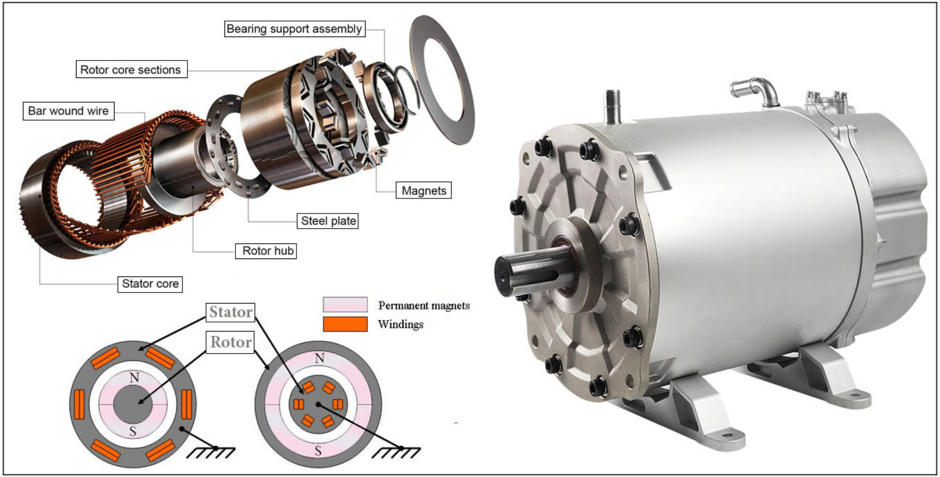
Control computarizado - Modelos en espacio de estados

Kjartan Halvorsen

July 23, 2020

PMSM - Motor síncrono de imán permanente



Permanent Magnet Synchronous Motor Construction

PMSM - Motor síncrono de imán permanente

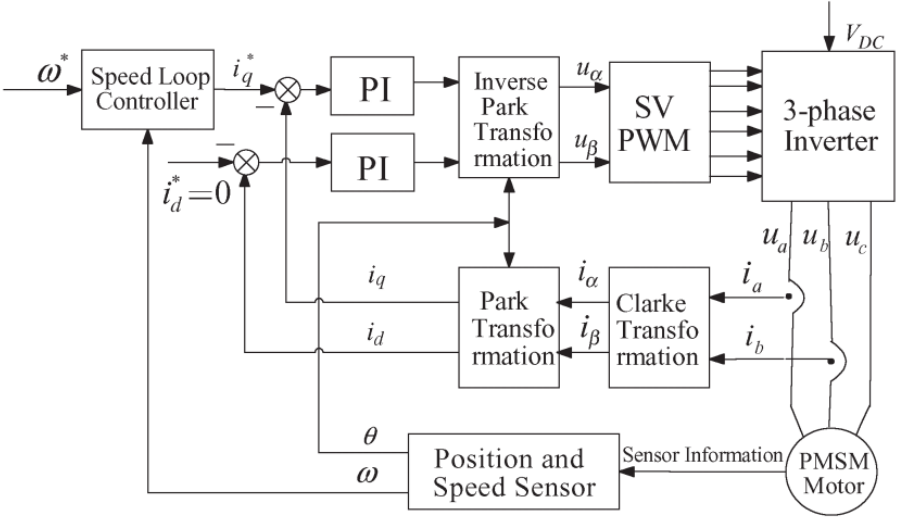


Fig. 1. Block diagram of the PMSM control system.

Modelo identificado

$$u(k) \longrightarrow \boxed{H(z) = \frac{b_0 z + b_1}{z^2 + a_1 z + a_2}} \longrightarrow y(k)$$

$$\Updownarrow$$

$$u(k) \longrightarrow \boxed{\begin{array}{c} x(k+1) = \Phi x(k) + \Gamma u(k) \\ y(k) = C x(k) \end{array}} \longrightarrow y(k)$$

Formas canónicas

Dado función de transferencia

$$H(z) = \frac{b_1 z^2 + b_2 z + b_3}{z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3}.$$

Encuentra una representación en espacio de estados.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \Phi x(k) + \Gamma u(k) \\ y(k) &= C x(k) \end{aligned}$$

- Forma canónica de control
- Forma canónica de observador

Forma canónica de control

Dado función de transferencia

$$H(z) = \frac{b_1 z^2 + b_2 z + b_3}{z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3}.$$

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix} x(k) \end{aligned}$$

Forma canónica de observador

Dado función de transferencia

$$H(z) = \frac{b_1 z^2 + b_2 z + b_3}{z^3 + a_1 z^2 + a_2 z + a_3}.$$

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 \\ -a_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} u(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(k)$$

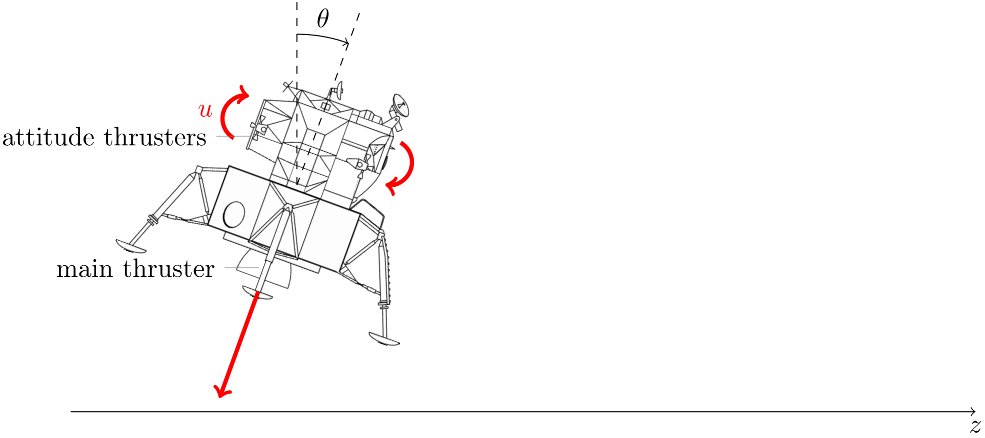
Formas canónicas - ejercicio

Actividad Encuentra las formas canónicas de control y de observador para la función de transferencia del motor

$$H(z) = \frac{23.3z - 6.9}{z^2 - 1.40z + 0.61}$$

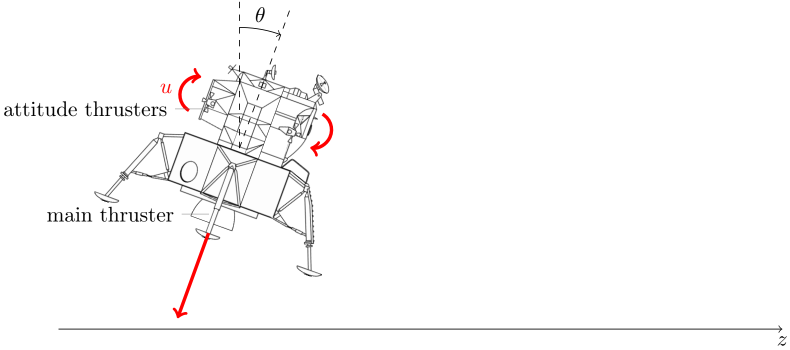
Modelación

Ejemplo - El módulo lunar de Apollo



$$u(t) \longrightarrow \boxed{\frac{k_1}{s}} \xrightarrow{\dot{\theta}(t)} \boxed{\frac{1}{s}} \xrightarrow{\theta(t)} \boxed{k_2} \xrightarrow{\ddot{z}(t)} \boxed{\frac{1}{s}} \longrightarrow \dot{z}(t)$$

Ejemplo - El módulo lunar de Apollo

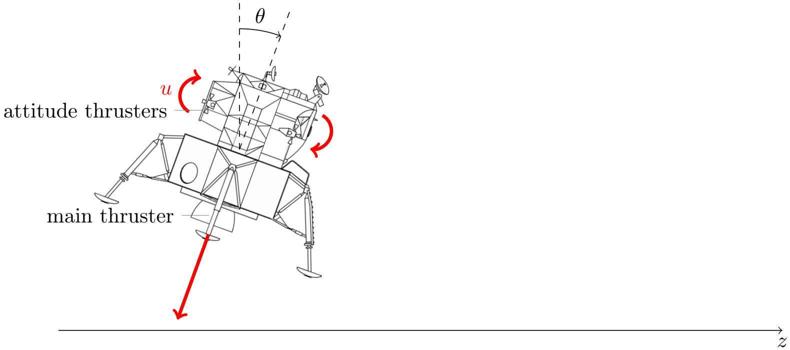


$$u(t) \longrightarrow \boxed{\frac{k_1}{s}} \xrightarrow{\dot{\theta}(t)} \boxed{\frac{1}{s}} \xrightarrow{\theta(t)} \boxed{k_2} \xrightarrow{\ddot{z}(t)} \boxed{\frac{1}{s}} \xrightarrow{\dot{z}(t)}$$

Actividad ¿Cuál es la función de transferencia del sistema?

$$1: \; G(s) = \frac{k_1 k_2}{s^2} \qquad 2: \; G(s) = \frac{k_1 k_2}{s(s^2+1)} \qquad 3: \; G(s) = \frac{k_1 k_2}{s^3}$$

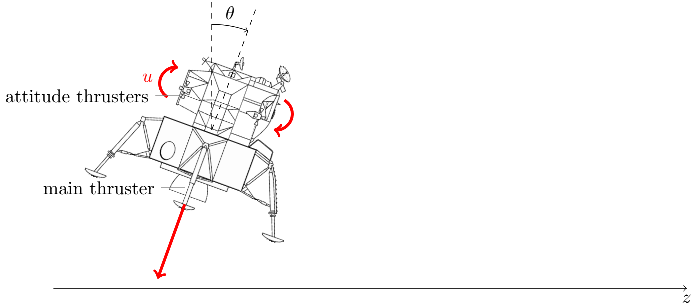
Ejemplo - El módulo lunar de Apollo

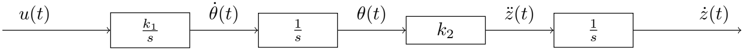


$$u(t) \longrightarrow \boxed{\frac{k_1}{s}} \xrightarrow{\dot{\theta}(t)} \boxed{\frac{1}{s}} \xrightarrow{\theta(t)} \boxed{k_2} \xrightarrow{\ddot{z}(t)} \boxed{\frac{1}{s}} \longrightarrow \dot{z}(t)$$

Actividad ¿Que sensores relevantes se puede usar para el control?

Ejemplo - El módulo lunar de Apollo





Variables del estado: $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \dot{\theta} & \theta & \dot{z} \end{bmatrix}^T$. Con dinamica

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \ddot{\theta} = k_1 u \\ \dot{x}_2 = \dot{\theta} = x_1 \\ \dot{x}_3 = \ddot{z} = k_2\theta = k_2 x_2 \end{cases}$$

Ejemplo - El módulo lunar de Apollo

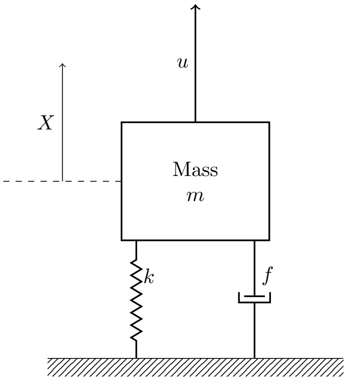
Variables del estado: $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \dot{\theta} & \theta & \dot{z} \end{bmatrix}^T$. Con dinamica

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \ddot{\theta} = k_1 u \\ \dot{x}_2 = \dot{\theta} = x_1 \\ \dot{x}_3 = \ddot{z} = k_2\theta = k_2 x_2 \end{cases}$$

Actividad Llena los matrices y vectores en el modelo de espacio de estados

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \\ \\ \end{bmatrix}}_{B} u$$

Modelación - ejercicio



Queremos controlar la posición vertical X de una masa, aplicando una fuerza u en esta. En la posición relajada, $X = 0$, $\dot{X} = 0$, la fuerza en el resorte es igual a la fuerza de gravedad.

$$m\ddot{X} = -kX - f\dot{X} + u$$

Actividad Encuentra una representación del sistema en espacio de estados.

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$