COSE419: Software Verification

Lecture 11 – Static Analysis Overview

Hakjoo Oh 2024 Spring

$$30 \times 12 + 11 \times 9 = ?$$

$$30 \times 12 + 11 \times 9 = ?$$

• Dynamic analysis (testing): 459

$$30 \times 12 + 11 \times 9 = ?$$

- Dynamic analysis (testing): 459
- Static analysis: a variety of answers
 - "integer"
 - "odd integer"
 - "positive integer"
 - "integer between 400 and 500"

• ...

$$30 \times 12 + 11 \times 9 = ?$$

- Dynamic analysis (testing): 459
- Static analysis: a variety of answers
 - "integer"
 - "odd integer"1. Choose abstract value (domain)
 - "positive integer"
 - "integer between 400 and 500"

• ...

$$30 \times 12 + 11 \times 9 = ?$$

- Dynamic analysis (testing): 459
- Static analysis: a variety of answers
 - "integer"
 - "odd integer"
- 1. Choose abstract value (domain)
- "positive integer"
- "integer between 400 and 500"

2. "Execute" the program with abstract values

$$e \hat{x} e + o \hat{x} o = o$$

$$e \hat{\times} e = e$$
 $e + e = e$
 $e \hat{\times} o = e$ $e + o = o$

$$o \hat{x} e = e \quad o \hat{+} e = o$$

$$o \hat{\times} o = o \quad o \hat{+} o = e$$

• ...

```
void f (int x) {
   y = x * 12 + 9 * 11;
   assert (y % 2 == 1);
}
```

```
T(don't know)

void f (int x) {
  y = x * 12 + 9 * 11;
  assert (y % 2 == 1);
}
```

```
T (don't know)

void f (int x) {

y = x * 12 + 9 * 11;

assert (y % 2 == 1);
}
```

```
T (don't know)

void f (int x) {

y = x * 12 + 9 * 11 Odd

assert (y % 2 == 1);
}
```

```
Void f (int x) {

y = x * 12 + 9 * 11; Odd

assert (y % 2 == 1);

}

Odd
```

 By contrast to program verification, static analysis can prove the absence of bugs automatically

```
Qpre: n >= 0
@post: rv == n
int SimpleWhile (int n) {
  int i = 0;
  while
  @L: 0 <= i <= n
  (i < n)  {
   i = i + 1;
```

```
void f (int x) {
    y = x + x;
    assert (y % 2 == 0);
}
```

```
void f (int x) {
  y = x + x;
  assert (y % 2 == 0);
}
```

```
void f (int x) {

T (don't know)

y = x + x;

assert (y % 2 == 0);
```

```
void f (int x) {

T (don't know)

y = x + x;

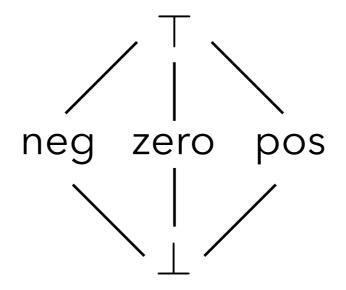
assert (y % 2 == 0);

}

false alarm
```

A Simple Sign Domain

Abstract values



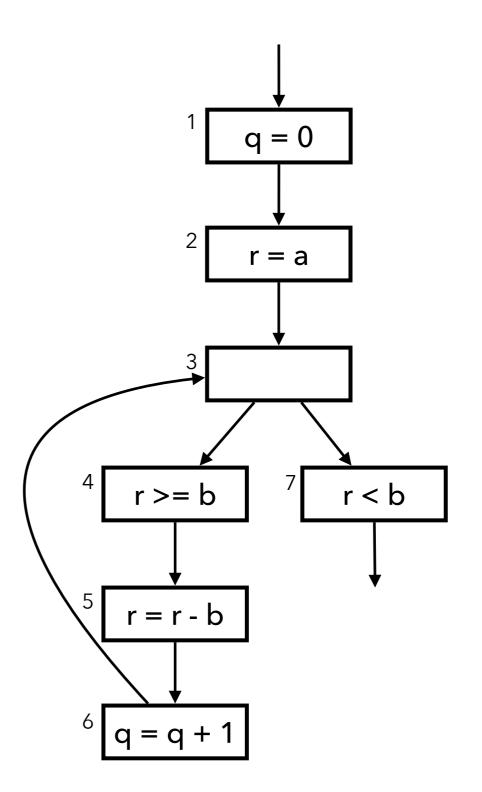
Abstract operators

+/-	top	neg	zero	pos	bot
top					
neg					
zero					
pos					
bot					

×	top	neg	zero	pos	bot
top					
neg					
zero					
pos					
bot					

Example Program

```
// a >= 0, b >= 0
q = 0;
r = a;
while (r >= b) {
   r = r - b;
   q = q + 1;
}
assert(q >= 0);
assert(r >= 0);
```



Fixed Point Comp. $a : \mathsf{T}$ $b : \mathsf{T}$ q: T $r:\mathsf{T}$ q = 0 $a:\bot$ $b: \bot$ $q:\bot$ $r: \bot$ r = a $a:\bot$ $a:\bot$ $b: \bot$ $b: \bot$ $q: \bot$ $q:\bot$ $r: \bot$ $r: \bot$ $a:\bot$ $b: \bot$ $a:\bot$ $b:\bot$ $q:\bot$ $r: \bot$ $q:\bot$ r >= br < b $r:\bot$ $a:\bot$ $a:\bot$ $b:\bot$ $b: \bot$ $q:\bot$ r = r - b $q: \bot$ $r: \bot$ $r: \bot$ $a: \bot$ q = q + 1 $b: \bot$ $q:\bot$ $r: \bot$

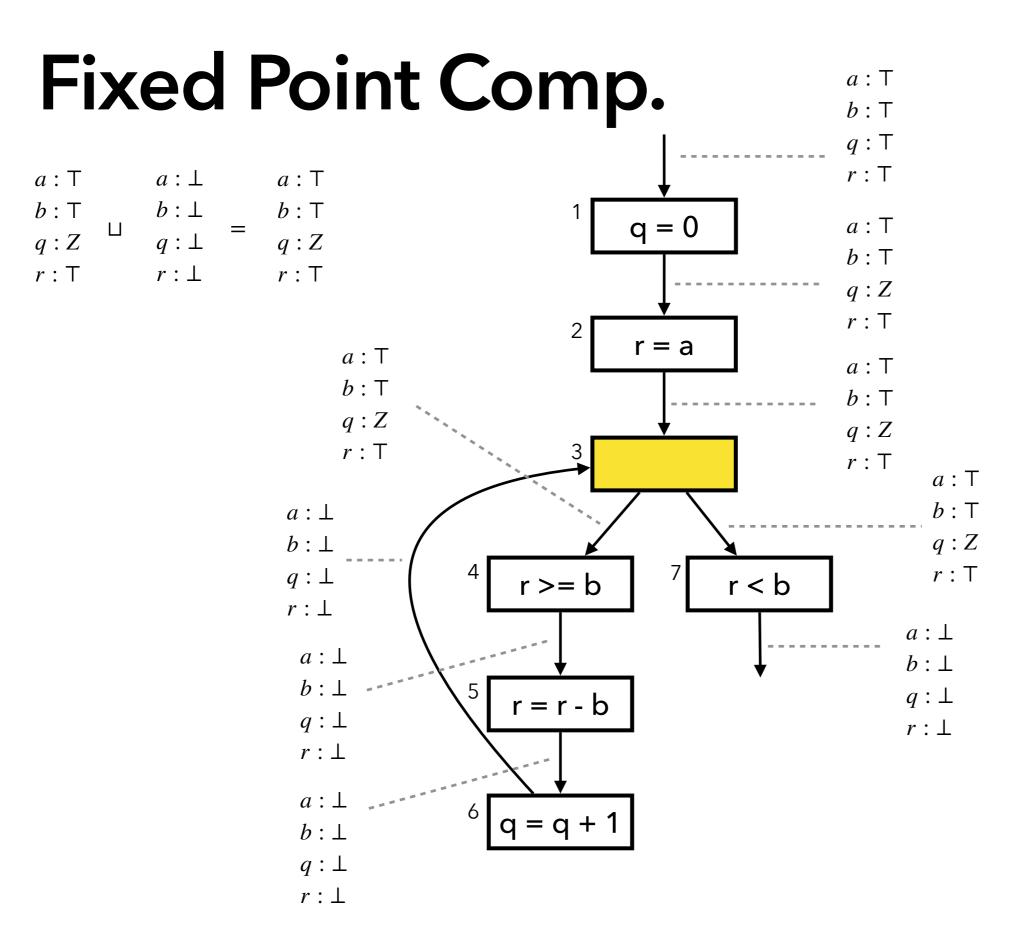
$$W = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$$

Fixed Point Comp. $a : \mathsf{T}$ $b : \mathsf{T}$ q: T $r:\mathsf{T}$ q = 0 $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q:Z $r:\mathsf{T}$ r = a $a:\bot$ $a:\bot$ $b: \bot$ $b: \bot$ $q: \bot$ $q:\bot$ $r: \bot$ $r: \bot$ $a:\bot$ $b: \bot$ $a:\bot$ $b:\bot$ $q:\bot$ $r: \bot$ $q:\bot$ r >= br < b $r:\bot$ $a:\bot$ $a:\bot$ $b:\bot$ $b: \bot$ $q:\bot$ r = r - b $q: \bot$ $r: \bot$ $r: \bot$ $a: \bot$ q = q + 1 $b: \bot$ $q:\bot$ $r: \bot$

$$W = \{ 4, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$$

Fixed Point Comp. $a:\mathsf{T}$ $b : \mathsf{T}$ q: T $r:\mathsf{T}$ q = 0 $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q:Z $r:\mathsf{T}$ r = a $a:\bot$ $a : \mathsf{T}$ $b: \bot$ $b:\mathsf{T}$ $q: \bot$ q:Z $r: \bot$ $r : \mathsf{T}$ $a:\bot$ $b: \bot$ $a:\bot$ $b:\bot$ $q:\bot$ $r: \bot$ $q:\bot$ r >= br < b $r:\bot$ $a:\bot$ $a:\bot$ $b:\bot$ $b: \bot$ $q:\bot$ r = r - b $q: \bot$ $r: \bot$ $r: \bot$ $a: \bot$ q = q + 1 $b: \bot$ $q:\bot$ $r: \bot$

$$W = \{4, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$



$$W = \{4, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Fixed Point Comp. $a:\mathsf{T}$ $b : \mathsf{T}$ q: T $r:\mathsf{T}$ q = 0 $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q:Z $r:\mathsf{T}$ r = a $a:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ b: Tq:Zq:Z $r:\mathsf{T}$ $r : \mathsf{T}$ $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ $a:\bot$ $b:\bot$ q:Z $r : \mathsf{T}$ $q:\bot$ r >= br < b $r:\bot$ $a:\bot$ $a:\mathsf{T}$ $b:\bot$ b: T $q:\bot$ r = r - bq:Z $r: \bot$ $r:\mathsf{T}$ $a: \bot$ q = q + 1 $b: \bot$ $q:\bot$ $r: \bot$

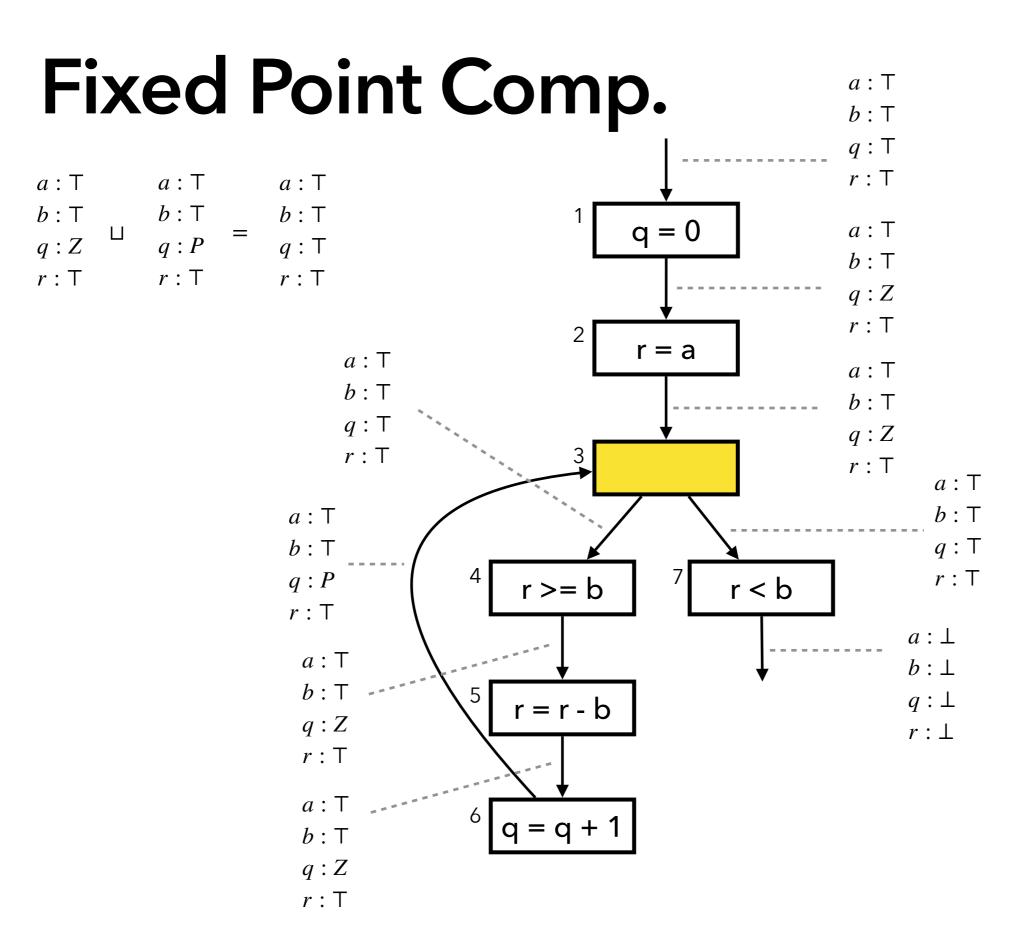
$$W = \{4, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

Fixed Point Comp. $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q: T $r:\mathsf{T}$ q = 0 $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q:Z $r:\mathsf{T}$ r = a $a:\mathsf{T}$ $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ b: Tq:Zq:Z $r:\mathsf{T}$ $r : \mathsf{T}$ $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ $a:\bot$ q:Z $b:\bot$ $r : \mathsf{T}$ $q:\bot$ r >= br < b $r:\bot$ $a:\bot$ $a:\mathsf{T}$ $b:\bot$ b: T $q:\bot$ r = r - bq:Z $r: \bot$ $r:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ q = q + 1 $b:\mathsf{T}$ q:Z $r: \mathsf{T}$

$$W = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$$

Fixed Point Comp. $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q: T $r: \mathsf{T}$ q = 0 $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q:Z $r:\mathsf{T}$ r = a $a:\mathsf{T}$ $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ b: Tq:Zq:Z $r:\mathsf{T}$ $r : \mathsf{T}$ $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q:Zq:P $r : \mathsf{T}$ r >= br < b $r:\mathsf{T}$ $a:\bot$ $a:\mathsf{T}$ $b:\bot$ $b:\mathsf{T}$ $q:\bot$ r = r - bq:Z $r: \bot$ $r:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ q = q + 1 $b:\mathsf{T}$ q:Z $r: \mathsf{T}$

$$W = \{4, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$



$$W = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$$

Fixed Point Comp. $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q: T $r: \mathsf{T}$ q = 0 $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q:Z $r:\mathsf{T}$ r = a $a:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ b: T $q:\mathsf{T}$ q:Z $r:\mathsf{T}$ $r : \mathsf{T}$ $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q: Tq:P $r : \mathsf{T}$ r >= br < b $r:\mathsf{T}$ $a:\bot$ $a:\mathsf{T}$ $b:\bot$ $b:\mathsf{T}$ $q:\bot$ r = r - b $q:\mathsf{T}$ $r: \bot$ $r:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ q = q + 1 $b:\mathsf{T}$ q:Z $r: \mathsf{T}$

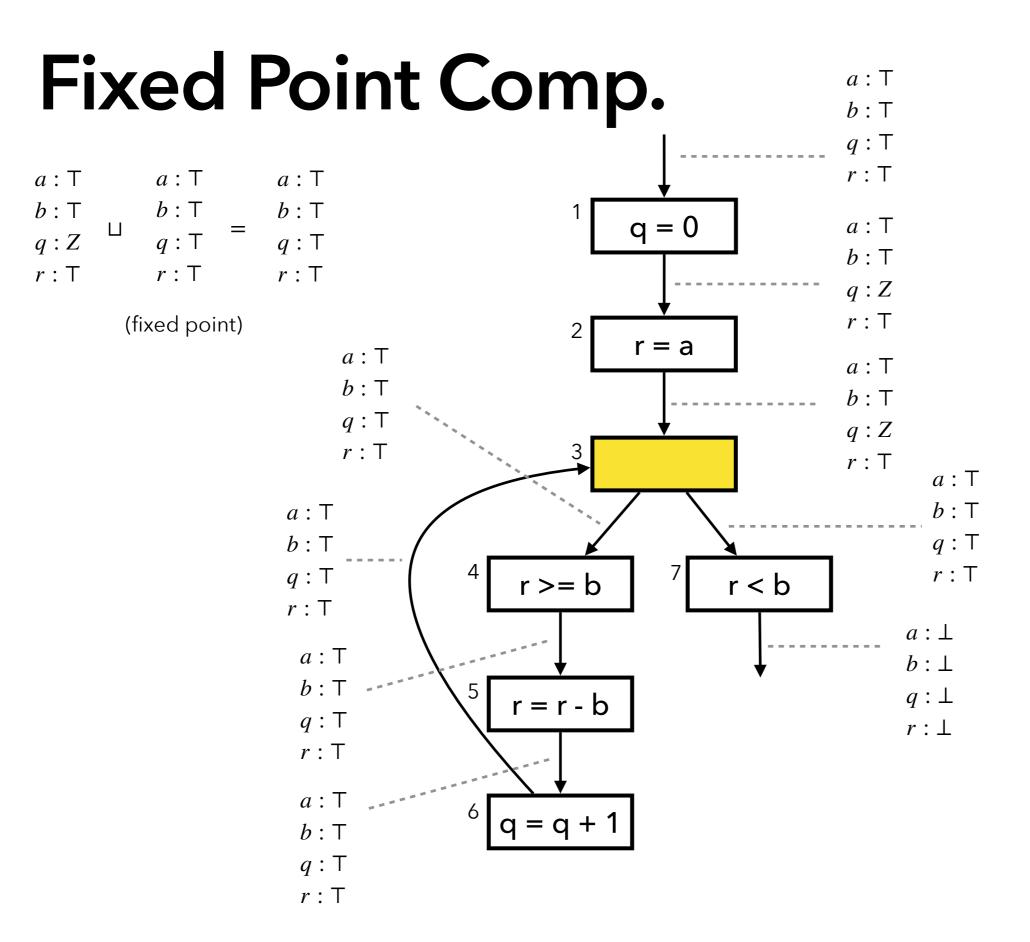
$$W = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$$

Fixed Point Comp. $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q: T $r: \mathsf{T}$ q = 0 $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q:Z $r:\mathsf{T}$ r = a $a:\mathsf{T}$ $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ b: T $q:\mathsf{T}$ q:Z $r:\mathsf{T}$ $r : \mathsf{T}$ $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q: Tq:P $r:\mathsf{T}$ r >= br < b $r:\mathsf{T}$ $a:\bot$ $a:\mathsf{T}$ $b:\bot$ $b:\mathsf{T}$ $q:\bot$ r = r - b $q:\mathsf{T}$ $r: \bot$ $r:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ q = q + 1 $b:\mathsf{T}$ $q:\mathsf{T}$ $r: \mathsf{T}$

$$W = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$$

Fixed Point Comp. $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q: T $r: \mathsf{T}$ q = 0 $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q:Z $r:\mathsf{T}$ r = a $a:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ b: T $q:\mathsf{T}$ q:Z $r:\mathsf{T}$ $r : \mathsf{T}$ $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q: T $r : \mathsf{T}$ $q:\mathsf{T}$ r >= br < b $r: \mathsf{T}$ $a:\bot$ $a:\mathsf{T}$ $b:\bot$ $b:\mathsf{T}$ $q:\bot$ r = r - b $q:\mathsf{T}$ $r: \bot$ $r:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ q = q + 1 $b:\mathsf{T}$ $q:\mathsf{T}$ $r : \mathsf{T}$

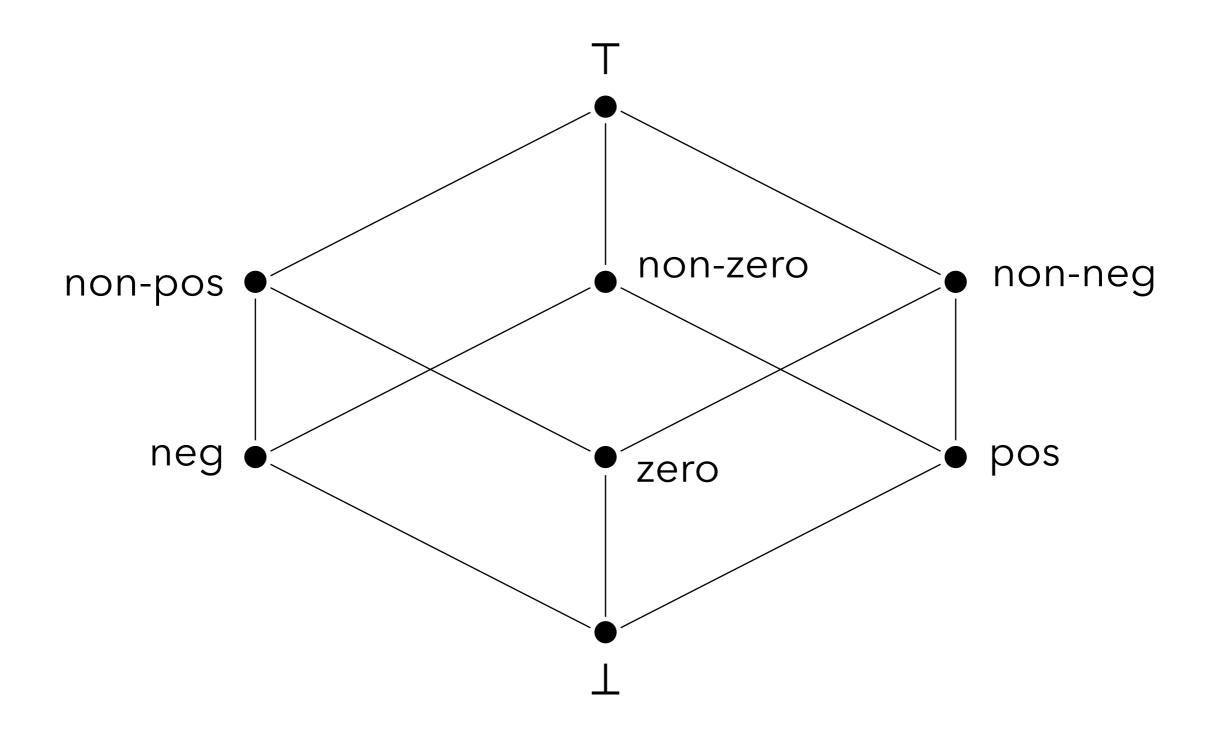
$$W = \{4, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$



$$W = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$$

Fixed Point Comp. $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q: T $r: \mathsf{T}$ q = 0 $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q:Z $r:\mathsf{T}$ r = a $a:\mathsf{T}$ $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ b: T $q:\mathsf{T}$ q:Z $r:\mathsf{T}$ $r : \mathsf{T}$ $a : \mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ q: T $r : \mathsf{T}$ $q:\mathsf{T}$ r >= br < b $r: \mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ $b:\mathsf{T}$ $q:\mathsf{T}$ r = r - b $q:\mathsf{T}$ $r: \mathsf{T}$ $r:\mathsf{T}$ $a:\mathsf{T}$ q = q + 1 $b:\mathsf{T}$ $q:\mathsf{T}$ $r: \mathsf{T}$

An Extended Sign Domain



+	top	neg	zero	pos	non-pos	non-zero	non-neg	bot
top								
neg								
zero								
pos								
non-pos								
non-zero								
non-neg								
bot								

-	top	neg	zero	pos	non-pos	non-zero	non-neg	bot
top								
neg								
zero								
pos								
non-pos								
non-zero								
non-neg								
bot								

Exercise (1)

Describe the result of the analysis with the extended sign domain

```
// a >= 0, b >= 0
q = 0;
r = a;
while (r >= b) {
   r = r - b;
   q = q + 1;
}
assert(q >= 0);
assert(r >= 0);
```

