Converting to polar coordinates

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - x_2 - x_1(x_1^2 + x_2^2) \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_2 - x_2(x_1^2 + x_2^2) \end{cases} \tag{1}$$

Перейдем к полярным координатам.

$$\begin{cases} x_1(t) = r(t)\cos\varphi(t) \\ x_2(t) = r(t)\sin\varphi(t) \end{cases} \tag{2}$$

Выполним подстановку и получим выражения для $\dot{r}$ и $\dot{\varphi}$.

$$\begin{cases} \dot{r}\cos\varphi + r\dot{\varphi}(-\sin\varphi) = r\cos\varphi - r\sin\varphi - r^3\cos\varphi & \Big| * \cos\varphi \\ \dot{r}\sin\varphi + r\dot{\varphi}\cos\varphi = r\cos\varphi + r\sin\varphi - r^3\sin\varphi & \Big| * \sin\varphi \end{cases} \quad + \tag{3}$$

$$\begin{cases} \dot{r}\cos^2\varphi - r\dot{\varphi}\sin\varphi\cos\varphi = r\cos^2\varphi - r\cos\varphi\sin\varphi - r^3\cos^2\varphi \\ \dot{r}\sin^2\varphi + r\dot{\varphi}\cos\varphi\sin\varphi = r\sin\varphi\cos\varphi + r\sin^2\varphi - r^3\sin^2\varphi \end{cases} \tag{4}$$

Тем самым получаем выражение для $\dot{r}(t) = r(t)(1 - r^2(t))$. Теперь умножим первое уравнения на $sin\varphi$, второе на $cos\varphi$ и вычтем из первого второе.

$$\begin{cases} \dot{r}\cos\varphi + r\dot{\varphi}(-\sin\varphi) = r\cos\varphi - r\sin\varphi - r^3\cos\varphi & \Big| * \sin\varphi \\ \dot{r}\sin\varphi + r\dot{\varphi}\cos\varphi = r\cos\varphi + r\sin\varphi - r^3\sin\varphi & \Big| * \cos\varphi \end{cases} \quad - \tag{5}$$

$$\begin{cases} \dot{r}\cos\varphi\sin\varphi - r\dot{\varphi}\sin^2\varphi = r\cos\varphi\sin\varphi - r\sin^2\varphi - r^3\cos\varphi\sin\varphi \\ \dot{r}\sin\varphi\cos\varphi + r\dot{\varphi}\cos^2\varphi = r\cos^2\varphi + r\sin\varphi\cos\varphi - r^3\sin\varphi\cos\varphi \end{cases} \tag{6}$$

Таким образом получим систему (1) в полярных координатах.

$$\begin{cases} \dot{r} = r(1 - r^2) \\ \dot{\varphi} = 1 \end{cases} \tag{7}$$

Стационарные точки для данной системы $r = 0$ и $r = 1$.
Устойчивый вариант:

$$\begin{cases} \dot{r} = r(1 - r^2) \\ \dot{\varphi} = 1 \end{cases} \tag{8}$$

Неустойчивый вариант:

$$\begin{cases} \dot{r} = r(r^2 - 1) \\ \dot{\varphi} = 1 \end{cases} \tag{9}$$

Полуустойчивый вариант:

$$\begin{cases} \dot{r} = r(1 - r)^2 \\ \dot{\varphi} = 1 \end{cases} \tag{10}$$