

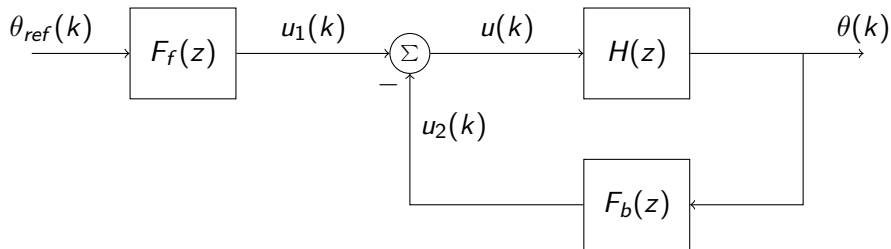
Control Computarizado - Estabilidad de sistemas discretas

Kjartan Halvorsen

2020-07-06

Repetición: Controlador discreto para el brazo del disco duro

Ejercicio de calentamiento

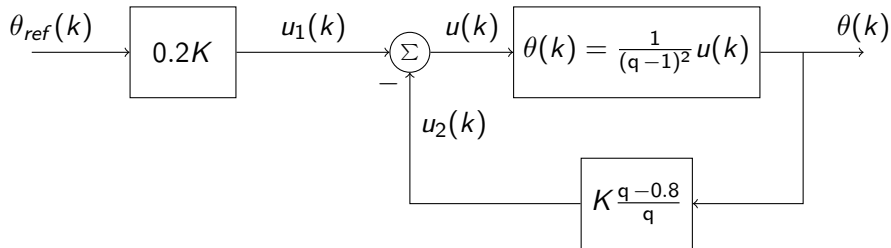


¿Cuál de las funciones de transferencia abajo corresponde a la discretización con ROC del integrador doble $G(s) = \frac{1}{s^2}$?

$$H(z) = \frac{1}{2(z+1)^2} \quad H(z) = \frac{2}{2z^2} \quad H(z) = \frac{3}{2(z-1)^2}$$

Repetición: Controlador discreto para el brazo del disco duro

Usando $J = 1$ y $h = 1$.



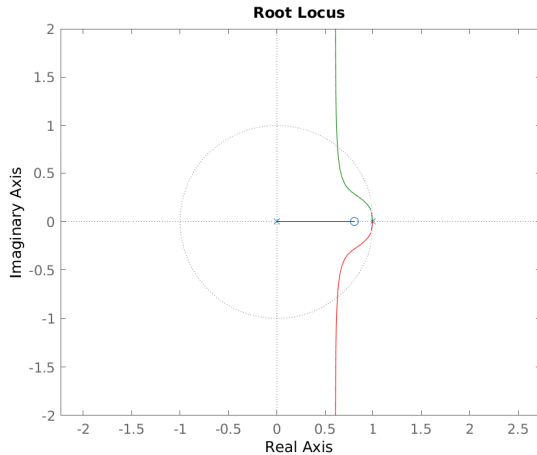
Ecuación en diferencias para el sistema de lazo cerrado:

$$\theta(k+3) - 2\theta(k+2) + (1+K)\theta(k+1) - 0.8K\theta(k) = 0.2K\theta_{ref}(k+1)$$

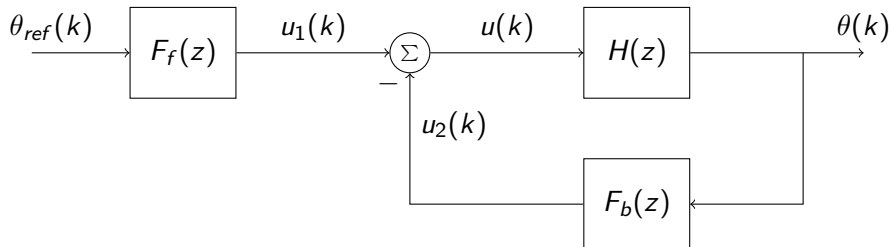
Ecuación característica:

$$\alpha^3 - 2\alpha^2 + (1+K)\alpha - 0.8K = 0$$

Repetición: Controlador discreto para el brazo del disco duro



Algebra en diagramas de bloque



Usando

$$U(z) = U_1(z) - U_2(z) = F_f(z)\Theta_{ref}(z) - F_b(z)\Theta(z), \quad y$$

$$\Theta(z) = H(z)U(z), \quad \text{obtenemos}$$

$$\Theta(z) = \underbrace{\frac{F_f(z)H(z)}{1 + F_b(z)H(z)}}_{H_c z} \Theta_{ref}(z).$$

Algebra en diagramas de bloque - pasos en detalle

Usando

$$U(z) = U_1(z) - U_2(z) = F_f(z)\Theta_{ref}(z) - F_b(z)\Theta(z), \quad y$$

$$\Theta(z) = H(z)U(z), \quad \text{obtenemos}$$

$$\Theta(z) = H(z)U(z) = H(z)(F_f(z)\Theta_{ref}(z) - F_b(z)\Theta(z))$$

Mueve todos los terminos con Θ al lado izquierdo:

$$\Theta(z) + H(z)F_b(z)\Theta(z) = H(z)F_f(z)\Theta_{ref}(z)$$

$$\Theta(z)(1 + H(z)F_b(z)) = H(z)F_f(z)\Theta_{ref}(z)$$

$$\Theta(z) = \frac{H(z)F_f(z)}{1 + H(z)F_b(z)}\Theta_{ref}(z)$$

Estabilidad del sistema en lazo cerrado

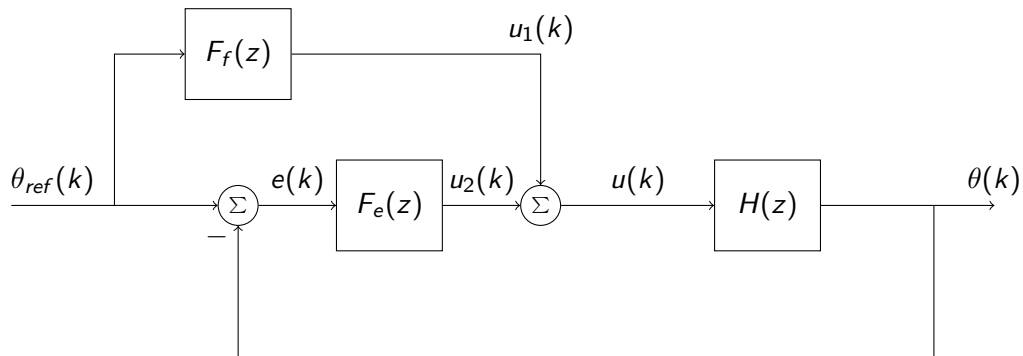
$$\Theta(z) = \underbrace{\frac{F_f(z)H(z)}{1 + F_b(z)H(z)}}_{H_c z} \Theta_{ref}(z).$$

Estabilidad requiere que todos los polos del sistema, es decir las soluciones de la ecuación característica

$$1 + F_b(z)H(z) = 0$$

están en el interior del círculo unitario del plano z .

Ejercicio



Obtener la función de transferencia del lazo cerrado

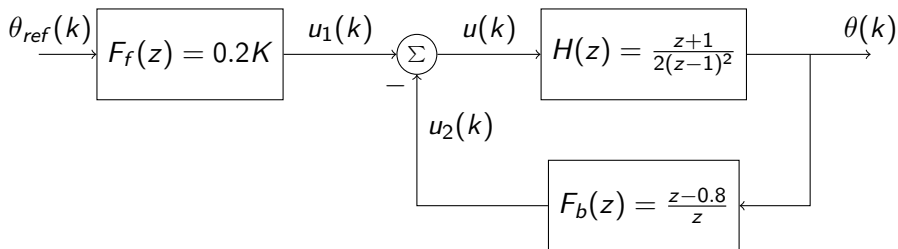
Solución

$$U(z) = F_f(z)\Theta_{ref}(z) + F_e(z)E(z) = F_f(z)\Theta_{ref}(z) + F_e(z)(\Theta_{ref}(z) - \Theta(z)),$$
$$\Theta(z) = H(z)U(z)$$

Entonces

$$\begin{aligned}\Theta(z) &= H(z)U(z) = H(z)(F_f(z)\Theta_{ref}(z) + F_e(z)(\Theta_{ref}(z) - \Theta(z))) \\ &= H(z)F_f(z)\Theta_{ref}(z) + H(z)F_e(z)\Theta_{ref}(z) - H(z)F_e(z)\Theta(z) \\ (1 + H(z)F_e(z))\Theta(z) &= H(z)(F_f(z) + F_e(z))\Theta_{ref}(z) \\ \Theta(z) &= \frac{H(z)(F_f(z) + F_e(z))}{1 + H(z)F_e(z)}\Theta_{ref}(z)\end{aligned}$$

Estabilidad para el control del brazo del disco duro



Ecuación característica

$$\begin{aligned}1 + H(z)F_b(z) &= 0 \\1 + \frac{z+1}{2(z-1)^2}K\frac{z-0.8}{z} &= 0 \\(z-1)^2z + \frac{K}{2}(z+1)(z-0.8) &= 0\end{aligned}$$

Estabilidad para el control del brazo del disco duro

Actividad en grupo Completar el diagrama de lugares de los raíces abajo

$$(z - 1)^2 z + \frac{K}{2}(z + 1)(z - 0.8) = 0$$

