

Task 9

Условие

$$u_{s+4} - 9u_{s+2} - 4u_{s+1} + 12u_s = 0 \quad (1)$$

Перепишем в другом виде для $t \geq 4$

$$u_t - 9u_{t-2} - 4u_{t-3} + 12u_{t-4} = 0 \quad (2)$$

Будем искать решение в виде $y_t = Ch^t$

$$h^t - 9h^{t-2} - 4h^{t-3} + 12h^{t-4} = 0 \quad (3)$$

$$H(h) = h^4 - 9h^2 - 4h + 12 = 0 \quad (4)$$

Решая уравнение, получим следующие корни: $h_1 = -2$ кр. 2, $h_2 = 1$, $h_3 = 3$.
 $m_1 = 2, m_2 = 1, m_3 = 1 \Rightarrow m_1 + m_2 + m_3 = 4$. Так как есть кратный корень, то решение записывается в следующем виде $h_k^t, th_k^t, \dots, t^{m_k-1}h_k^t$.

Таким образом получим

$$y_t = \sum_{k=1}^{\ell} (C_{k,0} + C_{k,1}t + \dots + C_{k,m_k-1}t^{m_k-1})h_k^t \quad (5)$$

$$y_t = (C_{1,0} + C_{1,1}t)(-2)^t + C_2 + 3^t C_3 \quad (6)$$