہے لہذا β **زاویائی مستقل**³¹ کہلاتا ہے جبکہ اس کی اکائی ریڈین فی میٹر $\frac{\text{rad}}{\text{m}}$ ہے۔

بے ضیاع خطے میں $\alpha = 0$ جبکہ ضیاع کار خطے میں $\alpha > 0$ ہوگا۔ اس کتاب میں انہیں **غیر عامل**³² خطوں پر بحث کی جائے گی۔ یہاں بتلاتا چلوں کہ $\alpha < 0$ بھی ممکن ہے۔ ایسی صورت میں موج کا محیط مسلسل بڑھتا جائے گا۔ منفی α کی صورت میں α **کو افرانشی مستقل**³³ کہا جاتا ہے۔ **لیزر**³⁴ میں $\alpha \leq 0$ حاصل کرتے ہوئے شعاع کی طاقت بڑھائی جاتی ہے۔ **لیزر عامل**³⁵ خطہ ہے۔

موج کی مساوات میں $\alpha = 0$ تصور کرتے ہوئے اسے وقت $t = 0$ پر شکل 10.1 میں ہلکی سیاہی سے دکھایا گیا ہے۔ یہاں دھیان رہے کہ شکل میں z محدود کو افقی دکھایا گیا ہے۔ جیسے آپ دیکھ سکتے ہیں $t = 0$ پر موج کی دو آپس میں قریبی چوٹیاں $z = 0$ اور $z = \frac{2\pi}{\beta}$ پر پائی جاتی ہیں۔ دو آپس میں قریبی چوٹیوں کے درمیان فاصلے کو **طول موج**³⁶ پکارا اور λ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ یوں اس موج کی طول موج

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (10.23)$$

ہے جس سے

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (10.24)$$

لکھا جاسکتا ہے جو انتہائی اہم نتیجہ ہے۔

موج کی مساوات ہی کو وقت $t = \Delta t_1$ پر شکل 10.1 میں دوبارہ گاڑھی سیاہی میں بھی دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ اس دورانیے میں موج نے دائیں جانب یعنی z بڑھنے کی طرف حرکت کی ہے۔ یوں صاف ظاہر ہے کہ یہ موج وقت کے ساتھ مثبت z جانب حرکت کر رہی ہے۔ دورانیہ Δt_1 میں موج کی چوٹی نے $\frac{\omega \Delta t_1}{\beta}$ فاصلہ طے کیا ہے لہذا موج کے رفتار کو

$$v = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\omega \Delta t_1}{\beta} \frac{1}{\Delta t_1} = \frac{\omega}{\beta} \quad (10.25)$$

²⁵attenuation constant

²⁶loss less

²⁷lossy

²⁸neper

²⁹تضعیفی مستقل کی اکائی جان نیپر کے نام سے منسوب ہے۔

³⁰dimensionless

³¹phase constant

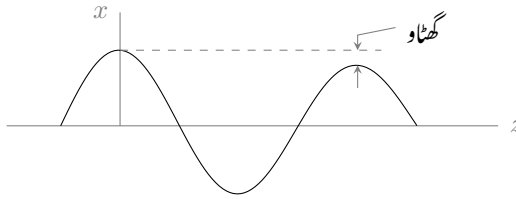
³²passive

³³gain coefficient

³⁴laser

³⁵active region

³⁶wavelength



شکل 10.2: موج چلتے ہوئے آہستہ آہستہ کمزور ہوتی رہتی ہے۔

لکھا جاسکتا ہے۔

مساوات 10.24 کو مساوات 10.25 میں پر کرنے سے

$$(10.26) \quad v = f\lambda$$

حاصل ہوتا ہے جو λ طول موج اور f تعدد رکھنے والے موج کی رفتار v دیتی ہے۔

مساوات 10.20 میں مساوات 10.25 استعمال کرتے ہوئے

$$(10.27) \quad E_x = E_0 e^{-\alpha z} \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{v} \right) \right]$$

حاصل ہوتا ہے جسے مساوات 10.25 اور مساوات 10.24 کی مدد سے

$$(10.28) \quad E_x = E_0 e^{-\alpha z} \cos \left(\omega t - \frac{2\pi z}{\lambda} \right)$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔

موج کی رفتار کو مساوات 10.20 سے دوبارہ حاصل کرتے ہیں۔ اس مساوات کے تحت کسی بھی لمحہ t پر موج کی چوٹی اس مقام پر ہوگی جہاں

$$\omega t - \beta z = 0$$

ہو۔ چونکہ رفتار $\frac{dz}{dt}$ کو کہتے ہیں لہذا اس مساوات کے تفرق

$$\omega dt - \beta dz = 0$$

سے رفتار

$$(10.29) \quad v = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta}$$

حاصل ہوتی ہے۔

شکل 10.2 میں α کو صفر تصور نہیں کیا گیا ہے۔ جیسا کہ آپ دیکھ سکتے ہیں، ایسی صورت میں موج کی چوٹی، z کے ساتھ بتدریج گھٹتی ہے لہذا $\frac{N_P}{m} = 0.001$ کی صورت میں 1 km کے فاصلے پر موج کی چوٹی، ابتدائی چوٹی کے $\frac{e^{-1}}{e^0} = 0.368$ گنا رہ گئی ہوگی جہاں ابتدائی چوٹی $z = 0$ پر لی گئی ہے۔

برقی موج E_s سے مساوات 10.7

$$\nabla \times E_s = -j\omega\mu H_s$$

کی مدد سے مقناطیسی موج باآسانی حاصل ہوتی ہے۔ مساوات 10.22 استعمال کرتے ہوئے مندرجہ بالا مساوات سے

$$-\gamma E_0 e^{-\gamma z} \mathbf{a}_y = -j\omega\mu \mathbf{H}_s$$

یا

$$\mathbf{H}_s = \frac{\gamma}{j\omega\mu} E_0 e^{-\gamma z} \mathbf{a}_y$$

حاصل ہوتا ہے جس میں مساوات 10.12 سے مثبت γ کی قیمت پر کرنے سے

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_s &= \sqrt{\frac{\sigma + j\omega\epsilon}{j\omega\mu}} E_0 e^{-\gamma z} \mathbf{a}_y \\ &= \frac{E_0}{\eta} e^{-\gamma z} \mathbf{a}_y \end{aligned} \quad (10.30)$$

ملتا ہے جہاں دوسرے قدم پر

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}} \quad (10.31)$$

لکھی³⁷ گئی³⁸ ہے۔ اس مساوات کو

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}} \quad (10.32)$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔

مساوات 10.22 کی غیر سمتی صورت یعنی $E_{xs} = E_0 e^{-\gamma z}$ کو مساوات 10.30 کے غیر سمتی صورت یعنی $H_{ys} = \frac{E_0}{\eta} e^{-\gamma z}$ سے تقسیم کرتے ہوئے

$$\frac{E_{xs}}{H_{ys}} = \eta \quad (10.33)$$

ملتا ہے۔

یہاں ذرہ رک کرایک برقی دور پر غور کرتے ہیں۔ منبع برقی دباؤ $V_0 \cos(\omega t - \psi)$ جسے دوری سمتیہ $V_0 e^{-j\psi}$ لکھا جاسکتا ہے کے ساتھ سلسلہ وار مزاحمت R ، امالہ L اور کپیسٹر C جڑے ہیں جن کی رکاوٹ Z

$$Z = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = R + jX = |Z| e^{j\theta_Z} = |Z| \angle \theta_Z$$

لکھی جاسکتی ہے جہاں $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ کی صورت میں X مثبت ہوگا جبکہ $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ کی صورت میں یہ منفی ہوگا۔ مزید $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ کی صورت میں دور خالص مزاحمتی رکاوٹ پیش کرے گا اور $\theta_Z = 0$ ہوگا۔ اس دور میں برقی رودوری سمتیہ کی مدد سے

$$I_s = \frac{V_s}{Z_s} = \frac{V_0 e^{-j\psi}}{|Z| e^{j\theta_Z}} = \frac{V_0}{|Z|} e^{-j(\psi + \theta_Z)}$$

³⁷ یونانی حروف تہجی η ایٹا پڑھا جاتا ہے۔
³⁸ η eta

حاصل ہوتا ہے جس سے

$$i = \frac{V_0}{|Z|} \cos(\omega t - \psi - \theta_Z)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ برقی دباؤ اور برقی رو ایک ہی تعدد رکھتے ہیں البتہ ان میں زاویائی فاصلہ θ_Z پایا جاتا ہے۔ مثبت X کی صورت میں برقی رو اس زاویائی فاصلے کے برابر برقی دباؤ کے پیچھے رہتی ہے جبکہ منفی X کی صورت میں برقی رو اس زاویائی فاصلے کے برابر برقی دباؤ کے آگے رہتی ہے۔ ہم دیکھتے ہیں کہ برقی دباؤ اور برقی رو کی شرح

$$\frac{V_s}{I_s} = |Z| e^{j\theta_Z} = Z$$

کے برابر ہے جسے رکاوٹ کہتے ہیں۔

آئیں اب دوبارہ امواج کی بات کریں۔ برقی موج کو اس مثال کے برقی دباؤ کی جگہ اور مقناطیسی موج کو مثال کے رو کی جگہ رکھتے ہوئے آپ دیکھیں گے کہ دونوں مسائل ہو بہو یکساں ہیں۔ اسی وجہ سے برقی موج E_{xs} اور مقناطیسی موج H_{ys} کی شرح η ، **قدرتی رکاوٹ**³⁹ کہلاتی ہے۔ بالکل برقی رکاوٹ کی طرح قدرتی رکاوٹ حقیقی یا خیالی اور یا مخلوط عدد ہو سکتا ہے۔ قدرتی رکاوٹ کی اکائی اوہم Ω ہے۔

مساوات 10.30 سے مقناطیسی موج

$$(10.34) \quad H_y = \frac{E_0 e^{-\alpha z}}{|\eta|} \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta)$$

لکھی جائے گی جہاں قدرتی رکاوٹ کو

$$(10.35) \quad \eta = |\eta| e^{j\theta_\eta}$$

لکھا گیا۔

مساوات 10.20 کے تحت برقی میدان x محدود کے متوازی ہے جبکہ مساوات 10.34 کے تحت مقناطیسی میدان y محدود کے متوازی ہے لہذا یہ میدان آپس میں ہر وقت عمودی رہتے ہیں۔ اس کے علاوہ دونوں امواج z سمت میں حرکت کر رہے ہیں۔ یوں میدان کی سمت اور حرکت کی سمت بھی آپس میں عمودی ہیں۔ ایسے امواج جن میں میدان کی سمت اور حرکت کی سمت عمودی ہوں **عرضی امواج**⁴⁰ کہلاتے ہیں۔ پانی کی سطح پر لہریں بھی عرضی امواج ہوتے ہیں۔ اسی طرح رسی کو کھینچ کر رکھتے ہوئے اسے جھٹکے سے ہلانے سے رسی میں عرضی موج پیدا ہوتی ہے۔ **عرضی برقی و مقناطیسی موج**⁴¹ میں برقی میدان اور مقناطیسی میدان دونوں حرکت کے سمت کے عمودی ہوتے ہیں۔ باب 13 میں ایسے امواج پر غور کیا جائے گا جن میں صرف ایک میدان سمت حرکت کے عمودی ہوگا۔ انہیں **عرضی برقی موج**⁴² یا **عرضی مقناطیسی موج**⁴³ کا نام دیا گیا ہے۔

آئیں اب چند مخصوص صورتوں میں ان مساوات کو استعمال کرنا سیکھیں۔

³⁹intrinsic impedance

⁴⁰transverse waves

⁴¹transverse electromagnetic, TEM

⁴²transverse electric wave, TE wave

⁴³transverse magnetic wave, TM wave

خالی خلاء میں $\sigma = 0$ ، $\mu_R = 1$ اور $\epsilon_R = 1$ ہیں لہذا مساوات 10.12 سے مثبت حرکی مستقل

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu_R\mu_0(\sigma + j\omega\epsilon_R\epsilon_0)} = j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$$

حاصل ہوتا ہے جس سے

$$\alpha = 0$$

$$\beta = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ چونکہ خالی خلاء میں $\alpha = 0$ ہے لہذا خالی خلاء بے ضیاع خطہ ہے۔ یوں خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی امواج کی رفتار، جسے روایتی طور پر c سے ظاہر کیا جاتا ہے، مساوات 10.25 سے

$$c = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \quad (10.36)$$

حاصل ہوتی ہے جس کی قیمت

$$c = \frac{1}{\sqrt{4 \times \pi \times 10^{-7} \times 8.854 \times 10^{-12}}} = 2.99 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\approx 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ہے۔

مساوات 10.31 سے خالی خلاء کی قدرتی رکاوٹ

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu_R\mu_0}{\sigma + j\omega\epsilon_R\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

حاصل ہوتی ہے۔ قدرتی رکاوٹ کی قیمت حاصل کرنے کی خاطر ہم 9×10^9 سے $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ لکھتے ہوئے

$$\eta = 120\pi \approx 377 \Omega \quad (10.37)$$

حاصل کرتے ہیں۔ یوں خالی خلاء میں کسی بھی لمحے، کسی بھی نقطے پر برقی میدان کی قیمت اس نقطے پر مقناطیسی میدان کے 377 گنا ہوگی۔

حرکی مستقل اور قدرتی رکاوٹ کی قیمتیں استعمال کرتے ہوئے خالی خلاء میں متحرک موج کے میدان

$$E_x = E_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \right]$$

$$H_y = \frac{E_0}{120\pi} \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \right]$$

لکھے جائیں گے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ دونوں میدان ہم زاویہ ہیں۔ یوں کسی بھی نقطے پر بڑھتے برقی میدان کی صورت میں اس نقطے پر مقناطیسی میدان بھی بڑھتا ہے۔ ان مساوات کے تحت امواج بالکل سیدھے حرکت کرتے ہیں اور ناوقت اور ناہی فاصلے کے ساتھ ان کی طاقت میں کسی قسم کی کمی رونما ہوتی ہے۔ یہی وجہ ہے کہ کائنات کے دور ترین کہکشاؤں سے ہم تک برقی و مقناطیسی امواج پہنچتی ہیں اور ہمیں رات کے چمکتے اور خوبصورت تارے نظر آتے ہیں۔

3123

مشق 10.1: **بے تار**⁴⁴ ذرائع ابلاغ میں 36 000 km کی اونچائی پر پرواز کرتے مصنوعی سیارے اہم کردار ادا کرتے ہیں۔ یہ سیارے زمین کے اوپر ایک ہی نقطے پر آویزاں نظر آتے ہیں۔ ان سیاروں سے زمین کے قریبی نقطے تک برقی اشارہ کتنی دیر میں پہنچے گا۔

3125

3126

جواب: 0.12 s

3127

3128

مثال 10.1: خالی خلاء میں 240 MHz تعدد کی موج بڑھتے a_z سمت میں حرکت کر رہی ہے۔ الف) λ ، β اور ω دریافت کریں۔ ب) لمحہ $t = 0$ پر موج کی $z = 128 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ چوٹی محدود کے مرکز پر پائی جاتی ہے۔ موج کی حقیقی اور دوری مساوات لکھیں۔ پ) اگر موج کی چوٹی لمحہ $t = 1.2 \text{ ns}$ پر نقطہ $z = 25 \text{ cm}$ پہنچے ہو تو ب موج کی مساوات کیا ہوگی؟

3131

حل: الف) موج کی رفتار $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ لیتے ہوئے

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{240 \times 10^6} = \frac{5}{4} \text{ m}$$

اور یوں

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{8\pi \text{ rad}}{5 \text{ m}}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ اب زاویائی تعدد حاصل کرتے ہیں۔

$$\omega = 2\pi f = 4.8\pi \times 10^8 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

ب) حقیقی مساوات

$$E = 128 \cos \left(4.8\pi \times 10^8 t - \frac{8\pi}{5} z \right)$$

ہے جبکہ دوری مساوات مندرجہ ذیل ہے۔

$$E = 128 e^{-j \frac{8\pi}{5} z}$$

پ) اب موج تاخیر سے محدود کے مرکز پر پہنچتی ہے۔ موج کا تاخیری زاویہ θ لکھتے ہوئے موج کی مساوات

$$E = 128 \cos \left(4.8\pi \times 10^8 t - \frac{8\pi}{5} z + \theta \right)$$

ہوگی۔ موج کی چوٹی $(4.8\pi \times 10^8 t - \frac{8\pi}{5} z + \theta) = 0$ پر ہوگی لہذا $t = 1.2 \text{ ns}$ اور $z = 0.25 \text{ m}$ پر کرتے ہوئے $\theta = -0.176\pi$ حاصل ہوتا ہے۔ یہ قیمت مندرجہ بالا مساوات میں استعمال کی جائے گی۔ موج کی دوری مساوات مندرجہ ذیل ہے۔

$$E_s = 128 e^{-j\pi(\frac{8}{5}z + 0.176)}$$

3132

3133

مثال 10.2: لمحہ $t = 0$ یہ محدود کے مرکز پر موج کی چوٹی $340 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ پائی جاتی ہے جبکہ $z = 1.5 \text{ m}$ وہ قریب ترین نقطہ ہے جہاں میدان صفر کے برابر ہے۔ موج گھٹے z کی سمت میں حرکت کر رہی ہے۔ اس لمحہ برقی میدان اکائی سمتیہ $\mathbf{a}_E = \frac{2}{\sqrt{13}}\mathbf{a}_x + \frac{3}{\sqrt{13}}\mathbf{a}_y$ کی سمت میں ہے۔ برقی موج کی مساوات لکھیں۔

3136

حل: موج کی چوٹی اور صفر کے درمیان فاصلے سے $\frac{\lambda}{4} = 1.5$ لکھ کر $\lambda = 6 \text{ m}$ حاصل ہوتا ہے جس کو استعمال کرتے ہوئے ہم $\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{3}$ اور $f = \frac{3 \times 10^8}{6} = 50 \text{ MHz}$ حاصل کرتے ہیں۔ چونکہ موج گھٹتے z جانب حرکت کر رہی ہے اور لمحہ $t = 0$ پر اس کی چوٹی محدود کے مرکز پر پائی جاتی ہے لہذا

$$\mathbf{E} = E_0 \cos \left(2\pi \times 50 \times 10^6 t + \frac{\pi}{3} z \right)$$

لکھا جائے گا۔ لمحہ $t = 0$ پر محدود کے مرکز پر میدان $340 a_E$ پایا جاتا ہے لہذا موج کی مکمل خاصیت مندرجہ ذیل مساوات بیان کرے گی۔

$$\mathbf{E} = 340 \left[\frac{2}{\sqrt{13}}\mathbf{a}_x + \frac{3}{\sqrt{13}}\mathbf{a}_y \right] \cos \left(2\pi \times 50 \times 10^6 t + \frac{\pi}{3} z \right)$$

اس کی دوری شکل مندرجہ ذیل ہے۔

$$\mathbf{E}_s = 340 \left[\frac{2}{\sqrt{13}}\mathbf{a}_x + \frac{3}{\sqrt{13}}\mathbf{a}_y \right] e^{j\frac{\pi}{3}z}$$

3137

3138

مثال 10.3: خالی خلاء میں برقی موج $\mathbf{E}_s = 340 \left[\frac{2}{\sqrt{13}}\mathbf{a}_x + \frac{3}{\sqrt{13}}\mathbf{a}_y \right] e^{j\frac{\pi}{3}z}$ پائی جاتی ہے۔ مقناطیسی موج کی مساوات لکھیں۔

3139

حل: خالی خلاء میں

$$\frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi$$

سے مقناطیسی چوٹی کی قیمت

$$H_0 = \frac{340}{120\pi} = \frac{17}{6\pi}$$

حاصل ہوتی ہے۔ یہ حقیقی عدد ہے لہذا برقی اور مقناطیسی میدان ہم قدم ہیں۔ خالی خلاء میں موج کے برقی اور مقناطیسی میدان آپس میں عمودی ہوتے ہیں۔ یوں مقناطیسی موج کی سمت میں سمتیہ $x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y$ اور برقی موج کی سمت میں سمتیہ \mathbf{a}_E کا غیر سمتی ضرب صفر کے برابر ہو گا یعنی

$$\left(\frac{2}{\sqrt{13}}\mathbf{a}_x + \frac{3}{\sqrt{13}}\mathbf{a}_y \right) \cdot (x\mathbf{a}_x + y\mathbf{a}_y) = 0$$

ہوگا جس سے

$$(10.38) \quad 2x + 3y = 0$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس میں x کی کوئی بھی قیمت پر کرتے ہوئے y کی قیمت حاصل ہوتی ہے۔ یوں $x = 1$ پر کرنے سے $y = -\frac{2}{3}$ حاصل ہوتا ہے۔ یوں مقناطیسی میدان $1a_x - \frac{2}{3}a_y$ سمتیہ کی سمت میں ہوگی۔ اس طرح مقناطیسی میدان کی سمت میں اکائی سمتیہ

$$a_H = \frac{a_x - \frac{2}{3}a_y}{\sqrt{1 + \frac{4}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{13}}a_x - \frac{2}{\sqrt{13}}a_y$$

ہوگی۔ یاد رہے کہ $a_E \times a_H$ سے موج کے حرکت کی سمت حاصل ہوتی ہے۔ ہم دیکھتے ہیں کہ

$$a_E \times a_H = \left(\frac{2}{\sqrt{13}}a_x + \frac{3}{\sqrt{13}}a_y \right) \times \left(\frac{3}{\sqrt{13}}a_x - \frac{2}{\sqrt{13}}a_y \right) = -a_z$$

کے برابر ہے جو موج کی درست سمت ہے۔ اب ہم مساوات 10.38 میں x کی قیمت منفی بھی پر کر سکتے تھے۔ آئیں ایسا بھی کر کے دیکھ لیں۔ اگر ہم $x = -1$ پر کرتے تب $y = \frac{2}{3}$ حاصل ہوتا جس سے اکائی سمتیہ $-1a_x + \frac{2}{3}a_y$ حاصل ہوتی۔ اس اکائی سمتیہ اور a_E کے سمتی ضرب سے a_z حاصل ہوتا ہے جو بالکل الٹ سمت میں حرکت کرتی موج کی سمت ہے۔ ظاہر ہے کہ ہم ان دو جوابات میں سے پہلی جواب کو ہی یہاں درست تسلیم کریں گے۔ یوں مقناطیسی موج کی دوری مساوات مندرجہ ذیل ہوگی۔

$$H_s = H_0 a_H e^{j\frac{\pi}{3}z} = \frac{17}{6\pi} \left(\frac{3}{\sqrt{13}}a_x - \frac{2}{\sqrt{13}}a_y \right) e^{j\frac{\pi}{3}z}$$

3140

10.2.2 خالص یا کامل ذو برق میں امواج

خالص یا کامل ذو برقی سے مراد ایسا ذو برق ہے جس میں متحرک برقی و مقناطیسی امواج کی توانائی ضائع نہیں ہوتی۔ خالص ذو برق میں $\sigma = 0$ جبکہ اس کا جزوی مقناطیسی مستقل μ_R اور جزوی برقی مستقل ϵ_R ہے لہذا مساوات 10.12 سے مثبت حرکی مستقل

$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}$$

حاصل ہوتا ہے جس سے

$$(10.39) \quad \alpha = 0$$

$$(10.40) \quad \beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ کامل ذو برق میں $\alpha = 0$ ہے لہذا کامل ذو برق بے ضیاع ہے۔ یوں خالی خلاء میں برقی و مقناطیسی امواج کی رفتار مساوات 10.25 سے

$$(10.41) \quad v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu_R \mu_0 \epsilon_R \epsilon_0}} = \frac{c}{\sqrt{\mu_R \epsilon_R}}$$

حاصل ہوتی ہے جہاں $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ کو خالی خلاء میں روشنی کی رفتار c لکھا گیا ہے۔ چونکہ ذو برق میں $\mu_R \epsilon_R > 1$ ہے لہذا ذو برق میں روشنی کی رفتار خالی خلاء میں روشنی کے رفتار سے کم ہوگی۔ خالی خلاء میں روشنی کی رفتار اس کی زیادہ سے زیادہ رفتار ہے۔

3143

موج کی رفتار اور تعدد سے طول موج

$$(10.42) \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{f\sqrt{\mu_R\epsilon_R}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\mu_R\epsilon_R}}$$

حاصل ہوتی ہے جہاں خالی خلاء کے طول موج کو λ_0 لکھا گیا ہے۔ اس مساوات سے ذوبرق میں روشنی کی رفتار کم ہونے کی وجہ سامنے آتی ہے۔ چونکہ $\mu_R\epsilon_R > 1$ ہے لہذا ذوبرق میں طول موج کم ہو جاتا ہے جس سے روشنی کی رفتار کم ہو جاتی ہے۔

مساوات 10.31 سے ذوبرق کی قدرتی رکاوٹ

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \sqrt{\frac{\mu_R}{\epsilon_R}} = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_R}{\epsilon_R}}$$

حاصل ہوتی ہے جہاں خالی خلاء کی قدرتی رکاوٹ کو η_0 لکھا گیا ہے۔

یوں ذوبرق میں امواج کے مساوات

$$(10.43) \quad E_x = E_0 \cos(\omega t - \beta z)$$

$$(10.44) \quad H_y = \frac{E_0}{\eta} \cos(\omega t - \beta z)$$

ہیں۔

مثال 10.4: پانی کے لئے $\epsilon_R = 78.4$ ، $\mu_R = 1$ اور $\sigma = 0$ لیتے ہوئے 300 MHz تعدد کے برقی و مقناطیسی امواج کی رفتار، طول موج اور قدرتی رکاوٹ حاصل کریں۔ برقی میدان $\frac{mV}{m}$ 50 ہونے کی صورت میں برقی اور مقناطیسی امواج کے مساوات لکھیں۔ ہم $\sigma = 0$ لیتے ہوئے درحقیقت پانی میں توانائی کے ضیاع کو نظر انداز کر رہے ہیں۔

حل:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu_R\epsilon_R}} = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{78.4}} = 0.3388 \times 10^8 \frac{m}{s}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{0.3388 \times 10^8}{300 \times 10^6} = 11.29 \text{ cm}$$

ہیں جبکہ خالی خلاء میں $\lambda = 1 \text{ m}$ ہے۔ بقایا مستقل

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = 55.7 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

اور

$$\eta = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_R}{\epsilon_R}} = \frac{377}{\sqrt{78.4}} = 42.58 \Omega$$

ہیں۔ امواج کے مساوات

$$E_x = 0.05 \cos(6\pi 10^8 t - 55.7z)$$

$$H_y = \frac{0.05}{42.58} \cos(6\pi 10^8 t - 55.7z) = 0.00117 \cos(6\pi 10^8 t - 55.7z)$$

ہیں۔

3152

3153

3154

مشق 10.2: کتاب کے آخر میں مختلف اشیاء کے مستقل دئے گئے ہیں۔ انہیں استعمال کرتے ہوئے ابرق میں، طاقت کے ضیاع کو نظر انداز کرتے ہوئے، 5.6 GHz اور $10 \frac{\text{mA}}{\text{m}}$ حیطے کی مقناطیسی میدان پر مندرجہ ذیل حاصل کریں۔

3156

3157

3158

3159

3160

3161

3162

جوابات: $1.62 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ اور 162.1Ω ، $272.6 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ ، 23 cm ، $1.29 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

3163

3164

10.2.3 ناقص یا غیر کامل ذو برقی میں امواج

کامل ذو برقی میں امواج پر غور کے بعد فطری طور ناقص ذو برقی پر بات کرنا ضروری ہے لہذا صاف پانی کو مثال بناتے ہوئے 20 GHz تعدد پر ایسا ہی کرتے ہیں۔ صفحہ 328 پر شکل 10.4 میں صاف پانی کے مستقل دئے گئے ہیں۔

3166

اس تعدد پر صاف پانی کے مستقل $\epsilon_R = 41$ اور $\sigma = 36.7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ ہیں۔ چونکہ پانی غیر مقناطیسی ہے لہذا اس کا $\mu_R = 1$ ہوگا۔ یوں

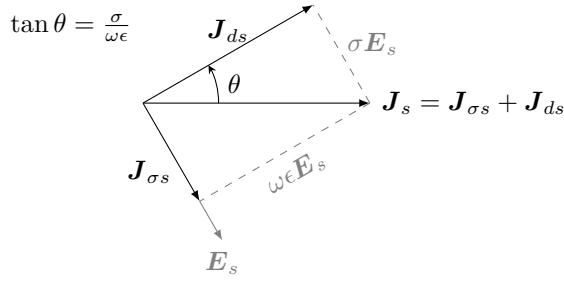
$$\frac{\sigma}{\omega \epsilon} = 0.8$$

اور

$$\begin{aligned} \gamma &= j2 \times \pi \times 20 \times 10^9 \times \frac{\sqrt{1 \times 41}}{3 \times 10^8} \sqrt{1 - j0.8} \\ &= 3035 / 70.67^\circ \\ &= 1005 + j2864 \text{ m}^{-1} \end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ یوں پانی کا تضعیفی مستقل

$$\alpha = 1005 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$$



شکل 10.3: طاقت کے ضیاع کا ٹکون۔

ہے جس کا مطلب ہے کہ پانی میں ہر $\frac{1}{1005}$ میٹر یعنی 1 mm فاصلہ طے کرنے پر برقی اور مقناطیسی امواج 0.368 گنا گھٹ جائیں گے۔ پانی میں $\alpha \neq 0$ ہے، لہذا پانی ضیاع کا رہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں **ریڈار**⁴⁵ پانی میں کیوں کام نہیں کرتا۔ اسی طرح بارش کی صورت میں بھی ریڈار کی کارکردگی بری طرح متاثر ہوتی ہے۔ پانی میں دیکھنے کی خاطر موج آواز استعمال کی جاتی ہیں۔

3169

زاویائی مستقل

$$\beta = 2864 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

ہے جو $\sigma = 0$ کی صورت میں $2682 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ حاصل ہوتا ہے لہذا پانی کے موصلیت سے زاویائی مستقل زیادہ متاثر نہیں ہوا۔ اس تعدد پر خالی خلاء میں طول موج 1.5 cm ہے جبکہ پانی میں $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$ سے طول موج 2.19 mm ہے۔

3171

قدرتی رکاوٹ

$$\eta = \frac{377}{\sqrt{41}} \frac{1}{\sqrt{1 - j0.8}} = 52/19.33^\circ = 49.1 + j17.2 \quad \Omega$$

3172

ہے لہذا E_x ہر نقطے پر H_y سے 19.33° آگے ہے۔

میکس ویل کے مساوات

$$\nabla \times \mathbf{H}_s = (\sigma + j\omega\epsilon) \mathbf{E}_s = \mathbf{J}_{\sigma s} + \mathbf{J}_{ds}$$

میں ایصال اور انتقالی کثافت برقی رو کے سمتی مجموعے کو شکل 10.3 میں بطور مجموعی کثافت \mathbf{J}_s دکھایا گیا ہے۔ ایصال رو اور انتقالی رو آپس میں 90° درجے کا زاویہ بناتے ہیں۔ انتقالی رو 90° آگے رہتا ہے۔ یہ بالکل متوازی جڑے مزاحمت اور کپیسٹر کے رو کی طرح صورت حال ہے۔ کپیسٹر کی رو، مزاحمت کی رو سے 90° آگے رہتی ہے۔ مزید یہ کہ مزاحمت کی رو سے برقی طاقت کا ضیاع پیدا ہوتا ہے جبکہ کپیسٹر کی رو سے ایسا نہیں ہوتا۔ ان حقائق کو مد نظر رکھتے ہوئے شکل 10.3 میں زاویہ θ (جس کا روی محمد کے زاویہ θ کے ساتھ کسی قسم کا کوئی تعلق نہیں ہے) کو دیکھیں جس کے لئے

$$\tan \theta = \frac{\sigma}{\omega\epsilon} \quad (10.45)$$

3173

لکھا جاسکتا ہے۔ یوں اس ٹکون کو طاقت کے ضیاع کا ٹکون پکارا جاتا ہے اور $\frac{\sigma}{\omega\epsilon}$ کی شرح کو **ضیاعی ٹینجنٹ**⁴⁶ یا **ماس ضیاع** کہا جاتا ہے۔

مساوات 10.14 اور مساوات 10.32 کو استعمال کرتے ہوئے لکھا گیا۔ کسی ذہن کے کامل یا غیر کامل ہونے کا فیصلہ اس کے ماس ضیاع کی قیمت کو دیکھ کر کیا جاتا ہے۔ اگر اس شرح کی قیمت اکائی کے قریب ہو تب ذہن کے غیر کامل قرار دیا جاتا ہے جبکہ $\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \ll 1$ کی صورت میں ذہن کے کامل تصور کیا جاتا ہے۔

3175

کم مماس ضیاع کی صورت میں حرکی مستقل اور قدرتی رکاوٹ کے کارآمد مساوات حاصل کئے جاسکتے ہیں۔ حرکی مستقل

$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{1 - j\frac{\sigma}{\omega\epsilon}}$$

کو مسئلہ ثنائی⁴⁷

$$(1+x)^n = 1 + \frac{n}{1!}x + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots$$

جہاں $|x| < 1$ ہے، کی مدد سے تسلسل کی شکل میں لکھ سکتے ہیں۔ اگر ہم $x = -\frac{\sigma}{\omega\epsilon}$ اور $n = \frac{1}{2}$ لیں تو حرکی مستقل

$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \left[1 - j\frac{\sigma}{2\omega\epsilon} + \frac{1}{8} \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2 + \dots \right]$$

لکھا جاسکتا ہے جس سے

$$(10.46) \quad \alpha \doteq j\omega\sqrt{\mu\epsilon} \left(-j\frac{\sigma}{2\omega\epsilon} \right) = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$$

اور

$$(10.47) \quad \beta \doteq \omega\sqrt{\mu\epsilon} \left[1 + \frac{1}{8} \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2 \right]$$

حاصل ہوتے ہیں۔ اگر $\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \ll 1$ ہو تب

$$(10.48) \quad \beta \doteq \omega\sqrt{\mu\epsilon}$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔ بالکل اسی طرح قدرتی رکاوٹ کو

$$(10.49) \quad \eta \doteq \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left[1 - \frac{3}{8} \left(\frac{\sigma}{\omega\epsilon} \right)^2 + j\frac{\sigma}{2\omega\epsilon} \right]$$

یا

$$(10.50) \quad \eta \doteq \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left(1 + j\frac{\sigma}{2\omega\epsilon} \right)$$

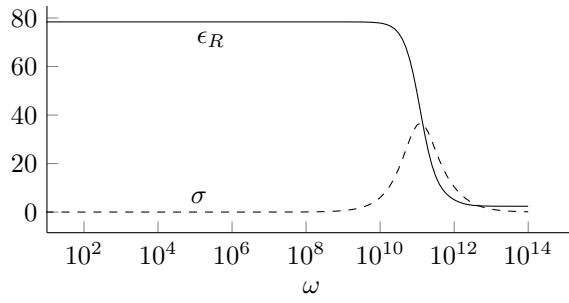
لکھا جاسکتا ہے۔

آئیں دیکھیں کہ ان مساوات سے حاصل جواب اصل مساوات کے جوابات کے کتنے قریب ہیں۔ ایسا صاف پانی کی مثال کو دوبارہ حل کر کے دیکھتے ہیں۔ صاف پانی کے مستقل 20 GHz تعدد پر $\mu_R = 1$ ، $\epsilon_R = 41$ اور $\frac{S}{m} = 36.7$ σ ہیں لہذا مساوات 10.46 سے

$$\alpha = 1080 \frac{Np}{m}$$

حاصل ہوتا ہے جو گزشتہ حاصل کردہ قیمت $1005 \frac{Np}{m}$ کے کافی قریب ہے۔ مساوات 10.47 سے

$$\beta = 2897 \frac{rad}{m}$$



شکل 10.4: صاف پانی کا جزوی برقی مستقل بالمقابل زاویائی تعدد اور موصلیت بالمقابل زاویائی تعدد۔

حاصل ہوتا ہے جو گزشتہ جواب $2864 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ کے بہت قریب ہے۔ مساوات 10.48 سے حاصل جواب

$$\beta = 2682 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

درست جواب سے نسبتاً زیادہ مختلف ہے۔ قدرتی رکاوٹ مساوات 10.49 سے

$$\eta = 44.75 + j23.55$$

حاصل ہوتا ہے جو $49.1 + j17.2$ کے بہت قریب ہے البتہ مساوات 10.50 سے حاصل جواب

$$\eta = 58.88 + j23.55$$

قدر مختلف ہے۔ صاف پانی کی اس مثال میں مماس ضیاع 0.8 ہے جو اکائی سے بہت کم نہیں ہے، اسی لئے جوابات پہلے سے قدر مختلف حاصل ہوئے۔ چونکہ موصلیت اور برقی مستقل کی بالکل درست قیمتیں عموماً ہمیں معلوم نہیں ہوتیں لہذا سادہ مساوات سے حاصل جوابات کے اس فرق کو زیادہ اہمیت نہیں دینی چاہئے۔ بہتر یہی ہوتا ہے کہ $\frac{\sigma}{\omega\epsilon} < 0.1$ ہی کی صورت میں سادہ مساوات استعمال کئے جائیں۔

3179

عموماً ذوق برقی کی موصلیت تعدد بڑھانے سے غیر خطی طور پر بڑھتی ہے جبکہ $\frac{\sigma}{\omega\epsilon}$ کے قیمت میں تبدیلی نسبتاً کم ہوتی ہے۔ یہی وجہ مماس ضیاع کی اہمیت کا راز ہے۔ یاد رہے کہ مختلف تعدد پر موصلیت، برقی مستقل اور مماس ضیاع نہایت تیزی سے تبدیل ہو سکتے ہیں۔ ایسا عموماً نظر آنے والی روشنی سے قدر کم یا قدر زیادہ تعدد پر ہوتا ہے۔

3182

شکل 10.4 میں صاف پانی کا جزوی برقی مستقل ϵ_R بالمقابل زاویائی تعدد ω ٹھوس لکیر سے دکھایا گیا ہے جبکہ موصلیت بالمقابل تعدد نقطہ دار لکیر سے دکھایا گیا ہے۔ افقی محد تعدد کا لاگ ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تقریباً $10 \frac{\text{Grad}}{\text{s}}$ تعدد تک $\epsilon_R = 78.4$ رہتا ہے جبکہ اس سے بلند تعدد پر اس کی قیمت گھٹ کر 2.4 ہو جاتی ہے۔ موصلیت کی چوٹی تقریباً $36.7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ پائی جاتی ہے۔ دیگر ذوق برقی کے خط مختلف اشکال کے ہوں گے۔

3185

3186

مشق 10.3: ایک مادے کے مستقل 1 MHz تعدد پر $\epsilon_R = 2.8$ ، $\mu_R = 1$ اور $\sigma = 10 \frac{\mu\text{S}}{\text{m}}$ ہیں۔ اس مادے کے مماس ضیاع، تضعیفی مستقل اور زاویائی مستقل حاصل کریں۔

3188

جوابات: 0.0642، $1.13 \times 10^{-3} \frac{\text{Np}}{\text{m}}$ اور $3.51 \times 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{m}}$

3189

3190

3191

مشق 10.4: ایک غیر مقناطیسی مادے کا مماس ضیاع 0.07 جبکہ $\mu_R = 4.7$ ہیں۔ ان قیمتوں کو 1 MHz تا 80 MHz تعدد کے درمیان اٹل تصور کیا جا سکتا ہے۔ اس کا تضعیفی مستقل اور مادے میں طول موج 20 MHz اور 60 MHz تعدد پر حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } 2.3 \text{ m} \cdot 0.095 \frac{\text{Np}}{\text{m}}, 6.9 \text{ m} \cdot 0.031 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$$

10.3 پونٹنگ سمتیہ

امواج کی طاقت جاننے کے لئے مسئلہ پونٹنگ⁴⁸ درکار ہو گا لہذا پہلے اسے⁴⁹ حاصل کرتے ہیں۔

میکس ویل کے مساوات

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

کا \mathbf{E} کے ساتھ غیر سمتی ضرب

$$\mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

لیتے ہوئے سمتی مماثل (جسے آپ باآسانی کارتیسی محدود میں ثابت کر سکتے ہیں)

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = -\mathbf{E} \cdot \nabla \times \mathbf{H} + \mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{E}$$

کے ذریعہ

$$\mathbf{H} \cdot \nabla \times \mathbf{E} - \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اس میں $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ پر کرنے سے

$$-\mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

یا

$$-\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} + \epsilon \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

حاصل ہوتا ہے۔ اب

$$\epsilon \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{\epsilon}{2} \frac{\partial E^2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon E^2}{2} \right)$$

⁴⁸Poynting theorem

⁴⁹جان پیٹری پونٹنگ نے 1884 میں پہلی بار اس مسئلے کو پیش کیا۔

$$\mu \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \frac{\mu}{2} \frac{\partial H^2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\mu H^2}{2} \right)$$

لکھ جاسکتے ہیں لہذا

$$-\nabla (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اس کے صحیح مکمل

$$-\int_h \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dh = \int_h \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} dh + \frac{\partial}{\partial t} \int_h \left(\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right) dh$$

پر مسئلہ پھیلاؤ کے اطلاق سے

$$(10.51) \quad -\oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S} = \int_h \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} dh + \frac{\partial}{\partial t} \int_h \left(\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right) dh$$

حاصل ہوتا ہے۔

اس مساوات کے دائیں ہاتھ پہلے جزو کی بات کرتے ہیں۔ اگر پورے حجم میں کہیں پر بھی منبع طاقت موجود نہ ہو تب یہ مکمل حجم میں کل لمحاتی مزاحمتی طاقت کا ضیاع دیتا ہے۔ اگر حجم میں منبع طاقت پایا جاتا ہو تب ان منبع کے حجم پر مکمل کی قیمت مثبت ہوگی اگر منبع کو طاقت فراہم کی جا رہی ہو اور یہ مکمل منفی ہوگا اگر منبع طاقت فراہم کر رہا ہو۔

مساوات کے دائیں ہاتھ دوسرا مکمل حجم میں توانائی کا کل ذخیرہ دیتا ہے جس کا وقت کے ساتھ تفرق حجم میں ذخیرہ توانائی میں لمحاتی تبدیل یعنی طاقت دیتا ہے۔ اس طرح مندرجہ بالا مساوات کا دائیں ہاتھ حجم میں داخل ہوتا کل طاقت دیتا ہے۔ یوں حجم سے کل خارجی طاقت

$$\oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S}$$

ہوگا جہاں حجم گھیرتی سطح پر مکمل لیا گیا ہے۔ سمتی ضرب $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ **پوینٹنگ سمتیہ** ⁵⁰ پکارا جاتا ہے

$$(10.52) \quad \mathcal{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$$

جس سے مراد لمحاتی طاقت کی کثافت لی جاتی ہے جو واٹ فی مربع میٹر $\frac{W}{m^2}$ میں ناپی جاتی ہے۔ یہاں بھی برقی میدان میں کثافت توانائی $\frac{1}{2} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}$ یا مقناطیسی میدان میں کثافت توانائی $\frac{1}{2} \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}$ کے استعمال کی طرح یاد رہے کہ پوینٹنگ سمتیہ کا بند سطح پر مکمل ہی حقیقی معنی رکھتا ہے اور ایسا مکمل سطح سے خارج ہوتا کل طاقت دیتا ہے۔ کسی بھی نقطے پر \mathcal{P} کی سمت اس نقطے پر لمحاتی طاقت کے بہاؤ کی سمت دیتا ہے۔

چونکہ \mathcal{P} برقی میدان اور مقناطیسی میدان دونوں کے عمودی ہے لہذا طاقت کی بہاؤ بھی دونوں میدان کے عمودی سمت میں ہوگی۔ ہم نے برقی و مقناطیسی امواج پر تبصرے کے دوران دیکھا کہ امواج کے حرکت کی سمت \mathbf{E} اور \mathbf{H} کے عمودی ہوتی ہے لہذا \mathcal{P} کی سمت ہمارے توقع کے عین مطابق ہے۔ مزید کامل ذو برقی میں

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - \beta z)$$

$$H_y = \frac{E_0}{\eta} \cos(\omega t - \beta z)$$

سے لحاظ کی کثافت سطحی بہاؤ طاقت

$$E_x \mathbf{a}_x \times H_y \mathbf{a}_y = \frac{E_0^2}{\eta} \cos^2(\omega t - \beta z) \mathbf{a}_z = \mathcal{P} \mathbf{a}_z$$

حاصل ہوتی ہے۔ اوسط کثافت طاقت حاصل کرنے کی خاطر ہم ایک پھیرے یعنی $T = \frac{1}{f}$ دورانیے کا مکمل لیتے ہوئے دوری عرصہ T پر تقسیم

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{اوسط}} &= f \int_0^{\frac{1}{f}} \frac{E_0^2}{\eta} \cos^2(\omega t - \beta z) dt \\ &= \frac{f}{2} \frac{E_0^2}{\eta} \int_0^{\frac{1}{f}} [1 + \cos(2\omega t - 2\beta z)] dt \\ &= \frac{f}{2} \frac{E_0^2}{\eta} \left[t + \frac{1}{2\omega} \sin(2\omega t - 2\beta z) \right]_0^{\frac{1}{f}} \end{aligned}$$

کرتے ہوئے

$$(10.53) \quad \mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{\eta} \quad \frac{W}{m^2}$$

حاصل کرتے ہیں جو z سمت میں کثافت طاقت کی بہاؤ دیتا ہے۔ اگر میدان کی چوٹی E_0 کی جگہ اس کی موثر قیمت $E_{\text{موثر}}$ استعمال کی جائے تب مندرجہ بالا مساوات میں $\frac{1}{2}$ کا جزو ضربی نہیں لکھا جائے گا۔

3206

موج کی سمت کے عمودی سطح S سے یوں

$$P_{z, \text{اوسط}} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{\eta} S \quad W$$

3207

طاقت گزرے گی۔

غیر کامل ذوبرق کی صورت میں

$$\eta = |\eta| e^{j\theta_\eta}$$

لیتے ہوئے

$$(10.54) \quad \begin{aligned} E_x &= E_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \\ H_y &= \frac{E_0 e^{-\alpha z}}{|\eta|} \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta) \end{aligned}$$

ہوں گے جن سے

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{اوسط}} &= f \int_0^{\frac{1}{f}} \frac{E_0^2}{|\eta|} e^{-2\alpha z} \cos(\omega t - \beta z) \cos(\omega t - \beta z - \theta_\eta) dt \\ &= f \int_0^{\frac{1}{f}} \frac{E_0^2}{2|\eta|} e^{-2\alpha z} [\cos(2\omega t - 2\beta z - \theta_\eta) + \cos \theta_\eta] dt \end{aligned}$$

یعنی

$$(10.55) \quad \mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{|\eta|} e^{-2\alpha z} \cos \theta_\eta$$

حاصل ہوتا ہے۔

کثافت طاقت کی اوسط قیمت مخلوط پوائنٹنگ سمتیہ

$$(10.56) \quad \mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{1}{2} [\mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_s^*]_{\text{حقیقی}}$$

سے بھی حاصل کی جاسکتی ہے جہاں جوڑی دار مخلوط⁵¹ مقناطیسی موج استعمال کی جاتی ہے۔ انہیں مساوات 10.55 کو اس ترکیب سے دوبارہ حاصل کریں۔ مساوات 10.54 کی دوری سمتی شکل

$$\begin{aligned} E_{sx} &= E_0 e^{-\alpha z - j\beta z} \\ H_{sy} &= \frac{E_0}{|\eta|} e^{-\alpha z - j\beta z - j\theta_\eta} \\ H_{sy}^* &= \frac{E_0}{|\eta|} e^{-\alpha z + j\beta z + j\theta_\eta} \end{aligned}$$

ہے جہاں جوڑی دار مخلوط مقناطیسی موج H_{sy}^* بھی لکھی گئی ہے۔ یوں

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \mathbf{E}_s \times \mathbf{H}_s^* &= \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{|\eta|} e^{-2\alpha z + j\theta_\eta} \\ &= \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{|\eta|} e^{-2\alpha z} (\cos \theta_\eta + j \sin \theta_\eta) \end{aligned}$$

کا حقیقی حصہ لیتے ہوئے

$$\mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{|\eta|} e^{-2\alpha z} \cos \theta_\eta$$

کثافت اوسط توانائی کی مطلوبہ مساوات حاصل ہوتی ہے۔

اس کتاب میں اوسط کثافت توانائی حاصل کرتے وقت مساوات 10.56 استعمال کی جائے گی۔

مشق 10.5: ایک میگاہرٹز، تین سو میگاہرٹز اور تین گیگاہرٹز کے تعدد پر صاف پانی کے برف کے جزو برقی مستقل بالترتیب 4.15، 3.45 اور 3.2 ہیں جبکہ اس کے ماس فیضیاع بالترتیب 0.12، 0.035 اور 0.0009 ہیں۔ یکساں سطحی موج جس کی چوٹی $z = 0$ پر $100 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ہو برف سے گزر رہی ہے۔ ایک مربع میٹر سطح سے اوسط طاقت کا بہاؤ $z = 0$ اور $z = 5 \text{ m}$ پر حاصل کریں۔

جوابات: 14.31 W، 23.7 W، 12.48 W، 24.7 W، 26.4 W، 27.1 W

مثال 10.5: z محور پر $\sigma = 3.2 \times 10^7 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ موصلیت کے غیر مقناطیسی مادے سے بنی لامحدود لمبائی کی سلاخ پائی جاتی ہے جس کا جزوی برقی مستقل $\epsilon_R = 1$ ہے۔ اس سلاخ میں سمت a_z 250 A کی یکساں یک سمتی برقی رو گزر رہی ہے اور سلاخ کا رداس 2 cm ہے۔ الف) سلاخ کی فی میٹر مزاحمت حاصل کریں۔ ب) سلاخ میں فی میٹر طاقت کا ضیاع $I^2 R$ سے حاصل کریں۔ پ) سلاخ میں J ، E اور H حاصل کریں۔ ت) سلاخ کی سطح پر پونٹنگ سمتیہ کا سطحی مکمل لیتے ہوئے فی میٹر سلاخ میں طاقت کا ضیاع حاصل کریں۔ ٹ) رداس 5 cm کے نکلی سطح پر پونٹنگ سمتیہ کے سطحی مکمل کے استعمال سے سلاخ کے قریب برقی میدان حاصل کریں۔

3222

حل: الف) فی میٹر سلاخ کی مزاحمت حاصل کرتے ہیں۔

$$R = \frac{1}{3.2 \times 10^7 \times \pi \times 0.02^2} = 24.87 \frac{\mu\Omega}{\text{m}}$$

ب) فی میٹر سلاخ میں طاقت کا مزاحمتی ضیاع یوں حاصل ہو گا۔

$$P = I^2 R = 250^2 \times 24.87 \times 10^{-6} = 1.554247 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

پ) سلاخ کا رقبہ عمودی تراش $A = \pi \times 0.02^2$ مربع میٹر ہے۔ یوں سلاخ میں کشاف برقی رو

$$J = \frac{I}{A} a_z = \frac{250}{\pi \times 0.02^2} a_z = 198949 a_z \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$

ہو گی جس سے سلاخ میں برقی شدت $J = \sigma E$ سے

$$E = \frac{J}{\sigma} = \frac{198949 a_z}{3.2 \times 10^7} = 6.217 \times 10^{-3} a_z \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

حاصل ہوتی ہے۔ دو سنٹی میٹر سے کم رداس $\rho < 2 \text{ cm}$ کا دائرہ کل

$$\frac{250 \times \pi \times \rho^2}{\pi \times 0.02^2} = 625000 \rho^2$$

ایمپیر کی برقی رو گھیرے گی۔ یوں ایمپیر کا دوری قانون استعمال کرتے ہوئے سلاخ کے اندر رداس ρ پر مقناطیسی میدان

$$H_\phi = \frac{625000 \rho^2}{2\pi \rho} = 99472 \rho a_\phi \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

حاصل ہو گا۔

ت) پونٹنگ سمتیہ

$$\mathcal{P} = E \times H = -618.42 \rho a_\rho \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

ہے۔ ہم 2 cm کے انتہائی قریب لیکن اس سے ذرہ کم رداس اور 1 m لمبائی کی تصوراتی سطح پر پونٹنگ سمتیہ کا سطحی مکمل لیتے ہوئے فی میٹر سلاخ میں مزاحمتی ضیاع حاصل کرتے ہیں۔ اس ڈبی نما تصوراتی سطح کی چٹائی اور بالائی سیدھی سمتی سطح بالترتیب $-a_z$ اور a_z سمت میں ہیں جبکہ پونٹنگ سمتیہ a_ρ سمت میں ہے لہذا ان سطحوں پر پونٹنگ سمتیہ کا سطحی مکمل صفر کے برابر ہو گا۔ یوں سطحی مکمل حقیقت میں صرف تصوراتی سطح کے گول حصے پر لینا ضروری ہے۔ سطح میں داخل ہوتا طاقت

$$\int_S -\mathcal{P} \cdot dS = \int_0^1 \int_0^{2\pi} 618.42 \rho^2 d\phi dz = 1.554247 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

3223

حاصل ہوتا ہے جہاں $\rho = 2 \text{ cm}$ پر کیا گیا ہے۔ یاد رہے کہ ہم نے دو سنٹی میٹر سے ذرہ کم رداس چننا کہ سلاخ کے اندر حاصل کردہ برقی میدان اور مقناطیسی میدان قابل استعمال ہوں۔

3225

(ٹ) سلاخ کے رداس سے زیادہ رداس پر پوٹیننگ سمتیہ کا سطحی مکمل وہی طاقت دے گا جو سلاخ کے سطح پر مکمل لیتے ہوئے حاصل ہوا تھا۔ مزاحمتی طاقت کا ضیاع ہمارے چنے گئے سطح پر منحصر نہیں ہے۔ 5 cm رداس اور 1 m لمبائی کی تصوراتی سطح لے کر آگے بڑھتے ہیں۔ 5 cm کا گول دائرہ پورے 250 A کی برقی رو کو گھیرے گا۔ یوں اس دائرے پر

$$H = \frac{250}{2\pi \times 0.05} a_\phi = 795.7747 a_\phi \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

ہوگا۔ سلاخ کے گول سطح پر برقی میدان a_z سمت میں ہے۔ سرحدی شرائط کے مطابق کسی بھی دو مختلف اجسام کے سرحد پر متوازی برقی میدان برابر ہوتے ہی۔ یوں لاحدود لمبائی کے سلاخ کے بالکل قریب برقی میدان a_z سمت میں ہی ہوگا۔ ایسا کوئی جواز نظر نہیں آتا کہ سلاخ سے دور میدان کیوں a_z سمت میں نہ ہو۔ یوں ہم $E = E_0 a_z$ لیتے ہیں۔ اس طرح تصوراتی سطح کی چُلی اور بالائی سطحوں پر پوٹیننگ سمتیہ کا سطحی مکمل صفر کے برابر ہوگا۔ سلاخ میں داخل ہوتا طاقت تصوراتی سطح کے گول حصے پر مکمل سے حاصل ہوگا یعنی

$$\int_S -\mathcal{P} \cdot dS = \int_0^1 \int_0^{2\pi} 795.7747 E_0 \rho \, d\phi \, dz = 250 E_0 W$$

جہاں $\rho = 5 \text{ cm}$ پر کیا گیا ہے۔ حاصل جواب کو $1.554247 W$ کے برابر کر کے ہوئے سلاخ کے باہر

$$E = 6.217 \times 10^{-3} a_z \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

3226

حاصل ہوتا ہے۔ اس مثال میں سلاخ کے باہر اور سلاخ کے اندر برابر برقی میدان پایا جاتا ہے۔

3227

10.4 موصل میں امواج

موصل میں امواج پر غور کی خاطر ہم تصور کرتے ہیں کہ موصل سے جڑے ذوبرق میں امواج پیدا کئے جاتے ہیں۔ ہم جاننا چاہتے ہیں کہ ایسے موج ذوبرق اور موصل کے سرحد پر موصل میں کیسے داخل ہوتے ہیں اور موصل میں ان کی کیا کارکردگی ہوتی ہے۔

3230

ایصالی اور انتقالی رو کی شرح $\frac{\sigma}{\omega\epsilon}$ کو ماس ضیاع کہتے ہیں۔ یوں ناقص موصل کی ماس ضیاع بلند تعدد پر کم ہوگی۔ نائیکروم⁵² ناقص موصل ہے جس کا ماس ضیاع 100 MHz تعدد پر تقریباً 2×10^8 ہے۔ یوں کسی بھی موصل کے لئے $1 \gg \frac{\sigma}{\omega\epsilon}$ ہوتا ہے۔ اس حقیقت کو مد نظر رکھتے ہوئے چند سادہ مساوات حاصل کرتے ہیں۔ حرکی مستقل

$$\gamma = j\omega \sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{1 - j \frac{\sigma}{\omega\epsilon}}$$

کو $1 \gg \frac{\sigma}{\omega\epsilon}$ کی بنا پر

$$\gamma = j\omega \sqrt{\mu\epsilon} \sqrt{-j \frac{\sigma}{\omega\epsilon}}$$

یا

$$\gamma = j\sqrt{-j\omega\mu\sigma}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اب

$$-j = 1/\underline{-90^\circ}$$

کے برابر ہے جس کا جزر

$$\sqrt{1/\underline{-90^\circ}} = 1/\underline{-45^\circ} = \frac{1}{\sqrt{2}} - j\frac{1}{\sqrt{2}}$$

ہے لہذا

$$\gamma = j\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - j\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\sqrt{\omega\mu\sigma}$$

یا

$$(10.57) \quad \gamma = (j+1)\sqrt{\pi f\mu\sigma}$$

حاصل ہوتا ہے جس سے

$$(10.58) \quad \alpha = \beta = \sqrt{\pi f\mu\sigma}$$

ملتا ہے۔

ان معلومات کے بعد کہا جاسکتا ہے کہ کسی بھی μ اور σ مستقل رکھنے والے موصل کے α اور β ہر تعدد پر برابر ہی رہتے ہیں۔ یوں z سمت میں دوبارہ امواج فرض کرتے ہوئے موصل میں برقی میدان کی موج کو

$$(10.59) \quad E_x = E_0 e^{-z\sqrt{\pi f\mu\sigma}} \cos(\omega t - z\sqrt{\pi f\mu\sigma})$$

لکھا جاسکتا ہے۔ اگر $z < 0$ کا مل ذوبرق اور $z > 0$ موصل خطے ہوں تب ان کے سرحد $z = 0$ پر برقی سرحدی شرائط کے مطابق متوازی برقی میدان سرحد کے دونوں اطراف پر برابر ہوں گے۔ مساوات 10.59 کے تحت سرحد پر موصل میں

$$(10.60) \quad E_x = E_0 \cos \omega t \quad (z = 0)$$

ہوگا اور یوں سرحد پر ذوبرق میں بھی برقی میدان یہی ہوگا۔ اب اسی حقیقت کو یوں بھی دیکھا جاسکتا ہے کہ سرحد پر ذوبرق میں برقی میدان مساوات 10.60 دیتا ہے جو موصل میں سرحد پر اسی قیمت کا میدان پیدا کرتا ہے۔ ایسا تصور کرنے کا مطلب یہ ہے کہ ہم ذوبرق میں میدان کو منبع میدان تصور کرتے ہیں جو موصل میں مساوات 10.59 میں دی موج پیدا کرتا ہے۔ موصل میں $1 \gg \frac{\sigma}{\omega\epsilon}$ کی بنا پر انتقالی رو کو نظر انداز کرتے ہوئے

$$(10.61) \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

لکھا جاسکتا ہے لہذا موصل میں ہر نقطے پر کثافت روادور برقی میدان راہ تناسب کا تعلق رکھتے ہیں اور یوں موصل میں

$$(10.62) \quad J_x = \sigma E_0 e^{-z\sqrt{\pi f\mu\sigma}} \cos(\omega t - z\sqrt{\pi f\mu\sigma})$$

لکھا جاسکتا ہے۔ شکل 10.5 میں J_x دکھایا گیا ہے جہاں عین سرحد یعنی $z = 0$ پر کثافت رو کے قیمت J_0 کو σE_0 لکھا گیا ہے۔

مساوات 10.59 اور مساوات 10.62 میں بہت معلومات پائی جاتی ہے۔ پہلے ان مساوات میں $e^{z\sqrt{\pi f\mu\sigma}}$ جزو پر غور کریں۔ سرحد پر اس کی قیمت $e^0 = 1$ کے برابر ہے جو سرحد سے

$$z = \frac{1}{\sqrt{\pi f\mu\sigma}}$$

فاصلے پر $e^{-1} = 0.368$ رہ جاتی ہے۔ یہ فاصلہ **گہرائی جلد**⁵³ کہلایا اور δ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} \quad (10.63)$$

برقی رو کا سطحی تہہ تک محدود رہنے کو **اثر جلد**⁵⁴ کہا جاتا ہے۔ یوں موصل میں

$$\alpha = \beta = \frac{1}{\delta} \quad (10.64)$$

ہوگا۔ اسی طرح سرحد سے 2δ فاصلے پر میدان $e^{-2} = 0.135$ اور 4δ فاصلے پر میدان $e^{-4} = 0.018$ یعنی صرف %1.8 رہ جائے گا۔

تانے کی $\sigma = 5.8 \times 10^7 \frac{S}{m}$ ہے لہذا اس میں گہرائی جلد

$$\delta_{\text{تانہ}} = \frac{1}{\sqrt{\pi \times f \times 4 \times \pi \times 10^{-7} \times 5.8 \times 10^7}} = \frac{0.0661}{\sqrt{f}}$$

میٹر کے برابر ہے۔ یوں 50 Hz کا میدان سرحد سے $\frac{0.0661}{\sqrt{50}} = 9.35 \text{ mm}$ فاصلے پر کم ہو کر صرف 0.368 گنا رہ جائے گا۔ برقی ادوار میں مزاحمت میں طاقت کا ضیاع رو کے مربع کے راست تناسب ہوتا ہے لہذا ہر ایک گہرائی جلد کے فاصلے پر کثافت طاقت $0.135 = 0.368^2$ گنا کم ہوگی۔ **خرد امواج**⁵⁵ کے تعدد یعنی 10 GHz پر گہرائی جلد $0.661 \mu m$ یعنی نظر آنے والے روشنی کے طول کے آٹھویں حصے کے برابر ہے۔

ان تعدد پر کسی بھی موصل مثلاً تانے میں سرحد سے چند ہی گہرائی جلد کے فاصلے پر تمام میدان تقریباً صفر کے برابر ہوتے ہیں۔ موصل کے سرحد پر پیدا کئے گئے برقی میدان یا کثافت رو، سرحد سے دوری کے ساتھ تیزی سے کم ہوتے ہیں۔ برقی و مقناطیسی طاقت موصل کے اندر نہیں بلکہ اس کے باہر صفر کرتی ہے۔ موصل کا کام صرف اتنا ہے کہ یہ ان امواج کو راستہ دکھاتی ہے۔ موصل کے سرحد پر پیدا کثافت رو، موصل میں موج کے حرکت کے عمودی سمت میں داخل ہوتی ہے جس سے موصل میں مزاحمتی ضیاع پیدا ہوتا ہے۔ یوں موصل بطور راہ گیر کردار ادا کرتے ہوئے مزاحمتی ضیاع بطور اجرت حاصل کرتا ہے۔

اگر آپ کسی بجلی گھر میں 50 Hz کے برقی رو کو منتقل کرنے کی خاطر پانچ سنٹی میٹر رداس کے تانے کی ٹھوس تار استعمال کر رہے ہوں تو یہ سراسر تانبہ بھالنے کرنا ہو گا چونکہ کثافت روتار کے بیرونی سطح پر ہی پائی جائے گی۔ اندرونی تار، سطح سے دور، کثافت رو قابل نظر انداز ہوگی لہذا اس سے بہتر ہو گا کہ زیادہ رداس کی ٹکلی نمائندار استعمال کی جائے جس کی موٹائی تقریباً 1.5 cm یعنی 1.4 cm ہو۔ اگرچہ یہ فیصلہ لامحدود جسامت کے سرحد کے نتائج پر بنیاد ہے، حقیقت میں محدود سرحد پر بھی میدان اسی نسبت سے گھٹتے ہیں۔

بلند تعدد پر گہرائی جلد کا فاصلہ اتنا کم ہوتا ہے کہ راہ گیر موصل کی سطحی تہہ ہی اہمیت رکھتی ہے۔ یوں خرد امواج کی منتقلی کے لئے شیشے پر $0.661 \mu m$ موٹی چاندی کی تہہ کافی ہے۔

آئیں اب موصل میں طول موج اور رفتار موج کے مساوات حاصل کریں۔ ہم

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

سے شروع کرتے ہوئے مساوات 10.64 استعمال کرتے ہوئے

$$\lambda = 2\pi\delta$$

لکھ سکتے ہیں۔ اسی طرح مساوات 10.25

$$v = \frac{\omega}{\beta}$$

سے

$$(10.65) \quad v = \omega \delta$$

ملتا ہے۔

تانے میں 50 Hz پر $\lambda = 5.8 \text{ cm}$ اور $v = 2.94 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ یا $10.6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ حاصل ہوتے ہیں۔ میں تقریباً $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ کی رفتار سے چلتا ہوں۔ یوں آپ دیکھ سکتے ہیں کہ تانے میں برقی و مقناطیسی امواج انتہائی آہستہ چلتے ہیں۔ یاد رہے کہ اسی 50 Hz کے موج کی خالی خلاء میں $\lambda = 6000 \text{ km}$ اور رفتار $3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ہو گی۔

موصل میں H_y کی مساوات لکھنے کی خاطر موصل کی قدرتی رکاوت درکار ہوگی۔ مساوات 10.31

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma + j\omega\epsilon}}$$

کو $1 \gg \frac{\sigma}{\omega\epsilon}$ کی وجہ سے

$$\eta = \sqrt{\frac{j\omega\mu}{\sigma}}$$

یا

$$(10.66) \quad \eta = \frac{\sqrt{2}/45^\circ}{\sigma\delta} = \frac{1}{\sigma\delta} + j\frac{1}{\sigma\delta}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ یوں مساوات 10.60 کو گہرائی جلد کی صورت

$$(10.67) \quad E_x = E_0 e^{-\frac{z}{\delta}} \cos\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right)$$

میں لکھتے ہوئے مقناطیسی موج کو

$$(10.68) \quad H_y = \frac{\sigma\delta E_0}{\sqrt{2}} e^{-\frac{z}{\delta}} \cos\left(\omega t - \frac{z}{\delta} - \frac{\pi}{4}\right)$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں سے آپ دیکھ سکتے ہیں کہ مقناطیسی موج، برقی موج سے پھیرے کے آٹھویں حصے پیچھے ہے۔

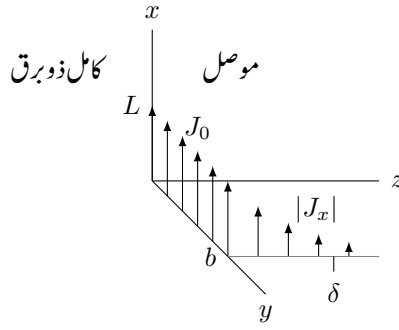
مندرجہ بالا دو مساوات کی مدد سے پونینگ مساوات

$$\mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{1}{2} \frac{\sigma\delta E_0^2}{\sqrt{2}} e^{-\frac{2z}{\delta}} \cos \frac{\pi}{4}$$

یا

$$\mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{\sigma\delta E_0^2}{4} e^{-\frac{2z}{\delta}}$$

دیتا ہے۔ آپ دوبارہ دیکھ سکتے ہیں کہ ایک گہرائی جلد کی گہرائی پر کثافت طاقت، سرحد کے کثافت طاقت کے $e^{-2} = 0.135$ گنا رہ گئی ہے۔



شکل 10.5: موصل میں طاقت کے ضیاع اور گہرائی جلد۔

شکل 10.5 پر دوبارہ نظر ڈالیں۔ مسئلہ پوزٹنگ کہتا ہے کہ سرحد پر L اور b اطراف کے مستطیل میں جتنی برقی و مقناطیسی طاقت داخل ہوتی ہے، وہ تمام کی تمام موصل میں ضائع ہو جاتی ہے۔ یہ طاقت

$$\begin{aligned} P_{L, \text{اوسط}} &= \int_0^b \int_0^L \mathcal{P}_{\text{اوسط}}|_{z=0} dx dy \\ &= \int_0^b \int_0^L \frac{\sigma \delta E_0^2}{4} e^{-\frac{2z}{\delta}} \bigg|_{z=0} dx dy \\ &= \frac{\sigma \delta b L E_0^2}{4} \end{aligned}$$

کے برابر ہے۔ سرحدی کثافت رو

$$J_0 = \sigma E_0$$

کی صورت میں اسے

$$(10.69) \quad P_{L, \text{اوسط}} = \frac{1}{4\sigma} \delta b L J_0^2$$

لکھا جاسکتا ہے۔

3253

آئیں دیکھیں کہ اگر b چوڑائی میں کل برقی رو کو δ گہرائی تک محدود کر دیا جائے تو مزاحمتی ضیاع کتنا ہوگا۔ ایسا کرنے کی خاطر پہلے اس چوڑائی میں کل رو

$$I = \int_0^\infty \int_0^b J_x dy dz$$

حاصل کرتے ہیں جہاں تکمیل آسان بنانے کی غرض سے

$$J_x = J_0 e^{-\frac{z}{\delta}} \cos\left(\omega t - \frac{z}{\delta}\right)$$

کو دوری سمتیہ کی شکل

$$\begin{aligned} J_{xs} &= J_0 e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-j\frac{z}{\delta}} \\ &= J_0 e^{-(1+j)\frac{z}{\delta}} \end{aligned}$$

میں لکھ کر مکمل حل کرتے ہیں۔

$$I = \int_0^\infty \int_0^b I_0 e^{-(1+j)\frac{z}{\delta}} dy dz$$

$$= \frac{J_0 b \delta}{1+j}$$

اس سے

$$I = \frac{J_0 b \delta}{\sqrt{2}} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right)$$

لکھا جائے گا۔ اگر اس رو کو $b < y < \delta$ اور $0 < z < \delta$ میں محدود کر دیا جائے تب نئی کثافت رو

$$J'_x = \frac{J_0}{\sqrt{2}} \cos \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right)$$

ہوگی۔ مزاحمتی طاقت کا ضیاع فی اکائی حجم $J \cdot E$ کے برابر ہے لہذا اس حجم میں کل ضیاع

$$P_L = \frac{1}{\sigma} (J'_x)^2 b L \delta = \frac{J_0^2}{2\sigma} b L \delta \cos^2 \left(\omega t - \frac{\pi}{4} \right)$$

ہوگا۔ مربع کو سائن موج کی اوسط قیمت $\frac{1}{2}$ کے برابر ہوتی ہے لہذا اوسط طاقت کے ضیاع کو

$$P_L = \frac{J_0^2 b L \delta}{4\sigma} \quad (10.70)$$

لکھا جاسکتا ہے جو عین مساوات 10.69 ہے۔

اس نتیجے کو دیکھ کر اب کسی بھی موصل، جس میں اثر جلد پایا جاتا ہو، میں کل رو کو ایک جلد گہرائی میں یکساں تقسیم شدہ تصور کرتے ہوئے سلاخ کی مزاحمتی ضیاع حاصل کی جاسکتی ہے۔ یوں b چوڑائی، L لمبائی اور δ محدود گہرائی سلاخ جس میں اثر جلد پایا جاتا ہو اور b چوڑائی، L لمبائی اور δ گہرائی سلاخ جس میں یکساں تقسیم شدہ رو ہو کے مزاحمت بالکل برابر ہوں گے۔

اس حقیقت کو استعمال کرتے ہوئے رد اس r کے ٹھوس نکلی سلاخ کی مزاحمت بلند تعدد پر حاصل کی جاسکتی ہے۔ اگر گہرائی جلد سلاخ کے رد اس سے بہت کم ہو تب اس طرح حاصل کردہ مزاحمت کی قیمت تقریباً بالکل درست ہوگی۔ ایسی تعدد جس پر اثر جلد پایا جاتا ہو کی صورت میں سلاخ کی بیرونی جلد ہی رو گزارے گی لہذا مزاحمت کی قیمت حاصل کرتے وقت اس نکلی نما جھلی کو ہی موصل تصور کیا جائے گا لہذا مزاحمت R

$$R = \frac{L}{\sigma S} = \frac{L}{\sigma 2\pi r \delta} \quad (10.71)$$

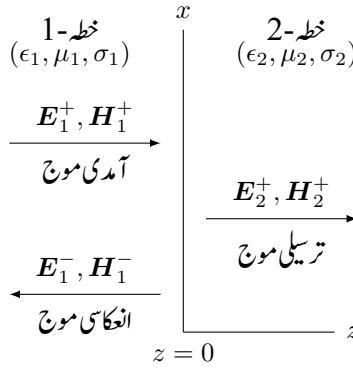
ایک ملی میٹر رد اس اور دس میٹر لمبی تانبے کے تار کی یک سمتی مزاحمت

$$R_{\text{یک سمتی}} = \frac{10}{5.8 \times 10^7 \times \pi \times 0.001^2} = 54.88 \text{ m}\Omega$$

ہے۔ ایک سو میگا ہرٹز کی تعدد پر تانبے کی $\delta = 6.61 \mu\text{m}$ ہوگی لہذا اس تعدد پر اسی تار کی مزاحمت

$$R = \frac{10}{5.8 \times 10^7 \times 2 \times \pi \times 0.001 \times 6.61 \times 10^{-6}} = 4.15 \Omega$$

ہوگی۔



شکل 10.6: آمدی موج سرحد سے گزرتی ترسیلی اور اس سے لوٹتی انعکاسی امواج پیدا کرتی ہے۔

مشق 10.6: ٹھوس نکی نمالوہے کی تار جس کا رداس 5 mm اور جس کی لمبائی 2.5 m ہے میں $2 \cos 10000t$ ایمپیر کی برقی رو گزر رہی ہے۔ کتاب کے آخر میں ضمیمے سے $\sigma = 1.03 \times 10^7 \frac{S}{m}$ اور $\mu_R = 4000$ دئے گئے ہیں۔ یاد رہے کہ موصل کا $\epsilon_R = 1$ ہوتا ہے۔ آپ سے گزارش ہے کہ مندرجہ ذیل حاصل کریں۔

3261

3262

3263

3264

3265

3266

3267

3268

3273

• یک سمتی رومزاحمت،

• گہرائی جلد،

• بدلتی رومزاحمت یا موثر مزاحمت،

• مزاحمتی طاقت کا ضیاع۔

جوابات: $2.49 W$ اور $1.25 \Omega, 62 \mu m, 3.09 m\Omega$

10.5 انعکاس مستوی موج

لا محدود جسامت کے حجم میں مستوی امواج ہم دیکھ چکے۔ ایسے حجم میں کبھی بھی موج دو مختلف اقسام کے اشیاء کے درمیان پائی جانے والی سرحد نہیں چھوتی۔ ہمیں محدود جسامت کے حجم میں مستوی امواج پر غور کریں جہاں امواج کو ایک قسم کے مادے سے دوسرے قسم کے مادے میں داخل ہونا ہوگا۔ آپ دیکھیں گے کہ ایسی صورت میں موج کا کچھ حصہ پہلے خطے سے دوسرے خطے میں داخل ہو پاتا ہے جبکہ اس کا بقایا حصہ سرحد سے ٹکرا کر واپس پہلے خطے میں لوٹ جاتا ہے۔ اس حصے میں ہم سرحد سے گزرتے اور اس سے ٹکرا کر واپس لوٹنے حصوں کے مساوات حاصل کریں گے۔ یہ نتائج **ترسیلی تاروں**⁵⁶ اور **رہبر موج**⁵⁷ کے مسائل میں جوں کے توں قابل استعمال ہوں گے۔

ہم $z < 0$ کو خطہ-1 تصور کرتے ہیں جہاں $(\epsilon_1, \mu_1, \sigma_1)$ ہیں جبکہ $z > 0$ کو خطہ-2 تصور کرتے ہیں جہاں $(\epsilon_2, \mu_2, \sigma_2)$ ہیں۔ یہ صورت حال شکل 10.6 میں دکھائی گئی ہے۔ ہم بڑھتے z جانب حرکت کرتے موج کو بالانوشٹ + جبکہ گھٹتے z جانب حرکت کرتے موج کو بالانوشٹ - سے ظاہر کریں گے۔ اب تصور کریں کہ پہلے خطے میں سرحد کی جانب برقی موج

$$(10.72) \quad E_{xs1}^+ = E_{x10}^+ e^{-\gamma_1 z}$$

آتی ہے۔ آپ جانتے ہیں کہ اس برقی موج کے ساتھ لازماً مقناطیسی موج

$$(10.73) \quad H_{ys1}^+ = \frac{E_{x10}^+}{\eta_1} e^{-\gamma_1 z}$$

بھی ہوگی۔ سرحد کی طرف آتے موج کو آمدی موج⁵⁸ کہا جاتا ہے۔ چونکہ یہ موج سرحد کے عمودی حرکت کر رہا ہے لہذا اس کے حرکت کو عمودی آمد⁵⁹ کہتے ہیں۔

اس آمدی موج کا کچھ حصہ جسے ترسیلی موج⁶⁰ کہتے ہیں، سرحد سے گزرتے ہوئے سیدھا چلے جائے گا۔ ترسیلی امواج

$$(10.74) \quad E_{xs2}^+ = E_{x20}^+ e^{-\gamma_2 z}$$

$$(10.75) \quad H_{ys2}^+ = \frac{E_{x20}^+}{\eta_2} e^{-\gamma_2 z}$$

ہیں۔ سرحد کے دوسرے جانب حرکی مستقل γ_2 اور قدرتی رکاوٹ η_2 ہیں جو پہلے خطے سے مختلف ہیں۔ ترسیلی امواج سرحد سے دور چلتی جاتی ہیں۔³²⁷⁵

آمدی اور ترسیلی برقی امواج x محدد کے متوازی جبکہ مقناطیسی امواج y محدد کے متوازی ہیں لہذا یہ چاروں امواج سرحد کے بھی متوازی ہیں۔ صفحہ 298 پر مساوات 9.45 اور اس کے قریب ہی مساوات 9.47 متوازی امواج کے سرحدی شرائط بیان کرتے ہیں۔ اب کائنات میں کبھی بھی دواشیاء کے سرحد پر سطحی کثافت رو نہیں پائی جاتی۔ یوں $K_{\perp} = 0$ لیتے ہوئے ان شرائط کو

$$\begin{aligned} E_{m1} &= E_{m2} \\ H_{m1} &= H_{m2} \quad (K_{\perp} = 0) \end{aligned}$$

لکھا جاتا ہے۔³²⁷⁶

اب اگر پہلی شرط پوری کی جائے تو سرحد کے دونوں اطراف پر متوازی برقی میدان برابر ہوں گے لہذا $z = 0$ پر مساوات 10.72 اور مساوات 10.74 برابر ہوں گے۔ یوں $E_{x10}^+ = E_{x20}^+$ حاصل ہوتا ہے لیکن دوسری شرط کے مطابق سرحد کے دونوں جانب متوازی مقناطیسی میدان بھی برابر ہونا ہوگا لہذا $z = 0$ پر مساوات 10.73 اور مساوات 10.75 بھی برابر ہوں گے جس سے $\frac{E_{x10}^+}{\eta_1} = \frac{E_{x20}^+}{\eta_2}$ حاصل ہوتا ہے۔ یہ دونوں تب ممکن ہے جب $\eta_1 = \eta_2$ ہو جو حقیقت میں کبھی بھی نہیں ہوگا لہذا صرف آمدی اور ترسیلی امواج کی صورت میں سرحدی شرائط پورا نہیں اتر جاسکتا۔ مندرجہ بالا دونوں سرحدی شرائط صرف اس صورت میں پورا ہوتے ہیں جب سرحد سے ٹکرا کر واپس لوٹتے امواج

$$(10.76) \quad E_{xs1}^- = E_{x10}^- e^{\gamma_1 z}$$

$$(10.77) \quad H_{ys1}^- = -\frac{E_{x10}^-}{\eta_1} e^{\gamma_1 z}$$

بھی پائے جائیں جنہیں انعکاسی امواج⁶¹ کہا جاتا ہے۔ انعکاسی موج کا حرکی مستقل γ_1 ہی ہے جبکہ یہ موج گھٹتے z جانب حرکت کر رہی ہے۔ انعکاسی موج میں E_{x10}^- مخلوط عدد ہو سکتا ہے۔ چونکہ انعکاسی امواج گھٹتے z جانب حرکت کرتی ہیں لہذا مسئلہ پوئنگنگ کے تحت $E_{xs1}^- = -\eta_1 H_{ys1}^-$ ہوگا تاکہ $\mathbf{E}_1^- \times \mathbf{H}_1^-$ کی E_{z1} سمت ہو۔³²⁷⁹

آمدی، ترسیلی اور انعکاسی امواج کی صورت میں دونوں سرحدی شرائط پورے ہوتے ہیں اور ان کی مدد سے E_{x10}^+ کی صورت میں بقایا تمام امواج کے طول بھی حاصل ہوتے ہیں۔ انہیں دیکھیں کہ ایسا کس طرح ہوتا ہے۔

اب پہلے خطے میں آمدی امواج کے علاوہ انعکاسی امواج بھی پائے جاتے ہیں لہذا سرحدی شرائط میں دونوں کا مجموعہ استعمال کیا جائے گا۔ یوں $z = 0$ پر سرحد کے دونوں جانب متوازی برقی میدان برابر ہونے سے

$$E_{xs1} = E_{xs2} \quad (z = 0)$$

یعنی

$$E_{xs1}^+ + E_{xs1}^- = E_{xs2}^+ \quad (z = 0)$$

یا

$$(10.78) \quad E_{x10}^+ + E_{x10}^- = E_{x20}^+$$

حاصل ہوتا ہے۔ اسی طرح $z = 0$ پر سرحد کے دونوں جانب متوازی مقناطیسی میدان کے برابری سے

$$H_{ys1} = H_{ys2} \quad (z = 0, K_{\perp} = 0)$$

یعنی

$$H_{ys1}^+ + H_{ys1}^- = H_{ys2}^+ \quad (z = 0, K_{\perp} = 0)$$

یا

$$(10.79) \quad \frac{E_{x10}^+}{\eta_1} - \frac{E_{x10}^-}{\eta_1} = \frac{E_{x20}^+}{\eta_2}$$

حاصل ہوتا ہے۔ مساوات 10.78 اور مساوات 10.79 کو E_{x10}^- کی خاطر حل کرنے کی غرض سے مساوات 10.78 کو مساوات میں پر کرتے

$$\frac{E_{x10}^+}{\eta_1} - \frac{E_{x10}^-}{\eta_1} = \frac{E_{x10}^+ + E_{x10}^-}{\eta_2}$$

ہوئے یوں

$$E_{x10}^- = E_{x10}^+ \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

حاصل ہوتا ہے۔ انعکاسی اور آمدی برقی میدان کے حیطوں کی شرح کو **شرح انعکاس**⁶² پکارا اور Γ سے ظاہر⁶³ کیا جاتا ہے۔

$$(10.80) \quad \Gamma = \frac{E_{x10}^-}{E_{x10}^+} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

مخلوط شرح انعکاس کی صورت میں انعکاسی اور آمدی میدان میں زاویائی فرق پایا جائے گا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ شرح انعکاس کی حتمی قیمت صفر تا ایک ممکن ہے۔

$$(10.81) \quad |\Gamma| \leq 1$$

اسی طرح مساوات 10.78 اور مساوات 10.79 سے E_{x10}^- ختم کرنے سے

$$(10.82) \quad \tau = \frac{E_{x20}^+}{E_{x10}^+} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1}$$

reflection coefficient⁶²
⁶³ Γ یونانی حروف تہجی گیمما ہے۔

حاصل ہوتا ہے جو شرح ترسیل⁶⁴ کہلایا اور τ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ مساوات 10.80 اور مساوات 10.82 سے

$$\tau = 1 + \Gamma \quad (10.83)$$

لکھا جاسکتا ہے۔

آئیں ان نتائج کو چند مخصوص صورتوں میں استعمال کرتے ہیں۔ تصور کریں کہ پہلا خطہ کامل ذوبرق جبکہ دوسرا خطہ کامل موصل ہے۔ ایسی صورت میں σ_2 لامحدود ہوگا لہذا

$$\eta_2 = \sqrt{\frac{j\omega\mu_2}{\sigma_2 + j\omega\epsilon_2}} = 0$$

ہوگا۔ یوں مساوات 10.82 سے

$$E_{x20}^+ = 0$$

حاصل ہوتا ہے یعنی کامل موصل میں کسی صورت بھی وقت کے ساتھ بدلتا میدان نہیں پایا جاسکتا۔ اس کو یوں بھی بیان کیا جاسکتا ہے کہ کامل موصل کی گہرائی جلد صفر کے برابر ہے۔

مساوات 10.80 میں $\eta_2 = 0$ پر کرنے سے

$$\Gamma = -1$$

یعنی

$$E_{x10}^- = -E_{x10}^+$$

حاصل ہوتا ہے۔ انوکھی موج کا حیطہ بالکل آمدی موج کے حیطے کے برابر ہے لیکن ان میں 180° کا زاویہ پایا جاتا ہے۔ موصل سطح آمدی توانائی کو واپس کرتی ہے اور یوں پہلے خطے میں کل برقی میدان

$$\begin{aligned} E_{xs1} &= E_{xs1}^+ + E_{xs1}^- \\ &= E_{x10}^+ e^{-j\beta_1 z} - E_{x10}^+ e^{j\beta_1 z} \end{aligned}$$

ہوگا جہاں کامل ذوبرق میں $\gamma_1 = 0 + j\beta_1$ لیا گیا ہے۔ اس کو حل کرتے ہوئے

$$\begin{aligned} E_{xs1} &= E_{x10}^+ (e^{-j\beta_1 z} - e^{j\beta_1 z}) \\ &= -j2E_{x10}^+ \sin \beta_1 z \end{aligned}$$

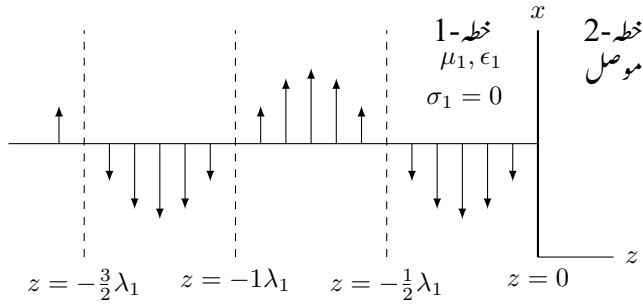
حاصل ہوتا ہے جو دوری سمتیہ کی صورت میں ہے جسے $e^{j\omega t}$ سے ضرب دے کر حقیقی جزولیتے ہوئے اصل موج کی مساوات

$$E_{x1} = 2E_{x10}^+ \sin \beta_1 z \sin \omega t \quad (10.84)$$

حاصل ہوتی ہے۔ یہ مساوات ساکن میدان کو ظاہر کرتی ہے۔ یاد رہے کہ اسے دو آپس میں الٹ سمت میں حرکت کرتے امواج سے حاصل کیا گیا ہے۔ اس کا موازنہ آمدی موج

$$E_{x1}^+ = E_{x10}^+ \cos(\omega t - \beta_1 z)$$

سے کریں۔ حرکت کرتے موج کی پہچان جزو $\omega t - \beta_1 z$ ہے جو مثبت سمت میں موج کو ظاہر کرتی ہے۔ مساوات 10.84 میں ωt اور $\beta_1 z$ علیحدہ علیحدہ پائے جاتے ہیں۔



شکل 10.7: ساکن موج، برقی میدان۔

مساوات 10.84 میں جس لمحہ $\omega t = n\pi$ کے برابر ہوا اس لمحہ میدان ہر نقطے پر صفر کے برابر ہو گا۔ اس کے علاوہ جس نقطے پر $\beta_1 z = n\pi$ کے برابر ہو، اس نقطے پر ہر وقت میدان صفر ہی رہتا ہے۔ مساوات 10.84 کو **ساکن موج**⁶⁵ کہا جاتا ہے۔ برقی میدان ان سطحوں پر ہر وقت صفر رہتا ہے جہاں

$$\beta_1 z = n\pi \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

ہو جس سے

$$\frac{2\pi}{\lambda_1} z = n\pi$$

یعنی

$$z = n \frac{\lambda_1}{2}$$

حاصل ہوتا ہے۔ یوں سرحد یعنی $z = 0$ پر برقی میدان صفر ہو گا اور پہلے خطے میں سرحد سے دور چلتے ہوئے ہر آدھے طول موج پر صفر برقی میدان پایا جائے گا۔ یہ صورت حال شکل 10.7 میں دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں نقطہ دار لکیر ان سطحوں کو ظاہر کرتی ہیں جہاں میدان صفر رہتا ہے۔ برقی میدان کو وقت $t = \frac{\pi}{2}$ پر دکھایا گیا ہے جب اس کا حیظ زیادہ سے زیادہ ہوتا ہے۔

3289

چونکہ $E_{xs1}^+ = \eta_1 H_{ys1}^+$ اور $E_{xs1}^- = -\eta_1 H_{ys1}^-$ ہوتے ہیں لہذا مقناطیسی میدان

$$H_{ys1} = \frac{E_{x10}^+}{\eta_1} (e^{-j\beta_1 z} + e^{j\beta_1 z})$$

یا

$$(10.85) \quad H_{y1} = 2 \frac{E_{x10}^+}{\eta_1} \cos \beta_1 z \cos \omega t$$

ہو گا۔ یہ بھی ساکن موج ہے لیکن جس سطح پر برقی میدان صفر رہتا ہے وہاں مقناطیسی ساکن موج کی چوٹی پائی جاتی ہے۔ اس کے علاوہ برقی اور مقناطیسی ساکن امواج میں 90° کا وقتی فرق پایا جاتا ہے لہذا یہ امواج کسی بھی سمت میں اوسطاً صفر طاقت منتقل کرتی ہیں۔

3291

آئیں اب دو کامل ذوبرق کی سرحد پر صورت حال دیکھیں۔ اب ان دو خطوں میں قدرتی رکاوٹ η_1 اور η_2 جبکہ $\alpha_1 = 0$ اور $\alpha_2 = 0$ ہوں گے۔ عددی قیمتیں لے کر آگے چلتے ہیں۔ فرض کریں کہ

$$\eta_1 = 50 \Omega$$

$$\eta_2 = 377 \Omega$$

$$E_{x10}^+ = 10 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

ہیں۔ یوں

$$\Gamma = \frac{377 - 50}{377 + 50} = 0.7658$$

ہے لہذا

$$E_{x10}^- = 0.7658 \times 10 = 7.658 \frac{V}{m}$$

ہوگا۔ پہلے خطے میں مقناطیسی میدان

$$H_{y10}^+ = \frac{10}{50} = 0.2 \frac{A}{m}$$

$$H_{y10}^- = -\frac{7.658}{50} = -0.153 \frac{A}{m}$$

ہیں۔ آمدی اوسط سطحی کثافت طاقت مساوات 10.55 سے

$$P_{1, اوسط}^+ = \frac{1}{2} \frac{(E_{x10}^+)^2}{|\eta_1|} e^{-2\alpha_1 z} \cos \theta_{\eta 1} = 1 \frac{W}{m^2}$$

جبکہ انعکاسی اوسط سطحی کثافت طاقت

$$P_{1, اوسط}^- = \frac{1}{2} \frac{(E_{x10}^-)^2}{|\eta_1|} e^{-2\alpha_1 z} \cos \theta_{\eta 1} = 0.5864 \frac{W}{m^2}$$

ہے۔ ان مساوات میں $\alpha_1 = 0$ اور $\eta_1 = 50 \Omega$ استعمال کئے گئے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ انعکاسی اور آمدی کثافت طاقت کی شرح

$$(10.86) \quad \frac{\frac{(E_{x10}^-)^2}{2\eta_0}}{\frac{(E_{x10}^+)^2}{2\eta_0}} = |\Gamma|^2$$

کے برابر ہے۔

دوسرے خطے میں

$$E_{x20}^+ = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} E_{x10}^+ = 17.658 \frac{V}{m}$$

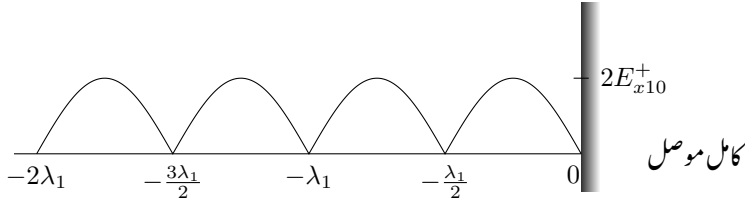
$$H_{y20}^+ = \frac{17.658}{377} = 0.04684 \frac{A}{m}$$

ہیں لہذا

$$P_{2, اوسط}^+ = \frac{1}{2} \frac{(E_{x20}^+)^2}{|\eta_2|} e^{-2\alpha_2 z} \cos \theta_{\eta 2} = 0.4135 \frac{W}{m^2}$$

ہوگا۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ انعکاسی اور ترسیلی طاقت کا مجموعہ آمدی طاقت کے عین برابر ہے۔

$$P_{1, اوسط}^+ = P_{1, اوسط}^- + P_{2, اوسط}^+$$



شکل 10.8: کامل موصل سے انعکاس، کامل ذو برق میں ساکن موج پیدا کرتا ہے۔

10.6 شرح ساکن موج

کسی بھی ترسیلی نظام میں مختلف مقامات پر برقی یا مقناطیسی میدان کے راست تناسب اشارہ یا آسانی حاصل کیا جاسکتا ہے۔ محوری تار کا اندرونی تار ذرہ زیادہ لمبا رکھتے ہوئے برقی میدان حاصل کیا جاسکتا ہے۔ اسی طرح تار کا ایک چھوٹا دائرہ مقناطیسی میدان کا نمونہ حاصل کرنے میں کام آتا ہے۔ ان آلات سے حاصل اشارات کو **سمت کار**⁶⁶ سے گزارتے ہوئے مائیکرو میٹر سے ناپا جاسکتا ہے۔ مائیکرو میٹر میدان کے حیطے کے راست تناسب جواب دیتا ہے۔ ان آلات کو عموماً درکار اشارات کے **ہمسر**⁶⁷ رکھا جاتا ہے تاکہ یہ زیادہ حساس ہوں۔

اگر بغیر ضیاع خطے میں یکساں مستوی موج حرکت کر رہی ہو اور اس خطے میں انعکاسی موج نہ پائی جاتی ہو تب میدان ناپنے والا آلہ تمام مقامات پر یکساں حیطہ دکھائے گا۔ ایسا آلہ تیزی سے تبدیل ہوتے حیطے کو دکھانے سے قاصر ہوتا ہے۔ ہر جگہ برابر حیطہ اس بات کی نشانی ہے کہ خطے میں طاقت ضائع نہیں ہوتا اور یہ کہ انعکاسی موج بھی غیر موجود ہے۔

اس کے برعکس کامل ذو برق میں آمدی موج کا کامل موصل سے انعکاس، ساکن موج پیدا کرتا ہے۔ ایسے خطے میں میدان ناپنا آلہ مختلف مقامات پر مختلف حیطے دکھائے گا۔ چونکہ سرحد سے ہر آدھے طول موج کے فاصلے پر میدان صفر ہوتا ہے لہذا ان نقطوں پر آلہ صفر حیطہ ناپے گا جبکہ عین ایسے دو قریبی نقطوں کے درمیان آلہ زیادہ سے زیادہ حیطہ دکھائے گا۔ آلے کو سرحد کے قریب اور دور کرنے سے ناپے گئے حیطے کی شکل $|\sin \beta z|$ کی طرح حاصل ہوگی جہاں سرحد سے فاصلہ z ہے۔ شکل 10.8 میں دکھایا گیا ہے۔ سائن نمائندگی کا تبدیل ہونا ساکن موج کی پہچان ہے۔

مثال 10.6: کامل موصل سے انعکاس کی صورت میں کامل ذو برق میں ساکن موج کی مساوات حاصل کریں۔

حل: کامل موصل سے انعکاس کی صورت میں $\Gamma = -1$ حاصل ہوتا ہے لہذا $E_{xs1}^- = -E_{x10}^+ e^{j\beta_1 z}$ ہوگا۔ یوں آمدی اور انعکاسی امواج کا مجموعہ

$$\begin{aligned} E_{xs1} &= E_{x10}^+ e^{-j\beta_1 z} - E_{x10}^+ e^{j\beta_1 z} \\ &= -2jE_{x10}^+ \sin \beta_1 z \end{aligned}$$

ہوگا۔ اس دوری سمتیہ سے حقیقی ساکن موج کی مساوات حاصل کرنے کی خاطر اسے $e^{j\omega t}$ سے ضرب دیتے ہوئے

$$E_{xs1} e^{j\omega t} = -2jE_{x10}^+ \sin \beta_1 z \cos \omega t + 2E_{x10}^+ \sin \beta_1 z \sin \omega t$$

حقیقی جزو

$$E_{x1} = 2E_{x10}^+ \sin \beta_1 z \sin \omega t$$

لیتے ہیں۔ یہی ساکن موج کی مساوات ہے۔ شکل 10.8 میں آلہ ناپ سے حاصل $|E_{x1}|$ دکھایا گیا ہے۔

3307

3308

اب ایسی صورت پر غور کرتے ہیں جہاں تمام کی تمام موج سرحد سے واپس نہیں لوٹتی بلکہ اس کا کچھ حصہ سرحد پار کرتے ہوئے دوسری جانب چلے جاتی ہے۔ پہلے خطے میں اب آمدی موج کے علاوہ ایسی انعکاسی موج پائی جاتی ہے جس کا محیط آمدی موج سے کم ہوتا ہے۔ اگرچہ اب پہلے خطے میں ساکن موج کے ساتھ ساتھ حرکت کرتی موج بھی پائی جاتی ہے لیکن اس کے باوجود اس کو ساکن موج ہی پکارا جاتا ہے۔ اب کسی بھی نقطہ پر میدان ہر وقت صفر نہیں رہتا۔ ساکن اور حرکت کرتے حصوں کا اندازہ حیطے کی زیادہ سے زیادہ قیمت اور اس کے کم سے کم قیمت کی شرح سے بیان کی جاتی ہے۔ اس شرح کو **شرح ساکن موج**⁶⁸ کہا اور s سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

فرض کریں کہ پہلا خطہ کامل ذو برق ہے جبکہ دوسرا خطہ کوئی بھی مادہ ہو سکتا ہے۔ یوں $\alpha_1 = 0$ ہوگا۔ اب

$$\begin{aligned} E_{xs1}^+ &= E_{x10}^+ e^{-j\beta_1 z} \\ E_{xs1}^- &= \Gamma E_{x10}^+ e^{j\beta_1 z} \end{aligned}$$

ہوں گے جہاں

$$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

ہے۔ چونکہ کامل ذو برق میں $\sigma = 0$ ہوتا ہے لہذا η_1 مثبت حقیقی عدد ہے جبکہ η_2 مخلوط عدد ہو سکتا ہے لہذا Γ بھی مخلوط ہو سکتا ہے۔ یوں اسے

$$\Gamma = |\Gamma| e^{j\phi}$$

بھی لکھا جاسکتا ہے۔ یوں

$$E_{xs1}^- = |\Gamma| E_{x10}^+ e^{j(\beta_1 z + \phi)}$$

لکھا جاسکتا ہے جس سے ساکن موج کی مساوات

$$(10.87) \quad E_{xs1} = \left(e^{-j\beta_1 z} + |\Gamma| e^{j(\beta_1 z + \phi)} \right) E_{x10}^+$$

حاصل ہوتی ہے۔

3313

اب آپ جانتے ہیں کہ کسی بھی مخلوط عدد $e^{j\theta}$ کو

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

لکھا جاسکتا ہے۔ چونکہ $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ ہوتا ہے لہذا اس کی حتمی قیمت ایک (1) ہی رہتی ہے۔ اس عدد کی زیادہ سے زیادہ قیمت $\theta = 0$ کی صورت میں 1+ حاصل ہوتی ہے۔ یہی قیمت $\theta = \mp 2\pi$ یا $\theta = \mp 4\pi$ کی صورت میں بھی حاصل ہوتی ہے۔ اسی طرح اس کی کم سے کم قیمت $\theta = \mp \pi, \mp 3\pi, \mp 5\pi, \dots$ پر 1- حاصل ہوتی ہے۔ اس طرح مساوات 10.87 کو

$$E_{xs1} = \left(1 + |\Gamma| e^{j(2\beta_1 z + \phi)} \right) e^{-j\beta_1 z} E_{x10}^+$$

لکھتے ہوئے اگر $2\beta_1 z + \phi$ کو θ تصور کیا جائے تو $e^{j(2\beta_1 z + \phi)}$ کی زیادہ سے زیادہ قیمت یعنی 1+

$$2\beta_1 z + \phi = 0, 2\pi, -2\pi, 4\pi, -4\pi, \dots$$

پر حاصل ہوگی۔ اس مساوات کو

$$(10.88) \quad -\beta_1 z_{\text{بندتر}} = \frac{\phi}{2} + n\pi \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ایسی صورت میں

$$(10.89) \quad |E_{xs1}|_{\text{بندتر}} = (1 + |\Gamma|) E_{x10}^+$$

ہوگا۔

$\eta_2 \gg \eta_1$ کی صورت میں $\Gamma = 1/0^\circ$ حاصل ہوتا ہے۔ یوں سرحد پر ساکن موج کی چوٹی پائی جائے گی۔ اگلی چوٹی سرحد سے $\frac{\lambda}{2}$ فاصلے پر ہوگی۔ η_1 اور η_2 کے کسی بھی اور قیمت کی صورت میں سرحد اور پہلی چوٹی کے درمیان فاصلہ $\frac{\lambda}{2}$ سے کم ہوگا۔

اسی طرح $e^{j(2\beta_1 z + \phi)}$ کی کم سے کم قیمت یعنی -1

$$2\beta_1 z + \phi = \pi, -\pi, 3\pi, -3\pi, \dots$$

پر حاصل ہوگی۔ اس مساوات کو

$$(10.90) \quad -\beta_1 z_{\text{سمتر}} = \frac{\phi}{2} + n\pi + \frac{\pi}{2} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

لکھا جاسکتا ہے اور ایسی صورت میں

$$(10.91) \quad |E_{xs1}|_{\text{سمتر}} = (1 - |\Gamma|) E_{x10}^+$$

ہوگا۔

$\eta_2 \ll \eta_1$ کی صورت میں سرحد پر ساکن موج کی کمتر قیمت پائی جائے گی۔ اگلی کمتر قیمت سرحد سے $\frac{\lambda}{2}$ فاصلے پر ہوگی۔ η_1 اور η_2 کے کسی بھی اور قیمت کی صورت میں سرحد اور پہلی کمتر نقطے کے درمیان فاصلہ $\frac{\lambda}{2}$ سے کم ہوگا۔

مساوات 10.88 سے بلندتر z اور مساوات 10.90 سے سمتر z حاصل کرتے ہوئے دھیان رہے کہ صرف ان قیمتوں کو درست تصور کیا جائے جو شکل 10.9 میں ٹھیک طرف پائے جاتے ہوں یعنی بلندتر z اور سمتر z کی قیمت منفی ہونی چاہیے۔

موج کی کم تر قیمت ہر آدھے طول موج پر پائی جاتی ہے۔ موج کی بلند تر قیمت دو کم تر قیمتوں کے مقام کے عین وسط میں پائی جاتی ہیں۔ کامل موصل کی صورت میں پہلا کمتر میدان $-\beta_1 z = 0$ یعنی سرحد پر پایا جائے گا۔ اگر $\eta_2 < \eta_1$ ہو اور دونوں قدرتی رکاوٹوں کی قیمتیں حقیقی اعداد ہوں تب $\phi = \pi$ ہو گا اور ایسی صورت میں سرحد یعنی $-\beta_1 z = 0$ پر برقی دباؤ کی کمتر قیمتیں پائی جائے گی۔ اس کے برعکس اگر $\eta_2 > \eta_1$ ہو اور دونوں رکاوٹ حقیقی ہوں تب سرحد پر برقی میدان کی قیمت بلند تر ہوگی۔

ان معلومات کو زیر استعمال لانے کی غرض سے $10 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ اور 1 GHz تعدد کے موج پر غور کرتے ہیں جو خطہ اول میں سرحد کی طرف عمودی آمد ہے۔ پہلے خطے کے مستقل $\sigma_1 = 0$ اور $\mu_{R1} = 1, \epsilon_{R1} = 6$ کے مستقل $\sigma_1 = 0$ اور $\mu_{R1} = 1, \epsilon_{R1} = 3$ ہیں۔

یوں

$$\omega = 2\pi 10^9 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad \beta_1 = 36.28 \frac{\text{rad}}{\text{m}}, \quad \beta_2 = 51.3 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

حاصل ہوتے ہیں۔ اگرچہ خالی خلاء میں اس موج کی طول 30 cm ہوگی، یہاں $\lambda_1 = 17.32 \text{ cm}$ اور $\lambda_2 = 12.25 \text{ cm}$ ہیں۔ قدرتی رکاوٹ $\eta_1 = 217.66 \Omega$ اور $\eta_2 = 153.91 \Omega$ ہیں جن سے شرح انعکاس $\Gamma = -0.17$ حاصل ہوتا ہے۔ چونکہ دونوں رکاوٹ حقیقی اعداد ہیں اور $\eta_2 < \eta_1$ ہے، لہذا سرحد پر کمتر برقی میدان پایا جائے گا۔ پہلے خطے، یعنی $z < 0$ ، میں سرحد سے دور ہر 8.66 cm فاصلے پر برقی میدان کی کمتر قیمت پائی جائے گی۔ مساوات 10.91 سے ساکن موج کی کمتر قیمت $|E_{xs1}|_{\text{کمتر}} = 8.3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ حاصل ہوتی ہے۔ چونکہ پہلا خطہ کامل ذوب برق ہے لہذا اس میں طاقت کا ضیاع نہیں ہوتا اور یوں اس خطے میں تمام کمتر قیمتیں برابر ہوں گی۔

3332

میدان کی بلند تر قیمت $11.7 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ پہلے خطے میں سرحد سے 4.33 ، 12.99 ، 21.65 ، ... سنٹی میٹر کے فاصلوں پر پائی جائیں گی۔

3333

چونکہ دوسرے خطے میں انعکاسی موج نہیں پائی جاتی لہذا اس میں ساکن موج بھی نہیں پائی جائے گی۔

3334

ساکن موج کی زیادہ سے زیادہ اور کم سے کم قیمتوں کی شرح کو **شرح ساکن موج** ⁶⁹ کہا اور s سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$(10.92) \quad s = \frac{|E_{xs1}|_{\text{بلندتر}}}{|E_{xs1}|_{\text{کمتر}}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

چونکہ $|\Gamma| \leq 1$ ہوتا ہے لہذا شرح ساکن موج ہر صورت مثبت اور اکائی کے برابر یا اس سے زیادہ قیمت کا ہوگا یعنی

$$(10.93) \quad s \geq 1$$

3335

مندرجہ بالا مثال میں $s = \frac{1+0.17}{1-0.17} = 1.409$ ہے۔

اگر $|\Gamma| = 1$ ہو تب انعکاسی اور آمدی امواج برابر ہوں گے لہذا تمام کی تمام آمدی توانائی سرحد سے واپس لوٹتی ہے اور ایسی صورت میں s لامحدود ہوگا۔ پہلے خطے میں ہر $\frac{\lambda}{2}$ فاصلے پر ایسی سطح پائی جائے گی جس پر برقی میدان ہر وقت صفر رہتا ہے۔ ان سطحوں کے درمیان ایسی سطحیں ہوں گی جہاں آمدی موج کے دگنے جیتے کا برقی میدان ہوگا۔

3338

اگر $\eta_2 = \eta_1$ ہو تب $\Gamma = 0$ ہوگا۔ ایسی صورت میں توانائی سرحد سے واپس نہیں لوٹتی، $s = 1$ ہو تا ہے اور برقی میدان کی بلند تر اور کم تر قیمتیں برابر ہوتی ہیں۔

3340

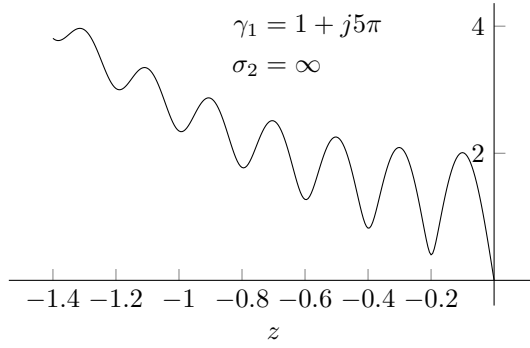
آدھی طاقت کے انعکاس کی صورت میں $|\Gamma|^2 = 0.5$ یعنی $|\Gamma| = 0.707$ اور $s = 5.83$ ہوگا۔

3341

چونکہ برقی اور مقناطیسی میدان کے راست تناسب اشارات باآسانی حاصل کئے جاسکتے ہیں اور s کی قیمت حاصل کرنے کے لئے راست تناسب اشارات ہی ہوں گے لہذا شرح ساکن موج کو تجرباتی طور حاصل کیا جاسکتا ہے۔ یہی اس کی اہمیت کا راز ہے۔ یاد رہے کہ s حاصل کرنے کے لئے میدان کی اصل قیمت درکار نہیں ہوتی۔ صرف اتنا ضروری ہوتا ہے کہ تمام اشارات اصل میدان کے تناسب سے ہوں۔

3344

آئیں اب پہلے خطے کو غیر کامل ذوب برق تصور کریں جس کا α صفر کے برابر نہیں ہوگا۔ اب بائیں سے آتی آمدی موج مثبت z جانب چلتے ہوئے گھٹے گی۔ انعکاسی موج منفی z جانب چلتے ہوئے گھٹے جائے گی حتیٰ کہ آخر کار اس کی قیمت قابل نظر انداز ہوگی۔ یوں اگرچہ سرحد کے قریب بلند تر اور کم تر میدان میں فرق واضح ہو سکتا ہے لیکن سرحد سے دور ان میں فرق نہیں رہ پاتا۔ پہلے خطے کا حرکی مستقل $\gamma_1 = 1 + j5\pi$ اور دوسرا خطہ کامل موصل ہونے کی صورت میں ایسی ہی ایک ساکن موج شکل 10.9 میں دکھائی گئی ہے جہاں موصل $z = 0$ کے دائیں ہاتھ پر ہے۔ اس شکل میں عین سرحد پر آمدی موج کی قیمت $E_{x10}^+ = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ہے۔ چونکہ ذوب برق کا سرحد موصل کے ساتھ ہے اور موصل میں برقی میدان صفر ہوتا ہے لہذا شکل میں سرحد پر برقی میدان صفر ہی ہے۔ سرحد سے $\frac{2\pi}{\beta_1} = 0.2 \text{ m}$ فاصلے پر دوبارہ کم تر میدان پایا جاتا ہے۔ اسی طرح پہلی چوٹی سرحد پر آمدی میدان کے تقریباً گنی ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ کوئی بھی دو چوٹیاں یا دو نشیب برابر نہیں ہیں۔ یہاں



شکل 10.9: غیر کامل ذو برق میں ساکن موج کی بلند تر اور کم تر قیمتوں میں فرق سرحد سے دور کم ہوتا ہے۔

شرح ساکن موج کی قیمت اس صورت مطلب رکھتی ہے جب اسے ناپنے کا مقام یعنی z بھی ساتھ بتلایا جائے۔ ایسی صورت میں انعکاسی شرح اور تضعیفی مستقل زیادہ کارآمد معلومات ہیں۔

3352

اگرچہ مندرجہ بالا مثال زیادہ انتہا درجے کا تھا لیکن یہ بھی نہیں بھولنا چاہئے کہ حقیقت میں کامل تر سیلی تار بھی نہیں پائے جاتے۔ حقیقت میں شرح ساکن موج ہر صورت سرحد سے فاصلے پر منحصر ہوگی اور اس کا استعمال اسی وقت ممکن ہوگا جب ہماری دلچسپی کے خطے میں اس کی قیمت زیادہ تبدیل نہ ہو۔

3354

آئیں دوبارہ پہلا خطہ کامل ذو برق لیتے ہوئے برقی اور مقناطیسی میدان کی شرح حاصل کریں۔ لامحدود حجم میں آزاد موج کی صورت میں یہ شرح $\mp \eta_1$ تھی جہاں منفی قیمت بڑھتے z جانب حرکت کی صورت میں ہوتی ہے۔ انعکاسی موج کی موجودگی میں برقی اور مقناطیسی میدان صفر بھی ممکن ہیں لہذا ان کی شرح صفر سے لامحدود قیمت کی ہو سکتی ہے۔ سرحد سے $-l = z$ فاصلے پر میدان

$$E_{xs1} = (e^{j\beta_1 l} + \Gamma e^{-j\beta_1 l}) E_{x10}^+$$

$$H_{ys1} = (e^{j\beta_1 l} - \Gamma e^{-j\beta_1 l}) \frac{E_{x10}^+}{\eta_1}$$

ہیں۔ ان کی شرح کو **داخلی قدرتی رکاوٹ**⁷⁰ کہتے ہیں اور $\eta_{داخلی}$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$\eta_{داخلی} = \left. \frac{E_{xs1}}{H_{ys1}} \right|_{z=-l} = \eta_1 \frac{e^{j\beta_1 l} + \Gamma e^{-j\beta_1 l}}{e^{j\beta_1 l} - \Gamma e^{-j\beta_1 l}}$$

اس میں $\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$ پر کرتے ہوئے اور **یولر مماثل**⁷¹ استعمال کرتے ہوئے

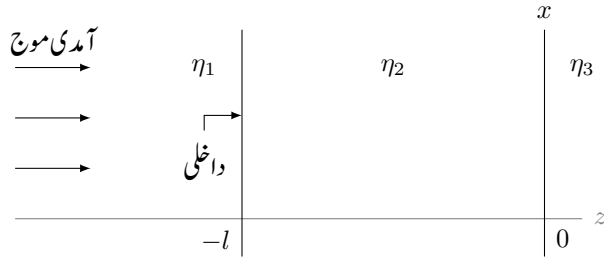
$$\eta_{داخلی} = \eta_1 \frac{(\eta_2 + \eta_1)(\cos \beta_1 l + j \sin \beta_1 l) + (\eta_2 - \eta_1)(\cos \beta_1 l - j \sin \beta_1 l)}{(\eta_2 + \eta_1)(\cos \beta_1 l + j \sin \beta_1 l) - (\eta_2 - \eta_1)(\cos \beta_1 l - j \sin \beta_1 l)}$$

حاصل ہوتا ہے جسے باآسانی یوں

$$(10.94) \quad \eta_{داخلی} = \eta_1 \frac{\eta_2 + j\eta_1 \tan \beta_1 l}{\eta_1 + j\eta_2 \tan \beta_1 l}$$

3355

لکھا جاسکتا ہے۔



شکل 10.10: دو سرحدی مسئلے میں دوسرے اور تیسرے خطے کے قدرتی رکاوٹ اور دوسرے خطے کی موٹائی کے اثرات پہلی سرحد پر داخلی قدرتی رکاوٹ کی صورت میں نمودار ہوتے ہیں۔

جب η_2 اور η_1 برابر ہوں تب داخلی قدرتی رکاوٹ، η_1 پہلے خطے کی قدرتی رکاوٹ η_1 کے برابر ہوتی ہے۔ ایسی صورت میں انعکاس پیدا نہیں ہوتی اور ترسیلی نظام ہم رکاوٹی⁷² کہلاتا ہے۔ ہم رکاوٹی نظام میں انعکاس کے غیر موجودگی کی بنا تو انائی ایک ہی سمت میں منتقل ہوتی ہے۔ اگر دوسرا خطہ کامل موصل ہو تب $\eta_2 = 0$ ہو گا۔ ایسی صورت میں

$$(10.95) \quad \eta_{\text{داخلی}} = j\eta_1 \tan \beta_1 l \quad (\eta_2 = 0)$$

ہو گا لہذا ان مقامات پر جہاں $E_{xs1} = 0$ ہو، یعنی جب $\beta_1 l = n\pi$ ہو، داخلی قدرتی رکاوٹ صفر کے برابر ہوگی جبکہ ان مقامات پر جہاں $H_{ys1} = 0$ ہو، داخلی قدرتی رکاوٹ لامحدود ہوگی۔

مساوات 10.94 ترسیلی نظام پر غور کرنے کے لئے انتہائی اہمیت کا حامل ہے۔

10.7 متعدد سرحدی انعکاس

اب تک ہم دو ایسے خطوں کے سرحد پر موج کی انعکاس پر غور کرتے رہے ہیں جن میں دونوں خطے نیم لامحدود جسامت کے تھے۔ نیم لامحدود خطے⁷³ سے مراد ایسا خطہ ہے جس کی ایک سرحد محدود فاصلے پر اور دوسری سرحد لامحدود فاصلے پر ہو۔ ایسی صورت میں سرحد پار کرنے کے بعد ترسیلی موج دوسرے خطے میں مسلسل آگے ہی بڑھتے ہیں اور ایسا کوئی امکان نہیں پایا جاتا کہ یہ لامحدود فاصلے پر موجود سرحد سے انعکاس پذیر ہو کر واپس پہلی سرحد تک آن پہنچے۔ اس حصے میں ہم محدود جسامت کے خطے میں ترسیلی موج پر غور کرتے ہیں جہاں دوسرے خطے کی محدود جسامت کی بنا پر ترسیلی موج کا کچھ حصہ واپس پہلی سرحد پر پہنچ سکتا ہے۔

شکل 10.10 میں دوسرے مسئلہ دکھایا گیا ہے جہاں پہلے نیم لامحدود خطے کی قدرتی رکاوٹ η_1 ، دوسرے محدود موٹائی کے خطے کی قدرتی رکاوٹ η_2 اور تیسرے نیم لامحدود خطے کی قدرتی رکاوٹ η_3 ہے۔ محدود خطے کی موٹائی l ہے۔ یہاں پہلا سرحد خطہ-1 اور خطہ-2 کے درمیان $z = -l$ پر جبکہ دوسرا سرحد خطہ-2 اور خطہ-3 کے درمیان $z = 0$ پر پایا جاتا ہے۔ پہلے خطے میں موج دائیں جانب (یعنی بڑھتے z جانب) حرکت کرتے ہوئے پہلی سرحد پر عموماً آن پہنچتی ہے جس کے بعد یہ مسلسل چلی آتی ہے۔

پہلی سرحد پر آمدی موج کا کچھ حصہ انعکاس پذیر ہو کر واپس پہلے خطے میں بائیں جانب لوٹتا ہے جبکہ اس کا بقایا حصہ دوسرے خطے میں داخل ہو کر دائیں جانب حرکت کرتے ہوئے دوسری سرحد پر پہنچتا ہے۔ اس موج کا کچھ حصہ دوسری سرحد سے بھی گزر پاتا ہے جبکہ اس کا بقایا حصہ دوسرے سرحد سے انعکاس پذیر ہو کر واپس پہلی سرحد جانب چل پڑتا ہے جہاں انعکاس اور ترسیل کا عمل ایک مرتبہ دوبارہ دہرایا جاتا ہے۔ یوں دوسرے سرحد سے واپس لوٹی موج کا کچھ حصہ پہلی سرحد سے گزر کر پہلے خطے میں داخل ہو کر تازہ انعکاسی موج کے ساتھ مل کر بائیں چلے جاتا ہے جبکہ اس کا بقایا حصہ پہلی سرحد سے انعکاس پذیر ہو کر اسی سرحد سے تازہ ترسیلی موج کے ساتھ مل کر دوسری سرحد کے جانب چل پڑتا ہے۔ یہی عمل بار بار دہرایا جاتا ہے۔

یوں ہر لمحہ پہلے خطے سے تازہ تر سیلی موج دوسرے خطے میں داخل ہو کر، اس خطے میں پہلے سے موجود، متعدد مرتبہ انعکاس پذیر اجزاء کے ساتھ مل کر دوبہری سرحد کی جانب ایک نئی کارواں روانہ کرتی ہے۔ اسی طرح دوسرے خطے میں بار بار انعکاس پذیر اور پہلی سرحد سے دوسرے مرتبہ ترسیل کے بعد متعدد حصے مل کر پہلے خطے میں مجموعی انعکاسی موج کو جنم دیتے ہیں۔ ہم اسی طرح تمام امواج کو مد نظر رکھتے ہوئے مسئلے کو حل کر سکتے ہیں۔ صفحہ 398 پر حصہ 11.6 میں ایسا ہی کرتے ہوئے عامی حالت دریافت کی گئی ہے۔

3376

اگر آمدی موج برقرار آتی رہے تب تینوں خطوں میں جلد برقرار صورت حال پیدا ہو جاتی ہے جہاں پہلے خطے میں آمدی موج کی نسبت سے کوئی خاص مقدار کی موج بطور انعکاسی موج پائی جاتی ہے۔ اس انعکاسی موج کا مخصوص حیثہ اور دوری زاویہ پایا جاتا ہے۔ اسی طرح دونوں سرحد سے گزرتے ہوئے، تیسرے خطے میں بھی آمدی موج کی نسبت سے کوئی خاص مقدار کی موج بطور ترسیلی موج پائی جاتی ہے جس کا مخصوص حیثہ اور دوری زاویہ پایا جاتا ہے۔ دوسرے خطے میں پہلی سرحد سے تازہ تر سیلی اور دوسرے خطے میں واپس انعکاسی امواج مل کر مخصوص حیثے اور دوری زاویے کی موج کو جنم دیتے ہیں جو پہلی سرحد سے دوسری سرحد کی جانب گامزن پائی جاتی ہے۔ اسی طرح دوسرے خطے میں دوسری سرحد سے تمام انعکاس پذیر امواج کا مجموعہ بطور انفرادی موج ابھرتا ہے جس کا مخصوص حیثہ اور دوری زاویہ ہوتا ہے۔ یوں برقرار صورت حال حاصل کرنے کے بعد کل پانچ عدد امواج پائے جاتے ہیں یعنی پہلے خطے میں آمدی اور انعکاسی موج، تیسرے خطے میں آمدی موج اور دوسرے خطے میں دائیں حرکت کرتی موج اور بائیں حرکت کرتی موج۔ آئیں ان پانچ عدد امواج کی مدد سے مسئلے کو حل کریں۔

3383

ہم تصور کرتے ہیں کہ تینوں خطے بے ضیاع، غیر مقناطیسی ہیں اور برقی میدان x سمت میں ہے۔ یوں دوسرے خطے میں دائیں اور بائیں جانب حرکت کرتے ہوئے امواج مل کر برقی میدان

$$E_{xs2} = E_{x20}^+ e^{-j\beta_2 z} + E_{x20}^- e^{j\beta_2 z} \quad (10.96)$$

پیدا کرتے ہیں جہاں $\beta_2 = \frac{\omega \sqrt{\epsilon R_2}}{c}$ ہے جبکہ E_{x20}^+ اور E_{x20}^- مخلوط مقدار ہیں۔ مقناطیسی میدان y سمت میں ہو گا۔ یوں مقناطیسی میدان

$$H_{ys2} = H_{y20}^+ e^{-j\beta_2 z} + H_{y20}^- e^{j\beta_2 z} \quad (10.97)$$

لکھا جائے گا۔ دوسرے خطے میں بائیں اور دائیں حرکت کرتے برقی امواج دوسری سرحد کے انعکاسی مستقل Γ_{23} سے وابستہ ہیں جہاں

$$\Gamma_{23} = \frac{\eta_3 - \eta_2}{\eta_3 + \eta_2} \quad (10.98)$$

کے برابر ہے۔ یوں

$$E_{x20}^- = \Gamma_{23} E_{x20}^+ \quad (10.99)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ مقناطیسی اجزاء کو یوں

$$H_{y20}^+ = \frac{E_{x20}^+}{\eta_2} \quad (10.100)$$

$$H_{y20}^- = -\frac{E_{x20}^-}{\eta_2} = -\frac{\Gamma_{23} E_{x20}^+}{\eta_2} \quad (10.101)$$

لکھا جاسکتا ہے۔

برقی میدان تقسیم مقناطیسی میدان کو **کاؤٹ موج** η_m کہا جاتا ہے۔

$$\eta_m(z) = \frac{E_{xs2}}{H_{ys2}} = \frac{E_{x20}^+ e^{-j\beta_2 z} + E_{x20}^- e^{j\beta_2 z}}{H_{y20}^+ e^{-j\beta_2 z} + H_{y20}^- e^{j\beta_2 z}} \quad (10.102)$$

مساوات 10.99 اور مساوات 10.100 استعمال کرتے ہوئے اسے

$$(10.103) \quad \eta_m(z) = \eta_2 \left[\frac{e^{-j\beta_2 z} + \Gamma_{23} e^{j\beta_2 z}}{e^{-j\beta_2 z} - \Gamma_{23} e^{j\beta_2 z}} \right]$$

لکھا جاسکتا ہے۔ مساوات 10.98 اور یولر مماثل⁷⁵ کے استعمال سے اسے یوں لکھا جاسکتا ہے۔

$$(10.104) \quad \eta_m(z) = \eta_2 \frac{\eta_3 \cos \beta_2 z - j\eta_2 \sin \beta_2 z}{\eta_2 \cos \beta_2 z - j\eta_3 \sin \beta_2 z}$$

مندرجہ بالا مساوات دوسرے خطے میں موج کی رکاوٹ دیتی ہے۔ اسے استعمال کرتے ہوئے پہلی سرحد پر کل انعکاسی موج حاصل کرتے ہیں۔ چونکہ سرحد پر متوازی برقی میدان E اور متوازی مقناطیسی میدان H ہموار ہیں لہذا

$$(10.105) \quad E_{xs1}^+ + E_{xs1}^- = E_{xs2} \quad (z = -l)$$

$$(10.106) \quad H_{ys1}^+ + H_{ys1}^- = H_{ys2} \quad (z = -l)$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ان مساوات کو

$$(10.107) \quad E_{x10}^+ + E_{x10}^- = E_{xs2} \quad (z = -l)$$

$$(10.108) \quad \frac{E_{x10}}{\eta_1} - \frac{E_{x10}^-}{\eta_1} = \frac{E_{xs2}}{\eta_m(-l)} \quad (z = -l)$$

لکھا⁷⁶ جاسکتا ہے جہاں پہلے خطے میں آمدی موج کا حیظ E_{x10}^+ اور مجموعی انعکاسی موج کو حیظ E_{x10}^- ہے۔ ان دونوں مساوات میں دائیں ہاتھ E_{xs2} کو جوں کا توں لکھا گیا ہے جبکہ $z = -l$ پر موج کے رکاوٹ کی قیمت استعمال کی گئی ہے۔ $z = -l$ پر موج کے رکاوٹ کو پہلی سرحد پر داخلی قدرتی رکاوٹ $\eta_{\text{داخلی}}$ لکھتے ہوئے مندرجہ بالا دو مساوات کو حل کرتے ہوئے E_{xs2} سے چھٹکارا حاصل کرتے ہیں۔ یوں

$$(10.109) \quad \frac{E_{x10}^-}{E_{x10}^+} = \Gamma = \frac{\eta_{\text{داخلی}} - \eta_1}{\eta_{\text{داخلی}} + \eta_1}$$

حاصل ہوتا ہے۔ پہلی سرحد پر داخلی قدرتی رکاوٹ مساوات 10.104 میں $z = -l$ پر کرنے سے

$$(10.110) \quad \eta_{\text{داخلی}} = \eta_2 \frac{\eta_3 \cos \beta_2 l + j\eta_2 \sin \beta_2 l}{\eta_2 \cos \beta_2 l + j\eta_3 \sin \beta_2 l}$$

حاصل ہوتا ہے۔

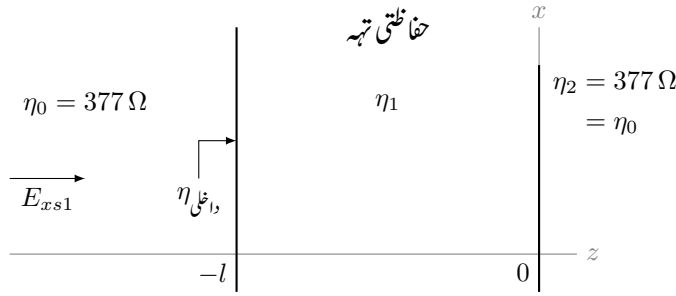
مساوات 10.109 اور مساوات 10.110 عمومی مساوات ہیں جن سے بے ضیاع، دو متوازی سرحد سے مجموعی انعکاسی موج کا حیظ اور دوری زاویہ حاصل کیے جاسکتے ہیں۔ پہلے خطے میں آمدی طاقت کا Γ^2 حصہ مجموعی انعکاسی طاقت ہوگا۔ آمدی طاقت کا $1 - \Gamma^2$ حصہ دوسرے خطے سے ہوتا ہوا تیسرے خطے میں ترسیل ہوگا۔ دوسرے خطے میں بائیں جانب سے جتنی طاقت داخل ہوتی ہے، اس سے اتنی ہی طاقت دائیں جانب خارج ہوتی ہے۔

مساوات 10.109 میں $\eta_{\text{داخلی}} = \eta_1$ کی صورت میں $\Gamma = 0$ حاصل ہوتا ہے جس سے انعکاسی طاقت صفر کے برابر ہو جاتی ہے۔ ایسی صورت میں تمام کی تمام آمدی طاقت تیسرے خطے میں داخل ہو پاتی ہے۔ ایسا معلوم ہوتا ہے جیسے دوسرا خطہ موجود ہی نہیں ہے۔ ایسی صورت میں ہم کہتے ہیں کہ داخلی قدرتی رکاوٹ اور پہلا خطہ ہم رکاوٹ⁷⁷ ہیں۔ ہم رکاوٹ صورت کئی طریقوں سے حاصل کرنا ممکن ہے۔

⁷⁵ Euler's identity

⁷⁶ ایسا اس لمحے لکھا جا سکتا ہے جب آمدی موج کا حیظ عین پہلی سرحد پر پایا جاتا ہو۔

⁷⁷ matched



شکل 10.11: ریڈار اینٹینا پر ایسی شفاف حفاظتی تہ چڑھائی جاتی ہے جو برقی و مقناطیسی امواج کو نہیں گھٹاتی۔

اگر پہلے اور تیسرے خطے کے قدرتی رکاوٹ برابر ہوں، یعنی $\eta_1 = \eta_3$ ہوں، تب $\beta_2 l = m\pi$ جہاں $m = 1, 2, 3, \dots$ ہو کی صورت میں مساوات 10.110 سے $\eta_{x1} = \eta_1$ حاصل ہوتا ہے۔ چونکہ $\beta_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}$ کے برابر ہے جہاں λ_2 دوسرے خطے میں طول موج ہے لہذا

$$\frac{2\pi}{\lambda_2} = m\pi$$

یا

$$l = \frac{m\lambda_2}{2} \quad (10.111)$$

درکار شرط ہے۔ مساوات 10.111 کے مطابق دوسرے خطے کی موٹائی دوسری خطے میں طول موج کی آدھی یا اس کے m گنا درکار ہے۔ ایسی صورت میں $\eta_{x1}^{392} = \eta_1$ حاصل ہوتا ہے۔ اس ترکیب سے ہم رکاوٹ صورت حال حاصل کرنے کو **نصف طول موج** ⁷⁸ کی ترکیب کہا جاتا ہے۔

نصف طول موج ترکیب سے تمام آمدی طاقت تیسرے خطے میں منتقل کی جاسکتی ہے۔ آمدی موج کی تعدد یعنی اس کی طول موج تبدیل کرنے سے ہم رکاوٹی شرط پوری نہیں ہو پاتی لہذا ایسی صورت میں مساوات 10.110 سے حاصل η_{x1} کی قیمت η_1 سے قدر مختلف ہوگی جس سے Γ صفر نہیں رہ پاتا۔ طول موج ³⁹⁶ جتنی زیادہ تبدیل کی جائے Γ کی قیمت اتنی زیادہ حاصل ہوتی ہے۔ ایسی صورت میں دوسر حدی جوڑ بطور **پٹی گزار فلٹر** ⁷⁹ کردار ادا کرتا ہے۔

آئیں دوسر حدی مسئلے کی حقیقی مثال پر غور کریں۔ ریڈار اینٹینا کو موسمی اثرات سے بچانے کی خاطر استعمال کئے جانے والی ایسی تہ کی بات کرتے ہیں جو ریڈار کے شعاعوں کے لئے بالکل شفاف ثابت ہوتی ہے۔ یہ تہ عموماً اینٹینا پر گنبد کی شکل میں ہوتی ہے۔ شکل 10.11 میں ریڈار اینٹینا $z = -l$ کے بائیں جانب خلاء میں ہے جبکہ $z = -l$ خطے میں حفاظتی تہ ہے۔ یوں $z = 0$ کے دائیں جانب خلاء ہے جس میں ریڈار اشارات بھیجتا ہے۔ خلاء کی قدرتی رکاوٹ 377Ω ہوتی ہے۔ ذوبرق کی بنی حفاظتی تہ کی موٹائی زیادہ نہیں رکھی جاتی تاکہ اس میں طاقت کا ضیاع کم سے کم ہو۔ حفاظتی تہ سے انعکاس قابل قبول نہیں چونکہ اس طرح ریڈار کے امواج واپس اینٹینا کی طرف لوٹیں گے۔ ہم چاہتے ہیں کہ اینٹینا، دائیں جانب کے پورے نظام کے لئے ہم رکاوٹی ہو۔ ایسا تب ہوگا جب $\eta_{x1} = \eta_2$ ہو یعنی

$$377 = \eta_1 \frac{377 + j\eta_1 \tan \beta_1 l}{\eta_1 + j377 \tan \beta_1 l}$$

یا

$$j377^2 \tan \beta_1 l = j\eta_1^2 \tan \beta_1 l$$

اب تمام غیر مقناطیسی اشیاء کی $377 < \eta_1$ ہے لہذا اس مساوات پر پورا صرف اس صورت اتر جاسکتا ہے جب $\beta_1 l = n\pi$ ہو۔ کم سے کم موٹائی یوں $n = 1$ کی صورت میں $l = \frac{\lambda_1}{2}$ یعنی $l = \frac{\pi}{\beta_1}$ حاصل ہوتی ہے۔ اگر ریڈار 10 GHz کی شعاعیں پیدا کرتا ہو تب ہم حفاظتی تہ کو کم ضیاع اور ہلکے وزن کے ایسے

پلاسٹک سے بنا سکتے ہیں جس کا $\epsilon_R = 2.25$ ہے۔ ہمیں تہہ کی موٹائی

$$l = \frac{\lambda_1}{2} = \frac{v_1}{2f_1} = \frac{3 \times 10^8}{2\sqrt{2.25} \times 10^{10}} = 1 \text{ cm}$$

رکھنی ہوگی۔

اگر 10 GHz پر چلنے والے ریڈار پر چڑھائی حفاظتی تہہ کی موٹائی 0.5 cm کر دی جائے تب $\beta_1 = 314.2$ اور $\eta_1 = 251.33$ لیتے ہوئے

$$\eta_{\text{داخلی}} = 251.33 \times \frac{377 + j251.33 \tan(314.2 \times 0.005)}{251.33 + j377 \tan(314.2 \times 0.005)} \\ \approx 167.6 \Omega$$

ہوگی۔ یوں شرح انعکاس

$$\Gamma = \frac{167.6 - 377}{167.6 + 377} = -0.3845$$

ہوگا اور انعکاسی طاقت کی فی صد شرح

$$\frac{\left(\frac{E_{x10}^-}{2\eta_0}\right)^2}{\left(\frac{E_{x10}^+}{2\eta_0}\right)^2} \times 100 = |\Gamma|^2 \times 100 = 14.78 \%$$

ہوگی۔

مشق 10.7: دو خطے آپس میں $z = 0$ پر ملتے ہیں۔ سرحد کے بائیں جانب پہلا خطہ ہے جس کے مستقل $\epsilon_{R1} = 5$ ، $\mu_{R1} = 1$ اور $\sigma_1 = 0$ ہیں۔ دوسری جانب مستقل $\epsilon_{R2} = 2$ ، $\mu_{R2} = 10$ اور $\sigma_2 = 0$ ہیں۔ پہلے خطے میں s حاصل کریں۔ دوسرے خطے میں s حاصل کریں اور آخر میں $z = -0.6 \text{ cm}$ پر، $\eta_{\text{داخلی}}$ حاصل کریں۔

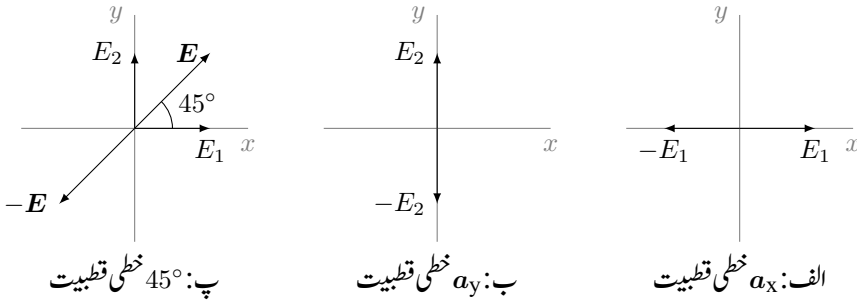
جوابات: 1 ، 5 اور $-61.8^\circ/86.9$

10.8 خطی، بیضوی اور دائری تقطیب

اس حصے میں **تقطیب موج**⁸⁰ پر غور کیا جائے گا۔ خطی تقطیب اور بیضوی تقطیب کے بعد دائری تقطیب پر تبصرہ کیا جائے گا۔

اب تک اٹل سمت کے امواج پر غور کیا گیا۔ یوں a_z جانب حرکت کرتا a_x سمت کا میدان

$$E_x = E_{x0} \cos(\omega t - \beta z) \quad (10.112)$$



شکل 10.12: خطی، دائری اور بیضوی قطبیت۔

لکھا گیا۔ یہ مساوات خطی تقطیب کی مثال ہے جہاں میدان تمام اوقات صرف x سمت میں پایا جاتا ہے۔ عموماً a_z جانب حرکت کرتے موج میں a_x کے علاوہ a_y جزو بھی پایا جائے گا۔ ایسی صورت میں موج کے اجزاء

$$\begin{aligned} E_x &= E_1 \cos(\omega t - \beta z) \\ E_y &= E_2 \cos(\omega t - \beta z - \delta) \end{aligned} \quad (10.113)$$

ہو سکتے ہیں جہاں دونوں اجزاء کے حیطے مختلف ممکن ہیں جبکہ ان میں زاویائی فاصلہ δ بھی پایا جاسکتا ہے۔ ان اجزاء کا مجموعہ

$$E = E_1 \cos(\omega t - \beta z) a_x + E_2 \cos(\omega t - \beta z - \delta) a_y \quad (10.114)$$

ایسی موج کو ظاہر کرے گا۔ یہ مساوات غور طلب ہے۔ آئیں خلاء میں کسی بھی اٹل نقطے پر وقت تبدیل ہونے سے ایسی میدان پر غور کریں۔ ہم خلاء میں $z = 0$ کو اٹل نقطہ لیتے ہوئے میدان حاصل کرتے ہیں۔

اگر $E_2 = 0$ ہو تب وقت t کے تبدیلی سے میدان کی قیمت $E_1 a_x - E_1 a_x + E_1 a_x$ تبدیل ہوتی ہے۔ اس میدان کو تمام t کے لئے شکل 10.12-الف میں دکھایا گیا ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ میدان کی نوک $E_1 - E_1 + E_1$ خطی لکیر پر رہتی ہے۔ اسی حقیقت سے ایسے موج کی قطبیت کو **خطی قطبیت**⁸¹ کہتے ہیں۔ یہ موج a_x سمت میں خطی قطبیت رکھتی ہے۔ اس کے برعکس اگر مساوات 10.114 میں $E_1 = 0$ ہو تب یہ a_y خطی قطبیت کی موج ہوگی جسے شکل 10.12-ب میں دکھایا گیا ہے۔ اگر $E_1 = E_2 = E$ اور $\delta = 0$ ہوں تب بھی خطی قطبیت کی موج حاصل ہوتی ہے البتہ یہ موج افقی محدود کے ساتھ 45° کا زاویہ بناتی ہے۔ شکل 10.12-پ میں اس موج کو دکھایا گیا ہے۔

آئیں اب ذرہ دلچسپ صورت حال دیکھیں۔ نقطہ $z = 0$ پر مساوات 10.113

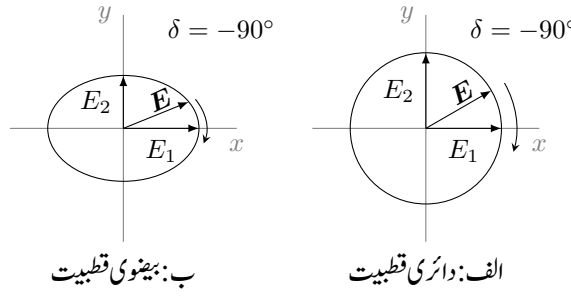
$$\begin{aligned} E_x &= E_1 \cos \omega t \\ E_y &= E_2 \cos(\omega t - \delta) \end{aligned} \quad (10.115)$$

صورت اختیار کر لیتے ہیں جس میں E_y کو

$$E_y = E_2 (\cos \omega t \cos \delta + \sin \omega t \sin \delta)$$

لکھنا ممکن ہے۔ اس مساوات میں، E_x کی مساوات استعمال کرتے ہوئے، $\cos \omega t = \frac{E_x}{E_1}$ اور $\sin \omega t = \sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{E_1}\right)^2}$ پر کر کے

$$E_y = E_2 \left[\frac{E_x}{E_1} \cos \delta + \sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{E_1}\right)^2} \sin \delta \right]$$



شکل 10.13: دائری اور بیضوی قطبیت۔

ملتا ہے جسے

$$(10.116) \quad \frac{E_x^2}{E_1^2} - 2 \frac{E_x E_y}{E_1 E_2} \cos \delta + \frac{E_y^2}{E_2^2} = \sin^2 \delta$$

یا

$$(10.117) \quad aE_x^2 - bE_x E_y + cE_y^2 = 1$$

لکھا جاسکتا ہے جہاں

$$(10.118) \quad a = \frac{1}{E_1^2 \sin^2 \delta} \quad b = \frac{2 \cos \delta}{E_1 E_2 \sin^2 \delta} \quad c = \frac{1}{E_2^2 \sin^2 \delta}$$

لئے گئے ہیں۔ مساوات 10.117 **بیضوی قطبیت**⁸² کی عمومی مساوات ہے۔

3413

مساوات 10.116 میں $E_1 = E_2 = E_0$ اور $\delta = \mp 90^\circ$ کی صورت میں

$$(10.119) \quad E_x^2 + E_y^2 = E_0^2$$

حاصل ہوتا ہے جو دائرے کی مساوات ہے اور جسے شکل 10.13-الف میں دکھایا گیا ہے۔ شکل میں E_1 اور E_2 بھی ظاہر کئے گئے ہیں جن کی لمبائی برابر ہے۔ مساوات 10.115 سے $\delta = +90^\circ$ کی صورت میں $\omega t = 0$ پر

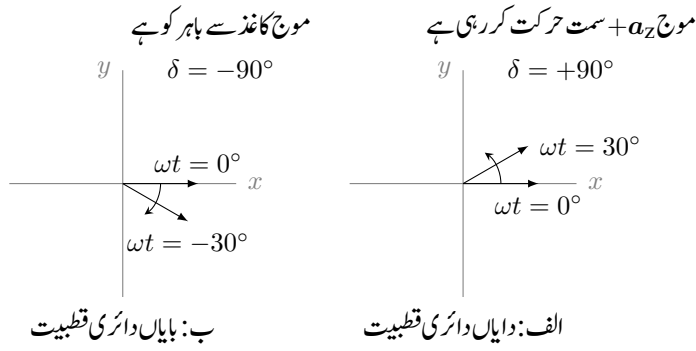
$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \cos 0 = E_0 \\ E_y &= E_0 \cos(0 - 90^\circ) = 0 \quad (\delta = +90^\circ) \end{aligned}$$

حاصل ہوتے ہیں جبکہ کچھ ہی لمحے بعد $\omega t = 30^\circ$ کی صورت میں

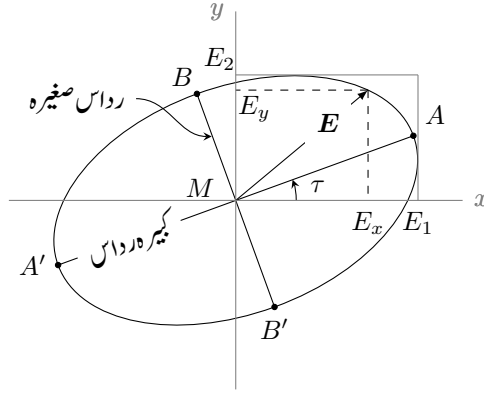
$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \cos 30^\circ = 0.866 E_0 \\ E_y &= E_0 \cos(30^\circ - 90^\circ) = 0.5 E_0 \quad (\delta = +90^\circ) \end{aligned}$$

حاصل ہوتا ہے۔ شکل 10.14-الف میں دونوں اوقات پر موج دکھائی گئی ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ بڑھتے وقت کے ساتھ میدان کی نوک دائرے پر گھڑی کے اہل سمت میں حرکت کرتی ہے۔ اس شکل میں موج کے حرکت کی سمت a_z کاغذ سے باہر کو ہے۔ اگر دائیں ہاتھ کے انگوٹھے کو موج کے حرکت کی سمت میں رکھا جائے تو اس ہاتھ کی بقایا چار انگلیاں دائرے پر میدان کی نوک کی حرکت کا سمت دیتی ہیں۔ یوں $\delta = +90^\circ$ کی صورت میں مساوات 10.119 **دائری قطبیت**⁸³ کی موج کو ظاہر کرتا ہے۔

3417



شکل 10.14: دائیں ہاتھ اور بائیں ہاتھ کی دائری قطبیت۔



شکل 10.15: عمومی بیضوی قطبیت۔

اسی طرح $\delta = -90^\circ$ کی صورت میں **بائیں دائری قطبیت**⁸⁴ حاصل ہوتی ہے جسے شکل 10.14-ب میں دکھایا گیا ہے۔

دائیں ہاتھ قطبی موج سے مراد وہ موج ہے جو آپ کی طرف حرکت کرتے ہوئے آپ کو دائیں ہاتھ گھومتی نظر آئے۔ کسی موج کی قطبیت سے مراد وہ قطبیت ہے جو دیکھنے والے کی طرف حرکت کرتی موج کی قطبیت ہوگی۔

جہاں بھی غلطی کی گنجائش ہو وہاں بہتر ہوتا ہے کہ قطبیت کا ذکر کرتے وقت حرکت کی سمت کا بھی ذکر کیا جائے۔

مساوات 10.116 میں $E_1 \neq E_2$ کی صورت میں بیضوی موج حاصل ہوتی ہے جسے شکل 10.13-ب میں دکھایا گیا ہے۔

شکل 10.15 میں مساوات 10.117 کی عمومی شکل دکھائی گئی ہے۔ اس شکل میں **ترخیم**⁸⁵ افقی محدود کے ساتھ τ زاویہ بناتا ہے لہذا یہ τ زاویے کی بیضوی قطبیت کو ظاہر کرتی ہے۔

10.9 بیضوی یا دائری قطبی امواج کا پوئٹنگ سمتیہ

کسی بھی موج کی اوسط طاقت مساوات 10.56

$$\mathcal{P}_{\text{حقیقی}} = \frac{1}{2} [E_s \times H_s^*]$$

left circular polarization⁸⁴
ellipse⁸⁵

سے حاصل کی جاسکتی ہے۔ شکل 10.15 کے عمومی بیضوی قطبی موج کے x اور y اجزاء

$$(10.120) \quad E_{sx} = E_1 e^{j(\omega t - \beta z)}$$

$$(10.121) \quad E_{sy} = E_2 e^{j(\omega t - \beta z + \delta)}$$

میں δ زاویائی فرق پایا جاتا ہے۔ کسی بھی نقطے پر کل برقی میدان ان اجزاء کا سمتی مجموعہ ہوگا جسے نقطہ $z = 0$ پر

$$(10.122) \quad \mathbf{E}_s = \mathbf{a}_x E_1 e^{j\omega t} + \mathbf{a}_y E_2 e^{j(\omega t + \delta)}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ چونکہ

$$\frac{\mathbf{E}}{H} = \eta = |\eta| e^{j\theta_\eta}$$

ہوتا ہے لہذا مساوات 10.120 کی جوڑی مقناطیسی موج

$$H_{sy} = \frac{E_{sx}}{|\eta|} e^{-j\theta_\eta} = \frac{E_1}{|\eta|} e^{j(\omega t - \beta z - \theta_\eta)} = H_1 e^{j(\omega t - \beta z - \theta_\eta)}$$

ہوگی۔ اسی طرح مساوات 10.121 کی جوڑی

$$(10.123) \quad H_{sx} = -H_2 e^{j(\omega t - \beta z + \delta - \theta_\eta)}$$

ہوگی۔ کسی بھی نقطے پر مقناطیسی میدان ان اجزاء کا سمتی مجموعہ ہوگا جسے نقطہ $z = 0$ پر

$$(10.124) \quad \mathbf{H}_s = -\mathbf{a}_x H_2 e^{j(\omega t + \delta - \theta_\eta)} + \mathbf{a}_y H_1 e^{j(\omega t - \theta_\eta)}$$

لکھا جاسکتا ہے۔ ہوگا۔ جوڑی دار مخلوط \mathbf{H}_s کی قیمت مندرجہ بالا مساوات میں مثبت z کو منفی اور منفی z کو مثبت لکھ کر حاصل ہوتا ہے یعنی

$$(10.125) \quad \mathbf{H}_s^* = -\mathbf{a}_x H_2 e^{-j(\omega t + \delta - \theta_\eta)} + \mathbf{a}_y H_1 e^{-j(\omega t - \theta_\eta)}$$

مخلوط پوٹننگ سمتیہ سے اوسط طاقت

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{اوسط}} &= \frac{1}{2} \left[\left(\mathbf{a}_x E_1 e^{j\omega t} + \mathbf{a}_y E_2 e^{j(\omega t + \delta)} \right) \times \left(-\mathbf{a}_x H_2 e^{-j(\omega t + \delta - \theta_\eta)} + \mathbf{a}_y H_1 e^{-j(\omega t - \theta_\eta)} \right) \right]_{\text{حقیقی}} \\ &= \frac{1}{2} \mathbf{a}_z \left[E_1 H_1 e^{j\theta_\eta} + E_2 H_2 e^{j\theta_\eta} \right]_{\text{حقیقی}} \end{aligned}$$

یعنی

$$(10.126) \quad \mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{1}{2} \mathbf{a}_z (E_1 H_1 + E_2 H_2) \cos \theta_\eta$$

حاصل ہوتی ہے۔ آپ دیکھ سکتے ہیں کہ طاقت δ پر بالکل منحصر نہیں ہے۔

بے ضیاع خطے میں برقی اور مقناطیسی میدان ہم قدم ہوتے ہیں۔ ان میں $\eta_0 = \frac{E_1}{H_1} = \frac{E_2}{H_2}$ کے برابر ہوتا ہے جہاں حقیقی قدرتی رکاوٹ کا زاویہ $\theta_\eta = 0$ ہے۔ ایسے خطے میں

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{اوسط}} &= \frac{1}{2} \mathbf{a}_z (E_1 H_1 + E_2 H_2) \\ (10.127) \quad &= \frac{1}{2} \mathbf{a}_z (H_1^2 + H_2^2) \eta_0 = \frac{1}{2} \mathbf{a}_z H^2 \eta_0 \end{aligned}$$

ہوگا جہاں $H = \sqrt{H_1^2 + H_2^2}$ کے برابر ہے۔ اس مساوات کو

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{اوسط}} &= \frac{1}{2} \mathbf{a}_z (E_1 H_1 + E_2 H_2) \\ (10.128) \quad &= \frac{1}{2} \mathbf{a}_z \frac{E_1^2 + E_2^2}{\eta_0} = \frac{1}{2} \mathbf{a}_z \frac{E^2}{\eta_0} \end{aligned}$$

بھی لکھا جاسکتا ہے جہاں $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$ کے برابر ہے۔

3427

مثال 10.7: خلاء میں بیضوی قطبی موج کے اجزاء

$$\begin{aligned} E_x &= 2 \cos(\omega t - \beta z) \\ E_y &= 3 \cos(\omega t - \beta z + 75^\circ) \end{aligned}$$

وولٹ فی میٹر ہیں۔ موج کی فی مربع میٹر اوسط طاقت دریافت کریں۔

3428

حل: خالی خلاء کی قدرتی رکاوٹ $\eta = 120\pi$ لیتے ہوئے مساوات 10.128 سے

$$\mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{1}{2} \frac{2^2 + 3^2}{120\pi} = 17.24 \frac{\text{mW}}{\text{m}^2}$$

حاصل ہوتا ہے۔

3429

3430

سوال 10.1: خالی خلاء میں a_z سمت میں حرکت کرتی، 600 MHz تعدد کے مستوی برقی موج E کی چوٹی لمحہ $t = 1 \text{ ns}$ پر $z = 0.3 \text{ m}$ پر پائی جاتی ہے۔ یہ چوٹی $310 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ کے برابر ہے۔ الف) برقی میدان a_x سمت میں ہونے کی صورت میں سائن نما E اور H امواج کے مساوات لکھیں۔ ب) میدان سمتیہ $5a_x - 2a_y$ کی سمت میں ہونے کی صورت میں سائن نما E_s اور H_s امواج کی مساوات لکھیں۔

جواب: $H = \frac{31}{12\pi} a_y \cos(12\pi \times 10^8 t - 4\pi z)$ ، $E = 310 a_x \cos(12\pi \times 10^8 t - 4\pi z)$ ،
 $H_s = \frac{31}{12\pi} \left[\frac{2}{\sqrt{29}} a_x + \frac{5}{\sqrt{29}} a_y \right] e^{-j4\pi z}$ ، $E_s = 310 \left[\frac{5}{\sqrt{29}} a_x - \frac{2}{\sqrt{29}} a_y \right] e^{-j4\pi z}$

سوال 10.2: خالی خلاء میں نقطہ $N(3, -2, 5)$ پر a_z جانب حرکت کرتی، 200 MHz تعدد کے برقی میدان کی سائن نما مستوی موج کی چوٹی لمحہ $t = 0$ پر $E_0 = 150a_x + 210a_y \frac{\text{V}}{\text{m}}$ پائی جاتی ہے۔ الف) λ ، β ، a_E ، a_H ، H_0 اور مقناطیسی موج H_s حاصل کریں۔ ب) لمحہ $t = 0$ پر نقطہ N پر برقی میدان کی شدت حاصل کریں۔ پ) لمحہ $t = 1.5 \text{ ns}$ پر نقطہ N پر برقی میدان کی شدت حاصل کریں۔ ت) نقطہ $P(5, 3, 7)$ پر لمحہ $t = 2 \text{ ns}$ پر برقی میدان کی شدت حاصل کریں۔

جوابات: $\lambda = \frac{3}{2} \text{ m}$ ، $\beta = 4.2 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ ، $a_E = 0.51a_x + 0.86a_y$ ، $a_H = -0.86a_x + 0.51a_y$ ،
 $H_0 = 0.7733 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ ، $H_s = 0.7733(-0.86a_x + 0.51a_y)e^{-j4.2z}$ ، $266 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ، $-90 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ، $292 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

سوال 10.3: خالی خلاء میں مستوی موج $E_s = E_0 e^{-j6z}$ دی گئی ہے۔ الف) موج کی تعدد ω حاصل کریں۔ ب) برقی میدان کا محیط بالترتیب $E_0 = (5 + j10)a_x + 50a_x$ اور $E_0 = 50a_x + 80a_y$ ، $E_0 = (30/45^\circ)a_x$ ہونے کی صورت میں لمحہ $t = 0$ پر نقطہ $N(0, 0, 0)$ پر $|E|$ حاصل کریں۔

جوابات: $1.8 \frac{\text{Grad}}{\text{s}}$ ، $50 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ، $11.18 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ، $94.3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ، $11.18 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ، $21.2 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

سوال 10.4: خالی خلاء میں 350 MHz تعدد کی مستوی موج $E_s = (5 + j2)(3a_x - j4a_y)e^{j\beta z} \frac{\text{V}}{\text{m}}$ پائی جاتی ہے۔ λ اور β کی قیمتیں دریافت کریں۔ لمحہ $t = 1.4 \text{ ns}$ پر نقطہ $z = 40 \text{ cm}$ پر E حاصل کریں۔ موج کا محیط حاصل کریں۔

جواب: $\lambda = \frac{6}{7} \text{ m}$ ، $\beta = \frac{7\pi}{3} \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ ، $E(z = 40 \text{ cm}, t = 1.4 \text{ ns}) = 13.96a_x - 10.84a_y \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ، $|E|_{\text{بلندتر}} = 26.9 \frac{\text{V}}{\text{m}}$

سوال 10.5: ایسا خط جس کے مستقل $\mu_R = 1$ ، $\epsilon_R = 4.4$ اور $\sigma = 0$ ہیں میں بڑھتے x محدود کی جانب حرکت کرتی، 250 MHz تعدد کی مستوی برقی موج پائی جاتی ہے۔ برقی میدان a_y سمت میں ہے۔ مندرجہ ذیل حاصل کریں۔ η ، λ ، β ، v_p ، H_s اور $\mathcal{P}_{\text{اوسط}}$ ؛

جوابات: $\eta = 179.6 \Omega$ ، $\lambda = 57.2 \text{ cm}$ ، $\beta = 10.99 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ ، $v_p = 1.429 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ، $E_s = E_0 e^{-j10.99x} a_y \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ،
 $\mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{E_0^2}{359.2} a_x \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ ، $H_s = \frac{E_0}{179.6} e^{-j10.99x} a_z \frac{\text{A}}{\text{m}}$

سوال 10.6: مستوی برقی موج $E = E_0 e^{-\alpha z} \sin(\omega t - \beta z) a_y \frac{\text{V}}{\text{m}}$ اور $\eta = |\eta_0| e^{j\phi}$ دئے گئے ہیں۔ الف) دوری سمتیات E_s اور H_s حاصل کریں۔ ب) $\mathcal{P}_{\text{اوسط}}$ حاصل کریں۔

جوابات: $\mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{E_0^2}{2|\eta_0|} e^{-2\alpha z} \cos \phi a_z \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ ، $H_s = -\frac{E_0}{|\eta_0|} e^{-\alpha z} e^{-j(\beta z + \pi + \phi)} a_x \frac{\text{A}}{\text{m}}$ ، $E_s = E_0 e^{-\alpha z} e^{-j(\beta z + \pi)} a_y \frac{\text{V}}{\text{m}}$

سوال 10.7: خالی خلاء میں $E = (30a_y + 22a_z) \cos(\omega t - 60x) \frac{V}{m}$ پایا جاتا ہے۔ الف) λ اور ω حاصل کریں۔ ب) دوری سمتیت E_s اور H_s لکھیں۔ پ) اوسط \mathcal{P} حاصل کریں۔

3460

جوابات: $\lambda = \frac{\pi}{30} m$ ، $\omega = 1.8 \times 10^{10} \frac{rad}{s}$ ، $E_s = (30a_y + 22a_z)e^{-j60x} \frac{V}{m}$ ، $\mathcal{P}_{اوسط} = \frac{173}{30\pi} a_x \frac{W}{m^2}$ ، $H_s = \frac{1}{120\pi} (-22a_y + 30a_z)e^{-j60x} \frac{A}{m}$

3461

3462

سوال 10.8: مستوی مقناطیسی موج کا دوری سمتیہ $H_s = (5a_x + j4a_z)e^{j20y} \frac{V}{m}$ اور تعدد 200 MHz ہے۔ برقی موج کا زیادہ سے زیادہ جیٹھ $1200 \frac{V}{m}$ ہے۔ حاصل کریں β ، λ ، η ، v_p ، ϵ_R ، μ_R اور $H(x, y, z, t)$:

3464

جوابات: $\beta = 20 \frac{rad}{m}$ ، $\lambda = \frac{\pi}{10} m$ ، $\eta = 187.4 \Omega$ ، $v_p = 6.28 \times 10^7 \frac{m}{s}$ ، $\epsilon_R = 9.6$ ، $\mu_R = 2.4$ ، $H_s = 5 \cos(2\pi \times 200 \times 10^6 t + 20y)a_x - 4 \sin(2\pi \times 200 \times 10^6 t + 20y)a_z \frac{A}{m}$

3466

سوال 10.9: میدان $E(y, t) = 700 \cos(2.5 \times 10^7 t - \beta y)a_x \frac{V}{m}$ اور $H(y, t) = 1.5 \cos(2.5 \times 10^7 t - \beta y)a_y \frac{A}{m}$ مستوی موج کو ظاہر کرتے ہیں۔ یہ موج $1.7 \times 10^8 \frac{m}{s}$ رفتار سے حرکت کر رہی ہے۔ حاصل کریں β ، λ ، η ، ϵ_R اور μ_R :

3468

جوابات: $\beta = 0.147 \frac{rad}{m}$ ، $\lambda = 42.7 m$ ، $\eta = 467 \Omega$ ، $\epsilon_R = 1.4$ ، $\mu_R = 2.2$

3469

سوال 10.10: بے ضیاع خطے کے مستقل $\mu_R = 1.2$ اور $\epsilon_R = 5.4$ ہیں۔ لمحہ $t = 10 ns$ پر نقطہ $N(2, 0.5, 1.5)$ پہ 15 MHz تعدد اور $E(x, y, z, t)$ ، E_0 ، η ، v_p ، λ ، β حاصل کریں۔ سمت میں حرکت کر رہی ہے۔ حاصل کریں a_y کی خطی قطبی موج $E_z = 0$ ، $E_y = 0$ ، $E_x = 350 \frac{V}{m}$:

3472

جوابات: $\beta = 0.25\pi \frac{rad}{m}$ ، $\lambda = 7.85 m$ ، $v_p = 1.18 \times 10^8 \frac{m}{s}$ ، $\eta = 178 \Omega$ ، $E_0 = 408.6 \frac{V}{m}$ ، $E(x, y, z, t) = 408.6 \cos(3\pi \times 10^7 t - 0.25\pi y)a_x$

3474

سوال 10.11: خطی قطبی موج $E_s = (E_{y0}a_y + E_{z0}a_z)e^{\alpha x}e^{j\beta x} \frac{V}{m}$ ایسے ضیاع کار خطے میں پائی جاتی ہے جہاں $\eta = |\eta_0|e^{j\phi}$ ہے۔ H_s ، $E(x, y, z, t)$ اور اوسط \mathcal{P} کے مساوات لکھیں۔

3476

جوابات: $E_s = (E_{y0}a_y + E_{z0}a_z)e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x) \frac{V}{m}$ ، $H_s = \frac{1}{|\eta_0|} (E_{z0}a_y - E_{y0}a_z)e^{\alpha x}e^{j(\beta x - \phi)} \frac{A}{m}$ ، $\mathcal{P}_{اوسط} = \frac{1}{2|\eta_0|} (E_{y0}^2 + E_{z0}^2)e^{2\alpha x} \cos \phi a_x \frac{W}{m^2}$ ، $H(x, y, z, t) = \frac{1}{|\eta_0|} (E_{z0}a_y - E_{y0}a_z)e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x - \phi) \frac{A}{m}$ ،

سوال 10.12: کامل موصل سے بنی $\rho = 5 mm$ اور $\rho = 12 mm$ رداس کے نلکیوں کا محور z محدود ہے۔ دونوں نلکیوں کے درمیان ذوبرق کے مستقل $\epsilon_R = 3.2$ اور $\mu_R = 1$ ہیں۔ اس ذوبرق میں میدان $E = \frac{1200}{\rho} \cos(\omega t - 5z)a_\rho \frac{V}{m}$ پایا جاتا ہے۔ الف) میکس ویل کے مساوات استعمال کرتے ہوئے ω حاصل کریں۔ ب) H کی مساوات حاصل کریں۔ پ) \mathcal{P} اور اوسط \mathcal{P} حاصل کریں۔ ت) دونوں نلکیوں کے درمیانی خطے میں a_z جانب کتنی طاقت منتقل ہو رہی ہے۔

3482

جوابات: $\omega = 8.38 \times 10^8 \frac{rad}{s}$ ، $H = \frac{5.7}{\rho} \cos(8.38 \times 10^8 t - 5z)a_\phi \frac{A}{m}$ ، $\mathcal{P}_{اوسط} = \frac{3418.6}{\rho^2} \frac{W}{m^2}$ ، $\mathcal{P} = \frac{6837}{\rho^2} \cos^2(8.38 \times 10^8 t - 5z)a_z \frac{W}{m^2}$ ، $2.5 MW$

3483

3484

سوال 10.13: کروی محدود میں $E_s = \frac{60}{r} \sin \theta e^{-j2r}a_\theta \frac{V}{m}$ اور $H_s = \frac{1}{4\pi r} \sin \theta e^{-j2r}a_\phi \frac{A}{m}$ دیے گئے ہیں۔ الف) اوسط \mathcal{P} حاصل کریں۔ ب) رداس $r = 5 cm$ پر $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ ، $0 < \phi < 2\pi$ سے خارج طاقت حاصل کریں۔

3486

جوابات: $\mathcal{P}_{اوسط} = \frac{15 \sin^2 \theta}{2\pi r^2} a_r \frac{W}{m^2}$ ، $3.13 W$

3487

سوال 10.14: 12 GHz تعدد پر ایک فیرائٹ کے مستقل $\mu_R = 5$ ، $\epsilon_R = 8$ اور $\sigma = 15 \frac{\text{mS}}{\text{m}}$ ہیں۔ آپ سے گزارش ہے کہ α ، β ، λ اور η حاصل کریں۔

3489

جوابات: $\eta = 297.83 + j0.418 \Omega$ ، $\lambda = 3.95 \text{ mm}$ ، $v = 4.74 \times 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ، $\beta = 1590 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ ، $\alpha = 2.23 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$

سوال 10.15: ایسے خطے کے مستقل μ_R ، ϵ_R اور σ حاصل کریں جس میں 100 MHz تعدد پر طول موج 1 m، قدرتی رکاوٹ کی حتمی قیمت 200Ω اور تضعیفی مستقل $2 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$ ہو۔

3492

جوابات: $\sigma = 19.06 \frac{\text{mS}}{\text{m}}$ ، $\epsilon_R = 4.84$ ، $\mu_R = 1.67$

3493

سوال 10.16: 330 MHz تعدد کی مستوی موج ایسے غیر مقناطیسی خطے میں حرکت کر رہی ہے جس کے مستقل $\epsilon_R = 2.8$ اور $\sigma = 3.6 \times 10^{-4} \frac{\text{S}}{\text{m}}$ ہیں۔ (الف) اس خطے کی σ حاصل کریں۔ (ب) α ، β اور λ حاصل کریں۔ (پ) موج کی چوٹی کتنا فاصلہ طے کرنے کے بعد آدھی رہ جائے گی؟ (ت) موج کی طاقت کتنا فاصلہ طے کرنے کے بعد آدھا رہ جائے گا؟ (ث) کتنے فاصلے پر موج کے زاویے میں 30° تبدیلی رونما ہوگی؟

3496

جوابات: $\sigma = 1.85 \times 10^{-5} \frac{\text{S}}{\text{m}}$ ، $\alpha = 0.04 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$ ، $\beta = 11.57 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ ، $\lambda = 0.54 \text{ m}$ ، $\beta = 11.57 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$ ، $\alpha = 0.04 \frac{\text{Np}}{\text{m}}$ ، $\sigma = 1.85 \times 10^{-5} \frac{\text{S}}{\text{m}}$

3497

سوال 10.17: کپیسٹر C میں طاقت کے ضیاع کو کپیسٹر کے متوازی مزاحمت R سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ایسے متوازی دور کی برقی رکاوٹ Z ہے۔ برقی رکاوٹ کے زاویہ θ کا کوسائن، یعنی $\cos \theta$ ، جزو ضربی طاقت کہلاتا ہے جبکہ کپیسٹر کی خاصیت Q سے مراد ωRC ہے۔ متوازی چادر کپیسٹر جس کے مستقل σ ، ϵ اور μ ہیں کے جزو ضربی طاقت اور Q کے مساوات کو مماس ضیاع $\frac{\sigma}{\omega \epsilon}$ استعمال کرتے ہوئے لکھیں۔

3500

جوابات: $Q = \left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^{-1}$ ، $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)^{-2}}}$

3501

سوال 10.18: تانبے کی ہم محوری تار کے اندرونی تار کا رداس 5 mm اور بیرونی تار کا اندرونی رداس 8 mm ہیں۔ دونوں تار گہرائی جلد δ سے بہت زیادہ موٹائی رکھتے ہیں جبکہ ذو برق بے ضیاع ہے۔ 550 MHz تعدد پر فی میٹر اندرونی تار، فی میٹر بیرونی تار اور فی میٹر مکمل ترسیلی تار کی مزاحمت دریافت کریں۔ تانبے کے مستقل کتاب کے آخر میں جدول 15.1 سے حاصل کئے جاسکتے ہیں۔

3504

جوابات: $316 \frac{\text{m}\Omega}{\text{m}}$ ، $122 \frac{\text{m}\Omega}{\text{m}}$ ، $195 \frac{\text{m}\Omega}{\text{m}}$

3505

سوال 10.19: المونیم سے نلکی نمائار بنائی جاتی ہے جس کا اندرونی رداس 5 mm اور بیرونی رداس 6 mm ہیں۔ ایک کلو میٹر تار کی مزاحمت مندرجہ ذیل تعدد پر حاصل کریں۔ (الف) ایک سمتی رو۔ (ب) 30 MHz (پ) 1.2 GHz

3507

جوابات: 295Ω ، 46.7Ω ، $758 \text{ m}\Omega$

3508

سوال 10.20: کھانا جلد گرم کرنے کی خاطر عموماً برقی **خرد موج چولہا**⁸⁶ (مائیکرو ویو اون) استعمال کیا جاتا ہے جو عموماً 2.45 GHz کے تعدد پر کام کرتا ہے۔ اس چولہے کے دیوار سٹینلس سٹیل کے بنے ہوتے ہیں۔ سٹینلس سٹیل کے مستقل $\sigma = 1.1 \times 10^6 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ اور $\mu_R = 1$ ، $\epsilon_R = 1$ لیتے ہوئے گہرائی جلد δ حاصل کریں۔ سٹینلس سٹیل چادر کی سطح پر $E_s = 64/0^\circ \frac{\text{V}}{\text{m}}$ لیتے ہوئے چادر کے اندر میدان کی مساوات لکھیں۔

3511

جوابات: $E_s(z) = 64e^{-1.03 \times 10^{-7} z(1+j)} \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ، $\delta = 9.69 \mu\text{m}$

3512

سوال 10.21: ایک غیر مقناطیسی موصل میں رفتار موج $4.5 \times 10^5 \frac{m}{s}$ اور طول موج 0.25 mm ہے۔ تعدد f ، گہرائی جلد δ اور موصل کی موصلیت σ حاصل کریں۔

3514

جوابات: $\sigma = 8.89 \times 10^4 \frac{S}{m}$ ، $\delta = 39.8 \mu m$ ، $f = 1.8 \text{ GHz}$

3515

سوال 10.22: برقی موج $E = \frac{270}{r} \sin \theta \cos[\omega(t - \frac{r}{c})] a_\theta \frac{V}{m}$ دی گئی ہے۔ رداس r کے کرہ سے کتنی طاقت خارج ہو رہی ہے۔

3516

جواب: 810 W

3517

سوال 10.23: برقی موج $E_s = 3a_x - 5a_y + 2a_z \frac{kV}{m}$ اور مقناطیسی موج $H_s = 14a_x + 13a_y - 16a_z \frac{A}{m}$ ہیں۔ (الف) حرکت موج کی سمت میں اکائی سمتیہ حاصل کریں۔ (ب) موج کی اوسط کثافت طاقت حاصل کریں۔ (پ) $\mu_R = 1$ کی صورت میں ϵ_R حاصل کریں۔

3519

جوابات: $\epsilon_R = 2.32$ ، $71.7 \frac{kW}{m^2}$ ، $a = 0.38a_x + 0.53a_y + 0.76a_z$

3520

سوال 10.24: ضیاع کار خطہ $x < 0$ کے مستقل $\epsilon_R = 1$ ، $\mu_R = 1$ اور $\sigma = 1500 \frac{S}{m}$ ہیں جبکہ $x > 0$ خالی خلاء ہے۔ خلاء میں نقطہ $N(0^+, 0, 0)$ پر مقناطیسی میدان $H = 300 \cos 5 \times 10^8 t a_y \frac{A}{m}$ پایا جاتا ہے۔ (الف) نقطہ $(0^-, 0, 0)$ پر H حاصل کریں۔ (ب) خالی خلاء میں a_z سمت حرکت کرتی موج تصور کرتے ہوئے نقطہ $(0^+, 0, 0)$ پر E حاصل کریں۔ خطہ $z < 0$ میں $-a_x$ جانب حرکت کرتی موج تصور کرتے ہوئے نقطہ $(0^-, 0, 0)$ پر E حاصل کریں۔

3524

جوابات: $E_s = 238 \cos(5 \times 10^8 t - 45^\circ) a_z \frac{V}{m}$ ، $E = 113 \cos 5 \times 10^8 t a_x \frac{kV}{m}$ ، $H = 300 \cos 5 \times 10^8 t a_y \frac{A}{m}$

سوال 10.25: آمدی مستوی موج جس کی تعدد $\omega = 4.2 \times 10^8 \frac{rad}{s}$ ہے خطہ $z < 0$ ، $\sigma_1 = 0$ ، $\mu_{R1} = 1$ ، $\epsilon_{R1} = 3.2$ سے خطہ $z > 0$ میں داخل ہوتی ہے۔ آمدی برقی موج کا جیٹہ $t = 0$ ، $z = 0$ پر $5.6 \frac{V}{m}$ ہے۔ (الف) η_1 ، η_2 ، β_1 اور β_2 حاصل کریں۔ (ب) Γ اور τ حاصل کریں۔ (پ) $E_1(t)$ اور $E_2(t)$ حاصل کریں۔ (ت) $H_1(t)$ حاصل کریں۔ (ث) لمحہ $t = 4 \text{ ns}$ پر نقطہ $(0, 0, -1.5)$ پر H_1 حاصل کریں۔

3529

جوابات: $E_1 = 5.6 \cos(4.2 \times 10^8 t - 7.8z) \frac{V}{m}$ ، $E_2 = 5.09 \cos(4.2 \times 10^8 t - 7.8z) \frac{V}{m}$ ، $5.6 \cos(4.2 \times 10^8 t - 2.5z) - 0.511 \cos(4.2 \times 10^8 t + 2.5z) \frac{V}{m}$ ، $H_1 = 16.49 \frac{mA}{m}$ ، $H_2 = 26.59 \cos(4.2 \times 10^8 t - 2.5z) + 2.43 \cos(4.2 \times 10^8 t + 2.5z) \frac{mA}{m}$

3532

سوال 10.26: تھیلا بنانے والے پلاسٹک میں 14 GHz تعدد کی مستوی موج a_x سمت میں حرکت کرتے ہوئے $x = 0.3 \text{ cm}$ پر پائے جانے والے کامل موصل سطح سے انعکاس پذیر ہوتی ہے۔ (الف) وہ سطحیں دریافت کریں جن پر $E = 0$ ہوگا۔ (ب) اس پلاسٹک میں بلند تر برقی چوٹی اور بلند تر مقناطیسی چوٹی کی شرح حاصل کریں۔

3535

جوابات: $\eta = 251 \Omega$ ، جہاں $x = 0.3 - 0.71n \text{ cm}$ جہاں $n = 0, 1, 2, \dots$ ہے،

3536

سوال 10.27: خطہ $z < 0$ بے ضیاع خالی خلاء ہے جبکہ ضیاع کار خطہ $z > 0$ کے مستقل $\mu = 4.2 \frac{uH}{m}$ اور $\epsilon = 30 \frac{pF}{m}$ ہیں۔ خالی خلاء سے سرحد پر آمدی موج کی مساوات $E_{x1}^+ = 340e^{-\alpha_1 z} \cos(2 \times 10^8 t - \beta_1 z) \frac{V}{m}$ ہے۔ (الف) α_1 اور β_1 حاصل کریں۔ (ب) انعکاسی مستقل حاصل کریں۔ (پ) انعکاسی موج E_{x1}^- کی مساوات حاصل کریں۔ (ت) ترسیلی موج E_{x2}^+ کی مساوات حاصل کریں۔

3539

جوابات: $E_{x1}^- = 59.8 \cos(2 \times 10^8 t + 0.667z + 111^\circ) \frac{V}{m}$ ، $\Gamma = 0.176/111^\circ$ ، $\beta_1 = 0.667 \frac{rad}{m}$ ، $\alpha_1 = 0$ ، $E_{x2}^+ = 324e^{-0.81z} \cos(2 \times 10^8 t - 2.39z + 9.9^\circ) \frac{V}{m}$

3541

سوال 10.28: المونیم کی سطح $y = 0$ پر خالی خلاء سے عمودی آمدی موج $\frac{V}{m} \cos(4 \times 10^8 t - \beta y)$ ہے۔ آمدی طاقت کا کتنا فی صد سطح سے انعکاس پذیر ہوتا ہے۔

جواب: 99.997 %

سوال 10.29: مستوی موج خطہ-1 سے خطہ-2 پر عمودی پڑتی ہے۔ ان خطوں کے مستقل $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ ، $\epsilon_{R1} = \mu_{R1}^3$ اور $\epsilon_{R2} = \mu_{R2}^3$ ہیں۔ آمدی طاقت کا 40 % سرحد سے واپس لوٹتا ہے۔ $\frac{\mu_{R2}}{\mu_{R1}}$ حاصل کریں۔

جوابات: $\frac{\mu_{R2}}{\mu_{R1}} = 0.225$ اور $\frac{\mu_{R2}}{\mu_{R1}} = 4.442$

سوال 10.30: خالی خلاء سے مستوی موج ضیاع کار خطہ $\sigma = 0.002 \frac{S}{m}$ ، $\epsilon_R = 8.2$ اور $\mu_R = 1.8$ پر عمودی پڑتی ہے۔ آمد موج کی تعدد 100 MHz اور کثافت طاقت $12 \frac{W}{m^2}$ ہے۔ الف) ابتدائی تریلی کثافت طاقت حاصل کریں۔ ب) ضیاع کار خطے میں کی قیمت حاصل کریں۔ پ) دوسرے خطے میں کتنا فاصلہ طے کرنے کے بعد تریلی کثافت طاقت $0.2 \frac{W}{m^2}$ رہ جائے گی۔

جوابات: $10.42 \frac{W}{m^2}$ ، $\alpha_2 = 0.1765 \frac{Np}{m}$ ، $11.2 m$

سوال 10.31: خالی خلاء $z < 0$ میں برقی موج $E_s = 100e^{-j15z}a_y + 28/30^\circ e^{j15z}a_y \frac{V}{m}$ پائی جاتی ہے۔ الف) موج کی تعدد حاصل کریں۔ ب) خطہ $z > 0$ کی قدرتی رکاوٹ حاصل کریں۔ پ) دو خطوں کے سرحد کے قریب کس مقام پر برقی موج کی چوٹی پائی جاتی ہے؟

جوابات: 715.7 MHz، $\eta = 585 + j178 \Omega$ ، $z = -1.75 cm$

سوال 10.32: بے ضیاع خطہ $z < 0$ کے مستقل $\sigma_1 = 0$ ، $\mu_1 = 30 \frac{\mu H}{m}$ اور $\epsilon_1 = 120 \frac{PF}{m}$ ہیں جبکہ ضیاع کار خطہ $z > 0$ کے مستقل $\sigma_1 = 0.02 \frac{S}{m}$ ، $\mu_1 = 50 \frac{\mu H}{m}$ اور $\epsilon_1 = 260 \frac{PF}{m}$ ہیں۔ آمدی موج $E_s = 10e^{-\alpha_1 z} \cos(9 \times 10^8 t - \beta_1 z) \frac{V}{m}$ ہے۔ الف) α_1 اور β_1 حاصل کریں۔ ب) $\mathcal{P}_{1\text{وسط}}^+$ اور $\mathcal{P}_{1\text{وسط}}^-$ حاصل کریں۔ پ) $\mathcal{P}_{2\text{وسط}}^+$ کی مساوات حاصل کریں۔

جوابات: $\alpha_1 = 0 \frac{Np}{m}$ ، $\beta_1 = 54 \frac{rad}{m}$ ، $\mathcal{P}_{1\text{وسط}}^+ = 100a_z \frac{mW}{m^2}$ ، $\mathcal{P}_{1\text{وسط}}^- = -0.486a_z \frac{mW}{m^2}$ ، $\mathcal{P}_{2\text{وسط}}^+ = 99.514e^{-8.76z}a_z \frac{mW}{m^2}$

سوال 10.33: خطہ $0 < z < 1.5 m$ میں بے ضیاع ذو برق پایا جاتا ہے جس کے مستقل $\sigma_2 = 0$ ، $\mu_{R2} = 1$ اور $\epsilon_{R2} = 6$ ہیں۔ اس خطے کو دونوں جانب خالی خلاء پائی جاتی ہے۔ مستوی موج جس کی تعدد $\omega = 6 \times 10^8 \frac{rad}{m}$ ہے سرحد $z = 0$ کی جانب a_z سمت میں حرکت کر رہی ہے۔ الف) ذو برق میں β_2 حاصل کرتے ہوئے سرحد $z = 0$ پر، η حاصل کریں۔ ب) خطہ $z < 0$ میں Γ_1 اور s_1 حاصل کریں۔ پ) ذو برق میں $z = 1.5 m$ پر سرحد سے منعکس موج کو استعمال کرتے ہوئے Γ_2 اور s_2 حاصل کریں۔ ت) خطہ $z > 1.5 m$ میں s_3 حاصل کریں۔ ٹ) خطہ $z < 0$ میں سرحد کے قریب ترین ایسا نقطہ حاصل کریں جہاں بلند تر برقی میدان پایا جاتا ہے۔

جوابات: $\beta_2 = 2 \frac{rad}{m}$ ، $\eta = 77.69 - j66.76 \Omega$ ، $\Gamma_1 = -0.623 - j0.238 = 0.667e^{-j2.776}$ ، $s_1 = 5$ ، $\Gamma_2 = 0.42$ ، $s_2 = 2.45$ ، $s_3 = 1$ ، $z = -0.924 m$

سوال 10.34: ضیاع کار خطہ جہاں $\alpha = 0.4 \frac{Np}{m}$ ہو میں موج 100 m چلنے کے بعد سرحد سے منعکس ہو کر واپس اسی ابتدائی نقطے تک پہنچتی ہے۔ انعکاسی مستقل $\Gamma = 0.4 - j0.5$ ہے۔ واپس آتی موج اور ابتدائی موج کے طاقت کی شرح حاصل کریں۔

جواب: 1.33×10^{-70}

سوال 10.35: خطہ $z < 0$ اور خطہ $z > 0$ کا ذوبرق پر مشتمل ہیں جہاں $\sigma = 0$ اور $\mu_R = 1$ ہیں۔ تعدد $2 \times 10^{10} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ کی موج a_z سمت میں حرکت کرتے ہوئے دونوں خطوں سے گزرتی ہے۔ ان خطوں میں طول موج بالترتیب 8 cm اور 6 cm ہیں۔ الف) Γ حاصل کریں۔ ب) کتنی فی صد طاقت منعکس پذیر ہوتی ہے۔ پ) کتنی فی صد طاقت ترسیل ہوتی ہے۔ ت) شرح ساکن موج s حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } \Gamma = 0.143e^{j\pi}, 2.04\%, 97.96\%, s = 1.333$$

سوال 10.36: کامل ذوبرق $\sigma = 0$ سے خالی خلاء میں موج داخل ہوتی ہے۔ مندرجہ ذیل صورتوں میں ذوبرق کی جزوی برقی مستقل ϵ_R حاصل کریں۔ الف) منعکس موج کی چوٹی آمدی موج کے چوٹی کی آدھی ہے۔ ب) منعکس موج کا طاقت آمدی موج کے طاقت کا آدھا ہے۔ پ) ذوبرق میں سیر $|E|$ کی قیمت بلنڈر $|E|$ کی آدھی ہے۔

$$\text{جوابات: } \epsilon_R = 4, \epsilon_R = 34, \epsilon_R = 9$$

سوال 10.37: ایک ایسا خطہ جس کے مستقل ہمیں معلوم نہیں ہیں پر خالی خلاء سے 330 MHz تعدد کی موج پڑتی ہے۔ خالی خلاء میں سرحد کے قریب $s = 3$ حاصل ہوتا ہے جبکہ موج کی پہلی کمتر قیمت سرحد سے 0.3λ فاصلے پر پائی جاتی ہے۔ انعکاسی مستقل کا زاویہ ϕ اور اس کی حتمی قیمت $|\Gamma|$ حاصل کرتے ہوئے خطے کی قدرتی رکاوٹ حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } \eta = 641 + j501 \Omega, |\Gamma| = 0.5, \phi = 0.2\pi$$

سوال 10.38: سمندری پانی کے مستقل $\sigma = 5 \frac{\text{S}}{\text{m}}$ اور $\epsilon_R = 78$ ہیں۔ خالی خلاء سے اس پر 100 MHz تعدد کی موج پڑتی ہے۔ آمدی طاقت کا کتنا حصہ واپس خلاء میں لوٹتا ہے۔

$$\text{جواب: } 90.7\%$$

سوال 10.39: خالی خلاء میں 242Ω قدرتی رکاوٹ کی $\frac{\lambda}{8}$ موٹی تہہ پائی جاتی ہے۔ آمدی طاقت کا کتنا حصہ اس تہہ سے گزر پاتا ہے؟

$$\text{جوابات: } \Gamma = 0.308, \eta_{\text{داخلی}} = 220 - j101 \Omega, \eta = 2.4 \text{ rad}, \Gamma = 91\%$$

سوال 10.40: آمدی موج کی تعدد تبدیل کئے بغیر سوال 10.39 کو مندرجہ ذیل صورتوں میں دوبارہ حل کریں۔ الف) تہہ کی موٹائی دگنی کر دی جاتی ہے۔ ب) تہہ کی موٹائی آدھی کر دی جاتی ہے۔ پ) تہہ کی موٹائی چار گنا کر دی جاتی ہے۔

$$\text{جوابات: } 100\%, 97\%, 82.7\%$$

سوال 10.41: مستوی موج کا برقی جزو $\frac{\text{V}}{\text{m}}$ $E_s = 10e^{-j\beta x}a_z + 15e^{-j\beta x}a_y$ ہے۔ الف) اس موج کی قطبیت دریافت کریں ب) H_s حاصل کریں۔ پ) اوسط \mathcal{P} حاصل کریں۔

جوابات: الف) موج خطی قطبی ہے۔ یہ موج yz سطح میں رہتے ہوئے y محور کے ساتھ 33.7° زاویہ بناتی ہے۔

$$\text{ب) } H_s = -26.5e^{-j\beta x}a_y + 39.8e^{-j\beta x}a_z \frac{\text{mA}}{\text{m}}, \text{ پ) } \mathcal{P}_{\text{اوسط}} = 0.43a_x \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

سوال 10.42: بائیں قطبی $E_s = E_0(a_x + ja_y)e^{-j\beta z}$ دی گئی ہے۔ الف) H_s دریافت کریں۔ ب) اوسط \mathcal{P} حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } \mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{E_0^2}{\eta_0}a_z \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, H_s = \frac{E_0}{\eta_0}(a_y - ja_x)e^{-j\beta z}$$

سوال 10.43: مستوی برقی موج $E_s = 10(a_z + ja_x)e^{-j50y}$ ہے۔ الف) تعدد حاصل کریں۔ ب) مقناطیسی موج حاصل کریں۔ پ) اوسط \mathcal{P} حاصل کریں۔ ت) موج کی قطبیت دریافت کریں

$$\text{جوابات: } 2.39 \text{ GHz}, H_s = \frac{10}{377}(a_x - ja_z)e^{-j50y}, \mathcal{P}_{\text{اوسط}} = 0.27a_y \frac{\text{W}}{\text{m}^2}, \text{ بائیں قطبی}$$

سوال 10.44: برقی موج $E_s = 15e^{-j\beta z}a_x + 18e^{-j\beta z}a_y \frac{\text{V}}{\text{m}}$ ایسے خطے سے گزرتی ہے جس کی قدرتی رکاوٹ η مخلوط عدد ہے۔ الف) H_s حاصل کریں۔ ب) اوسط \mathcal{P} حاصل کریں۔

$$\text{جوابات: } H_s = \frac{1}{\eta}(-18e^{j\phi}a_x + 15a_y)e^{-j\beta z} \frac{\text{A}}{\text{m}}, \mathcal{P}_{\text{اوسط}} = \frac{275}{\eta^*}$$

complex permittivity

dispersion

figTransmissionSmithFromInternet.tex is not giving the figure of the book

the answers should be at the end of the book

read chapter 9 onwards (proof reading)

put comsat's time table here.

energy travels along the wire and not in the wire.

antenna chapter, 3D figure at start and complete the start section.

house completion certificate.

zaryab fish

$F = dW/dT$ to include in inductance chapter plus a question or two

magnetization curve and an iteration example. fig 8.10, 11 of hayt.

charge is barqi bar.

add questions to machine book too.

take print outs for myself.

5065

5066

when giving fields always remember the following rules:

always ensure that divergence of magnetic field is zero.

moving waves must be of the form $E = E_0 \cos(\omega t - kz)$ where $c = (\mu * \epsilon)^{-0.5}$ and $k = 2 * \pi / \lambda$

include complex permittivity (7th ed Q12.18 says $\sigma = \omega \epsilon''$)

include 4th ed fig 11.11 of page 422

rename lossless and lossy dielectrics as

الباب 15

سوالات

قطبيت

5073

5074

5075

جدول 15.1: σ

$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز	$\sigma, \frac{\text{S}}{\text{m}}$	چیز
7×10^4	گرفتار	6.17×10^7	چاندی
1200	سلیکان	5.80×10^7	تانبا
100	فیرائٹ (عمومی قیمت)	4.10×10^7	سونا
5	سمندری پانی	3.82×10^7	المونیم
10^{-2}	چھونا پتھر	1.82×10^7	ٹنگسٹن
5×10^{-3}	چکنی مٹی	1.67×10^7	جست
10^{-3}	تازہ پانی	1.50×10^7	پیتل
10^{-4}	مقطر پانی	1.45×10^7	نکل
10^{-5}	ریتیلی مٹی	1.03×10^7	لوبا
10^{-8}	سنگ مرمر	0.70×10^7	قلعی
10^{-9}	بیک لائٹ	0.60×10^7	کاربن سٹیل
10^{-10}	چینی مٹی	0.227×10^7	مینگنیز
2×10^{-13}	بیرا	0.22×10^7	جرمنیم
10^{-16}	پولیسٹرن پلاسٹک	0.11×10^7	سٹینلس سٹیل
10^{-17}	کوارٹس	0.10×10^7	نائیکروم

جدول 15.2: $\sigma/\omega\epsilon$ and ϵ_R

$\sigma/\omega\epsilon$	ϵ_R	چیز
	1	خالی خلاء
	1.0006	ہوا
0.0006	8.8	المونیم آکسائیڈ
0.002	2.7	عنبر
0.022	4.74	بیک لائٹ
	1.001	کاربن ڈائی آکسائیڈ
	16	جرمنیم
0.001	4 تا 7	شیشہ
0.1	4.2	برف
0.0006	5.4	ابرق
0.02	3.5	نائلون
0.008	3	کاغذ
0.04	3.45	پلیکسی گلاس
0.0002	2.26	پلاسٹک (تھیلا بنانے والا)
0.000 05	2.55	پولیسٹرین
0.014	6	چینی مٹی
0.0006	4	ہائریکس شیشہ (برتن بنانے والا)
0.000 75	3.8	کوارٹس
0.002	2.5 تا 3	ریڑ
0.000 75	3.8	سلیکا SiO_2
	11.8	سلیکان
0.5	3.3	قدرتی برف
0.0001	5.9	کھانے کا نمک
0.07	2.8	خشک مٹی
0.0001	1.03	سٹائروفوم
0.0003	2.1	ٹیفلان
0.0015	100	ٹائٹینیم ڈائی آکسائیڈ
0.04	80	مقطر پانی
4		سمندری پانی
0.01	1.5 تا 4	خشک لکڑی

جدول 15.3: μ_R

μ_R	چیز
0.999 998 6	بسمت
0.999 999 42	پیرافین
0.999 999 5	لکڑی
0.999 999 81	چاندی
1.000 000 65	المونیم
1.000 000 79	بیریلم
50	نکل
60	ڈھلوان لوہا
300	مشین سٹیل
1000	فیرائٹ (عمومی قیمت)
2500	پریم بھرت (permalloy)
3000	ٹرانسفارمر پتری
3500	سیلکان لوہا
4000	خالص لوہا
20 000	میو میٹل (mumetal)
30 000	سنڈسٹ (sendust)
100 000	سوپریم بھرت (supermalloy)

جدول 15.4: اہم مستقل

قیمت	علامت	چیز
$(1.602\,189\,2 \pm 0.000\,004\,6) \times 10^{-19} \text{ C}$	e	الیکٹران چارج
$(9.109\,534 \pm 0.000\,047) \times 10^{-31} \text{ kg}$	m	الیکٹران کمیت
$(8.854\,187\,818 \pm 0.000\,000\,071) \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$	ϵ_0	برقی مستقل (خالی خلاء)
$4\pi 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$	μ_0	مقناطیسی مستقل (خالی خلاء)
$(2.997\,924\,574 \pm 0.000\,000\,011) \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	c	روشنی کی رفتار (خالی خلاء)

