

# 充足可能性ソルバ (SAT ソルバ) の原理

Hiromi ISHII

2024-03-10

Tsukuba Computer Mathematics Seminar 2024

# 自己紹介

自己紹介

# 自己紹介

---

いし い ひろ み

## ◆ 石井大海

- ◆ 2018 年度 筑波大学数学専攻博士後期課程修了（照井研）
- ◆ 計算機合宿には 2014 年から参加
- ◆ 現職： Haskell 製大規模数値計算ベンチャー研究開発職
- ◆ 宣伝：今年 05/11, 12 に横浜でお芝居をするので興味のある方は是非観にきてください

# 充足可能性ソルバ (SAT ソルバ) の原理

充足可能性ソルバ (SAT ソルバ) の原理

# 本日の話題：充足可能性問題と SAT ソルバ

- ◆ 充足可能性問題：与えられた命題論理式が（古典的に）充足可能かどうかを判定する問題
  - ▶ 古典命題論理式：命題変数  $P_1, \dots, Q_1, \dots$  を  $\wedge$ （かつ）、 $\vee$ （または）、 $\rightarrow$ （ならば）、 $\neg$ （でない）で結んで得られる論理式
  - ▶ 古典的充足可能性：与えられた式を真とするような、命題変数への真偽値。  
○（真）または ×（偽）の割り当てが存在するか？
- ◆ 充足可能性（SATisfiability）を略して SAT と呼ぶ。
- ◆ 判定問題としては NP- 完全：総当たりで解けるような任意の問題が SAT に帰着できる
- ◆ 色々な問題が SAT（やその拡張である SMT ソルバ）で解け、実用上も重要

# SAT で解ける問題の例：論理パズル

## 問 1 (三人の島民 [1])

常に嘘だけをいう嘘吐きと、本当のことだけをいう正直者だけが住む島で、A, B, C 三人の島民に出会った。彼らのいうことには：

- ◆ A：「B と C はどちらも正直者だ」
- ◆ B：「A は嘘吐きで、C は正直者だ」

A, B, C はそれぞれ正直者か、嘘吐きか？

# 三人の島民：回答

- ◆  $A, B, C$  を「A が正直者」「B が正直者」「C が正直者」を表す命題変数とする
- ◆ 情報を命題論理式に変換して  $(1) \wedge (2)$  を充足する解を求めればよい：

$$A \iff B \wedge C \quad (1)$$

$$B \iff \neg A \wedge C \quad (2)$$

- ◆ 真偽値表を書いてみると、全員嘘吐きだとわかる。

$A$	$B$	$C$	(1)	(2)	$(1) \wedge (2)$	$A$	$B$	$C$	(1)	(2)	$(1) \wedge (2)$
○	○	○	○	×	×	×	○	○	×	○	×
○	○	×	×	×	×	×	○	×	○	×	×
○	×	○	×	○	×	×	×	○	○	×	×
○	×	×	×	○	×	×	×	×	○	○	○

# SAT で解ける問題の例：数独

- ◆ 簡単な例として、 $4 \times 4$  の小さな数独の問題を SAT で解くことを考える。

- ▶ 各マスには 1, 2, 3, 4 のいずれかの数字一つを入れる。

$$\bigwedge_{i=1}^4 \bigwedge_{j=1}^4 \bigwedge_{k=1}^4 \left( P_{ij}^{\neg k} \implies \bigwedge_{l \neq k} \neg P_{ij}^{\neg l} \right) \quad (3)$$

$d_{03}$	$d_{13}$	$d_{23}$	$d_{33}$
$d_{02}$	$d_{12}$	$d_{22}$	$d_{32}$
$d_{01}$	$d_{11}$	$d_{21}$	$d_{31}$
$d_{00}$	$d_{10}$	$d_{20}$	$d_{30}$

- ▶ 各行、各列、各  $2 \times 2$  の小ブロックには各数字 1, ..., 4 がちょうど一度ずつ入る。

- ◆  $P_{ij}^{\neg k} \iff d_{ij} = k$  という命題変数とする。

$$\bigwedge_{i=1}^4 \bigwedge_{j=1}^4 \bigvee_{k=1}^4 P_{ij}^{\neg k} \quad \text{充足可能性ソルバ (SAT ソルバ) の原理} \quad (4)$$



まとめ

まとめ

# まとめ

---

- ◆ Matome here

# 参考文献

---

- [1] レイモンド・スマリヤン, “スマリヤンの決定不能の論理パズル ゲーデルの定理と様相論理,” 白揚社, 2008.