

Control Computarizado - Sintonización de PID

Kjartan Halvorsen

2020-07-13

Retroalimentación - Primer examen parcial

Varias respuestas muy buenas

A mejorar

- ▶ Profesor: Dar instrucciones más claras
- ▶ Estudiantes: Leer bien las instrucciones

Retroalimentación - Primer examen parcial

$$e^x = -1$$

$$x = \ln(-1) = ?$$

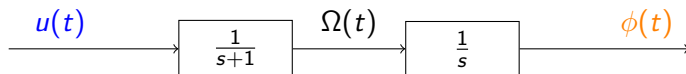
Retroalimentación - Primer examen parcial

$$e^{i\pi} = -1$$

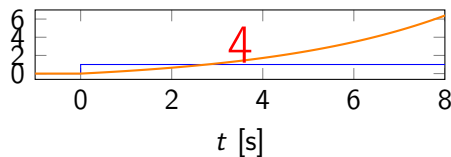
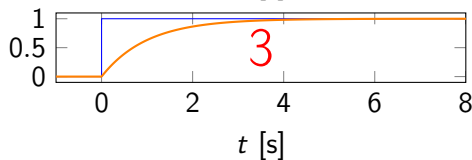
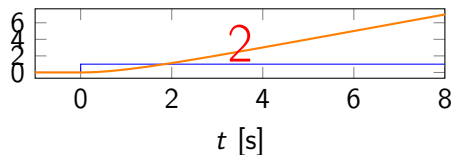
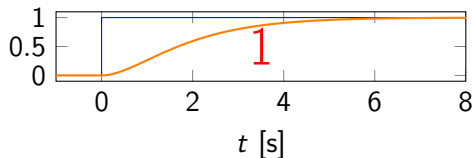
$$\ln(-1) = i\pi$$

Retroalimentación - Primer examen parcial

Respuesta al escalón de un motor DC



Cuál es el respuesta al escalón correcto del sistema?



Retroalimentación - Primer examen parcial

Problema 1

$$H_1(z) = \frac{0.035(z + 0.88)}{(z - 1)(z - 0.67)}, \quad h = 0.2$$

Polos en

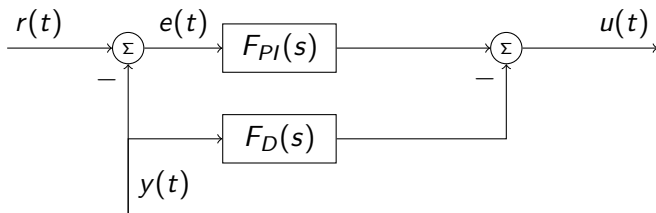
$$z = 1 \quad s = \frac{\ln 1}{h} = 0$$

$$z = 0.67 \quad s = \frac{\ln 0.67}{h} = -2.0$$

El polo en $z = 1$ está ubicado justamente **sobre el círculo unitario** y no en el interior. El sistema **no es estable**.

PID - repetición

PID con acción derivada sobre la variable de proceso



$$U(s) = \underbrace{K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)}_{F_{PI}(s)} E(s) - \underbrace{\frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1}}_{F_D} Y(s)$$

Sintonización de un PID

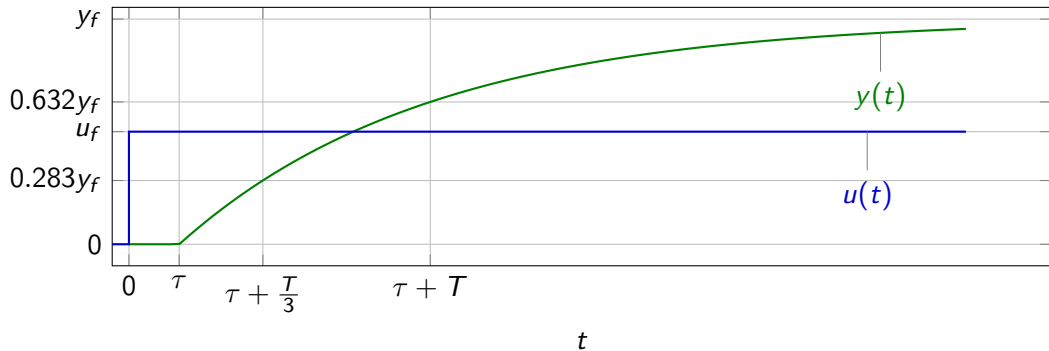
El idea En forma experimental obtener unos pocos valores que capturan la dinámica del proceso. Usar una tabla predefinida para obtener las ganancias del PID dado estos valores.

Hay varios métodos. Ver el libro de texto y referencias incluidas.

Sintonización de un PID - método de Smith & Corripio

Asumiendo modelo de proceso de primer orden con constante de tiempo T y retraso τ

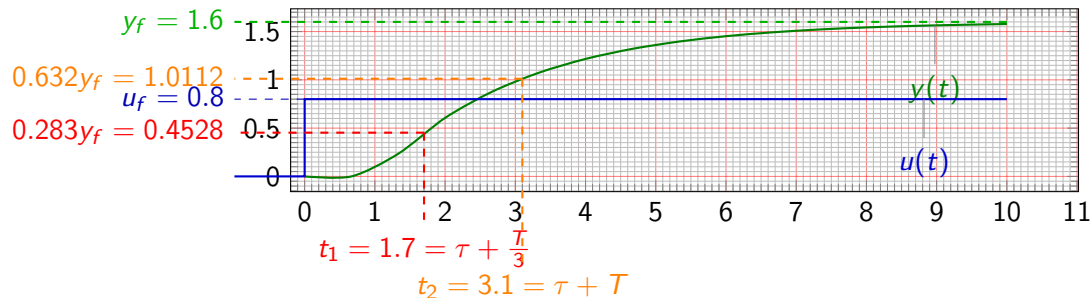
$$Y(s) = \frac{K_c e^{-s\tau}}{sT + 1} U(s) \quad \xrightarrow{U(s) = \frac{u_f}{s}} \quad y(t) = u_f K_c \left(1 - e^{-\frac{t-\tau}{T}}\right) u_s(t - \tau)$$



$$y_f = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = u_f K \quad \Rightarrow \quad K = \frac{y_f}{u_f}$$

Método de Smith & Corripio - ejemplo

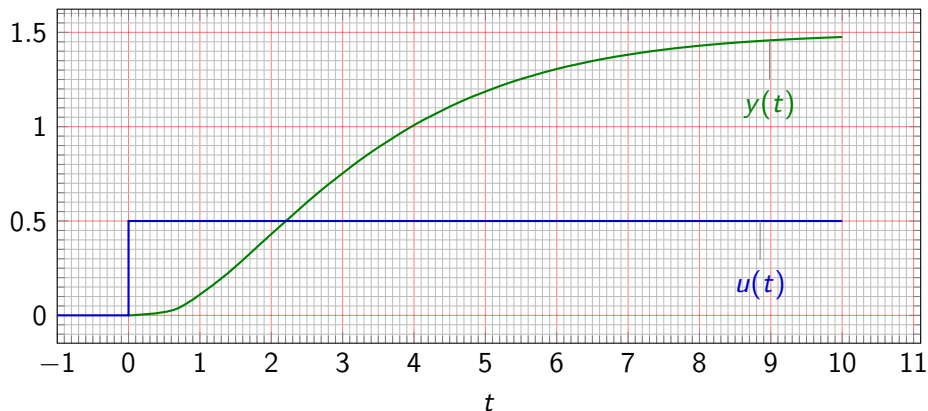
$$Y(s) = \frac{K e^{-s\tau}}{sT + 1} U(s) \quad U(s) = \frac{u_f}{s} \quad \xrightarrow{s} \quad y(t) = u_f K (1 - e^{-\frac{t-\tau}{T}}) u_s(t - \tau)$$



$$\begin{cases} 1.7 = \tau + \frac{T}{3} \\ 3.1 = \tau + T \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau = 1 \\ T = 2.1 \end{cases}, \quad K = \frac{y_f}{u_f} = \frac{1.6}{0.8} = 2$$

Método de Smith & Corripio - ejercicio

Actividad En grupos de dos: Comparte pantalla con esta diapositiva. Marca y_f , $0.632y_f$, $0.283y_f$, u_f , t_1 y t_2 . Determina los parámetros del modelo de primer orden con retraso.



Método de Smith & Corripio - solución

Método de Smith & Corripio - Tabla de Ziegler-Nichols

Dado el modelo

$$G(s) = K \frac{e^{-s\tau}}{sT + 1}$$

Eliga sus parametros PID según la tabla de Ziegler-Nichols (1943)

Controlador	K_c	T_i	T_d
P	$\frac{T}{\tau K}$		
PI	$\frac{0.9T}{\tau K}$	$\frac{\tau}{0.3}$	
PID	$\frac{1.2T}{\tau K}$	2τ	$\frac{\tau}{2}$

Funciona bien cuando

$$0.1 < \frac{\tau}{T} < 0.6.$$

Tabla de Ziegler-Nichols - ejemplo

$$G(s) = K \frac{e^{-s\tau}}{sT + 1} = 2 \frac{e^{-s}}{s2.1 + 1}$$

Controlador	K_c	T_i	T_d
P	$\frac{T}{\tau K} = \frac{2.1}{1 \cdot 2} = 1.05$		
PI	$\frac{0.9T}{\tau K} = \frac{0.9 \cdot 2.1}{2} = 0.945$	$\frac{\tau}{0.3} = \frac{1}{3}$	
PID	$\frac{1.2T}{\tau K} = 1.26$	$2\tau = 2$	$\frac{\tau}{2} = \frac{1}{2}$

Regla de control (PID completo, $N = 10$):

$$U(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) E(s) - \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} Y(s) = 1.26 \left(1 + \frac{1}{2s} \right) E(s) - \frac{0.5s}{\frac{0.5}{10}s + 1} Y(s)$$

Tabla de Ziegler-Nichols - ejercicio

Determina los parametros del PID para el modelo del ejercicio anterior $\tau = 1.125$, $T = 2.625$.

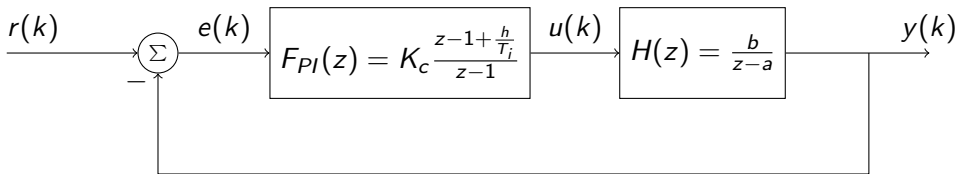
$$G(s) = K \frac{e^{-s\tau}}{sT + 1} =$$

Controlador	K_c	T_i	T_d
P	$\frac{T}{\tau K} =$		
PI	$\frac{0.9T}{\tau K} =$	$\frac{\tau}{0.3} =$	
PID	$\frac{1.2T}{\tau K} =$	2τ	$\frac{\tau}{2} =$

Regla de control (PID completo, $N = ?$):

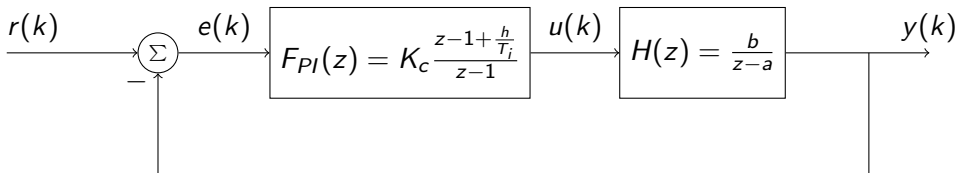
$$U(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) E(s) - \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} Y(s) =$$

Asignación de polos



Queremos un sistema de lazo cerrado críticamente amortiguado con dos polos en $z = \alpha$, $0 < \alpha < 1$

Asignación de polos



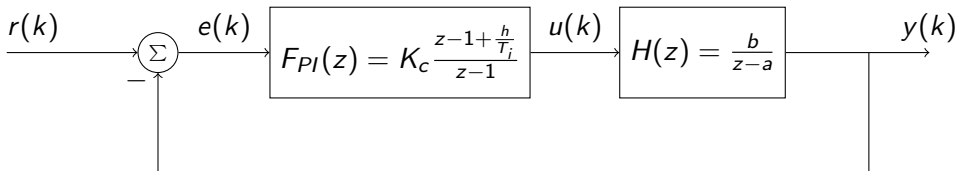
Ecuación característica

$$1 + H(z)F_{PI}(z) = 0$$
$$(z-1)(z-a) + K_c b(z-1 + h/T_i) = 0$$

Polinomio característico

$$\underbrace{(z-1)(z-a) + K_c b(z-1 + h/T_i)}_{\text{parametrizado}} = \underbrace{(z-\alpha)^2}_{\text{deseado}}$$

Asignación de polos



Polinomio característico

$$\underbrace{z^2 - (1 + a - K_c b)z + K_c b(h/T_i - 1) + a}_{\text{parametrizado}} = \underbrace{z^2 - 2\alpha z + \alpha^2}_{\text{deseado}}$$

$$1 + a - K_c b = 2\alpha \quad \Rightarrow \quad K_c = \frac{1 + a - 2\alpha}{b}$$

$$K_c b(h/T_i - 1) + a = \alpha^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{T_i} = \frac{1}{h} \left(1 + \frac{\alpha^2 - a}{K_c b} \right) = \frac{1}{h} \left(\frac{(\alpha - 1)^2}{1 + a - 2\alpha} \right)$$