Control Computarizado - PID digital

Kjartan Halvorsen

2020-07-09

Discretización de un controlador continuo

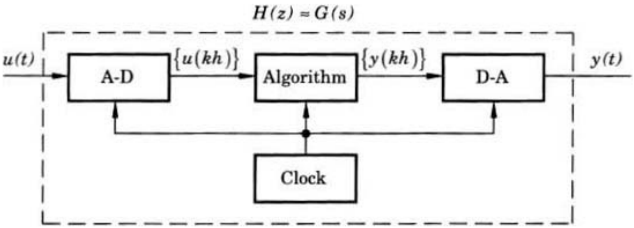

Figure 8.1 Approximating a continuous-time transfer function, $G(s)$, using a computer.

- Dado un controlador obtenido de un diseño en tiempo continuo
- Es necesario discretizarlo para implementar en una computadora

Métodos de discretización

Introduciendo el operador diferencial: $\mathrm{p}\, f(t) = \frac{d}{dt} f$

1. Euler (diferencia hacia adelante) $\mathrm{p} \approx \frac{\mathrm{q}-1}{h}$. Substituir
$$s = \frac{z-1}{h}$$
en $F(s)$ para obtener
$$F_d(z) = F(s')|_{s'=\frac{z-1}{h}}.$$

2. Euler hacia atras $\mathrm{p} \approx \frac{1-\mathrm{q}^{-1}}{h} = \frac{\mathrm{q}-1}{h\,\mathrm{q}}$. Substituir
$$s = \frac{z-1}{zh}$$
en $F(s)$ para obtener
$$F_d(z) = F(s')|_{s'=\frac{z-1}{zh}}.$$

Métodos de discretización

3. El método de Tustin (transformada bilineal). Substituir

$$s = \frac{2}{h}\frac{z-1}{z+1}$$

en $F(s)$ para obtener

$$F_d(z) = F(s')\big|_{s'=\frac{2}{h}\cdot\frac{z-1}{z+1}}.$$

4. Discretización invariante a la rampa. Similar a discretización con ROC. La transformada z de una rampa es $\frac{zh}{(z-1)^2}$ y su transformada de Laplace $1/s^2$. La discretización es dado por

$$F_d(z) = \frac{(z-1)^2}{zh}\mathcal{Z}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{F(s)}{s^2}\right\}\right\}.$$

Mapeo de la región estable del plano s

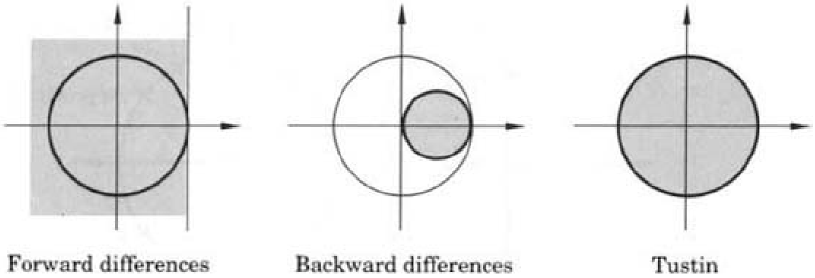

Figure 8.2 Mapping of the stability region in the s-plane on the z-plane for the transformations (8.4), (8.5), and (8.6).

Åström and Wittenmark *Computer-controlled systems*

PID tipo ISA

ISA - International Society of Automation

$$F(s) = K\left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s\right)$$

Con filtro pasobajo para el parte derivativo

$$F(s) = K\left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1}\right), \quad N \approx 3 \; - \; 10$$

PID tipo ISA - ejercicio

$$F(s) = K\left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N}s + 1}\right), \quad N \approx 3 \; - \; 10$$

Actividad en pares Dibuja el diagrama de Bode (solo la magntitúd) del parte derivativo

$$F_d(s) = \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N}s + 1}$$

usando las approximaciones de baja y alta frecuencia

$$\begin{aligned} \omega \text{ small:} \quad & F_d(i\omega) \approx T_d i\omega \\ \omega \text{ large:} \quad & F_d(i\omega) \approx \frac{T_d i\omega}{\frac{T_d}{N}i\omega} = N \end{aligned}$$

PID tipo ISA - solución

$$F(s) = K\left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N}s + 1}\right), \quad N \approx 3 \;-\; 10$$